

# Распадная неустойчивость гравитационно-капиллярной волны на поверхности жидкого водорода

М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, И.А. Ремизов

*Институт физики твердого тела РАН, г. Черноголовка, 142432, Россия*

*Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, г. Черноголовка, 142432, Россия*

E-mail: remizov@issp.ac.ru

Статья поступила в редакцию 15 июля 2016 г., опубликована онлайн 24 января 2017 г.

Приведены результаты экспериментальных исследований распадной неустойчивости гравитационно-капиллярных волн на заряженной поверхности жидкого водорода в прямоугольной ячейке, возбуждаемых переменным электрическим полем на частотах в диапазоне 14–30 Гц. Установлено, что рост амплитуд субгармоник, появляющихся в результате распада волны на частоте накачки, происходит по экспоненциальному закону. Из полученных в эксперименте значений инкремента распадной неустойчивости и коэффициента затухания поверхностных волн в прямоугольной ячейке впервые удалось оценить коэффициент трехволнового процесса взаимодействия гравитационно-капиллярных волн в жидком водороде.

Наведено результати експериментальних досліджень розпадної нестійкості гравітаційно-капілярних хвиль на зарядженій поверхні рідкого водню в прямокутній комірці, які збуджені змінним електричним полем на частотах в діапазоні 14–30 Гц. Встановлено, що зростання амплітуд субгармонік, що з'являються в результаті розпаду хвилі на частоті накачування, відбувається за експоненціальним законом. Із отриманих в експерименті значень інкремента розпадної нестійкості та коефіцієнта загасання поверхневих хвиль в прямокутній комірці вперше вдалося оцінити коефіцієнт трьоххвильового процесу взаємодії гравітаційно-капілярних хвиль в рідкому водні.

PACS: 47.27.Gs Изотропная турбулентность; однородная турбулентность.

Ключевые слова: жидкий водород, гравитационно-капиллярные волны, трехволновое взаимодействие, инкремент распадной неустойчивости.

## 1. Введение

Неустойчивость монохроматической волны по отношению к распаду на две другие волны (распадная неустойчивость) — общее свойство нелинейных систем, в которых разрешены трехволновые процессы взаимодействия. В случае степенной зависимости частоты волны от волнового числа  $\omega \sim k^s$  распадная неустойчивость должна проявляться при  $s \geq 1$ . Этому условию удовлетворяют многие системы: капиллярные волны на поверхности глубокой жидкости и спиновые волны в ферромагнетиках [1], второй звук в сверхтекучем гелии [2], свет в оптически нелинейных средах [3].

В данной работе изучена распадная неустойчивость нелинейных гравитационно-капиллярных волн на заряженной поверхности жидкого водорода в прямоугольной ячейке линейными размерами  $a \times b = 40 \times 20$  мм и глубиной  $h = 3,5$  мм, которые возбуждали переменным

электрическим полем при накачке на частотах в диапазоне от 14 до 30 Гц. При проведении измерений температура жидкого водорода поддерживалась постоянной и составляла  $T = 15,6$  К.

Измерения проводили на положительно заряженной поверхности жидкого водорода в растягивающем электрическом поле напряженностью 230 кВ/м, которое частично компенсировало силу гравитационного притяжения на поверхности жидкости.

Капиллярная постоянная жидкого водорода  $\lambda_c = (\sigma / \rho g)^{1/2} \approx 2$  мм сравнима с глубиной сосуда  $h$ , поэтому гравитационные волны, волновой вектор которых удовлетворяет условию  $k\lambda_c \ll 1$ , можно рассматривать как волны на мелкой воде ( $kh \ll 1$ ) с законом дисперсии  $\omega = (gh)^{1/2}k$ . Здесь  $\sigma = 2,7 \cdot 10^{-3}$  Н/м и  $\rho = 76$  кг/м<sup>3</sup> — коэффициент поверхностного натяжения жидкого водорода и его плотность соответственно,  $g$  — ускорение свободного падения. Ранее [4,5] нами

было установлено, что в электрическом поле напряженностью 230 кВ/м и более эта зависимость соответствует низким частотам  $\omega/2\pi < 1$  Гц. Напротив, при высоких частотах, удовлетворяющих условию  $k\lambda_c \gg 1$ , закон дисперсии волн на поверхности жидкого водорода в рабочей ячейке описывается выражением  $\omega = (\sigma/\rho)^{1/2} k^{3/2}$ , соответствующим капиллярным волнам на глубокой воде [1]. Это соотношение выполняется на частотах свыше 50 Гц. В переходной области, на частотах 3–30 Гц, закон дисперсии капиллярно-гравитационных волн близок к линейному с показателем степени  $s \geq 1$  [4]. Таким образом, в данных экспериментах в частотном диапазоне выше 3 Гц спектр поверхностных волн оказываются распадным, т.е. возможно проявление распадной неустойчивости при высоких уровнях монохроматической накачки.

