

Роль электронов проводимости в формировании теплового сопротивления границы металл–диэлектрик и электросопротивление металлических пленок при низких температурах (Обзор)

А.И. Безуглый

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»
ул. Академическая, 1, г. Харьков, 61108, Украина
E-mail: bezuglyj@kipt.kharkov.ua*

В.А. Шкловский

*Харьковский национальный университет, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: shklovskij@univer.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 16 марта 2016 г., опубликована онлайн 24 июня 2016 г.

В обзоре в рамках теории акустического рассогласования между твердыми телами обсуждается роль электронов проводимости в формировании эффективной акустической прозрачности интерфейса между узкими металлическими пленками и диэлектрическими подложками с высокой теплопроводностью. Рассмотрены как стационарные, так и различные нестационарные режимы излучения фононов из нагреваемых током или короткими лазерными импульсами металлических пленок при низких температурах. Подробно обсуждается, как время энергетической релаксации электронов на фононах τ_e и среднее время ухода фононов из пленки τ_{es} могут быть найдены из эксперимента. Теоретическое рассмотрение этих задач проводится с использованием кинетических уравнений для фононной и электронной функций распределения. Рассмотрены стационарные режимы релаксационного и диффузионного теплоотводов от движущегося плоского фронта фазового превращения в пленочной геометрии. В большинстве случаев обсуждается связь между теоретическими результатами авторов обзора и существующей экспериментальной ситуацией.

В огляді в рамках теорії акустичного неузгодженості між твердими тілами обговорюється роль електронів провідності в формуванні ефективної акустичної прозорості інтерфейсу між вузькими металевими плівками і діелектричними підкладками з високою теплопровідністю. Розглянуто як стаціонарні, так і різні нестационарні режими випромінювання фононів з металевих плівок, що нагріваються струмом або короткими лазерними імпульсами при низьких температурах. Детально обговорюється, як час енергетичної релаксації електронів на фононах τ_e та середній час виходу фононів з плівки τ_{es} можуть бути знайдені з експерименту. Теоретичний розгляд цих завдань проводиться з використанням кінетичних рівнянь для фононної та електронної функцій розподілу. Розглянуто стаціонарні режими релаксаційного і дифузійного тепловідводів від рухомого плоского фронту фазового перетворення в плівковій геометрії. У більшості випадків обговорюється зв'язок між теоретичними результатами авторів огляду та існуючою експериментальною ситуацією.

PACS: **66.70.-f** Неэлектронная теплопроводность и распространение тепловых импульсов в твердых телах: тепловые волны;
72.15.Lh Времена релаксации и средние длины свободного пробега;
73.50.-h Электронные транспортные явления в тонких пленках;
64.70.K- Переходы твердое тело–твердое тело.

Ключевые слова: металлические пленки, нестационарный нагрев, электрон-фононная кинетика.

Содержание

1. Введение	810
2. Стационарный нагрев электронов при низких температурах	811
2.1. Роль электронов проводимости в формировании теплового сопротивления границы металл–диэлектрик	811
2.1.1. Механизм переноса тепла через границу металл–диэлектрик: качественные соображения	811
2.1.2. Краткое описание расчета скорости теплоотода через интерфейс металл–диэлектрик	812
2.1.3. Обсуждение экспериментальной ситуации	813
2.2. Фононная спектроскопия горячих электронов в металлических пленках	815
2.2.1. Связь потока тепла из тонкой металлической пленки со спектральной функцией электрон–фононного взаимодействия	815
2.2.2. Возможности извлечения спектральной функции ЭФВ в эксперименте	815
2.3. Об энергетической релаксации электронов на фононах в тонких металлических пленках	816
2.3.1. Двумерность ЭФВ в «грязных» тонких пленках: общие соображения	816
2.3.2. Асимптотические оценки времен релаксации	816
2.3.3. Анализ экспериментальных результатов	817
3. Нестационарный нагрев электронов	818
3.1. Двухтемпературная модель. Высокие температуры	818
3.2. Горячие электроны и неравновесные фононы при низких температурах	820
3.2.1. Релаксация электронной температуры после импульсного нагрева электронов	822
3.2.2. Определение времен энергетической релаксации электронов при высокочастотном нагреве	824
3.2.3. Динамика фононного вклада в электропроводность пленки	826
3.2.4. 3 ω -отклик металлической пленки	830
3.3. Релаксация нетермализованных электронов и фононов	831
4. Движущийся плоский фронт фазового превращения: стационарные режимы релаксационного и диффузионного теплоотводов	832
4.1. Вводные соображения	832
4.2. Поверхностная тепловая автоволна: анализ температурного поля и скорости теплоотода от ФФП	833
4.3. Сравнение релаксационного и диффузионного теплоотводов	834
4.4. Заключительные соображения	835
5. Заключение	836
Литература	838

