

Отрицательные ионы в криогенных средах

(Обзор)

В. Шикин, С. Назин

Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка, 142432, Россия

E-mail: shikin@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 28 июля 2016 г., после переработки 22 февраля 2017 г., опубликована онлайн 25 апреля 2017 г.

Обсуждается положение дел с локализацией свободных электронов, внедренных в криогенную среду. В таких условиях электроны не связываются с газовыми атомами на боровских расстояниях, но могут участвовать в создании многочастичных комплексов, «конденсонов», понятие о которых и многие общие свойства исследованы в трудах И.М. Лифшица. Исходным для формализма является построение энергии взаимодействия электрона с газовой средой $W(a_0, n_g)$. Структура $W(a_0, n_g)$ в общем случае нелинейна по плотности n_g газовой среды. Детали взаимодействия электрона с отдельными атомами определяются в газовом приближении характерной длиной рассеяния a_0 , определяющей результативно знак и амплитуду $W(a_0, n_g)$. Свойства длины a_0 интегрально формируются конкуренцией контактного и обменного взаимодействий электрона с газовыми атомами. Используя явный вид $W(a_0, n_g)$, удастся проследить за различными наблюдаемыми в криогенных средах эффектами, имеющими в своей основе образование «конденсонов» электронного происхождения. Речь идет о формировании пузырьков (*bubble effect*) в случае $a_0 > 0$ и возможной альтернативе, заряженных газовых уплотнениях, если $a_0 < 0$. Здесь электрон играет коллективизирующую роль. Формализм находится в качественном соответствии с прямыми измерениями минимальной энергии V_{inject} (в общем случае нелинейной по n_g) при внедрении электронов в криогенную среду и другими наблюдаемыми следствиями.

Обговорюється положення справ з локалізацією вільних електронів, які впроваджено в криогенне середовище. В таких умовах електрони не зв'язуються з газовими атомами на боровських відстанях, але можуть брати участь у створенні багаточастинкових комплексів, «конденсонів», поняття про які та багато загальних властивостей досліджено в працях І.М. Ліфшиця. Вихідним для формалізму є побудова енергії взаємодії електрона з газовим середовищем $W(a_0, n_g)$. Структура $W(a_0, n_g)$ у загальному випадку не є лінійною по щільності n_g газового середовища. Деталі взаємодії електрона з окремими атомами визначаються в газовому наближенні характерною довжиною розсіювання a_0 , яка визначає результативно знак та амплітуду $W(a_0, n_g)$. Властивості довжини a_0 інтегрально формуються конкуренцією контактної та обмінної взаємодії електрона з газовими атомами. Використовуючи явний вигляд $W(a_0, n_g)$, вдається простежити за різними в криогенних середовищах ефектами, які спостерігаються, що мають в своїй основі створення «конденсонів» електронного походження. Мова йде про формування бульбашок (*bubble effect*) у разі $a_0 > 0$ та можливу альтернативу, заряджених газових ущільненнях, якщо $a_0 < 0$. Тут електрон грає колективізуючу роль. Формалізм знаходиться в якісній відповідності з прямими вимірами мінімальної енергії V_{inject} (в загальному випадку нелінійної за n_g) при впровадженні електронів в криогенне середовище та іншими спостережуваними наслідками.

PACS: 71.10–w Теории и модели многоэлектронных систем.

Ключевые слова: криогенные газы, длина рассеяния, одноэлектронный пузырек, заряженный кластер, отрицательные ионы.

Содержание

Введение	808
1. Электронные кластеры в криогенной среде. Линейное приближение по плотности n_g	808
2. Минимальная энергия свободного электрона в криогенных средах с отрицательной длиной рассеяния	811
3. Электронные кластеры в криогенных средах с отрицательной длиной рассеяния	815
4. Резюме.....	816
Литература.....	817

Введение

Отрицательными в атомной физике принято называть ионы, возникающие при взаимодействии электронов с отдельными нейтральными кластерами: атомами или молекулами различной степени сложности (см., например, книги Месси [1], Смирнова [2]). Взаимодействие $V_\alpha(r)$ лишнего электрона с «затравочными» атомами носит обменный характер (индекс α подчеркивает его связь с классическим поляризационным, имеющим место на больших расстояниях от затравочного центра)

$$V_\alpha(r) = -\alpha e^2/2r^4, \quad r \gg a_B, \quad (1)$$

где α — поляризуемость нейтрального атома, r — расстояние между центрами атома и заряда, a_B — боровский радиус. Поэтому способностью присоединять к электронной «шубе» добавочный электрон обладают атомы, у которых внешняя оболочка не заполнена. Для полностью «упакованных» атомов взаимодействие с внешним электроном носит характер отталкивания; вследствие этого щелочноземельные металлы, имеющие заполненную внешнюю s -оболочку из двух электронов, и инертные газы, имеющие замкнутую оболочку из шести p -электронов, не имеют отрицательных ионов.

Конечная плотность n_g нейтральных атомов качественно влияет на свойства внедренных электронов. Энергия (1) продолжает играть заметную роль в их поведении, но ее влияние перестает быть доминирующим. Возникает конкуренция между энергиями взаимодействия заряженной частицы со средой в свободном и локализованном состояниях — фактор, отсутствующий в атомной физике. При этом формальное определение «отрицательный ион» сохраняет смысл как некое коллективное образование, включающее группу нейтральных атомов с электроном, объединяющим эту группу. По разным причинам образование таких квазичастиц особенно наглядно смотрится в криогенных средах. Главная из них заключается в том, что отдельные атомы криогенной группы не образуют отрицательных ионов (см. [2]). Поэтому локализация электронов в этих средах, если она и возможна, имеет коллективное происхождение.

Различные стороны проблемы заряженных частиц в физике низких температур давно и широко представ-

лены в литературе специальной рубрикой «ионы в криогенных средах» (сошлемся, например, на книги и обзоры [3–6]). При этом детали поведения отрицательных ионов в комбинированной связке криогенных параметров α и n_g систематически не обсуждались. Положение дел в такой ретроспективе и конкретные вопросы по ходу изложения, требующие деталей для их формулировки, определяет содержание данного обзора.

1. Электронные кластеры в криогенной среде.**Линейное приближение по плотности n_g**

1.1. Исходным в интересующем нас формализме является определение энергии W взаимодействия электрона со средой плотностью n_g . Задача о минимальной средней энергии $W(n_g)$ одиночного электрона в неупорядоченной (в частности, газовой) среде относится к разряду хорошо освоенных. Известно достаточно общее вириальное разложение для такой энергии, начинающееся с линейного по средней плотности газа слагаемого [7]. Альтернативные подходы [8–11] с использованием языка теории потенциального рассеяния позволяют записать энергию $W(n_g)$ для задачи электрон+газовая среда более детально

$$W(n_g) = \frac{2\pi\hbar^2 a_0}{m_e} n_g. \quad (1.1)$$

Здесь m_e — масса свободного электрона, n_g — средняя объемная плотность газа, a_0 — так называемая «длина рассеяния», тесно связанная для газовой среды с s -компонентной амплитудой рассеяния электрона на отдельном газовом атоме. Эта же амплитуда определяет, в принципе, сечение рассеяния в задаче о подвижности электрона в разреженном газе. Поэтому обработка данных о подвижности дает возможность оценки параметра a_0 из (1.1). Для благородных газов такая программа реализована в работах [12–14]. В дальнейшем эти данные неоднократно уточнялись [5], так что к настоящему времени газам He, Ne, Ar, Kr, Xe отвечают в (1.1) следующие длины (в боровских единицах a_B):

$$a_0/a_B \approx +1,16, +0,45, -1,63, -3,8, -6,8. \quad (1.2)$$

Отметим, что подвижность заряженных частиц в линейном (омическом) режиме определяется квадратом амплитуды рассеяния. Поэтому расстановка знаков

в (1.2) требует выхода за рамки кинетических аргументов. Такая возможность появляется с привлечением информации о знаке энергии внедрения V_{inject} заряда в данную среду (подробнее см. ниже), если допускать соответствие

$$V_{\text{inject}} = W(n_g), \quad (1.3)$$

где $W(n_g)$ определена в (1.1). Однако и этого недостаточно для установления корреляций между данными (1.2) и поляризуемостью α благородных атомов (цифры расположены в том же порядке, что и в (1.2))

$$\alpha/a_B^3 \approx 1,36, 2,65, 11,00, 16,6.8, 27,00. \quad (1.4)$$

Взаимосвязь между (1.2) и (1.4) — один из реальных вопросов, возникающих по ходу изложения. Ответ требует выхода для $W(n_g)$ в нелинейную область.

