О возможности повышения критической температуры высокотемпературных сверхпроводников на основе синтеза новых классов ВТСП соединений

А.М. Савченко¹, М.А. Савченко²

¹ Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет г. Москва, 119991, Россия E-mail: emsavchenko@gmail.com

> ² Академия инженерных наук им. А.М. Прохорова Пресненский вал, 19, г. Москва, 123557, Россия E-mail: savchenko2402@mail.ru

Статья поступила в редакцию 28 марта 2016 г., опубликована онлайн 29 августа 2016 г.

Рассматривается эффект обменного усиления эффективного электрон-фононного взаимодействия в высокотемпературных сверхпроводящих (ВТСП) системах и определяется верхняя граница применимости квазилинейных уравнений. Описано спин-фононное взаимодействие в ВТСП фазе. Показано, что, если резонансное значение волнового вектора $k_{rez} << p_F$, применение квазилинейных уравнений оправдано, так как k_{rez} порядка обратной корреляционной длины k_c , которая, в свою очередь, не превышает обратную длину когерентности (т.е. $k_c << p_F$). Таким образом, квазилинейная теория ВТСП позволяет корректно вычислять T_c для случаев, когда параметр спин-фононной связи $\xi >> 1$, и определять характеристики синтеза новых ВТСП материалов с более высокой T_c .

Розглядається ефект обмінного посилення ефективної електрон-фононної взаємодії в високотемпературних надпровідних (ВТНП) системах і визначається верхня межа застосовності квазілінійних рівнянь. Описано спін-фононну взаємодію в ВТНП фазі. Показано, що, якщо резонансне значення хвильового вектора $k_{rez} << p_F$, застосування квазілінійних рівнянь є виправданим, тому що k_{rez} є порядку оберненої кореляційної довжини k_c , яка, в свою чергу, не перевищує обернену довжину когерентності (тобто $k_c << p_F$). Таким чином, квазілінійна теорія ВТНП дозволяє коректно обчислювати T_c для випадків, коли параметр спін-фононного зв'язку $\xi >> 1$, і визначати характеристики синтезу нових ВТНП матеріалів з більш високою T_c .

PACS: **74.20.-z** Теории и модели сверхпроводящего состояния; 74.70.Dd Тройные, четверные и многокомпонентные соединения (включая фазы Шевреля, борокарбиды и т.д.).

Ключевые слова: ВТСП, критическая температура, спин-фононное взаимодействие, корреляционная длина.

1. Введение

Проблема синтеза новых высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) с более высокими значениями критической температуры чем те, которые достигнуты в настоящее время (T = 125 К для системы Tl–Ba–Ca–C–O), на сегодняшний день стоит крайне остро. Главная причина острой необходимости синтеза новых ВТСП соединений с более высокой критической температурой определяется тем, что основным недостатком керамических ВТСП соединений со структурой типа перовскита, сдерживающим их широкое применение в электронике, электронно-вычислительной технике и тем более в сильноточной электротехнике, является относительно невысокая плотность критического тока j_c . Последние экспериментальные данные, полученные при измерении критической плотности тока jв монокристаллах и керамиках, демонстрируют следующее. Так, в работе [1] исследовался монокристалл Bi₂Sr₂CaCu₂O₈, в котором последовательно проводилась замена различных элементов, составляющих основную матрицу ($Bi \rightarrow Pb$; $Ca \rightarrow Ba, Y$; $Cu \rightarrow Li$), с сохранением стехиометрии исходного состава. Соответствующая замена приводила к снижению критической температуры Т_с. Следует, однако, заметить, что замена меди литием в области значений малых концентраций (x < 0,1) не приводила к снижению T_c (более того, T_c даже немного увеличивалась, $\Delta T_c \cong 1$ К). При увеличении концентрации лития Т_с довольно резко снижалась. Замена кальция барием привела к увеличению критической плотности тока: при Ca \rightarrow Ba (18%) j_c составила 8,5·10⁵ A/см². К сожалению, таких значений критической плотности тока не удалось пока достичь на керамических образцах. Тем не менее в настоящее время на базе соединения Bi-Sr-Ca-Cu-O [2] изготовлен провод длиною 100 м с критической плотностью тока при температуре жидкого азота $j_c = 10^5 \,\text{A/cm}^2$. В основном попытки увеличить критическую плотность тока сводятся к допированию ВТСП соединений, в которых наблюдается наиболее высокая критическая температура Т_с (соединения на основе висмута и таллия), различными высокопроводящими металлами. Так, в работе [3] было показано, что допирование соединения Bi-Pl-Sr-Ca-Cu-О десятью процентами серебра приводит при T = 77 К для объемного образца к критической плотности тока равной 10⁵ А/см². Аналогичная попытка, как и в работе [1], была сделана для так называемых «электронных» ВТСП типа Sr_{1-x}Nd_xCuO₂ [4] $(T_c \cong 40 \text{ K})$. Предполагалось, что более высокая плотность носителей электрического тока в «электронных» ВТСП, чем в «дырочных» (системы La_{2-x}Sr_xCuO₄, YBa₂Cu₃O₉ и т.д.), позволит получить более высокую *j*_c. Результаты, однако, оказались весьма скромными: $j_c = 6 \cdot 10^6 \,\text{A/cm}^2$ для тонких пленок и $j_c = 4 \cdot 10^4 \,\text{A/cm}^2$ для монокристаллов. Для сравнения приведем значения критической плотности тока для тонких пленок, полученных методом лазерного напыления, для соединения $YBa_2Cu_3O_9$ на подложке CaNdAlO₄ (YBa₂Cu₃O₉ / CaNdAlO₄): $j_c = 1,0\cdot 10^6$ A/см² ($T_c = 87$ K) и $j_c = 8\cdot 10^6$ A/см² ($T_c = 77,3$ K). Последние данные показывают, что увеличение температуры всего на 10 К снижает критическую плотность тока в восемь раз. Обусловлено это близостью к точке фазового перехода в нормальную (несверхпроводящую) фазу. Таким образом, приведенные экспериментальные данные показывают, что попытки увеличить критическую плотность тока, основанные на последовательной замене различных элементов в ВТСП соединениях с сохранением стехиометрии состава, а также допировании их различными высокопроводящими металлами (например, Ад [3]), до сих пор не привели к повышению j_c до 10⁶ А/см² при температуре жидкого азота, что существенно затрудняет использование керамических ВТСП в современной технике. Все приведенные данные были получены в условиях, когда критическая температура Т_с

