Присоединенная масса при колебаниях кварцевого камертона в He II

И.А. Гриценко, К.А. Михайленко, С.С. Соколов, Г.А. Шешин

Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина E-mail: klokol@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 13 июля 2016 г., опубликована онлайн 24 января 2017 г.

Проведены экспериментальные исследования присоединенной массы, вызванной колебаниями ножек камертонов в Не II. Использовались камертоны с резонансными частотами 6,7, 8,5, 12,1, 25 и 33 кГц. Коэффициент присоединенной массы — отношение присоединенной массы к массе вытесненной камертоном жидкости — определялся по измерениям резонансных частот камертонов в зависимости от температуры и давления. Исследования проведены в области температур от 2,2 К до 0,1 К. Зависимости резонансных частот камертона от давления получены при постоянной температуре 0,365 К в области давлений от 1 атм до 24,8 атм. Показано, что в области температур ниже 0,7 К, где вязкость Не II пренебрежимо мала, резонансная частота колебаний камертона определяется присоединенной массой жидкости. Установлено, что измерения резонансных частот в зависимости от давления позволяют определять коэффициент присоединенной массы с точностью почти на порядок выше, чем при определении из температурных зависимостей. Обнаружено, что коэффициент присоединенной массы зависит от частоты и уменьшается с увеличением частоты.

Проведено експериментальні дослідження приєднаної маси, яка викликана коливаннями ніжок камертонів в Не ІІ. Використовувалися камертони з резонансними частотами 6,7, 8,5, 12,1, 25 і 33 кГц. Коефіцієнт приєднаної маси — відношення приєднаної маси до маси витісненої камертоном рідини — визначався за вимірюваннями резонансних частот камертонів залежно від температури і тиску. Дослідження проведено в області температур від 2,2 К до 0,1 К. Залежності резонансних частот камертона від тиску отримано при постійній температурі 0,365 К в області тисків від 1 атм до 24,8 атм. Показано, що в області температур нижче 0,7 К, де в'язкість Не ІІ нехтовно мала, резонансна частота коливань камертона визначається приєднаною масою рідини. Встановлено, що виміри резонансних частот залежно від тиску дозволяють визначати коефіцієнт приєднаної маси з точністю майже на порядок вище, ніж при визначенні з температурних залежностей. Виявлено, що коефіцієнт приєднаної маси залежить від частоти і зменшується зі збільшенням частоти.

PACS: *67.25.dg* Транспорт, гидродинамика и сверхтекучие потоки; *67.25.dm* Двухжидкостная модель, феноменология.

Ключевые слова: кварцевый камертон, ламинарное течение, баллистическое рассеяние, присоединенная масса.

1. Введение

Для изучения различных кинетических и термодинамических свойств Не II активно используется методика колеблющегося тела, погруженного в исследуемую жидкость. Одни из первых исследований Не II с использованием методики торсионных колебаний стопки дисков были проведены в 1946 г. [1,2], когда впервые была измерена температурная зависимость плотности нормальной компоненты Не II. Позднее в [3,5] эта же методика использовалась для изучения температурной зависимости вязкости 4 Не, как выше, так и ниже T_λ . Данный метод оказался высоко чувствительным и информативным, что дало толчок к быстрому распространению методов, использующих другие колеблющиеся тела, погруженные в Не II. Так, в последующие годы исследования проводились с торсионными колебаниями цилиндра [5,6] и сферы [7,8], измерялись плотность нормальной компоненты и вязкость Не II. Кроме того, в эти же годы с помощью измерений на торсионно осциллирующих дисках

[9], погруженных во вращающийся Не II, было показано, что при скоростях колебаний диска или вращения выше критических появляется дополнительная сила взаимного трения [10], вызванная рассеянием нормальной компоненты квантованными вихрями. Позднее с помощью вертикально натянутой колеблющейся проволочки во вращающемся Не II был измерен одиночный квант циркуляции сверхтекучей жидкости [11].