Формально задача о нахождении основного состояния электронного кластера в газовой среде сводится к минимизации свободной энергии системы электрон+газ относительно вариаций (сферически симметричных) волновой функции электрона $\psi(r)$ и концентрации газовых атомов $n(r)$ [4,15], что ведет к системе из двух связанных уравнений на $n(r)$ и $\psi(r)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + W(r)\psi = E\psi, \quad W(r) = W(n(r)), \quad (1.5)$$

$$4\pi \int_0^\infty \psi^2(r)r^2 dr = 1, \quad (1.6)$$

$$n(r) = n_g \exp[-\phi(r)/T], \quad \phi(r) = |\psi|^2 \partial W / \partial n, \quad (1.7)$$

где n_g — плотность среды на бесконечности, $n(r)$ — локальная плотность атомов, $\psi(r)$ — нормированная на единицу волновая функция локализованного электрона.

Уравнения (1.5)–(1.7) возникают при варьировании по $n(r)$ и $\psi(r)$ функционала свободной энергии

$$F = \int d^3r \Phi[n(r), |\psi|^2(r)], \quad (1.8)$$

с плотностью $\Phi(n, |\psi|^2)$, содержащей взаимодействие

$$\Phi_{\text{int}}(n, |\psi|^2) = |\psi|^2(r)W(n(r)) \quad (1.9)$$

и учетом нормировки $\psi^2(r)$. Эти уравнения достаточны для обнаружения электронных локализованных состояний, а также оценки их основных параметров.

Для решения системы (1.5)–(1.9) используем вариационное приближение с выбором $\psi(r)$ в виде

$$\psi(r) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{3/2} \exp(-kr). \quad (1.10)$$

Вариационный параметр k служит мерой локализации электрона. Подставив (1.10) в (1.7) и найдя $n(r, k)$,

можно вычислить свободную энергию системы $F(k)$ (1.8). Для ответа на вопрос о возможной автолокализации остается построить при заданных n_g и температуре T кривую $\delta F(k) = (F(k) - F_{\text{deloc}})$ и выяснить, имеется ли на ней устойчивый минимум, желательно, достаточно глубокий по сравнению с температурой.

В пузырьковом варианте, когда $a_0 > 0$, эта программа осуществлена в работах [4,15]. Ответ положителен, причем параметры возникающего пузырька с хорошим запасом удовлетворяют всем допущениям задачи: размеры пузырька велики по сравнению с межатомным расстоянием, глубина ямы экспоненциально велика по сравнению с температурой и т.п. Количественные детали, вкратце обсуждаемые ниже, в частности влияние на параметры пузырька нелинейных поправок в (1.1) по плотности n_g , можно опускать в связи с отсутствием качественных изменений к уже известной картине [4,15].

Если $a_0 < 0$, нетрудно убедиться, что следующее из (1.10), (1.7) и (1.1) соотношение

$$n_0(r, k) = n_g \exp\left[+\frac{2\pi\hbar^2 |a_0| |\psi(r, k)|^2}{mT}\right] \quad (1.11)$$

ведет в линейной теории к неустранимой расходимости в распределении $n_0(r \rightarrow 0)$ (ничто не может помешать волновой функции сжиматься в точку и, соответственно, плотности жидкости неограниченно возрастать в центральной части кластера). Нелинейное обобщение формализма (1.1)–(1.9) обсуждается в разд. 3.

1.2. Возвращаясь к варианту $a_0 > 0$ и пользуясь безразмерными величинами

$$\kappa = k/k_0, \quad \tilde{n} = n/n_*, \quad \delta F_0 = \delta F/E_0, \quad (1.12)$$

$$k_0^3 = \frac{m_e T}{2\hbar^2 a_0}, \quad n_* = \frac{1}{2\pi a_0} \left(\frac{m_e T}{2\hbar^2 a_0}\right)^{2/3}, \quad E_0 = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m_e},$$

имеем для разницы $\delta F(k) = (F(k) - F_{\text{deloc}})$ между свободными энергиями (1.8) электрона в свободном и связанном состояниях выражение

$$\delta F_0(\kappa) = \kappa^2 + \tilde{n} \left[\frac{1}{3} \int_0^{+\infty} s^2 e^{-s} \exp(-\kappa^3) e^{-s} ds - 2 \right]. \quad (1.13)$$

Графики $\delta F_0(\kappa)$, построенные с помощью (1.13) для разных \tilde{n} , приведены на рис. 1. Связанные электронные состояния, отвечающие отрицательным минимумам $\delta F_0(\kappa)$, появляются, начиная с $\tilde{n} \geq \tilde{n}_k \approx 7$. В размерных единицах при $T \sim 4$ К величина $n_k \sim 2 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ и $k_{kr}^{-1} \sim 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ см}$. Для таких значений критических параметров выполняется неравенство

$$\gamma = \frac{\phi(0)}{T} \gg 1, \quad (1.14)$$

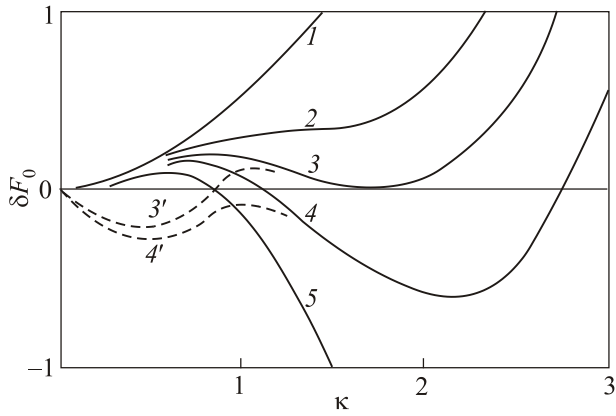


Рис. 1. Зависимости $\delta F_0(\kappa)$ (1.13) для разных \tilde{n} . Кривым 1–5 в порядке возрастания номера отвечают значения \tilde{n} — 4, 6, 7, 8, 10. Штриховые графики изображают зависимость $\delta F_0(H, \kappa)$ при малых κ в условиях «слабой локализации», стимулированной магнитным полем (определения собраны вокруг формул (1.15). Кривые 3', 4' — соответственно для \tilde{n} равного 7, 8.

т.е. согласно (1.7), в области локализации электрона $n(r) \ll n_g$, что служит оправданием модели пустотного пузырька (*bubble effect*).

Процесс его образования в плотном газообразном гелии прекрасно иллюстрируется данными [15] о подвижности свободных электронов в гелии при варьировании плотности газа. В окрестности $n_g \sim n_k$ возникает ее резкий «завал», что можно трактовать как образование пузырька. Детали эксперимента представлены на рис. 2. Точка n_k отмечена стрелкой.

Интересно отметить, что, согласно (1.12), (1.13), $n_k \propto T^{3/2}$. Определяя условно величину n_k как окончание переходной области на графике рис. 1 и используя данные [16] о подвижности электронов в газе для разных температур, можно получить сравнительный график значений $n_k(T)$, представленный на рис. 3. Эксперимент подтверждает зависимость $n_k \propto T^{3/2}$.