в лучшем случае не увеличивалась [2–4]. В экспериментах, описанных в [1], она даже снижалась. Это и привело к тому, что достичь необходимых значений $j_c = 10^6 \text{ A/cm}^2$ для массивных образцов не удалось. Отсюда можно сделать вывод, что наиболее надежным и эффективным способом повышения критической плотности тока j_c при T = 77 К и выше является синтез новых ВТСП соединений.

2. Критерии выбора элементов для синтеза новых ВТСП соединений

Как было показано в [5,6], для того чтобы успешно синтезировать ВТСП соединения с более высокой критической температурой T_c , необходимо соблюдение следующих критериев.

 В ВТСП должны существовать группы элементов, образующие ковалентно связанные комплексы.

2. Элементы, входящие в состав новых ВТСП и участвующие в образовании ковалентных связей, должны иметь по возможности наименьший ионный радиус. Это должно обеспечить меньшую обменную корреляционную длину $\langle r_c \rangle$ в системе спинов коллективизированных носителей тока [5,6] и, соответственно, малую длину когерентности ξ .

3. Элементы, входящие в состав новых ВТСП, должны иметь по возможности более низкий потенциал ионизации и высокую валентность. Благодаря этому можно обеспечить высокий электронно-ионный потенциал U и, соответственно, высокие значения параметра спин-фононной связи $\tilde{\zeta}_i$ [5–7], которая в значительной степени определяет коэффициент усиления эффективного электрон-фононного взаимодействия K_y в ВТСП [5–7].

4. Элементы, входящие в состав новых ВТСП, должны иметь по возможности как можно меньшую массу иона приведенной элементарной ячейки. Это также должно привести к увеличению параметра спинфононной связи $\tilde{\zeta}_i$ и коэффициента усиления K_v [5–7].

5. Синтезируемые новые ВТСП должны иметь тенденцию к установлению антиферромагнитного дальнего порядка по мере уменьшения температуры вплоть до нуля температур. Наличие антиферромагнитного дальнего порядка или тенденции к его установлению в несверхпроводящей матрице, используемой для синтеза новых ВТСП с более высокой Т_с (прежде всего ВТСП со структурой перовскита), в которых в полной мере проявляется эффект обменного усиления электрон-фононного взаимодействия [5-7], является обязательным [8]. Антиферромагнитный дальний порядок должен устанавливаться в системе элементов, участвующих в образовании ковалентных связей. Это условие накладывает ограничение па обменную корреляционную длину сверху [5,6], которая не должна превышать периода антиферромагнитной структуры (в сверхпроводящей фазе, разумеется), усредненного по трехмерной магнитной элементарной ячейке.