Одновременно с этим началось развитие новых резонансных методов исследований с использованием изгибных колебаний тел, погруженных в сверхтекучую жидкость, таких как проволочки [11,12], сеточки [13], изогнутая проволочка [14–19], сфера, закрепленная на гибком стержне [20]. В это же время появилась новая, уникальная методика, использующая магнитную микросферу, левитирующую между сверхпроводящими обкладками конденсатора и совершающую колебания с заданной частотой [21,22]. Если вначале исследовались только свойства ⁴He [1–8,12], то в дальнейшем данные методики стали активно применяться для изучения перехода от ламинарного к турбулентному течению Не II [9,10,13–22].

Все используемые колеблющиеся тела имели простую форму, и это позволяет построить теоретические модели их движения и движения окружающей их жидкости. В последнее время популярность завоевал новый метод — колеблющегося кварцевого камертона, погруженного в Не II [23-31]. Используемые камертоны имеют две прямоугольные ножки, колеблющиеся в противофазе. Этот метод оказался простым и высокочувствительным. Кроме того, при ламинарном режиме течения поведение камертона описывается простыми эмпирическими выражениями [24,32,33]. Метод кварцевого камертона имеет существенную особенность: часть мощности, затрачиваемой на возбуждение колебаний ножек, расходуется на возбуждение акустической волны [34]. В то же время влияние излучения звука можно минимизировать. Для этого уменьшают размер камертона, понижают его резонансную частоту и устанавливают камертон в цилиндрическую ячейку с диаметром $D << \lambda$, где λ — длина волны звука в He II [31,33]. Такие условия выполнимы, и многие работы, встречающиеся в литературе, выполнены с минимальным влиянием акустического излучения.

В упомянутых работах, с помощью колеблющихся тел в основном исследуется диссипация кинетической энергии колебаний по зависимости скорости колебаний от прикладываемой силы или по ширине резонансной кривой.

Одной из важных характеристик резонансных методов является резонансная кривая. Ее форма и частота резонансов зависит как от диссипации кинетической энергии колеблющегося тела, так и от плотности сверхтекучей жидкости, в которую тело погружено, точнее от массы жидкости m_0^* , увлекаемой колеблющимся телом (присоединенная масса). При условии малой диссипации резонансная частота в основном определяется присоединенной массой жидкости, являющейся важной характеристикой колебательного процесса. Измерения m_0^* при колебаниях тела, погруженного в Не II, были проведены в [20,24,31,33]. Однако до сих пор не было исследовано поведение присоединенной массы при различных скоростях колебания ножек камертона и не изучалось влияние температуры и давления на ее величину при различных частотах и T < 1 K.

В настоящей работе изучается поведение присоединенной массы Не II, увлекаемой колеблющимся камертоном, при температурах от 2,2 К до 0,1 К. При T=365 мК исследуется влияние давления на величину m_0^* . Настоящая работа является продолжением работ [32,33], в которых изучались различные механизмы диссипации кинетической энергии колеблющегося камертона, погруженного в Не II.

2. Методика измерений

Методика кварцевого камертона подробно описана ранее в работах [23–35]. Кварцевые камертоны, используемые для определения m_0^* , были предоставлены нам группой из университета Ланкастера, первые исследования таких камертонов были выполнены в работе [35]. Порядковый номер каждого из камертонов и конструкция ячейки такие же, как в работе [32]. Геометрические размеры и основные характеристики камертонов приведены в табл. 1.

В экспериментах измерялась резонансная частота камертонов в вакууме f_{0V} и резонансная частота камертонов f_0 , погруженных в Не II. Измерения в Не II проводились в два этапа. Вначале измерялась темпера-

Таблица 1. Основные параметры используемых камертонов

Номер камертона	$L, 10^{-3} \text{ M}$	$H, 10^{-3} \text{ M}$	$M, 10^{-3} \text{ M}$	$D, 10^{-3} \text{ M}$	f_{0V} , Гц	Δf_1 , Гц	<i>a</i> , Кл/м
К24	3,5	0,09	0,075	0,09	6651,62	0,0097	4,4 10 ⁻⁷
K25	3,1	0,09	0,075	0,09	8464,93	0,021	$5,3 \ 10^{-7}$
К26	2,6	0,09	0,075	0,09	12067,22	0,021	$5.9 \cdot 10^{-7}$
К28	1,8	0,09	0,075	0,09	24963,71	0,035	$8,7 \cdot 10^{-7}$
К29	1,55	0,09	0,075	0,09	33565,50	0,046	$7,1 \ 10^{-7}$

Примечание: L, H, M, D — длина, ширина, толщина и расстояние между ножками камертона соответственно; f_{0V} и Δf_1 — резонансная частота и ширина резонанса в вакууме, a — постоянная камертона.