1.3. В сильном магнитном поле, направленном по оси OZ , инфинитное движение электрона сохраняется лишь вдоль этой оси. Механизм локализации (1.5)–(1.8) в одномерном случае не имеет порога и становится эффективным при гораздо меньших плотностях гелия. Формально такая возможность появляется уже в области $\gamma \ll 1$, где γ определено в (1.14). В этом случае

$$1 - \exp(-\varphi/T) \approx \varphi/T - \varphi^2/2T^2$$

и, полагая

$$\psi(r, z) = (2\pi)^{-1/2} r_0^{-1} \exp(-r^2/4r_0^2) \chi(z),$$

$$r^2 = x^2 + y^2, \quad r_0^2 = \hbar/eH,$$

удаётся аналитически решить вариационную задачу (1.5)–(1.8)

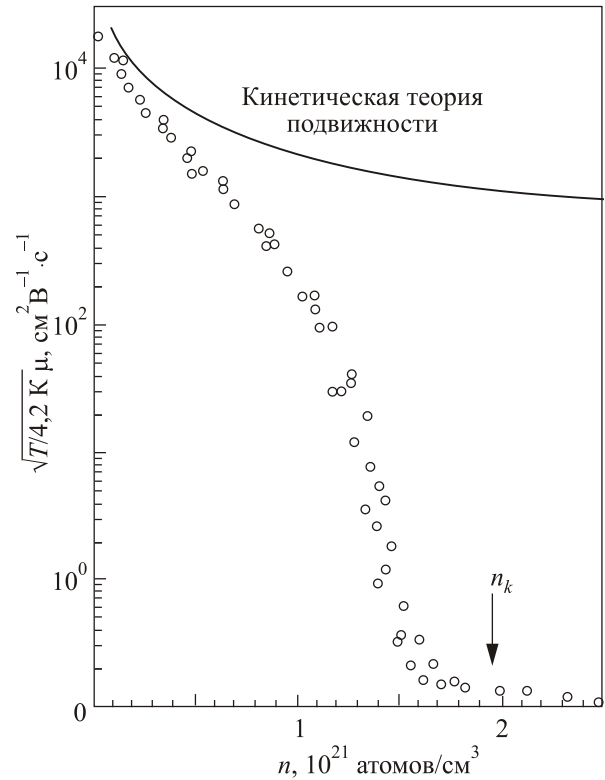


Рис. 2. Подвижность электронов в газообразном гелии при $T = 4,2$ К [15]. Стрелкой отмечено расчетное значение n_k . Сплошная линия отвечает подвижности свободных электронов в газовой среде без учета эффектов его локализации. Сравнение электронной и наблюдаемой «пузырьковой» подвижностей дает представление о масштабах ренормировки (почти 5 порядков).

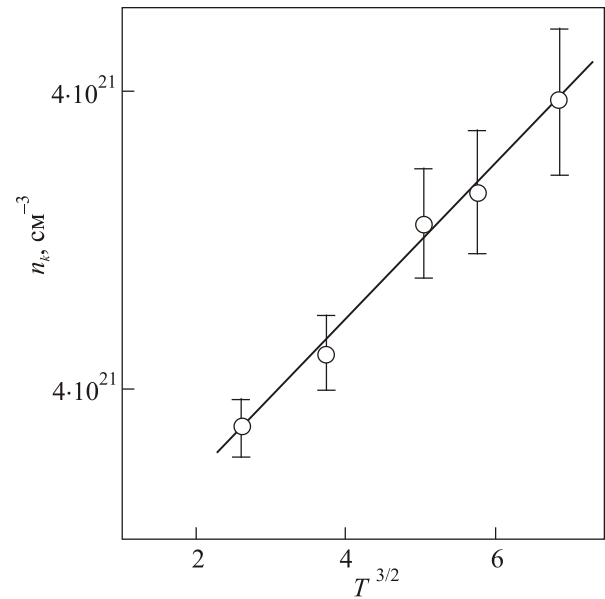


Рис. 3. Зависимость n_k (1.13) от температуры с использованием данных [16].

$$\chi(z) = \pm(2R_z)^{-1/2} \operatorname{ch}^{-1}\left(\frac{z-z_0}{R_z}\right), \quad (1.15)$$

$$R_z = \frac{2m_e T}{\pi \hbar^2 n_g} \left(\frac{r_0}{a_0}\right)^2.$$

Графики зависимости $\delta F_0(H, k)$ при \tilde{n} равном 7, 8 приведены на рис 1. Как видно, они имеют минимумы и при $n_g < n_k$.

На практике слабая локализация электронов в газообразном гелии реализована в виде дискообразных пузырьков на поверхности жидкого гелия. Роль внешнего поля, редуцирующего размерность свободного движения электрона, играет электрическое поле, прижимающее электроны к поверхности гелия. Эффект проявляется в резком отклонении подвижности 2D электронов от своего «свободного» движения вдоль поверхности гелия. Явление предсказано в [17], наблюдалось и трактовано в [18,19].

2. Минимальная энергия свободного электрона в криогенных средах с отрицательной длиной рассеяния

Совокупность наблюдаемых эффектов с электронами в криогенных средах можно понять, допуская нелинейность по n_g энергии $W(n_g)$. Самые очевидные среди отклонений от линейности наблюдаются при измерениях энергии внедрения V_{inject} свободных электронов в криогенную среду. Допуская соответствие (1.3) и ориентируясь на имеющиеся данные экспериментов, нетрудно видеть, что линейность $V_{\text{inject}}(n_g)$ является скорее исключением, чем правилом. Пример измерений V_{inject} для ксенона представлен на рис. 4 [20].

В нелинейной области возникает корреляция между данными (1.2) и (1.4). Она же (нелинейность) важна для устранения расхождений в определении структуры

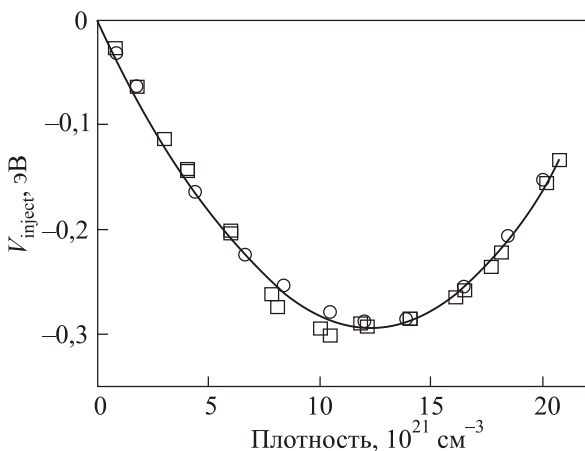


Рис. 4. Зависимость энергии V_{inject} от плотности газа для ксенона с переходом от линейного участка при малых плотностях газа к области с экстремумом [20].

электронных кластеров с отрицательной длиной рассеяния (вопрос обозначен в комментариях к формуле (1.11)).

2.1. Проблема нелинейности энергии $W(n_g)$ как функции плотности n_g сводится к анализу свойств длины рассеяния a_0 для электрона в криогенной среде конечной плотности. Сюда относятся не только общие требования из теории рассеяния [21,22], позволяющие говорить о «парциальных амплитудах рассеяния». Важно следить за свойством

$$W(n_g)_{n_g \rightarrow 0} \rightarrow 0, \quad (2.1)$$

которое в общем случае не малой интенсивности затравочного потенциала (в нашем случае потенциала (1.1)) гарантировало бы отсутствие связанного состояния на отдельном притягивающем центре. Формула (1.1) дает информацию о свойствах электрона в среде, каждый из атомов которой не образует связанных состояний, называемых в общей теории [1,2] отрицательными ионами.

Продолжая тему, можно по разному обеспечивать требование (2.1). В нашем «одноэлектронном» изложении мы добиваемся нужного эффекта, полагая потенциал (1) имеющим форму

$$V_\alpha(r) = \begin{cases} V_0 > 0 & r \leq a \\ -\alpha e^2 / 2r^4 & r > a, \end{cases} \quad (2.2)$$

причем $V_0 \rightarrow \infty$. Здесь α — поляризуемость атома, a — его эффективный радиус в одноэлектронном приближении (не путать с длиной рассеяния a_0).