1. Введение

Как известно, макроскопическое описание теплообмена нагретого тела с окружающей средой в рамках уравнения теплопроводности включает в себя граничные условия, связывающие значения теплового потока Q и скачка температуры ΔT на границе контактирующих сред соотношением Ньютона $Q = \alpha \Delta T$, где α — коэффициент, обычно определяемый эмпирически.

Если основные носители тепла в граничащих средах — фононы, то величину α можно рассчитать микроскопически, используя представления о рассогласовании акустических импедансов контактирующих сред. Впервые соответствующие расчеты для границы твердое тело–квантовая жидкость (применительно к HeII) были выполнены в классической работе Халатникова [1]. Затем Литтл [2] аналогичным способом рассмотрел граничное сопротивление контакта двух твердых тел (при низких температурах обычно называемое «сопротивлением Капицы» [3]).

В последующие годы появление новых способов генерирования и детектирования высокочастотных фо-

нонов привело к активному развитию исследований теплового сопротивления граничащих сред (см., например, [3]).

Интерес одного из авторов к подобным вопросам был обусловлен отсутствием адекватного теоретического и экспериментального анализа условий теплоотода в выполненных к тому времени опытах по статике и динамике резистивных доменов в тонких оловянных и свинцовых сверхпроводящих пленках [4,5].

Как оказалось в дальнейшем, проведенное в разд. 2 обзора исследование задачи о тепловом сопротивлении границы металл–диэлектрик [6] интересно не только для вопросов, связанных со статикой и динамикой резистивных доменов в тонких сверхпроводящих пленках, но и представляет самостоятельный интерес в связи с известными экспериментами по распространению тепловых импульсов в твердых телах при низких температурах [3].

Постановка теоретических вопросов, рассмотренных в обзоре, мотивировалась первоначально тем обстоятельством, что к моменту появления работы по выяснению причин гистерезиса критического тока тонких

сверхпроводящих пленок [7] было известно два, на первый взгляд существенно различных, подхода к вычислению теплоотдачи от нагреваемого постоянным током при низких температурах металлического образца.

С одной стороны, прямое вычисление теплоотдачи от электронов к фононам (решетке), выполненное в известной работе Каганова, Лифшица, Танатарова [8], приводило к зависимости теплового потока Q от температур электронов T_e и решетки T в виде $Q = B(T_e^5 - T^5)$, где константа B определялась лишь параметрами электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ) металла.

С другой стороны, измеряемые в многочисленных экспериментах (см., например, [3]) значения теплового сопротивления границы металл–диэлектрик (сопротивление Капицы) при низких температурах хорошо соответствовали температурной зависимости вида $Q = A(T_e^4 - T^4)$, рассчитанной для твердых диэлектрических подложек Литтлом [2], где константа A определялась лишь акустическими параметрами металла и подложки и вовсе не зависела от ЭФВ металла.

Анализ причин такого качественного (а не только количественного) различия в описании теплоотвода от металлических образцов привел к предсказанию размерного эффекта в теплоотдаче металлических слоев и пленок [6], связанного со специфической ролью электронов проводимости в формировании теплового сопротивления границы металл–диэлектрик. Дальнейшее исследование этих вопросов привело к необходимости анализа кинетики взаимодействия электронов и фононов в сильном постоянном и однородном электрическом поле с учетом их рассеяния на примесях и границах образца в отсутствие межэлектронных столкновений [9–12].