В измерениях, описываемых в работе [4], было отмечено, что при амплитуде гармонической накачки выше некоторой в стационарном спектре колебаний на поверхности жидкого водорода в дополнение к прямому турбулентному каскаду капиллярных волн Колмогорова–Захарова, образуемому основной и кратными гармониками, могут наблюдаться пары несоизмеримых субгармоник, сумма частот которых равна частоте накачки. В настоящей работе впервые исследуется динамика установления и распада гравитационно-капиллярных волн, которые формируются на поверхности жидкого водорода при ступенчатом переключении частоты накачки.

## 2. Методика проведения эксперимента и результаты стационарных наблюдений

Методика эксперимента аналогична использованной ранее в [4,5]. Электрическое поле создавалось при помощи плоского электрода, расположенного над ячейкой на высоте 3,5 мм от плоской невозмущенной поверхности жидкости. Колебания поверхности в диапазоне частот 14–30 Гц возбуждали дополнительным переменным напряжением амплитудой не более 250 В. Колебания поверхности жидкого водорода регистрировали, измеряя переменную составляющую мощности лазерного луча  $P(t)$ , отраженного от поверхности жидкости.

Рисунок 1 иллюстрирует временную зависимость амплитуды колебаний  $P(t)$ , которые первоначально возбуждали гармонической накачкой на частоте  $f_p = 29,4$  Гц, а затем частоту накачки ступенчато понижали до 28,4 Гц (рис. 1(а)). После установления нового стационарного режима частота накачки была вновь повышена до исходной (рис. 1(б)). Амплитуда переменного напряжения накачки составляла  $U_p = 247$  В и не менялась при изменении частоты накачки.

Стационарные спектры переменной составляющей мощности отраженного лазерного луча  $P_\omega^2$ , соответствующие колебаниям поверхности при накачке на частотах  $f_p = 28,4$  Гц и  $f_p = 29,4$  Гц и амплитуде накачки

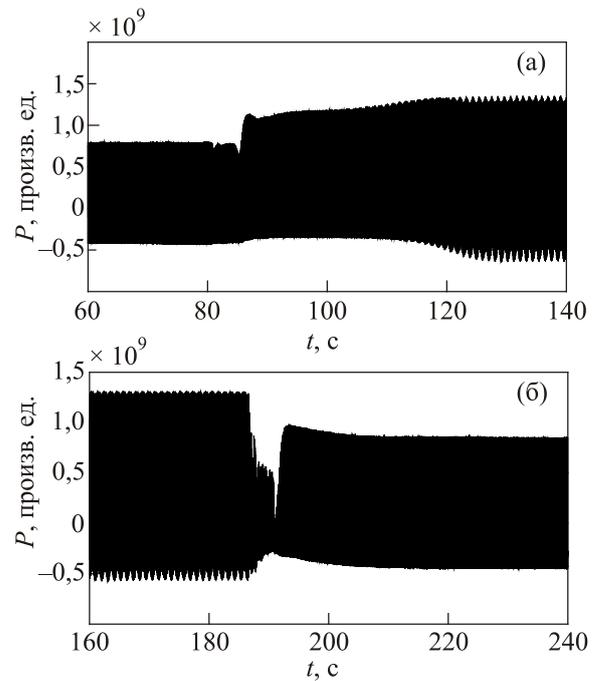


Рис. 1. Изменение переменной составляющей мощности отраженного от поверхности жидкости лазерного луча  $P(t)$  при ступенчатом понижении частоты накачки  $f_p$  с 29,4 до 28,4 Гц на 79-й секунде после начала записи сигнала (а) и последующем ступенчатом повышении частоты накачки до исходного значения на 185-й секунде (б). Амплитуда накачки  $U_p = 247$  В.