Гипотеза (2.2) не имеет шансов быть доказанной. Она лишь качественно подчеркивает, что атомная локализация «лишнего» электрона с образованием кластера отрицательный ион определяется не только относительно большими значениями α . Серьезную роль играют условия его сосуществования с облаком внутренних электронов атома. Следуя (2.2), можно убедиться в справедливости требования (2.1) для произвольных α . В этом смысле мотивация к (2.2) не менее убедительна, чем приближения многоэлектронной теории [1,2] для отрицательных ионов в атомной статистике. В атомном формализме также нет последовательного решения задачи. Используются разные пробные функции с большим числом подгоночных параметров (до нескольких десятков), дающих возможность приблизиться к имеющимся наблюдениям. В криогенном случае модель (2.2) привлекает наглядностью и относительной простотой. Ее использование гарантирует отсутствие локализации на атомном уровне, позволяя строить формализм с возможной нелинейностью энергии $W(\alpha, n_g)$, обобщающий результат (1.1), (2.1) на произвольные α . Значения этих констант в семействе криогенных газов даются в (1.4).

Несколько слов о формализме, использующем модель (2.2) и дающем на выходе определение энергии

$W(\alpha, n_g)$ (детально задача обсуждается в [23]). Речь идет об одноэлектронной задаче для волновой функции $\psi(r)$ в ячейке Вигнера–Зейтца с потенциалом $V_\alpha(r)$ (2.2) в ее центре

Граничные условия. На внешней границе ячейки $r = R$ требуем

$$\psi'(r)|_{r=R} = 0. \quad (2.3)$$

Это условие отвечает, как обычно, возможности свободного перемещения электрона в естественных условиях из ячейки в ячейку (одно из следствий требования (2.1)). Оно же максимально просто сосуществует с граничным условием (2.4).

Что касается внутренней границы $r = a$, то здесь, в соответствии с (2.2), для случая $V_0 \rightarrow \infty$

$$\psi(r)|_{r=a} = 0. \quad (2.4)$$

Следует еще раз подчеркнуть существенность утверждения (2.4). Авторы [12–14] намеренно и достаточно обоснованно избегают граничного условия вида (2.4), полагая, что одночастичная трактовка взаимодействия электрона с атомом на малых расстояниях недостаточно обоснована. Взамен предложена процедура оценки длины рассеяния (именно об этом идет речь) с использованием данных о подвижности медленных электронов в газообразной среде. Но при этом возникает отмеченный выше парадокс — отрицательность длины рассеяния сосуществует с линейностью энергии (1.1) по плотности. Используя (2.4), можно построить альтернативную картину для $W(\alpha, n_g)$, лишённую этих недостатков.

Приближенное «импедансное» решение задачи (2.2)–(2.4) заключается в ее разбиении на две области. «Внутренняя» часть уравнения для волновой функции $\psi(r)$ решается в зоне действия потенциала (2.2), без участия собственно энергетического слагаемого. В результате

$$\begin{aligned} \psi(r) &= A \sin(\lambda/r) + B \cos(\lambda/r), \\ \lambda &= \sqrt{\alpha/a_B}, \quad a_B = \hbar^2/me^2. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Граничное условие (2.4) связывает в (2.5) коэффициенты A и B

$$A = -B \cot(\lambda/a). \quad (2.6)$$

Полагая далее на больших расстояниях $r \gg \lambda$, где влияние потенциала (2.2), относящегося к разряду короткодействующих, уже несущественно

$$\psi(r) \approx C \frac{\sin(kr)}{r} + D \frac{\cos(kr)}{r} \quad (2.7)$$

и пользуясь (2.3), определяем связь между C, D

$$C = D \frac{\cos kR + kR \sin kR}{kR \cos kR - \sin kR}. \quad (2.8)$$

Асимптотически сшивая (2.5) и (2.7) в интервале $R \gg r \gg \lambda$, можно найти собственное значение k_0 , а с ним и величину $W_0(R)$. Имеем

$$A \frac{\lambda}{r} + B \approx Ck_0 + \frac{D}{r}$$

или

$$A\lambda \approx D, \quad B \approx Ck_0. \quad (2.9)$$

На основании (2.6), (2.7) и (2.9) имеем следующее уравнение для определения минимального волнового числа k_0 :

$$k_0 R \cos k_0 R - \sin k_0 R = -k_0 \lambda \operatorname{ctg} \frac{\lambda}{a} (\cos k_0 R + k_0 R \sin k_0 R), \quad (2.10)$$

Решение (2.10) достаточно просто в связи с предполагаемой малостью комбинации $k_0 R \ll 1$. В этом случае

$$\frac{k_0^2 R^2}{3} \approx \frac{\lambda}{R} \operatorname{ctg} \frac{\lambda}{a}, \quad \lambda = \sqrt{\alpha/a_B} \quad (2.11)$$

В области малых $\lambda/a \ll 1$ определение (2.11) принимает вид

$$\frac{k_0^2 R^2}{3} \approx \frac{a}{R} \ll 1. \quad (2.12)$$

Таким образом, необходимое требование длинноволнового приближения: $k_0 a \ll 1$ вместе с $a \ll R$, согласно (2.12), выполняется с хорошим запасом, пока $a/R \ll 1$ (более точно, пока $a_0/R \ll 1$, где a_0 из (2.13)).

Дополнительный комментарий к (2.13), имеющий отношение к дискуссии вокруг требования (2.1) и полезный для дискуссии ниже, касается предела $R \rightarrow \infty$ в этом определении. Очевидное стремление $k_0 \rightarrow 0$ при $R \rightarrow \infty$ означает, что отдельный газовый атом в условиях (2.3), (2.4) не локализует электрон. Соответственно, энергия $W_0(\alpha, n_g)$ в этом пределе стремится к нулю.

Зная k_0 (2.11), имеем для энергии

$$W(k_0) \equiv W_0(R) = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} = \frac{3\hbar^2 a_0}{2mR^3}, \quad a_0 = \lambda \operatorname{ctg} \frac{\lambda}{a}. \quad (2.13)$$

Результат (2.13) идентичен (1.1) с точностью до нормировки $4/3\pi R^3 = n_g^{-1}$, определяющей связь между R^{-3} и n_g . Отметим в связи с этим, что неравенство (2.12) является гарантом линейности энергии (2.13) по плотности.

Вариант решения (2.5)–(2.13) для зависимости $W_0(\alpha, n_g)$ ожидаемым образом зависит от плотности n_g (монотонный рост $W_0(\alpha, n_g)$ в функции от n_g , начиная с нулевого значения) и поляризуемости $\alpha \neq 0$. Рост α , начиная с нулевого значения, формально уменьшает длину рассеяния a_0 , а значит и энергию

$W_0(\alpha, n_g)$ (2.13). Фактически, эта тенденция означает, что в области $\lambda/a < \pi/2$ среднее значение комбинированного потенциала (2.2), а значит и энергия $W_0(\alpha, n_g)$, уменьшаются с увеличением α , что и зафиксировано в (2.13).

Обратимся теперь к возникающей с ростом λ ситуации $\lambda/a \rightarrow \pi/2$. В этом пределе

$$a_0 = \frac{\lambda}{R} \operatorname{ctg} \frac{\lambda}{a} \rightarrow 0. \quad (2.14)$$

Само по себе обращение длины рассеяния в нуль «неопасно». Однако попытка пройти в область $\lambda/a > \pi/2$, оставаясь в рамках (2.6)–(2.11), оказывается невозможной. Левая часть (2.11) в представлении (2.7) положительна, а правая меняет знак. Для устранения парадокса необходимо сменить асимптотику (2.7) на ее альтернативу

$$\psi(r) = C \frac{\exp(-kr)}{r} + D \frac{\exp(+kr)}{r}, \quad (2.15)$$

после чего требование (2.3) принимает вид

$$\begin{aligned} & C(k \exp(-kR) + \exp(-kR)/R) = \\ & = D(k \exp(+kR) - \exp(+kR)/R). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Используя далее (2.6), (2.16) и действуя по аналогии с (2.9), вместо (2.11) находим

$$\frac{\kappa_0^2 R^2}{4} \approx -\frac{\lambda}{R} \operatorname{ctg} \frac{\lambda}{a}, \quad \lambda = \sqrt{\alpha/a_b}, \quad \pi/2 < \lambda/a < \pi. \quad (2.17)$$

Соотношение (2.17) определяет характерное значение волнового числа κ_0 в области $\pi > \lambda/a > \pi/2$, когда волновая функция электрона принудительно локализована (имеет на больших расстояниях экспоненциальный вид (2.15)). Энергия имеет вид (2.13), в которой длина рассеяния a_0 имеет определенный ранее вид с возможностью проходить через точку $\lambda/a = \pi/2$, где она (а значит, и энергия) меняют свой знак. Небольшой численный скачок (тройка в знаменателе (2.11) меняется на четверку в (2.17)) пока не удается трактовать. Возможно, так и должно быть, ибо при переходе через $\lambda/a = \pi/2$ меняется структура волновой функции электрона. Наиболее интересным же в этой зоне является резкое расширение области существования линейного по плотности n_g определения энергии (2.13). Как уже ясно из изложенного выше, линейность (2.13) имеет место, если общее трансцендентное уравнение (2.13) допускает линеаризацию по $k_0 R \ll 1$. В условиях $a_0 \rightarrow 0$ соответствующее требование (2.11) оказывается справедливым для гораздо меньших (по сравнению с (2.12)) значений R .