Однако все эти пять критериев не указывают, как правильно выбирать исходную матрицу (как правило, несверхпроводящую), с определенной кристаллографической и магнитной симметрией, легируя которую соответствующими элементами и сохраняя стехиометрию состава, можно было бы их выполнить. Цель легирования состоит в том, чтобы увеличить плотность носителей электрического тока до значений 10^{22} – 10^{23} см⁻³ и одновременно подавить антиферромагнитный дальний порядок в исходной матрице [6]. Анализ, основанный на аккуратном вычислении коэффициента усиления эффективного электрон-фононного взаимодействия K_{v} , показывает, что наиболее выгодной в данном случае оказывается кубическая симметрия (объемноцентрированная или гранецентрированная) элементарной ячейки исходной матрицы. Нетрудно понять [5-7], что в этом случае обменная корреляционная длина $\langle r_c \rangle$ оказывается минимальной и, в принципе, может приближаться к величине постоянной решетки кубической элементарной ячейки. Тем не менее многочисленные экспериментальные данные (и, в частности, [4]) показывают, что для ВТСП систем с кристаллографической симметрией, близкой к кубической (так называемые «электронные» ВТСП), критическая температура не превосходит 40 К, хотя в них в исходной несверхпроводящей фазе существует антиферромагнитный дальний порядок. Можно, конечно, объяснять этот факт большой ионной массой приведенной элементарной ячейки из-за наличия в их составе тяжелых редкоземельных элементов (например, Nd, Ce), однако столь большая разница в T_c по сравнению с системой YBa2Cu3O9 не может быть объяснена только этим фактом. В системе $Ba_{1-r}K_rBiO_3 T_c$ еще ниже и составляет всего 40 К. Правда, для этого соединения не выполняется критерий 5 (в исходной матрице с классической элементарной ячейкой перовскита отсутствует антиферромагнитный дальний порядок). Причина столь невысоких значений T_c в указанных выше соединениях обусловлена тем, что в них экспериментально наблюдается относительно невысокая плотность носителей электрического тока, которая составляет 10^{21} – 10^{22} см⁻³. Ее увеличение, несомненно, должно привести к уменьшению обменной корреляционной длины, так как $\langle r_c \rangle$ — обменная корреляционная длина в системе спинов носителей тока. Однако, как было показано в [6,7], коэффициент усиления эффективного электрон-фононного взаимодействия в ВТСП К_v имеет логарифмическую зависимость от параметра спин-фононной связи ζ_i , т.е. является монотонно возрастающей функцией. Поэтому довести величину К_v до значений порядка 10 крайне трудно, для этого необходимо, чтобы $\langle r_c \rangle$ стремилась к постоянной решетки кубической элементарной ячейки. Причина этой трудности состоит в том,

что в рамках разработанной нами квазилинейной теории ВТСП мы не достаточно полно учли электронэлектронные корреляции в ВТСП фазе, точнее спинэлектронное взаимодействие. Поэтому в недостаточной степени было выяснено влияние увеличения плотности носителей тока на величину коэффициента усиления K_y . Данная работа посвящена более детальному изучению спин-фонон-электронных корреляций в ВТСП с целью обоснования возможности более эффективного повышения критической температуры T_c с помощью определения дополнительных критериев синтеза новых ВТСП материалов с более высокой критической температурой.

3. Спин-фонон-электронные корреляции в ВТСП

В работах [5,6] была детально рассмотрена спинволновая динамика ВТСП типа La_{2-x}Sr_xCuO₄ и YBa₂Cu₃O₉, в которых экспериментально наблюдается сосуществование антиферромагнитной и высокотемпературной сверхпроводящей фаз, причем максимальное значение критической температуры Т_с соответствует максимальному значению параметра линейной спин-фононной связи $\tilde{\zeta}_i$, который определяется отношением k_s / k_c [5,6], где k_s — волновой вектор антиферромагнитной структуры, $k_c = 2\pi / \langle r_c \rangle$ — обратная обменная корреляционная длина в системе электронных спинов, ответственных за формирование дальнего магнитного порядка в антиферромагнитной фазе, а также за возникновение связанных синглетных электронных пар при фазовом переходе в ВТСП фазу [5-7]. Однако сложность дисперсионного уравнения связанных спин-фононных колебаний в ВТСП фазе не позволила нам определить численные значения параметра спинфононной связи $\tilde{\zeta}_i$, при которых достигается максимальное значение критической температуры Т_с, что оставило открытым вопрос о возможности синтеза новых ВТСП соединений с кристаллической структурой типа перовскита с критической температурой Т_с порядка комнатной. Наша задача состоит в том, чтобы показать: достаточно ли эффективен механизм обменного усиления электрон-фононного взаимодействия в ВТСП фазе [5-7] для обоснования возможности синтеза на основе неорганических соединений со структурой типа перовскита новых классов ВТСП соединений с более высокими значениями Т_с, в том числе и при комнатной температуре.