В целом полученные в работах [9–12] результаты дают последовательную теорию широко используемых в низкотемпературном эксперименте генераторов тепловых импульсов, они существенны при расчете теплонагревателей, работающих при низких и сверхнизких температурах, а также при изучении и практическом использовании тепловых доменов в сверхпроводящих пленках.

В результате наши исследования привели, с одной стороны, к непротиворечивому объяснению большинства ранее непонятных особенностей указанных выше экспериментов, а с другой стороны — к ряду новых физических предсказаний, часть из которых уже получила экспериментальные подтверждения и в ряде других экспериментальных групп как в нашей стране [13–15], так и за рубежом [16,17].

В разд. 3 рассмотрены различные нестационарные режимы излучения фононов из нагреваемых током или короткими лазерными импульсами металлических пленок при низких температурах. Исследуется поведение электросопротивления металлических пленок в этих условиях. Обсуждается ряд способов нахождения вре-

мен релаксации взаимодействующих электронов и фононов в условиях нестационарного нагрева электронов. Теоретическое рассмотрение этих задач проводится с использованием кинетических уравнений для фононной и электронной функций распределения.

Раздел 4 посвящен актуальному для эксперимента вопросу о диффузионном теплоотводе от движущегося плоского фронта фазового превращения (ФФП) в пленочной геометрии. Здесь исследуются два предельных случая теплоотвода от ФФП в подложку: релаксационный и диффузионный. В первом случае сопротивление теплового стока сосредоточено целиком на границе пленка–подложка, а теплосоппротивлением последней пренебрегают. Во втором случае (диффузионный теплоотвод) ситуация обратная. Выявлены основные особенности диффузионного теплоотвода и рассмотрено его сравнение с релаксационным теплоотводом.

В Заключение (разд. 5) кратко формулируются основные результаты разд. 2–4. Отметим, что содержание обзора при изложении теоретических результатов определяется главным образом наличием оригинального материала авторов обзора, что однако не исключает достаточно подробного анализа наиболее интересных (как теоретических, так и экспериментальных) работ других авторов.

2. Стационарный нагрев электронов при низких температурах

2.1. Роль электронов проводимости в формировании теплового сопротивления границы металл–диэлектрик

2.1.1. Механизм переноса тепла через границу металл–диэлектрик: качественные соображения

Исследование вопроса о тепловом сопротивлении границы металл–диэлектрик (М–Д) первоначально возникло у нас в связи с известными экспериментами по распространению тепловых импульсов в твердых телах при низких температурах [3]. Для экспериментального изучения такого сопротивления (равно как и для получения самих тепловых импульсов) широко используется метод нагрева электрическим током тонких металлических пленок, осажденных на массивные монокристаллические подложки из диэлектрика. В таких экспериментах обычно измеряются величина и спектральная интенсивность излучаемого пленкой теплового потока Q в зависимости от температуры электронов T_e и подложки T (температуру подложки в силу реализации баллистического режима распространения излучаемых пленкой фононов можно считать равной температуре гелиевой ванны). Температуру электронов T_e непосредственно не измеряют, а вычисляют по изменению электросопротивления пленки, пользуясь известной температурной зависимостью последнего в равновесном случае [18].

Получаемая в таких экспериментах зависимость $Q = Q(T_e, T)$ обычно интерпретируется в терминах предложенной Литтлом теории температурного скачка на границе двух твердых тел. Если $T_e \ll \Theta_D$ (Θ_D — дебаевская температура металла), то результат Литтла можно записать в виде $Q = A(T_e^4 - T^4)$, где величина A определяется только акустическими характеристиками металла и диэлектрика, как принято в теории акустического рассогласования. Если θ — угол падения фонона на границу раздела сред, то величина A пропорциональна усредненной по углам прозрачности границы $\alpha(\theta)$, имеющей смысл вероятности прохождения данного фонона через границу раздела М–Д. При таком подходе электронный вклад в тепловое сопротивление границы М–Д отсутствует.