Возвращаясь к общему уравнению (2.10) для $k_0 R$ и определяя этот параметр со следующей по $k_0 R \ll 1$ степени точности, находим энергию $W(\alpha, n_g)$ в форме ряда

$$\begin{aligned} W_0(\alpha, n_g) &= \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} = \frac{3\hbar^2 a_0}{2mR^3} \left(1 + \frac{b_0}{R} + \frac{c_0}{R^2} + \dots \right), \\ b_0 &= \frac{9}{5} a_0, \quad c_0 = \frac{451}{175} a_0^2. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Наиболее интересной в ответе (2.18), завершающем наши усилия по выяснению области применимости формулы (1.1) и деталей начальной стадии развития нелинейности для $W_0(\alpha, n_g)$, является структура поправочных слагаемых, которые в логарифмическом приближении (так же, как и в (1.1)) представлены отношением a_0/R . Другими словами, возможность длинноволнового расчета длины рассеяния, подробно освещенная в литературе по теории рассеяния, позволяет судить об энергии (1.1) и ее модификации (2.18) без специального решения задачи (2.2)–(2.10). Например, в случае семейства положительных потенциалов

$$V(r) = \beta/r^n, \quad \beta > 0, \quad n > 3$$

имеем для a_0 [21]

$$a_0 = \left(\frac{\gamma}{n-2} \right)^{\frac{2}{n-2}} \frac{\Gamma\left(\frac{n-3}{n-2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{n-2}\right)}, \quad \gamma^2 = \frac{2m\beta}{\hbar^2},$$

$\Gamma(x)$ — гамма функция.

Из деталей логарифмического расчета на рис. 5 представлена структура волновой функции на ячейке Вигнера–Зейтца в предельном случае $\alpha \rightarrow 0$. Источником ее неоднородности здесь оказывается лишь граничное условие (2.4). Ситуация характерна для газообразного гелия с большими положительными значениями энергии (1.1).

Графики рис. 6 дают возможность проследить за формированием минимума энергии $W(\alpha, n_g)$ при мо-

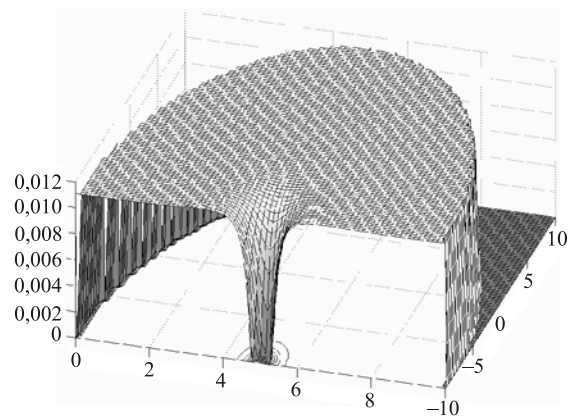


Рис. 5. Волновая функция в предельном случае малых α , когда выполняется неравенство (2.12). Ситуация характерна для свободного электрона, внедренного в газообразный гелий. Здесь энергия (1.1) и ее обобщение (2.13) аномально велики, что является одной из причин возникновения одноэлектронных пузырьков (см. рис. 2).

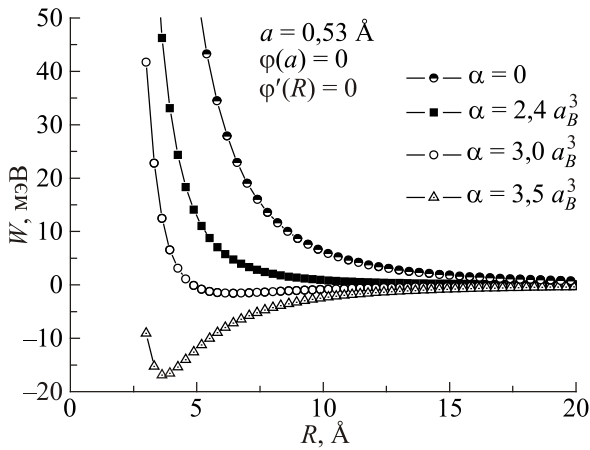


Рис. 6. Зависимость $W(R, \alpha)$ для задачи (2.10), (2.13) с фиксированным значением $a = a_B$ при разных величинах α . Критическое значение параметра α_c/a_B^3 , разделяющее монотонное либо немонотонное поведение $W(R, \alpha)$, находится в области $\alpha_c/a_B^3 \approx 3$.

нотном увеличении α (видимое проявление знакопеременности длины рассеяния (2.13)). Рисунок 6 является результирующим в желании согласованно следить за влиянием параметра α на происходящее с энергией $W(\alpha, n_g)$. Критическое значение $\alpha_c/a_B^3 \approx 3$, разделяющее монотонное либо немонотонное поведение $W(\alpha, n_g)$, не представлено по числам в семействе благородных газов из (1.2), (1.4). Но ближайшие соседи к этому порогу неон и аргон теорией определяются правильно. Два конкретных графика для неона (рис. 7) и аргона (рис. 8) захватывают в «вилку» область перехода. Для неона график $W(\alpha, n_g)$ еще монотонен. В поведении $W(\alpha, n_g)$ для аргона имеется четко выраженный минимум.

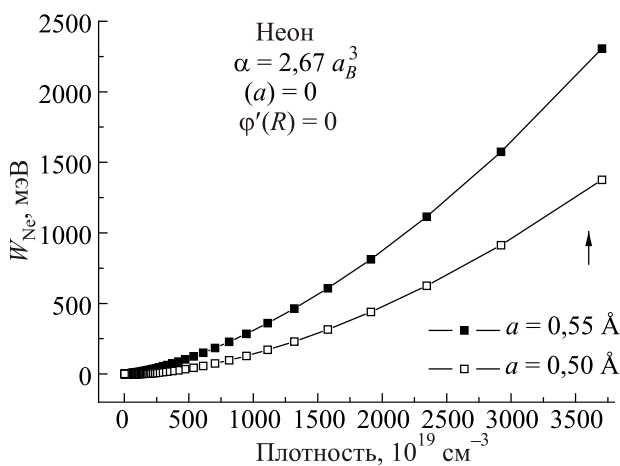


Рис. 7. Энергия $W_{Ne}(n_g)$ для Ne с двумя разными радиусами a . Выбор делается в пользу $a = 0,50 \text{ \AA}$, для которого энергия W_{Ne} достигает значения $\sim 1,05 \text{ эВ}$ при плотности Ne в жидкой фазе. Стрелка отмечает это положение на оси абсцисс.