$U_p = 247$  В, приведены на рис. 2. Как показал эксперимент, при переключении частоты накачки с 29,4 до 28,4 Гц и обратно (рис. 1) приводимые на рис. 2 частотные зависимости  $P_\omega^2$  хорошо воспроизводятся.

При интенсивной накачке на частоте  $f_p = 29,4$  Гц кратные гармоники формируют прямой турбулентный каскад капиллярных волн. Частотная зависимость амплитуд пиков на графике в диапазоне  $10^2$ – $10^4$  Гц близка к предсказываемой теорией и численным моделированием [6] степенной зависимости  $P_\omega^2 \sim \omega^{-21/6}$ , реализующейся при узкополосной накачке.

При накачке на частоте  $f_p = 28,4$  Гц в стационарном спектре колебаний помимо кратных гармоник обнаруживается серия несоизмеримых низкочастотных субгармоник. На графике стрелками указаны пики, которые соответствуют колебаниям на частотах  $f_1 = 18,7$  Гц,  $f_2 = 9,8$  Гц и  $f_3 = 1,0$  Гц. Как было показано в [4], появление субгармоник  $f_1$  и  $f_2$  можно связать с проявлением распадной неустойчивости волны, возбуждаемой на частоте накачки  $f_p \Rightarrow f_1 + f_2$ , а появление субгармоники  $f_3$  может быть связано с четырехволновым процессом  $f_2 + f_2 \Rightarrow f_1 + f_3$ .

Кроме того, нелинейное взаимодействие субгармоник и кратных гармоник приводит к появлению в прямом турбулентном каскаде дополнительных комбинационных гармоник  $f = \pm n f_1 \pm m f_2$  ( $n, m$  — натуральные

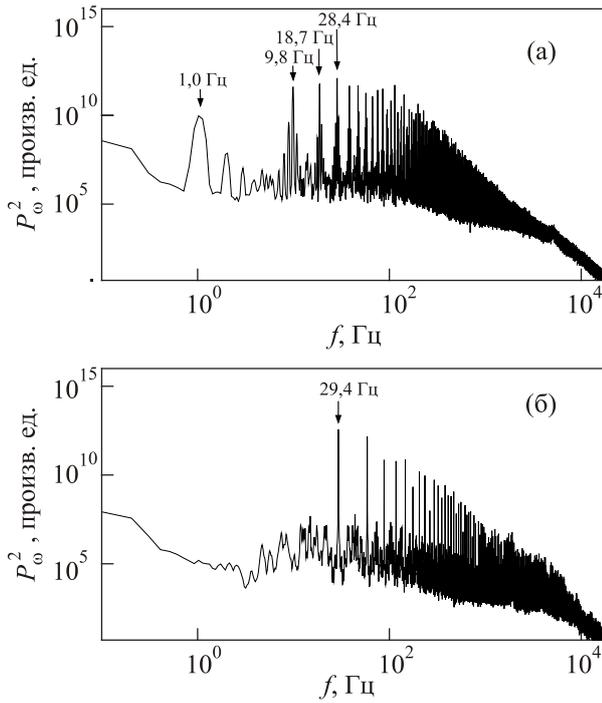


Рис. 2. Стационарные спектры колебаний поверхности  $P_{\omega}^2$ : частота накачки  $f_p = 28,4$  Гц (а),  $f_p = 29,4$  Гц (б). Стрелками указано положение пиков, соответствующих гармонике на частоте накачки  $f_p$  и субгармоникам  $f_1 = 18,7$  Гц,  $f_2 = 9,8$  Гц и  $f_3 = 1,0$  Гц.

числа), которые заполняют в спектре интервалы между кратными гармониками волны на частоты накачки.

### 3. Исследование переходных процессов

Динамика нарастания и затухания амплитуд субгармоник  $P_{\omega}(t)$  в переходном режиме при переключении накачки с одной частоты на другую показана на рис. 3. На рис. 3(а), (б) видно, что при понижении частоты накачки с 29,4 до 28,4 Гц на 79-й секунде от начала записи сигнала амплитуды субгармоник  $f_1$  и  $f_2$  растут экспоненциально со временем  $P_{\omega}(t) \sim \exp(\Gamma t)$  и достигают максимума с задержкой в десятки секунд по сравнению с волнами на частоте накачки и их гармониками в прямом капиллярном каскаде. Времена нарастания субгармоник  $\Gamma^{-1}$ , полученные аппроксимацией графиков на рис. 3, составляют 5,2 с для  $f_1$  и 5,1 с для  $f_2$ . Подобным же образом ведут себя амплитуды комбинационных частот в прямом каскаде, что подтверждает природу их появления — нелинейное взаимодействие субгармоник  $f_1, f_2$  с волной, возбуждаемой на частоте накачки и ее кратными гармониками.