Однако, как показано ниже, теория акустического рассогласования, не учитывающая электронных характеристик металла, справедлива лишь для достаточно массивных металлических образцов. В интересующем нас прежде всего обратном предельном случае тонких металлических пластин (пленок) — соответствующие оценки приведены ниже — роль электронов в формировании температурного скачка на границе М–Д становится определяющей. Вопрос о влиянии электронов на величину скачка Капицы между металлом и He II ранее рассматривался в известной работе Андреева [19]. Предложенный в [19] механизм такого влияния наиболее эффективен именно в случае сильного акустического рассогласования граничных сред (для границы металл–He II вероятность $\alpha \lesssim 10^{-2}$). Обсуждаемый ниже механизм влияния электронов на температурный скачок наиболее эффективен как раз в обратном предельном случае высокой прозрачности ($\alpha \sim 1$).

Чтобы пояснить физическую причину такого возрастания электронного вклада с уменьшением толщины металлического слоя (конфигурация типа «сэндвич» Д₁–М–Д₂, см. рис. 1), рассмотрим качественно механизм переноса тепла через границу раздела М–Д. С этой целью прежде всего напомним, что в достаточно чистых металлах основными носителями тепла являются электроны, а не фононы. Однако перенос тепла через границу осуществляется только фононами в меру ее акустической прозрачности. Поэтому со стороны металла вблизи границы существует переходный слой, в котором тепловая энергия, перенесенная электронами, трансформируется в поток фононов. Толщина этого слоя порядка длины свободного пробега теплового фонона по отношению к рассеянию на электронах $l_{pe}(T_e)$, где $l_{pe}(T_e) \sim \hbar v_F / T_e \sim 10^{-3} - 10^{-4}$ см при гелиевых температурах. Интуитивно очевидно, что если $d \gg l_{pe}$, где d — толщина металлической пластины, то детальная структура этого переходного слоя не существенна для расчета теплосопrotivления границы М–Д, что и соответствует обычному подходу, игнорирующему электронный вклад. Если же $d \ll l_{pe}$, а $\alpha \sim 1$, то большинство фоно-

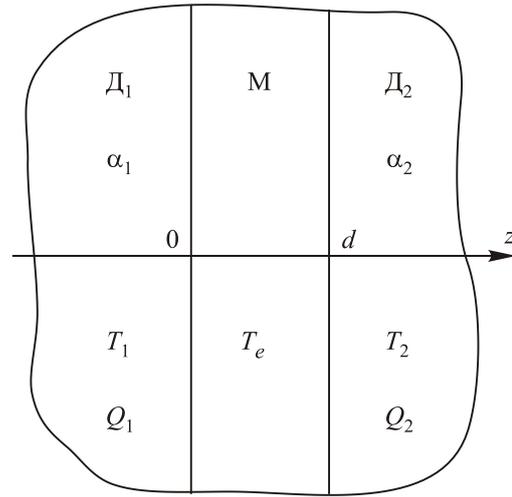


Рис. 1. Схематический вид конфигурации Д₁–М–Д₂ (диэлектрик–металл–диэлектрик) типа «сэндвич», d — толщина металлической пленки. Остальные обозначения — в тексте.

нов, излучаемых электронами металла, успевают уйти из пленки без перепоглощения внутри нее даже после нескольких последовательных отражений от ее границ. Таким образом, в отличие от предыдущего случая, спектральное распределение излучаемых пленкой фононов в большей степени содержит информацию об электрон-фононном взаимодействии (ЭФВ) в металле, чем о величине α прозрачности границы М–Д.

Последовательная формулировка этих качественных соображений на кинетическом уровне приводит к возможности количественного описания размерного эффекта в теплоотдаче от тонких слоев металла в условиях баллистического распространения излучаемых пленкой фононов. Такой расчет, учитывающий конечную прозрачность границы М–Д в духе теории акустического рассогласования [2], приводится ниже.

2.1.2. Краткое описание расчета скорости теплоотвода через интерфейс металл–диэлектрик

Рассмотрим металлическую пластину (пленку) толщиной d , находящуюся с обеих сторон в контакте с массивными диэлектриками Д₁ и Д₂, температуры которых T_1 и T_2 известны (см. рис. 1). Пусть через образец течет постоянный электрический ток j , так что в единице объема выделяется мощность $P = j^2 / \sigma$, где σ — проводимость металла. Требуется найти величины тепловых потоков Q_1 и Q_2 , если прозрачности границ раздела для фононов α_1 и α_2 известны.