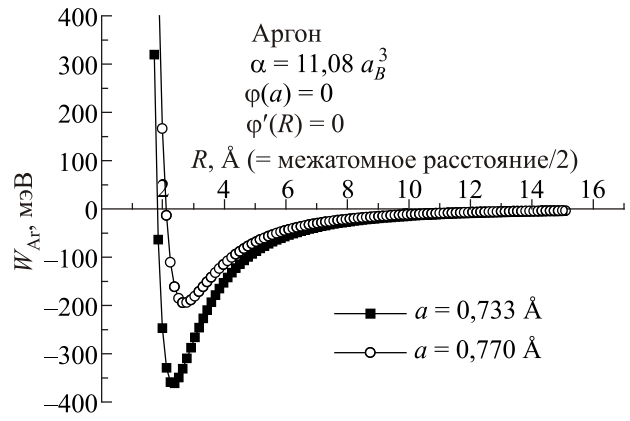


Рис. 8. Энергия $W_{Ar}(R)$ для Ar с двумя разными радиусами a . Выбор делается в пользу $a = 0,733 \text{ \AA}$, для которого энергия W_{Ar} проходит через нуль в точке $R = 1,81 \text{ \AA}$, отвечающей плотности жидкой фазы Ar.

2.2. При последовательном решении задачи (2.2)–(2.4) отпадает возможность разделять волновую функцию на две асимптотики (2.5) и (2.7) с последующей их сшивкой. Однако можно решать это уравнение аналитически, переписав его (как в [12–14], где обсуждался вопрос о деталях рассеяния малоэнергетичных электронов на потенциале $\propto r^{-4}$) в виде уравнения Матье.

Полагая

$$\psi(r) = \chi(r)/r, \quad r = (\beta/k)^{1/2} \exp s, \\ \chi(r) = r^{1/2} \varphi(s), \quad \beta = \alpha e^2/2, \quad (2.19)$$

имеем для $\varphi(s)$ модифицированное уравнение Матье

$$[(d^2/ds^2 - (l+1/2)^2 + 2\beta k \cosh(2s))\varphi(s) = 0. \quad (2.20)$$

Используя информацию о собственных функциях $M_{\pm v}^{(1)}(s)$ этого уравнения ([24], стр 542) и возвращаясь к переменной r , представляем общее решение для $\chi(r)$ (2.19) в виде

$$\chi(r) = AM_{+v}^{(1)}(\ln \gamma r) + BM_{-v}^{(1)}(\ln \gamma r), \quad \gamma = (\beta/k)^{-1/2} \quad (2.21)$$

$$v \approx (l+1/2) - \beta^2 k^2 / [4(l+3/2)(l+1/2)(l-1/2)].$$

Величину k_0 можно определить при удовлетворении с помощью $\chi(r)$ (2.21) граничным условиям (2.3), (2.4). Имея в виду свойства функций $M_{\pm v}^{(1)}(s)$ при $l = 0$ и решая относительно k_0 соответствующее трансцендентное уравнение, находим интересующие нас конечные результаты. Как и выше, величина k_0 (а значит, и энергия $W(\alpha, n_g)$) возникают на этом пути при удовлетворении с помощью $\chi(r)$ (2.21) граничным условиям (2.3), (2.4). Возникающая комбинация специальных функций сложна (по сравнению с компонентами (2.5), (2.7), определяющими соотношение (2.10)), и потому анализ поведения $W(\alpha, n_g)$ даже в условиях $k_0 R \ll 1$

выполняется в основном численно. Графики рис. 9, рис. 10 дают возможность сравнить между собой логарифмическое (2.10), (2.13) и точное (2.19)–(2.21) решения при фиксированном значении параметра α . Очевидно, точность логарифмического приближения быстро падает с ростом плотности газа. В его защиту следует признать, что взаимодействие (1), (2.2) не является ярко выраженным короткодействующим. Пусть, к примеру,

$$V(r) = -A \exp(-\mu r). \quad (2.22)$$

Волновая функция в терминах $\chi(r)$ [11]

$$\psi(r) = \chi(r)/r, \quad (2.23)$$

$$\chi(r) = C J_{2ik/\mu}(x) + D J_{-2ik/\mu}(x),$$

$$x = \gamma \exp(-\mu r/2), \quad \gamma = 2\sqrt{A}/\mu, \quad (2.24)$$

($J_\lambda(x)$ — функция Бесселя) должна равняться нулю в точке $r \rightarrow 0$, т.е. при $x = \gamma$. Это требование определяет связь между C, D в $\chi(r)$ (2.24), после чего условие (2.3) приводит к определению $W(A, \mu, n_g)$ для потенциала (2.22). Разложение $\psi(r) = \chi(r)/r$ (2.24) по степеням r , дает, как и выше, величину a_0 . Ее значение находится из предельного значения нулевой фазы рассеяния $\delta_0(k \rightarrow 0)$

$$\delta_0(k) = \arg \left[\Gamma \left(1 + \frac{2ik}{\mu} \right) J_{2ik/\mu} \left(\frac{2\sqrt{A}}{\mu} \right)^{-2ik/\mu} \right]. \quad (2.25)$$

Решая граничную задачу, можно убедиться в том, что для потенциала (2.22) разложение $W(A, \mu, n_g)$ по степеням a_0/R совпадает с (2.18). Другими словами,

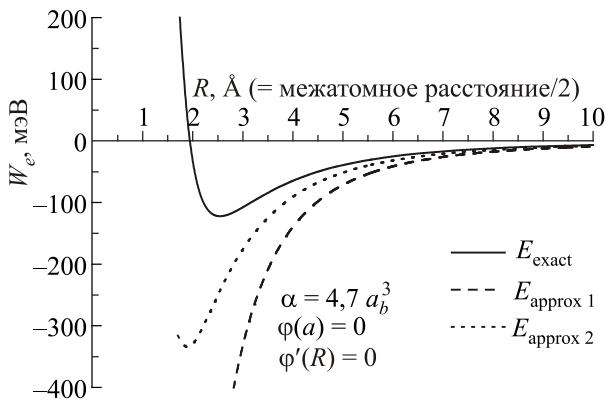


Рис. 9. Энергия основного состояния электрона как функция межатомного расстояния R для поляризуемости $\alpha = 4,7 a_B^3$. Сплошная линия — точное решение (2.15)–(2.17); штриховая — линейное приближение по плотности (1.1); точки — приближенное решение в логарифмическом приближении (2.10), (2.14). Выбор α сделан из соображений наглядного представления разницы между линейным (1.1), логарифмическим (2.10), (2.14) и точным (2.15)–(2.17) решениями.

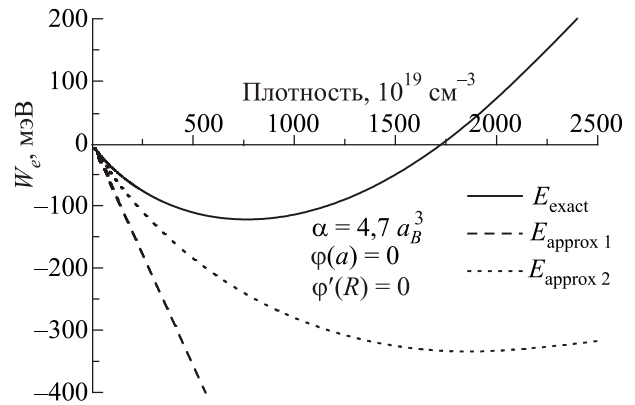


Рис. 10. Энергия основного состояния электрона как функция плотности $n_g = 3/(4\pi R^3)$ для поляризуемости $\alpha = 4,7 a_B^3$. Повторение данных рис. 9 в координатах, обычно используемых при обсуждении свойств $W(\alpha, n_g)$ (см. рис 4). Сплошная линия — точное решение (2.15)–(2.17); штриховая — линейное приближение по плотности (1.1); точки — приближенное решение в логарифмическом приближении (2.10), (2.14).

первые слагаемые ряда (1+....) определяются лишь отношением a_0/R и точно перекрываются с логарифмическим результатом (т.е. $b = b_0$, где b_0 из (2.18)). Такое совпадение ожидаемо, ибо короткодействие является необходимым условием для реализации логарифмического приближения.

Говоря о возможности точного решения волнового уравнения в модели Вигнера–Зейтца, следует помнить о произволе в выборе граничных условий (2.3) и особенно (2.4). Этот «люфт» не искажает сравнительной картины для точных и «логарифмических» результатов. Но для реальных чисел, возможно, имеет смысл ориентироваться на логарифмическое приближение с длиной рассеяния a_0 , измеряемой независимо.