Затухание субгармоник  $f_1$  и  $f_2$  после переключения частоты накачки на исходную на 185-й секунде от начала записи сигнала также происходит по экспоненциальному закону  $P_{\omega}(t) \sim \exp(-\gamma t)$ , при этом характерное

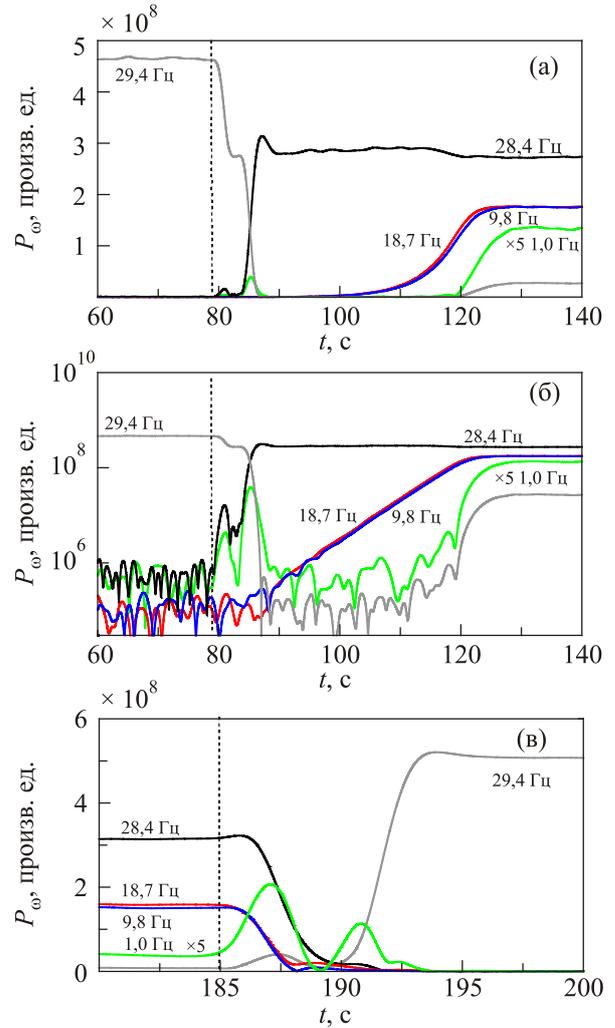


Рис. 3. (Онлайн в цвете) Временные зависимости амплитуд гармоник  $P_{\omega}$  при ступенчатом понижении частоты накачки с 29,4 до 28,4 Гц в линейных (а) и полулогарифмических (б) координатах и при обратном изменении частоты накачки (в). Амплитуда субгармоники  $f_3 = 1,0$  Гц увеличена в пять раз для наглядности. Вертикальная пунктирная прямая отмечает момент изменения частоты накачки. Характерные времена нарастания субгармоник  $f_1 = 18,7$  Гц и  $f_2 = 9,8$  Гц составляют 5,2 и 5,1 с, времена затухания 1,4 и 1,6 с соответственно.

время затухания субгармоник  $\gamma_1^{-1} = 1,4$  с и  $\gamma_2^{-1} = 1,6$  с сравнимо с временем затухания волны на частоте накачки  $f_p = 28,4$  Гц.

### 4. Обсуждение результатов динамических измерений

Как видно на приведенных рисунках, в переходном режиме после понижения частоты накачки с 29,4 до 28,4 Гц характерные времена нарастания амплитуд субгармоник и комбинационных волн и время установления стационарного режима колебаний поверхности заметно превосходят время затухания этих же волн после ступенчатого повышения частоты накачки до

исходной 29,4 Гц. Аналогичные зависимости наблюдались при накачке на других резонансных частотах колебаний поверхности жидкого водорода в экспериментальной ячейке в диапазоне 14–30 Гц.