Продолжим анализ спин-волновой динамики рассматриваемого класса соединений в ВТСП фазе. Будем исходить из эффективного гамильтониана спиновой системы следующего вида:

$$\mathcal{H}_{s}^{\text{eff}} = \frac{1}{2} \int dx \left[\frac{(m_{i}m_{i}^{*})}{\chi_{i}} + \frac{1}{k_{c}^{2}} J_{0}S\left(A_{vi}A_{vi}^{*}\right) - J_{0}S\left(\Omega_{i}\Omega_{i}^{*}\right) - \mu\left(H_{0}\Omega_{i} + \Omega_{i}^{*} + m_{i} + m_{i}^{*}\right) \right].$$
(1)

Low Temperature Physics/Физика низких температур, 2016, т. 42, № 10

В выражении (1) обобщенный вектор намагниченности Ω_i , с учетом того, что в системе существует тенденция к установлению антиферромагнитного дальнего порядка, задается в следующем виде:

$$\Omega_i = \Omega_i \left[\delta_{1i} + \delta_{2i} \exp(ik_s x) \right].$$
⁽²⁾

Векторам m_i , A_{vi} соответствуют обобщенный парамагнитный момент спиновой системы и обобщенный градиент намагниченности [6]. С учетом выражения (2) эффективный гамильтониан системы сводится к виду:

$$\mathcal{H}_{s}^{\text{eff}} = \int dx \left\{ \frac{m_{i}^{2}}{2\chi_{i}} + \frac{J_{0}S}{2k_{c}^{2}} A_{\text{v}i}^{2} - \frac{1}{2} J_{0}S \Big[\delta_{1i} + \delta_{2i} \Big(1 - k_{s}^{2} / k_{c}^{2} \Big) \Big] \Omega_{i}^{2} - \mu \Big(H_{0}\Omega_{i} + m_{i} \Big) \delta_{1i} \Big\}.$$
(3)

Поскольку нас будет интересовать спин-волновая динамика ВТСП фазы, соотношение k_s / k_c должно быть меньше единицы [6]. В противном случае в системе происходит локализация электронных спинов на ионах меди (Cu²⁺) и установление антиферромагнитного дальнего порядка, сопровождающееся фазовым переходом в полупроводниковую фазу [6]. Дальнейший анализ спектров спиновых флуктуаций проводится аналогично тому, как это было сделано в [8]. Используя метод скобок Пуассона, запишем уравнения движения для векторов m_i , A_{vi} , Ω_i . Выбирая для них статические решения, определяющие основное состояние спиновой системы в следующем виде:

$$m_i = \chi_i \mu H \delta_{1i}, \tag{4}$$

$$A_{\mathrm{v}i} = \nabla_{\mathrm{v}} \Omega_i, \tag{5}$$

$$\Omega_{i} = -\mu H \chi_{i} \delta_{1i} + A_{i0} \cos\left[(nx)k_{c}\sqrt{\delta_{1i} + \delta_{2i}(1 - k_{S}^{2}/k_{c}^{2})}\right] + B_{i0} \sin\left[(nx)k_{c}\sqrt{\delta_{1i} + \delta_{2i}\left(1 - k_{s}^{2}/k_{c}^{2}\right)}\right], \quad (6)$$

где $A_{i0} = \delta_{1i} (I + \mu H \chi_i) + I \delta_{2i}$, $B_{i0} = A_{i0}$, $x_i = (I / (J_0 S)) \times (\delta_{1i} + \delta_{2i})$, J_0 — потенциал обменного взаимодействия между спинами, S = 1/2, мы можем определить частоты спиновых возбуждений в ВТСП фазе при низких температурах.

Спектр спиновых волн содержит семь колебательных мод, четыре из которых соответствуют колебаниям парамагнитной компоненты намагниченности Ω_1 , а три — антиферромагнитной компоненты Ω_2 . Две из них являются продольными, пять — поперечными, причем одна из них является однородной парамагнитной модой. Итак, спектр спиновых флуктуаций в ВТСП фазе выглядит следующим образом:

$$\omega_{i0k} = \mu H \delta_{i1}; \tag{7}$$

1)

$$\omega_{i||k} = \sqrt{\frac{J_0 S}{\chi_i}} \left\{ \left(\frac{k}{k_c}\right)^2 - \left[\delta_{1i} + \delta_{2i} \left(1 - k_s^2 / k_c^2\right)\right] \right\}, \quad (8)$$

$$\tilde{\omega}_{i\perp 1k} = \mu H \delta_{1i} + \omega_{i\perp 1k}, \qquad (9)$$

$$\tilde{\omega}_{i\perp 2k} = \mu H \delta_{1i} + \omega_{i\perp 2k}. \tag{10}$$