3. Электронные кластеры в криогенных средах с отрицательной длиной рассеяния

Разобравшись с общими свойствами энергии $W(\alpha, n_g)$, возвращаемся к электронным кластерам в криогенных средах с отрицательной длиной рассеяния.

Имеется детальное описание свойств электронных кластеров в криогенных средах с отрицательной длиной рассеяния $|a_0|$ на основе линейного по плотности газа взаимодействия электрон+среда (1.1) (см. [5,25,26]). Авторы этих работ сделали все возможное, чтобы количественно правдоподобно описать уплотнение среды вокруг локализованного электрона. Речь идет о введении, наряду с (1.1), нелокального варианта взаимодействия

$$W(r) = \int d^3 r' W(r-r') \psi^2(r'),$$

учете неидеальности энтропийного вклада в полный энергетический баланс и т.п. При этом общие заключения [5,25,26] практически совпадают с исходными,

интуитивными: электронный кластер должен существовать, степень локализации электрона и «массивность» кластера монотонно растут с увеличением плотности среды и ее поляризуемости, эффект экспоненциально чувствителен к температуре. Никаких намеков на причины наблюдаемого в [6,27–34] селективного роста подвижности электронов при монотонном изменении плотности формализм [5,25,26] не содержит.

Как отмечено в комментариях к формулам (1.5)–(1.11) и более детально в разд. 2, минимальная энергия $W(\alpha, n_g)$ электрона, инжектированного в инертные газы с отрицательной длиной рассеяния (Ar, Kr, Xe), существенно нелинейна. Прямые эксперименты [6,20,34] свидетельствуют о том, что лишь в области малых n_g энергия $W(\alpha, n_g)$ ведет себя линейно, следуя (1.1). Далее она проходит через минимум W_{\min} при некоем значении n_{\min} , после чего начинает расти (см. рис. 4 из [20] и рис. 9, 10). Не претендуя в полной мере на объяснение деталей наблюдаемой немонотонности $W(\alpha, n_g)$ (соображения на этот счет в рамках Вигнера–Зейтца приведены выше), отметим качественно важную деталь. Энергия (рис. 4) меняет знак своей производной в точке

$$\partial W(n_g)/\partial n|_{n_g=n_{\min}} = 0, \quad (3.1)$$

свойство, отсутствующее в определении (1.1). Важно также, что для интересующей нас задачи об автолокализации электрона область (3.1) является выделенной (обладающей свойствами перевальной точки, см. выражение (1.7)) для $n(r)$ и нечувствительной к деталям поведения $W(\alpha, n_g)$ на ее периферии. Поэтому количественные построения можно реализовать, используя интерполяцию зависимости $W(\alpha, n_g)$ на рис. 4 любым подходящим способом, обеспечивающим лишь правильность ее наклона в области малых n_g и положение экстремума. Реально в работе [35] использована простейшая аппроксимация вида

$$W(\alpha, n_g) = \frac{2\pi\hbar^2 a_0}{m} n_g (1 + An_g + Bn_g^2). \quad (3.2)$$

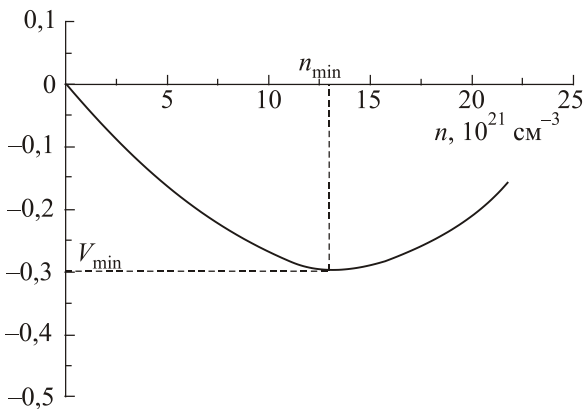


Рис. 11. Схематическое представление энергии $W(\alpha, n_g)$ в приближении (3.2) окрестности ее экстремума. На графике энергия $W(\alpha, n_g)$ — вдоль ординаты.

Параметры A и B подбирались так, чтобы для каждого газа обеспечить следующее из экспериментальных данных положение минимума W_{\min} на оси n_g (т.е. при $n_g = n_{\min}$) и значение самой энергии W_{\min} . Результаты аппроксимации для схемы рис. 11 выглядят так:

Аргон	$n_{\min} = 13 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$	$V_{\min} = -0,3 \text{ эВ}$
Криптон	$n_{\min} = 14 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$	$V_{\min} = -0,66 \text{ эВ}$
Ксенон	$n_{\min} = 11 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$	$V_{\min} = -0,83 \text{ эВ}$

В представлении (3.2) описание электронных кластеров с длиной рассеяния обоих знаков выглядит единообразно. Действуя согласно схеме (1.5)–(1.10), имеем для энергии вида (1.13) (k -представление) следующие результаты, собранные на рис. 12.

Графики рис. 13 построены для энергии электрона (1.8), внедренного в ксенон, с учетом информации рис. 12 и разных температур. Очевиден эффект уплотнения на «крыльях» экстремума плотности и «освобождение» электрона в энергетическом экстремуме, рис. 11.

Графики рис. 14 демонстрируют наблюдаемую аномалию подвижности электронов в аргоне, связанную с его делокализацией вида, представленного на рис. 13. Обращает на себя внимание альтернатива в электронной кинетике при сравнении данных рис. 2 и рис. 14. В первом случае подвижность катастрофически падает, ибо вместо электрона в среде начинает формироваться мезоскопический пузырек. Во втором сценарии, напротив, возникают условия для делокализации электрона, что отражается на его подвижности.

Пользуясь ссылками [27–34], число примеров с электронной делокализацией в разных криогенных средах можно при желании намного расширить.

4. Резюме

В работе обсуждаются свойства разнообразных связанных электронных состояний в криогенных средах, возникающих благодаря обменно-взаимодействию

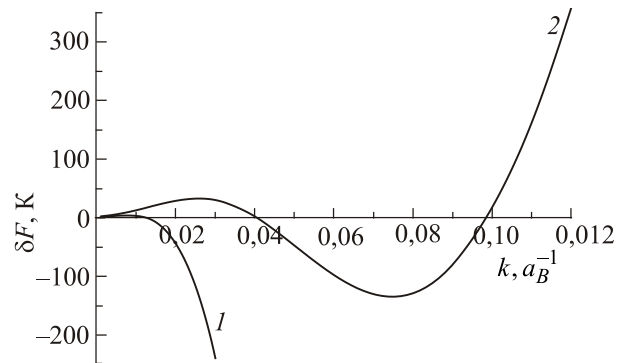


Рис. 12. Поведение энергии $\delta F(k)$ для ксенона как функции параметра k в линейном (кривая 1) и нелинейном (кривая 2) представлениях. Плотность $n_g = 4 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$, $T = 150 \text{ К}$.

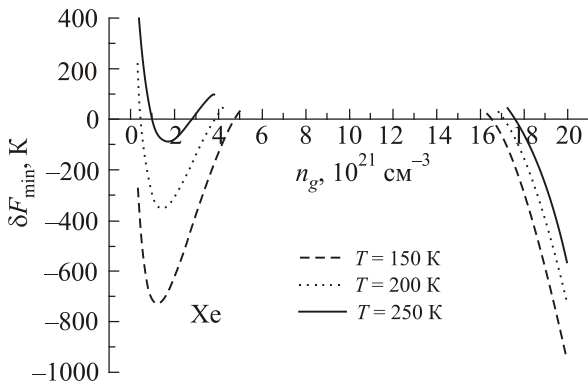


Рис. 13. Выигрыш энергии (1.8) для ксенона при варьировании плотности n_g в окрестности минимума энергии $W(\alpha, n_g)$ в приближении (3.2). Демонстрируется влияние температуры.

$V_\alpha(r)$ (1) между свободным электроном и отдельными благородными атомами. Согласно [1,2], это взаимодействие недостаточно эффективно для образования отрицательных ионов на атомном уровне. Оно же весьма успешно соучаствует в образовании коллективных многочастичных кластеров.