турная зависимость резонансной частоты каждого камертона в интервале температур от 2,2 до 0,1 К при давлении насыщенного пара. Температурная зависимость резонансных частот камертонов измерялась при медленном увеличении температуры со скоростью около 8 мкК/с. Температура измерялась термометром сопротивления RuO_2 , погруженным в исследуемую жидкость. Затем температура исследуемого He II стабилизировалась при $T=365\,$ мК (стабильность температуры составляла $\pm 5\,$ мК) и проводились измерения резонансной частоты камертонов при повышенных давлениях от 1 до 24,8 атм. Методика измерений при повышенных давлениях была описана в [33].

Так же, как и в работе [33] измеренные резонансные частоты различных камертонов использовались для определения коэффициента пропорциональности β между массой вытесненной телом жидкости $m_0 = \rho LMH$ и присоединенной массой $m_0^* = \beta m_0$, где β является коэффициентом присоединенной массы [36].

3. Определение коэффициента присоединенной массы

Как показано в [24], резонансная частота колеблющегося камертона и эффективная масса связаны эмпирическим выражением:

$$\left(\frac{f_{0V}}{f_0}\right)^2 = \frac{m_q + m^*}{m_q} = 1 + \beta \frac{\rho V}{m_q} + B \frac{\rho_n S\delta}{m_q}, \quad (1)$$

где ρ — полная плотность и ρ_n — плотность нормальной компоненты He II (в случае обычных жидкостей или газов вместо ρ_n используется ρ); V, S — объем и площадь поверхности ножки камертона, m_q = $0,2427\rho_q LHM$ — эффективная масса ножки камертона [24], ρ_q = 2659 кг/м 3 — плотность кварца и B —

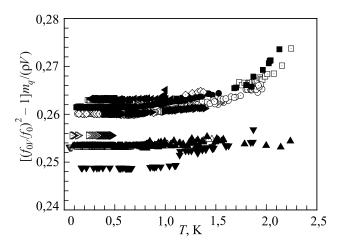


Рис. 1. Температурные зависимости $[(f_0\nu/f_0(T))^2 -1](m_q/\rho V)$ для различных камертонов, полученные в разных экспериментах: К24 (●,■); К25 (□,○,◇); К26 (▶,◀); К28 (△,∇); К29 (▲▼).

подгоночная постоянная, зависящая от геометрии. Таким образом, оказывается, что в уравнение (1) входит масса $m^*=m_0^*+m_\delta$, где m_0^* — присоединенная масса жидкости, $m_\delta=\rho_n S\delta$ — масса жидкости в пристеночном слое, увлекаемом колеблющейся ножкой камертона за счет вязкого трения и имеющем толщину порядка глубины проникновения вязкой волны $\delta=\sqrt{2\nu/\omega}$. Таким образом, отличие m^* от m_0^* обусловлено вязкими силами.

Для сопоставления экспериментальных данных, полученных с помощью различных камертонов, выражение (1) можно привести к более удобному виду [33]:

$$\left[\left(\frac{f_{0V}}{f_0(T)} \right)^2 - 1 \right] \frac{m_q}{\rho V} = \beta \left[1 + \frac{B}{\beta} \frac{\rho_n S \delta}{\rho V} \right] = \beta \left[1 + \frac{B}{\beta} \frac{m_\delta}{m_0} \right]. \quad (2)$$

Преимущество выражения (2) заключается в том, что в левой части равенства находятся хорошо известные величины (m_q , ρ , V) и измеренные в эксперименте частоты, а в правой части — обе неизвестные подгоночные постоянные (β и B) и δ , которые можно рассчитать с помощью данных работы [28,37].