В выражениях (9), (10) частоты поперечных спиновых флуктуаций соответственно равны:

$$\omega_{i\perp 1,2k} = \sqrt{\omega_{i\parallel k}^{2} \pm \frac{J_0 S}{\chi_i} \frac{1}{k_c^2} (k_{\nu} A_{\nu i0})}.$$
 (11)

Величина $A_{vi0} = A_{vi}^{z}(0)$. Нас будут прежде всего интересовать выражения (8), (10) с точки зрения их вклада в низкотемпературную теплоемкость электронной системы в отсутствие внешнего магнитного поля. Парциальный вклад спиновых флуктуаций в теплоемкость системы при низких температурах ($T/T_c \ll 1$ и, соответственно, $T/J_0S \ll 1$) можно определить, если ввести флуктуационную свободную энергию следующего вида:

$$\beta F^{\text{fluct}} = \sum_{k} \sum_{\substack{i=1,2\\\alpha=||,1\perp,2\perp}} \ln\left(1 - e^{-\beta\omega_{i\alpha k}}\right) , \qquad (12)$$

 $\beta = 1/T$ — обратная температура.

Дальнейшее вычисление соответствующих вкладов от продольных и поперечных спиновых волн в теплоемкость системы при низких температурах сводится к вычислению производных от функции (12) по обратной температуре:

$$C_V^{\text{fluct}} = -\beta^2 \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \Big(\beta F^{\text{fluct}}\Big)$$

Проводя эту формальную процедуру, получаем два наиболее интересных, на наш взгляд, случая.

1. Волновой вектор спиновых флуктуаций k ориентирован относительно волнового вектора k_c произвольным образом. Этот случай наиболее интересен, когда система приближается к фазовому переходу в состояние с антиферромагнитным дальним порядком [6], т.е. вектор k_c стремится по величине и по направлению к вектору антиферромагнитной структуры k_s . При этом происходит резкое уменьшение плотности носителей электрического тока и, соответственно, плотности состояний на уровне Ферми [6]. Парциальные вклады в флуктуационную теплоемкость от продольной и поперечных спиновых мод для парамагнитной и антиферромагнитной компонент будут выглядеть следующим образом:

 $T/J_0 S \ll q_i, \ q_i = \sqrt{\delta_{1i} + \delta_{2i} \left(1 - k_s^2 / k_c^2\right)},$

Low Temperature Physics/Физика низких температур, 2016, т. 42, № 10

$$C_{V||i}^{\text{fluct}} = \frac{V_0 k_c^d}{\pi^{d-1}} 3\zeta(3) (\chi_i J_0 S) q_i^{d-2} \left(\frac{T}{J_0 S}\right)^2, \quad (13)$$

$$C_{V1,2\perp i}^{\text{fluct}} = \frac{V_0 k_c^d}{\pi^{d-1}} 3\zeta(3) \bigg(\delta_{2d} + \delta_{3d} \frac{\sqrt{5}}{2} \bigg) q_i^{d-2} (\chi_i J_0 S) \bigg(\frac{T}{J_0 S} \bigg)^2.$$
(14)

2)

$$T/J_0 S \gg q_i$$

$$C_{V||i}^{\text{fluct}} = C_{V1,2\perp i}^{\text{fluct}} = \frac{V_0 k_c^d}{2\pi^{d-1}} (d+1) \Gamma(d+1) \times \\ \times \zeta (d+1) (J_0 S)^d (\chi_i / J_0 S)^{d/2} \left(\frac{T}{J_0 S}\right)^d, \quad (15)$$

где d = 2,3 — размерность пространства, V_0 — объем элементарной ячейки.

Из формул (13)–(15) следует, что чем ближе мы приближаемся к точке фазового перехода в антиферромагнитную фазу $k_c \rightarrow k_s$ [6], то для d = 3 зависимость низкотемпературной спиновой теплоемкости становится все более близкой к кубической, как для фононов.