Можно предположить, что основную роль в затухании поверхностных волн играют вязкие потери при движении жидкости в сосуде конечных размеров. На рис. 4 приведена расчетная зависимость времени затухания от частоты волны. Полные потери обусловлены суммой вкладов объемного затухания  $\tau_v^{-1} = 2\nu k^2$  (график 1) и трения жидкости о дно и стенки сосуда шириной  $a$  и глубиной  $h$  [7] (график 2):

$$\tau_S^{-1} = \frac{a+2h}{2\sqrt{2}ah} \sqrt{\nu\omega}, \quad (1)$$

где  $\nu = 2,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$  — кинематическая вязкость жидкого водорода,  $k$  — волновое число, рассчитанное из закона дисперсии гравитационно-капиллярных волн на заряженной поверхности жидкости в постоянном электрическом поле. Формула (1) была выведена в [7] в предположении, что длина волны больше глубины сосуда, поэтому она справедлива только для низкочастотных волн в нашей ячейке при  $\omega/2\pi < 15$  Гц. Как видно на рис. 4, экспериментальные данные неплохо согласуются с расчетными значениями времени вязкого затухания  $\tau = 1/(\tau_v^{-1} + \tau_S^{-1})$ . Заметим, что основной вклад в затухание волн вносит трение о дно и стенки сосуда.

По найденным из эксперимента значениям декрементов затухания субгармоник  $\gamma_{1,2}$  и инкремента их нара-

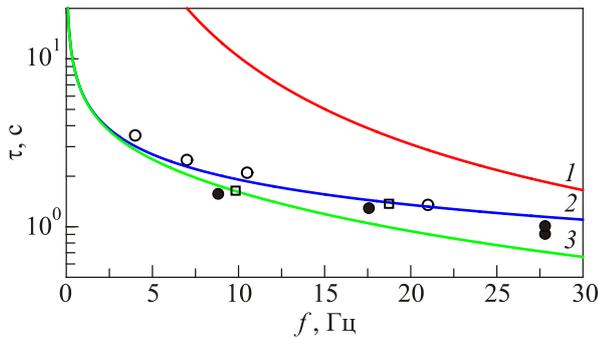


Рис. 4. Частотная зависимость времени затухания гравитационно-капиллярных волн на поверхности жидкого водорода в прямоугольной ячейке. Кривая 1 — затухание за счет вязких потерь в объеме  $\tau_v$ , 2 — вклад трения жидкости о дно и стенки ячейки  $\tau_S$ , 3 — полное время затухания волн  $\tau = 1/(\tau_v^{-1} + \tau_S^{-1})$ ; квадраты — найденные из эксперимента значения времени затухания субгармоник  $f_1$  и  $f_2$ . Для сравнения на рисунке приведены значения времени затухания волн на поверхности жидкого водорода, измеренные ранее в работе [9] в цилиндрической ячейке диаметром 60 мм и глубиной 6 мм (открытые кружки) и в ячейке диаметром 30 мм и глубиной 3 мм (заполненные кружки).

тания  $\Gamma_{1,2}$  можно оценить время и коэффициент нелинейного взаимодействия волн. Как видно на рис. 3(а), амплитуда гармоники на частоте накачки во время возрастания амплитуд субгармоник приблизительно остается постоянной. В таком случае при распаде этой волны амплитуды субгармоник должны нарастать по экспоненциальному закону  $b_{1,2} \sim \exp(\Gamma t)$ , и инкремент распадной неустойчивости  $\Gamma$  определяется выражением [8]

$$2\Gamma = -(\gamma_1 + \gamma_2) + \sqrt{B + \sqrt{B^2 + 2(\Delta\gamma\Delta\omega)^2}},$$

где

$$2B \equiv 4|Vb_p|^2 + (\Delta\gamma)^2 - (\Delta\omega)^2, \\ \Delta\gamma = \gamma_1 - \gamma_2, \quad \Delta\omega = \omega_1 + \omega_2 - \omega_p,$$

$V$  — коэффициент нелинейного взаимодействия волн,  $b_p$  — угловая амплитуда волны на частоте накачки. Учитывая, что  $\gamma_1 \approx \gamma_2$ , и полагая  $\Delta\omega \approx 0$ , для инкремента неустойчивости получаем

$$\Gamma = Vb_p - \gamma. \quad (2)$$

Слагаемое  $Vb_p$  здесь можно рассматривать как обратное нелинейное время  $\tau_{nl}$  трехволнового процесса  $f_p \Rightarrow f_1 + f_2$ . Подставляя в выражение (2)  $\Gamma = (\Gamma_1 + \Gamma_2)/2 \approx 0,19 \text{ с}^{-1}$  и  $\gamma = (\gamma_1 + \gamma_2)/2 \approx 0,67 \text{ с}^{-1}$ , получаем  $Vb_p \approx 0,86 \text{ с}^{-1}$ , и нелинейное время  $\tau_{nl} = (Vb_p)^{-1} \approx 1,2 \text{ с}$ , т.е. в условиях нашего эксперимента нелинейное время взаимодействия волн несколько меньше времени их вязкого затухания.