Температурная зависимость левой части выражения (2) приведена на рис. 1. Экспериментальные данные получены в ходе нескольких экспериментов. Разброс экспериментальных данных в основном зависит от точности измерения частоты. На рисунке видно, что от эксперимента к эксперименту относительное изменение частоты составляют $\pm 2\cdot 10^{-4}$, что приводит к ошибке определения величины, стоящей в правой части равенства, на уровне ±1%. Кроме того, на результат измерений может повлиять остаточное давление в ячейке перед началом ее охлаждения и стабильность работы рефрижератора растворения. На рис. 1 видно, что при T > 1 К исследуемая величина увеличивается с температурой приблизительно на 10 % при росте от T до T_{λ} . При T < 1 К для различных камертонов обе части равенства (2) перестают зависеть от температуры. Причиной является то, что второе слагаемое в квадратных скобках правой части выражения (2), определяющееся вязким трением, будучи всегда меньше 1, сильно уменьшается с уменьшением T, то есть $m_\delta \to 0$ за счет быстрого уменьшения ρ_n с температурой $(\rho_n \sim T^4)$. Кроме того, при T < 0.7 К наступает баллистический режим рассеяния тепловых возбуждений в сверхтекучей жидкости [22,28,31,32], и понятие гидродинамической вязкости (третье слагаемое правой части (1)), теряет физический смысл, оставаясь справедливым только в гидродинамическом пределе (T > 0.7 K). Таким образом, экспериментальные данные при T < 0.7 K дают возможность определить постоянную величину В. Для идеальной жидкости, как и для Не II при $T \to 0$, постоянная β есть коэффициент присоединенной массы. Как показали результаты измерений, в зависимости от частоты камертона при T < 0.7 К величина β изменяется от 0,263 для

камертона с частотой основной моды $f_0=6,6$ к Γ ц до 0,249 для камертона с $f_0=33$ к Γ ц. Отметим, что в табл. 2 работы [35] при T>1,5 К приведены экспериментально определенные значения $\beta=0,265$ для камертонов с $f_0=6,757$ к Γ ц и $\beta=0,243$ для $f_0=159,361$ к Γ ц. Заметим, что в работе [33] для камертонов больших геометрических размеров и $f_0=31,95$ к Γ ц, измеренных тем же способом, что и в данной работе, величина $\beta=0,2$. Таким образом, измерения, приведенные в настоящей работе, хорошо согласуются с данными работ [33,35].

4. Определение коэффициента присоединенной массы по зависимости частоты резонанса камертона от давления

Как было показано в [33], коэффициент присоединенной массы можно измерять при достаточно низкой постоянной температуре и разных значениях давления жидкости. В этом случае с увеличением давления растет плотность ⁴Не, но при этом β должно оставаться постоянным в области T < 0.7 K, где входящие в определение В массы одинаково зависят от давления. В настоящей работе при T = 365 мК были проведены измерения резонансных частот камертонов, из которых можно определить В в широком диапазоне давлений от 1 до 24,8 атм. Полученные зависимости $\beta(P)$ приведены на рис. 2. Усредненное значение β для каждого камертона показано пунктирной линией. Для камертонов К26 и К28 данные различных наших экспериментов хорошо совпадают между собой. Точность значений β , определяемых из зависимости от давления, на порядок выше, что в случае температурных зависимостей и составляет ±0,1%. Кроме того, на рис. 2 видно, что для всех камертонов с различными резонансными частотами при низких давлениях наблюдается рост коэффициента присоединенной массы. Такое поведение является неожиданным, непонятным и требующим дополнительных исследований.

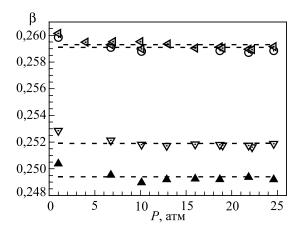


Рис. 2. Зависимость коэффициента присоединенной массы от давления для камертонов с различной резонансной частотой: K25 (○); K26 (△); K28 (∇); K29 (▲). Пунктирные линии — усредненное значение по всем давлениям для каждого камертона.

5. Зависимость коэффициента присоединенной массы от резонансных частот камертонов

Обнаруженные в наших экспериментах зависимости коэффициента присоединенной массы от частоты колебаний ножек камертона приведены на рис. 3. Видно, что разброс данных, построенных по результатам экспериментов на рис. 1, существенно больше, чем ошибка порядка размера символа при определении β из зависимости от давления. Также видно, что коэффициент присоединенной массы уменьшается с увеличением частоты. Такая частотная зависимость коэффициента β в настоящее время не имеет объяснения. Можно предполагать, что она может быть связана с влиянием ускорения в данном интервале частот на величину присоединенной массы.