2. Волновой вектор спиновых флуктуаций k ориентирован вдоль волнового вектора k_c . Этот случай реализуется вдали от точки антиферромагнитного фазового перехода, когда вектор k_c произвольно ориентирован, т.е. в области высоких значений плотности носителей тока [6], когда роль спиновых флуктуаций обменной природы в сверхпроводящем спаривании особенно велика [6,7]. В этом случае вычисление парциальных вкладов в спиновую флуктуационную теплоемкость приводит к следующему результату:

1)
$$\left(\frac{\chi_i}{J_0 S}\right) \frac{1}{\beta^2 q_i^2} \ll 1$$

$$C_{V||i}^{\text{fluct}} = \frac{V_0^{1/d} k_c}{\pi} 6\zeta(3) \left(\frac{J_0 S \chi_i}{q_i}\right) \left(\frac{T}{J_0 S}\right)^2, \quad (16)$$

$$C_{V1,2\perp i}^{\text{fluct}} = \frac{V_0^{1/d} k_c}{\pi} 4\sqrt{3}\zeta(3) \left(\frac{J_0 S \chi_i}{q_i}\right) \left(\frac{T}{J_0 S}\right)^2, \quad (17)$$

2)
$$\left(\frac{\chi_i}{J_0 S}\right) \frac{1}{\beta^2 q_i^2} \gg 1$$

$$C_{V||i}^{\text{fluct}} = C_{V1,2\perp i}^{\text{fluct}} = \frac{V_0^{1/d} k_c}{\pi} 2\zeta(3) (J_0 S \chi_i)^{1/2} \left(\frac{T}{J_0 S}\right) . (18)$$

Формула (18) применима только для антиферромагнитной ветви (так же, как и формула (15)). Следовательно, линейная зависимость спиновой теплоемкости от температуры в области низких температур характерна для ВТСП, в которых имеет место тенденция к установлению антиферромагнитного дальнего порядка. Это утверждение подтверждается многочисленными экспериментальными данными (см., например, [9,10]), полученными вскоре после открытия ВТСП систем La_{2-x}Sr_xCuO₄ и YBa₂Cu₃O₉. Заметим также, что степенные вклады в низкотемпературную теплоемкость от спиновых флуктуаций в классических сверхпроводниках второго рода отсутствуют из-за большой длины когерентности ξ , а так как $k_{\xi} \le k_{\xi}$ (k_{ξ} — обратная длина когерентности) [6], то $V_0^{1/d} k_c \to 0$, и мы будем иметь классическую для сверхпроводников экспоненциальную зависимость электронной теплоемкости от температуры в области низких температур. Следует также заметить, что формула (18) применима для антиферромагнитных ВТСП или для ВТСП, в которых имеет место тенденция к установлению антиферромагнитного дальнего порядка с невысокими значениями параметра обменного взаимодействия $(J_0/k_B) < 100 \,\mathrm{K} \ (k_B - \mathrm{no-}$ стоянная Больцмана), что наиболее характерно для висмутовых и талиевых ВТСП систем.

Перейдем теперь к рассмотрению спин-фононного взаимодействия в высокотемпературной сверхпроводящей фазе. Эффективный спин-фононный гамильтониан для антиферромагнитного ВТСП имеет следующий вид [6]:

$$\mathcal{H}_{s+\mathrm{ph}}^{\mathrm{eff}} = \int dx \begin{cases} \frac{m_{i}^{2}}{2\chi_{i}} + \frac{1}{2k_{c}^{2}}J_{0}SA_{\nu i}^{2} - \frac{1}{2}J_{0}S\left[\delta_{1i} + \delta_{2i}\left(1 - k_{s}^{2}/k_{c}^{2}\right)\right]\Omega_{i}^{2} - \\ -\mu\left(H_{0}\Omega_{i} + m_{i}\right)\delta_{1i} + \frac{p_{\nu}^{2}}{2M} + \frac{1}{2}\lambda u_{ik}^{2} + g\frac{p_{\nu}}{2M}\left[\left(A_{\nu i}m_{i}\right) + \left(m_{i}A_{\nu i}\right)\right] + \\ +g^{2}\chi_{i}\frac{p_{\nu}p_{\nu'}}{2M^{2}}\left(A_{\nu i}A_{\nu' i}\right) - g\chi_{i}\frac{p_{\nu}}{M}\left(\mu HA_{\nu}\right)\delta_{1i} \end{cases}$$

$$(19)$$

В выражении (19) p_v — импульс фонона, λ — модуль упругости, u_{ik} — тензор деформаций, M — приведенная масса иона кристаллографической элементарной ячейки, $g = U/J_0$ (U — электрон-ионный потенциал). Полная система уравнений движения для векторов m_i , A_{vi} , Ω_i , m_i , p_v , u_v достаточно сложна и мы здесь ее опускаем (см. [6]). Отметим лишь, что с фононами линейно связанными в области больших