Растет круг явлений с участием взаимодействия $V(r) \propto r^{-4}$. Введенное в рассмотрение формально и со знаком «плюс» в работах Максвелла о взаимной диффузии двух взаимодействующих между собой газов [36] оно приобрело количественно определенный вид поляризационного (1) в работах о подвижности электронов в газообразных средах (Ланжевэн [37], [12–14]), лежит в основе представлений о структуре «snowball» для положительных ионов в сверхтекучем гелии (Аткинс [38]), количественно определяет свойства подвижности «snowball» в слабых растворах ^3He – ^4He

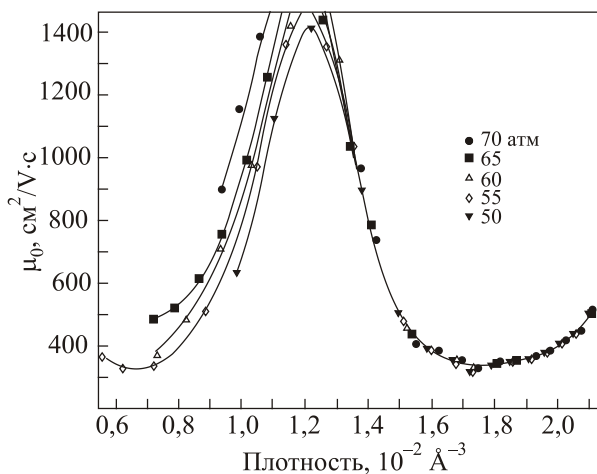


Рис. 14. Подвижность электронов в аргоне при изменении плотности газа [29]. Четко виден экстремум, отвечающий делокализации электронов.

[39,40] и жидких криогенных средах [27–34,41,42]. Известная донор-акцепторная симметрия в идеальной статистике легированных полупроводников [43] (такая симметрия подразумевает модель донора в виде эффективного атома Бора и ее акцепторный аналог с отрицательным ядром и положительными дырками на внешних орбитах кластера) реально не существует. Альтернативой донору может быть нейтральный акцептор, притягивающий к себе электрон силами обменного происхождения. Ориентировочно в этом случае речь идет о взаимодействии (1). Детали статистики с акцепторами на базе взаимодействия (1) пока не исследованы.

1. Н. Massey, *Negative Ions*, Cambridge University (1951).
2. Б. Смирнов, *Отрицательные ионы*, Атомиздат, Москва (1978).
3. J. Jortner and N. Kestner (eds.), *Electrons in Fluids*, Springer, Verlag, Heidelberg (1973).
4. В. Шикин, *УФН* **121**, 457 (1976).
5. А. Храпак, И. Якубов, *Электроны в плотных газах и плазме*, Наука, Москва (1981).
6. *Electronic Excitations in Liquefied Rare Gases*, W.F. Schmidt and E. Illenberger (eds.), American Scientific Publishers, Stevenson Ranch, USA (2005).
7. И.М. Лифшиц, С.А. Гредескул, Л.А. Пастур, *Введение в теорию неупорядоченных систем*, Наука, Москва (1982).
8. E. Fermi, *Nuovo Cimento* **11**, 157 (1934).
9. S. Doniach and E.H. Sondheimer, *Green's Functions for Solid State Physicists*, Imperial College Press (1998).
10. R. Elliot, J. Krumhansl, and P. Leath, *Rev. Mod. Phys.* **46**, 465 (1974).
11. N. Mott and H. Messey, *The Theory of Atomic Collisions*, Oxford (1965).
12. E. Vogt and G. Wannier, *Phys. Rev.* **95**, 1190 (1954).
13. Т. О'Малли, Л. Спруч, and Л. Розенберг, *J. Math. Phys.* **2**, 491 (1961).
14. Т. О'Малли, *Phys. Rev.* **130**, 1020 (1963).
15. J. Levin and T. Sanders, *Phys. Rev.* **154**, 138 (1967).
16. Н. Хасиссон and В. Спрингетт, *Phys. Lett.* **A35**, 73 (1971).
17. Ю. Монарха, *ФНТ* **1**, 526 (1975) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **1**, 267 (1975)].
18. Р. Адамс, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3333 (1990).
19. В. Шикин, *Письма ЖЭТФ* **80**, 472 (2004).
20. А. Al-Omari, К. Altmann, and R. Reiningenr, *J. Chem. Phys.* **105**, 1305 (1996).
21. Л.Д. Ландау, *Квантовая механика*, Физматгиз, Москва (1963).
22. Н. Мотт, Г. Мессе, *Теория атомных столкновений*, Мир, Москва (1960).
23. С. Назин, В. Шикин, *Письма ЖЭТФ* **82**, 255 (2005).
24. J. Meixner and F. Schäfer, *Mathieu'sche Funktionen und Sphäroidfunktionen*, Springer-Verlag, Berlin (1954).
25. А. Храпак, И. Якубов, *ЖЭТФ* **69**, 2042 (1975).
26. I. Jakubov and A. Khrapak. *Chem. Phys. Lett.* **39**, 160 (1976).

27. H. Schnyders, S. Rice, and L. Meyer, *Phys. Rev.* **150**, 127 (1966).
28. S. Huang and G. Freeman, *J. Chem. Phys.* **68**, 1355 (1978).
29. L. Miller, S. Hove, and W. Spear, *Phys. Rev.* **166**, 871 (1968).
30. J. Jahnke, L. Meyer, and S. Rice, *Phys. Rev. A* **3**, 734 (1971).
31. L. Christophorou, R. Blaunstein, and D. Pittman, *Chem. Phys. Lett.* **18**, 509 (1973).
32. S. Huang and G. Freeman, *Phys. Rev. A* **24**, 714 (1981).
33. F. Jacobsen, N. Gee, and G. Freeman, *Phys. Rev. A* **34**, 2329 (1986).
34. C. Evance and G. Findley, *Phys. Rev. A* **72**, 022717 (2005).
35. S. Nazin and V. Shikin, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 166406 (2008).
36. Л. Больцман, *Лекции по теории газов*, Гостехиздат, Москва (1953).
37. P. Langevin, *Ann. Chem. Phys.* **8**, 245 (1905).
38. K. Atkins, *Phys. Rev.* **116**, 1339 (1959).
39. Б. Есельсон, Ю. Ковдря, В. Шикин, *ЖЭТФ* **59**, 64 (1970).
40. R. Bowley and J. Lekner, *J. Phys. C* **3**, L127 (1970).
41. J. Lekner, *Phys. Rev.* **158**, 130 (1967).
42. M. Cohen and J. Lekner, *Phys. Rev.* **158**, 305 (1967).
43. В. Бонч-Бруевич, С. Калашников, *Физика полупроводников*, Наука, Москва (1977).

Negative ions in cryogenic media (Review Article)

V. Shikin and S. Nazin

Discussed is the localization of free electrons injected into a cryogenic medium. These electrons are not bound to gas atoms within the confinement length of the order of Bohr radius but instead can be involved in formation of many-particle complexes «condensons» first introduced and studied by I.M. Lifshits. The formalism is based on the construction of energy $W(a_0, n_g)$ describing electron interaction with the gaseous medium. The energy $W(a_0, n_g)$ is generally non-linear in the gas density n_g . The details of electron interaction with a single atom in the gas approximation are reduced to the characteristic scattering length a_0 which determines both the sign and strength of $W(a_0, n_g)$. The properties of length a_0 are formed by the competition between contact and exchange interaction of electron with the gas atoms. An explicit expression for $W(a_0, n_g)$ allows a uniform description of various effects based on formation of «condensons» of electronic origin observed in cryogenic media. These include formation of bubbles («bubble effect») for $a_0 > 0$ and a possible alternative, the charged gas density enhancement domains, for $a_0 < 0$ where electron plays a collectivizing role. The formalism is in qualitative agreement with direct measurements of the minimal energy V_{inject} (generally non-linear in n_g) required to inject an electron into cryogenic media and other observed consequences.

PACS: Theories and models of many-electron systems.

Keywords: cryogenic gases, scattering length, one-electron bubble, charged cluster, negative ions.