Заключение

Методом колеблющегося камертона, погруженного в Не II, экспериментально исследована зависимость коэффициента присоединенной массы от температуры и давления в широком диапазоне резонансных частот колебаний кварцевого камертона. Обнаружено, что при $T\!<\!0.7~\rm K$ влияние вязкости становится пренебрежимо малым, что позволяет определять коэффициент присоединенной массы непосредственно из измерений резонансных частот. Кроме того, обнаружено, что при температуре $0.365~\rm K$ β зависит от частоты колебаний, причем чем выше частота колебаний, тем меньше β .

Авторы благодарят В.К. Чаговца за полезные дискуссии. Мы также признательны группе сверхнизких температур из университета Ланкастер (Великобритания) за предоставленные кварцевые камертоны. Исследования были частично поддержаны научно-исследовательским молодежным проектом НАН Украины (№ 5/H-2015).

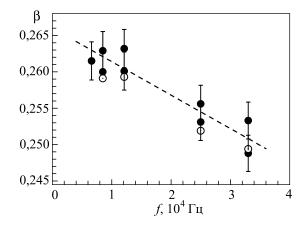


Рис. 3. Частотные зависимости коэффициента присоединенной массы, определенные из температурной зависимости (●) и зависимости от давления (○). Пунктирная линия проведена по температурным экспериментальным данным.

- 1. E.L. Andronikashvili, Zh. Eksp. Tear. Fiz. 16, 780 (1946).
- 2. E.L. Andronikashvili, Zh. Eksp. Tear. Fiz. 18, 424 (1948).
- 3. A. de Troyer, A. van Itterbeek, and G.J. van Den Berger, *Physica XVII* 1, 50 (1951).
- 4. A.C. Hollis Hallett, Proc. Roy. Soc. A 210, 404 (1952).
- W.J. Heikkila and A.C. Hollis Hallett, *Can. J. Phys.* 33, 420 (1955).
- 6. B. Welber, Phys. Rev. 119, 1866 (1960).
- 7. C.B. Benson and A.C. Hollis Hallett, *Can. J. Phys.* **34**, 668 (1956).
- 8. Б.Н. Есельсон, О.С. Носовицкая, Л.А. Погорелов, В.И. Соболев, *ЖЭТФ* **31**, 34 (1980).
- 9. W.F. Vinen, Proc. R. Soc. London A 245, 546 (1958).
- 10. C.J. Gorter and J.H. Mellink, *Physica* **15**, 285 (1949).
- 11. W.F. Vinen, Proc. R. Soc. London A 260, 218 (1961).
- 12. J.T. Tough, W.D. McCormick, and J.G. Dash, *Phys. Rev.* **132**, 2373 (1963).
- 13. M.I. Morrell, M. Sahraoui-Tahar, and P.V.E. McClintock, *J. Phys. E* **13**, 350 (1980).
- W. Ruesink, J.P. Harrison, and A. Sachrajda, *J. Low Temp. Phys.* 70, 393 (1988).
- 15. D.I. Bradley and R. Oswald, *J. Low Temp. Phys.* **80**, 89 (1990).
- 16. R. König and F. Pobell, Phys. Rev. Lett. 71, 2761 (1993).
- 17. D.I. Bradley, Phys. Rev. Lett. 84, 1252 (2000).
- 18. S.N. Fisher A.J. Hale, A.M. Guénault, and G.R. Pickett, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 244 (2001).
- 19. H. Yano, A. Handa, H. Nakagava, K. Obara, O. Ishikava, T. Hata, and N. Nakagava, *J. Low Temp. Phys.* **138**, 561 (2005).
- 20. J. Luzuriaga, J. Low Temp. Phys. 108, 267 (1997).
- H. Barowski, K. M. Sattler, and W. Schoepe, *J. Low Temp. Phys.* 93, 85 (1993).
- 22. M. Niemetz and W. Schoepe, *J. Low Temp. Phys.* **135**, 447 (2004).
- 23. D.O. Clubb, O.V.L. Buu, R.M. Bowley, R. Nyman, and J.R. Owers-Bradley, *J. Low Temp. Phys.* **136**, 1 (2004).
- R. Blaauwgeers, M. Blažková, M. Človečko, V.B. Eltsov, R. de Graaf, J. Hosio, M. Krusius, D. Schmoranzer, W. Schoepe, L. Skrbek, P. Skyba, R.E. Solntsev, and D.E. Zmeev, J. Low Temp. Phys. 146, 537 (2007).
- 25. A.P. Sebedash, J.T. Tuoriniemi, E.M.M. Pentti, and A.J. Salmela, *J. Low Temp. Phys.* **150**, 181 (2008).
- 26. E.M. Pentti, J.T. Tuoriniemi, A.J. Salmela, and A.P. Sebedash, *J. Low Temp. Phys.* **150**, 555 (2008).
- D.I. Bradley, M. Člověcko, E. Gažo, and P. Skyba, *J. Low Temp. Phys.* **152**, 147 (2008).
- 28. Г.А. Шешин, А.А. Задорожко, Э.Я. Рудавский, В.К. Чаговец, Л. Скрбек, М. Блажкова, *ФНТ* **34**, 1111 (2008) [Low Temp. Phys. **34**, 875 (2008).
- D.I. Bradley, M.J. Fear, S.N. Fisher, A.M. Guenault, R.P. Haley, C.R. Lawson, P.V.E. McClintock, G.R. Pickett, R. Schanen, V. Tsepelin, and L.A. Wheatland, *J. Low Temp. Phys.* 156, 116 (2009).
- 30. Marcel Člověcko, Emil Gažo, Martin Kupka, Maroš Skyba, and Peter Skyba, *J. Low Temp. Phys.* **162**, 669 (2011).