значений волнового вектора $k > \min\left(k_c \sqrt{1-k_s^2/k_c^2}, k_c\right)$ оказываются продольные спиновые моды (8). Учитывая это, мы приведем здесь линеаризованные уравнения для продольной компоненты неравновесного парамагнитного момента δm_i^z и безразмерного импульса фонона $q_v = p_v/\hbar k_c$:

$$\begin{split} \delta \ddot{m}_{i}^{z} &= \frac{J_{0}S}{\chi_{i}} \frac{1}{k_{c}^{2}} \Delta \delta m_{i}^{z} + \frac{J_{0}S}{\chi_{i}} \Big[\delta_{1i} + \delta_{2i} \left(1 - k_{s}^{2} / k_{c}^{2} \right) \Big] \delta m_{i}^{z} + \\ &+ \frac{J_{0}S}{\chi_{i}} \frac{\tilde{\zeta}_{i}^{2}}{gB_{i0} \Big(\delta_{1i} + \delta_{2i} \sqrt{1 - k_{s}^{2} / k_{c}^{2}} \Big)} n_{iv'} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{k_{c}^{2}} \Delta q_{v'} + \Big[\delta_{1i} + \delta_{2i} \left(1 - k_{s}^{2} / k_{c}^{2} \right) \Big] q_{v'} \right\}, \quad (20) \end{split}$$

$$\begin{aligned} \ddot{q}_{\nu} &= \frac{\hbar^2 \lambda}{M} \Delta q_{\nu} + \frac{\hbar^2 \lambda}{M} \tilde{\zeta}_i^2 n_{i\nu} n_{i\nu'} \Delta q_{\nu'} + \\ &+ \frac{\hbar^2 \lambda}{M} g n_{i\nu} B_{i0} \left(\delta_{1i} + \delta_{2i} \left(1 - k_s^2 / k_c^2 \right) \right) \Delta \delta m_i^z . \end{aligned}$$
(21)

В уравнениях (20), (21) $\tilde{\zeta}_i$ — эффективный параметр линейной спин-фононной связи, равный

$$\tilde{\zeta}_i = g\hbar B_{i0} \sqrt{\frac{\chi_i}{M}} k_c \left[\delta_{1i} + \delta_{2i} \sqrt{1 - k_s^2 / k_c^2} \right], \qquad (22)$$

 $n_{iv} = A_{iv0}/B_{i0}k_c$ — вектор, ориентированный вдоль волнового вектора $k_c = k_c \left(\delta_{1i} + \delta_{2i} \sqrt{1 - k_s^2/k_c^2} \right)$. Теперь, имея уравнения (20)–(22), нетрудно записать дисперси-

онное уравнение связанных спин-фононных колебаний:

$$\left(\omega_{1||\mathbf{k}}^{2}-\omega^{2}\right)\left(\omega_{2||\mathbf{k}}^{2}-\omega^{2}\right)\left(\tilde{\omega}_{c\mathbf{k}}^{2}-\omega^{2}\right)-z_{1}^{2}\omega_{1||\mathbf{k}}^{2}\tilde{\omega}_{c\mathbf{k}}^{2}\left(\omega_{2||\mathbf{k}}^{2}-\omega^{2}\right)-z_{2}^{2}\omega_{2||\mathbf{k}}^{2}\tilde{\omega}_{c\mathbf{k}}^{2}\left(\omega_{1||\mathbf{k}}^{2}-\omega^{2}\right)=0.(23)$$

В уравнении (23) $\tilde{\omega}_{c\mathbf{k}}$ — частота перенормированной фононной моды, равная

$$\tilde{\omega}_{c\mathbf{k}} = \hbar c_s k \sqrt{1 + \tilde{\zeta}_1^2 + \tilde{\zeta}_2^2}, \quad (24)$$

 c_s — скорость продольного звука, z_i — приведенный параметр спин-фононного взаимодействия

$$z_{i} = \frac{\tilde{\zeta}_{i}}{\sqrt{1 + \tilde{\zeta}_{1}^{2} + \tilde{\zeta}_{2}^{2}}} .$$
(25)

Аналитическое решение уравнения (23) весьма затруднительно, поэтому для того чтобы определить спектр связанных спин-фононных колебаний, мы воспользовались численным решением уравнения (23). С этой целью мы ввели безразмерные переменные:



Рис. 1. Случай невзаимодействующих спиновых и перенормированной фононной мод (a); сильное расщепление спиновых и фононной мод, обусловленное высокими значениями параметров линейной спин-фононной связи $\tilde{\zeta}_i > 1$ и $\tilde{\zeta}_i \gg 1$ при указанных значениях параметра $u = k_s / k_c$ (б)–(г).