Оцениваемая по экспериментальным данным угловая амплитуда волны  $b_p$  на частоте накачки  $f_p = 28,4$  Гц приблизительно равна 0,01 рад, отсюда можно оценить, что коэффициент нелинейного взаимодействия волн  $V \approx 86 \text{ с}^{-1}$ , что неплохо согласуется с теоретической оценкой значения этого коэффициента  $V \sim \sigma^{1/2} \rho^{-1/2} k^{3/2} \sim 180 \text{ с}^{-1}$  [1] для капиллярных волн на поверхности жидкого водорода, рассчитанной по известным значениям вязкости и плотности жидкости.

## 5. Заключение

Таким образом, в данной работе экспериментально изучена динамика роста и затухания субгармоник, которые формируются на заряженной поверхности жидкого водорода вследствие распадной неустойчивости гравитационно-капиллярной волны. В согласии с предсказаниями теории на начальном этапе амплитуды субгармоник нарастают экспоненциально во времени. Характерное время роста амплитуд субгармоник в несколько раз превышает характерное время вязкого затухания волн, которое в основном определяется трением о дно и стенки сосуда. Рассчитанное по экспериментальным данным время нелинейного взаимодействия гравитационно-капиллярных волн на частотах

10–30 Гц при угловых амплитудах колебаний около 0,01 рад оказалось меньше или сравнимо со временем вязкого затухания волн.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №14-22-00259.

1. V.E. Zakharov, V.S. Lvov, and G. Falkovich, *Kolmogorov Spectra of Turbulence I, Wave Turbulence*, Springer-Verlag, Berlin (1992).
2. V.B. Efimov, A.N. Ganshin, G.V. Kolmakov, P.V.E. McClintock, and L.P. Mezhev-Deglin, *Eur. Phys. J. Special Topics* **185**, 181 (2010).
3. M. Onorato, S. Residori, U. Bortolozzo, A. Montina, and F.T. Arecchi, *Phys. Rep.* **528**, 47 (2013).
4. М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, И.А. Ремизов, *Письма в ЖЭТФ* **100**, 754 (2014) [*JETP Lett.* **100**, 669 (2014)].
5. М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, *Приборы и Техника Эксперимента* **45**, 31 (2002) [*Instrum. Exp. Tech.* **45(6)**, 758 (2002)].
6. Г.Е. Фалькович, А.В. Шафаренко, *ЖЭТФ* **94**, 172 (1988) [*Sov. Phys. JETP* **67**, 1393 (1988)].
7. L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Fluid Mechanics, Course of Theoretical Physics*, Vol. 6, Pergamon Press (1987).
8. В.С. Львов, *Лекции по физике нелинейных явлений*, НГУ, Новосибирск (1977).
9. М.Ю. Бражников, Г.В. Колмаков, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, А.Н. Сильченко, P.V.E. McClintock, *Письма в ЖЭТФ* **80**, 99 (2004) [*JETP Lett.* **80**, 90 (2004)].

## Decay instability of the gravity-capillary waves on the surface of liquid hydrogen

M.Yu. Brazhnikov, A.A. Levchenko,  
L.P. Mezhev-Deglin, and I.A. Remizov

We report the observations of the decay instability of the gravity-capillary waves on the charged surface of liquid hydrogen excited in the square cell at the frequency range of 14–30 Hz. It is established that the growth of the amplitudes of sub-harmonics caused by the three-wave decay of the wave at the pumping frequency occurs under the exponential law. From the obtained experimental values of the increment of decay instability and attenuation coefficient of surface waves in the rectangular cell we could estimate for the first time the coefficient for the three-wave interaction of the gravity-capillary waves in liquid hydrogen.

PACS: 47.27.Gs Isotropic turbulence; homogeneous turbulence.

Keywords: liquid hydrogen, gravity-capillary waves, three-wave interaction, increment of decay instability.