- 31. И.А. Гриценко, А.А. Задорожко, А.С. Неонета, В.К. Чаговец, Г.А. Шешин, *ФНТ* **37**, 695 (2011) [*Low Temp. Phys.* **37**, 551 (2011)].
- 32. И.А. Гриценко, К.А. Клокол, С.С. Соколов, Г.А. Шешин, *ФНТ* **42**, 28 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 21 (2016)].
- 33. I. Gritsenko, A. Zadorozhko, and G. Sheshin, *J. Low Temp. Phys.* **171**, 194 (2013).
- D. Schmoranzer, M. La Mantia, G. Sheshin, I. Gritsenko,
 A. Zadorozhko, M. Rotter, and L. Skrbek, *J. Low Temp. Phys.* 163, 317 (2011).
- D.I. Bradley, M. Ćlovećko, S.N. Fisher, D. Garg, E. Guise, R.P. Haley, O. Kolosov, G.R. Pickett, and V.T Sepelin, *Phys. Rev. B* 85, 014501 (2012).
- Дж. Дэйли, Д. Харлеман, Механика жидкости, Энергия, Москва (1971).
- 37. R.J. Donnelly and C.F. Barenghi, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **27**, 1217 (1998).

Added mass of the oscillating quartz tuning fork immersed in He II

I.A. Gritsenko, K.O. Mykhailenko, S.S. Sokolov, and G.A. Sheshin

Experimental investigations are carried out of the added mass that accompanies the oscillation of a tuning forks immersed in He II with the resonance frequencies of 6.7, 8.5, 12.1, 25.0, and 33.0 kHz. Added mass coefficient, i.e., the ratio of the added mass to the mass of fluid displaced by a tuning fork, was determined depending on temperature and pressure under measuring the resonance frequency of the tuning forks. The range of temperature under studying was from 2.2 K down to 0.1 K whereas the measurements of the resonance frequency dependences on the pressure were performed at the constant temperature of 0.365 K in the pressure range from 1 bar to 24.8 bar. It has been shown that at temperature below 0.7 K where the viscosity of He II is negligible, the resonance frequency of the tuning fork oscillations is specified by the added mass of the fluid. The dependences of resonance frequencies on the pressure are shown to provide the accuracy of the measurements of the added mass coefficient about one order higher than that of the temperature dependences. It is found that the added mass coefficient is frequency dependent decreasing with increasing the frequency.

PACS: *67.25.dg* Transport, hydrodynamics, and superflow;

67.25.dm Two-fluid model; phenomenology.

Keywords: quartz tuning fork, laminar flow, ballistic scattering, added mass.