Последовательный теоретический расчет теплоотдачи пластины при практически произвольном соотношении между ее толщиной d , величиной $l_{pe}(T_e)$ и параметрами прозрачности оказывается возможным благодаря наличию в этой ситуации нескольких упрощающих задачу физических обстоятельств.

Одно из них связано с возможностью пренебречь неоднородностью электронной функции распределения по толщине пленки в меру малости параметра $\lambda_p / \lambda_e \ll 1$, где λ_p и λ_e — коэффициенты теплопроводности фононов и электронов. Если характерные энергии электронов таковы, что λ_e формируется на длине столкновений электронов с примесями или границами кристаллитов пленки l_i , а λ_p определяется рассеянием фононов на электронах, то предыдущее неравенство эквивалентно условию $(l_{pe} / l_d) \gg 1$ и обычно в эксперименте при $T_e \ll \Theta_D$ выполняется с большим запасом. Здесь $l_d \sim (l_e l_i)^{1/2}$ — диффузионная длина, $l_e \sim l_{pe}(T)(\Theta_D / T)^2$ — средняя длина свободного пробега электрона с энергией $\varepsilon \sim k_B T$ по отношению к рассеянию на фононах (k_B — постоянная Больцмана).

Вторым важным упрощающим обстоятельством является возможность ввести электронную температуру в случае, если $T_e \gg \Theta_D^2 / \varepsilon_F$, когда формирование температурного фермиевского распределения уже не может осуществляться за счет прямых межэлектронных соударений. Такое введение T_e может быть обосновано как в пределе $d \ll l_{pe}$ [9,10], так и в пределе $d \gg l_{pe}$ за счет эффективных межэлектронных столкновений через фононы. Поэтому утверждение о возможности введения T_e и в случае $d \sim l_{pe}$ можно считать достаточно надежной интерполяцией упомянутых выше предельных случаев, где оно доказывается строго. Оба эти обстоятельства позволяют свести поставленную выше задачу к решению кинетического уравнения для фононной функции распределения, после чего величина T_e как функция Q и T определяется из уравнения теплового баланса. Наконец, еще одно важное упрощение, которое особенно существенно в актуальном для нас случае хорошей прозрачности ($\alpha \sim 1$), связано с возможностью сформулировать простые граничные условия для фононной функции распределения. Как показано ниже, возможность баллистического распространения излучаемых пленкой фононов не только существенно упрощает учет отвода тепла от образца, но и создает условия для возможной реализации размерного эффекта.

Переходя к количественной формулировке задачи, выберем направление оси z перпендикулярно границам раздела сред и пусть в плоскости x – y задача пространственно однородна. В соответствии со сказанным выше запишем кинетическое уравнение для фононной функции распределения $N(\mathbf{q}, z)$ (\mathbf{q} — импульс фонона) в виде

$$s_z (\partial N / \partial z) = \hat{\nu} N. \quad (1)$$

Здесь s_z — проекция скорости фонона на направление оси z , $\hat{\nu} N$ — интеграл столкновений фононов с электронами, который в нашем случае, когда функция распределения электронов является равновесной фермиевской с температурой T_e , приводится к виду $v_{pe}[n(T_e) - N(z)]$, где $n(T_e)$ — равновесная бозевская функция с темпера-

турой T_e , а v_{pe} имеет смысл частоты столкновения фонона с энергией $\hbar\omega$ с электронами. В рассматриваемой нами простейшей модели электронов с квадратичным и изотропным законом дисперсии и дебаевской модели для фононов v_{pe} определяется величиной ЭФВ и пропорциональна ω ($v_{pe} \sim \omega s / v_F$, v_F — фермиевская скорость, s — скорость продольного звука).