$$\frac{k}{k_c} = x; \ \frac{\omega}{\hbar c_s k_c} = y; \ \frac{k_s}{k_c} = u; \ \tilde{\zeta}_{is0} = \frac{g\hbar k_s B_{i0}}{\sqrt{J_0 SM}};$$

$$q_{i||}(x,u) = \frac{J_0 S}{\hbar c_s k_s} \sqrt{u^2 x^2 - \left[\delta_{1i} + \delta_{2i} (1 - u^2)\right]}; \quad (26)$$

$$\tilde{q}_c(x,u) = x \sqrt{1 + \left(\frac{\tilde{\zeta}_{1s0}}{u}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\zeta}_{2s0}}{u}\right)^2 (1 - u^2)}.$$

В результате уравнение (23) для безразмерных переменных (26) свелось к следующему виду:

$$(q_{1||}^2 - y^2) (q_{2||}^2 - y^2) (\tilde{q}_c^2 - y^2) - z_1^2(u) q_{1||}^2 \tilde{q}_c^2 (q_{2||}^2 - y^2) - z_2^2(u) q_{2||}^2 \tilde{q}_c^2 (q_{1||}^2 - y^2) = 0.$$

$$(27)$$

На рис. 1 приведены результаты численного решения уравнения (27) при следующих значениях параметров:

$$\frac{J_0 S}{\hbar c_s k_s} \cong 10; \, \tilde{\zeta}_{1s0} \cong \tilde{\zeta}_{2s0} \cong 5.$$

Для наглядности на рис. 1(а) приведен график, соответствующий случаю невзаимодействующих спиновых и перенормированной фононной мод. Графики, изображенные на рис. 1(б)–(г), демонстрируют сильное расщепление спиновых и фононной мод, что обусловлено высокими значениями параметров линейной спинфононной связи $\tilde{\zeta}_i > 1$ и $\tilde{\zeta}_i \gg 1$ при указанных значениях параметра *u*. Это указывает на доминирующую роль эффекта обменного усиления при формировании спектров связанных спин-фононных колебаний в ВТСП.

4. Заключение

Изложенная в работе квазилинейная теория позволяет корректно вычислять критическую температуру T_c для случаев, когда параметр спин-фононной связи $\zeta_i \gg 1$ и формулировать критерии синтеза новых ВТСП с более высокой T_c .

- T. Fujii, Y. Nagano, and J. Shirafuji, *Physica C* 185–189, 2455 (1991).
- 2. M. Cooper, Cryogenics 32, 338 (1992).
- K. Ohba, T. Horio, K. Iwasaki, and A. Oota, *Supercond. Sci. Technol.* 5, 312 (1992).
- A. Manthriram, J. Zhou, J.B. Goodenough, and J.T. Markert, *Nature* 351, 549 (1991).

- М.А. Савченко, А.В. Стефанович, Докл. АН СССР 315, 1417 (1990).
- А.М. Савченко, Коллективные возбуждения в сверхпроводящих системах, Изд-во PALMARIUM Academic Publishing (2014).
- В.И. Ильичев, М.А. Савченко, А.В. Стефанович, Высокотемпературная сверхпроводимость керамических систем, Наука, Москва (1992).
- М.А. Савченко, А.В. Стефанович, ФНТ 17, 1263 (1991) [Sov. J. Low Temp. Phys. 17, 669 (1991)].
- А.М. Савченко, М.А. Дергачев, Б.И. Садовников, *Математические записки* 93, 477 (2012).
- Г.Ю. Бочковая, В.А. Волошин, Теплоемкость высокотемпературных сверхпроводников, в: Обзоры по высокотемпературной сверхпроводимости. Выпуск 3, Москва (1990), стр. 36.

On the possibility of increasing the critical temperature of high-temperature superconductors based on the synthesis of new classes of HTS compounds

A.M. Savchenko and M.A. Savchenko

We consider the effect of exchange enhancement of effective electron-phonon interaction in high-temperature superconducting (HTS) systems, and determine the upper limit of the applicability of quasi-linear equations. We describe the spin-phonon interaction in HTS phase. It is shown that if the resonance value of the wave vector $k_{rez} \ll p_F$, the use of quasi-linear equations is justified because k_{rez} is of order of the inverse correlation length k_c , which, in turn, does not exceed the inverse coherence length (i.e., $k_c \ll p_F$). Thus, the quasi-linear theory of high-temperature superconductivity can correctly calculate the T_c for the cases when the parameter of the spin-phonon coupling $\xi \gg 1$, and can determine the characteristics of the synthesis of new HTS materials with higher T_c .

PACS: **74.20.–z** Theories and models of superconducting state; 74.70.Dd Ternary, quaternary, and multinary compounds (including Chevrel phases, borocarbides, etc.).

Keywords: high-temperature superconductors, critical temperature, spin-phonon interaction, the correlation length.