Опуская промежуточные вычисления и анализ функций распределения с $q_z > 0$ и $q_z < 0$, т.е. функций $N^>$ и $N^<$, приведем окончательный результат для теплового потока Q_1 (выражение для Q_2 отличается лишь переменной индексов 1 и 2 и имеет обратный знак):

$$Q_1 = \sum_{q_z > 0} \alpha_1 \gamma (1 - \beta_2 x^2) [n(T_1) - n(T_e)] - \alpha_2 x [n(T_2) - n(T_e)], \quad (2)$$

где $x = \exp(-d/l)$, $l = s_z / v_{pe}$, $\gamma = \hbar\omega_q s_z / (1 - \beta_1 \beta_2 x^2)$ и $\beta = 1 - \alpha$.

Величина T_e определяется из уравнения теплового баланса для электронов $Q = Q_1 - Q_2$, где $Q = j^2 d / \sigma$ — полная плотность потока тепла, проходящего через границы металлической пластины.

Обратимся теперь к важному для экспериментов с тепловыми импульсами [3] вопросу о тепловом излучении нагреваемой током металлической пленки в среде с температурой T . Искомую связь между Q_1 и T_e , следующую из (2) при $T_1 = T_2 = T$, можно представить в компактном виде, вводя эффективную суммарную прозрачность границ:

$$Q = \sum_{q_z > 0} \tilde{\alpha}(q, d) \hbar\omega_q s_z [n(T_e) - n(T)], \quad (3)$$

где

$$\tilde{\alpha} = (1 - x) [\alpha_1 (1 + \beta_2 x) + \alpha_2 (1 + \beta_1 x)] / (1 - \beta_1 \beta_2 x^2). \quad (4)$$

Отметим, что в отличие от «затравочных» прозрачностей α_1 и α_2 , которые для упрощения формул считались не зависящими от угла падения фонона на границу раздела, эффективная прозрачность $\tilde{\alpha}$ имеет угловую зависимость от q , связанную с величиной x .

2.1.3. Обсуждение экспериментальной ситуации

Проанализируем выражения (3) и (4) подробнее, так как они содержат связь наблюдаемой в опыте зависимости $T_e(Q)$ (см. статьи 12 и 13 в [3], а также более подробное изложение в [11]) с толщиной пленки и параметрами прозрачности. Предварительно определим зависящий от электронной температуры параметр ε по формуле $\varepsilon = 2d\beta_1\beta_2 / l_{pe}(T_e)(1 - \beta_1\beta_2)$, так что $\varepsilon \sim T_e$.

Формулы, соответствующие обычной интерпретации [3,18], игнорирующей электронный вклад в тепловое сопротивление границы, получаются из (3) и (4) при $\varepsilon > 2$. Действительно, в этом пределе $\tilde{\alpha} = \alpha_1 + \alpha_2$ и при $T_e \ll \Theta_D$ из (3) следует хорошо известный результат Литтла [2]: $Q = A(T_e^4 - T^4)$, где величина A опреде-

ляется только акустическими характеристиками металла и диэлектрика так, как это принято в теории акустического рассогласования. Тепловой режим пленки в этом случае соответствует обычному «джоулеву» нагреву. В частности, спектр излучаемых пленкой фононов является равновесным с температурой T_e , так что максимуму его спектральной интенсивности отвечает энергия $\hbar\omega_m \sim 2,8T_e$. При $Q = \text{const}$ T_e не зависит от d .

Рассмотрим обратный предельный случай, когда $d \ll l_{pe}(T_e)$, однако неравенство $d > \Lambda$, где $\Lambda = \Lambda(T_e)$ — длина волны теплового фонона в металле, сохраняется, что позволяет не учитывать деформацию фононного спектра пленки (напомним, что в рассматриваемом нами «чистом» пределе $\Lambda/l_{pe} \sim s/v_F \ll 1$, так что указанное выше двойное неравенство может быть выполнено). Тогда если и $\varepsilon \ll 1$, то величина T_e не зависит от параметров прозрачности вообще. В этом пределе, который будем называть далее режимом электронного перегрева, большинство фононов, излучаемых электронами, успевает уйти из пленки, не перепоглощаясь внутри нее, и электроны и решетку можно описать с помощью двух различных температур: T_e и T [8]. Как и в [8], $Q = B(T_e^5 - T^5)$, где константа B связана с электронными характеристиками металла. Заметим, что хотя последнюю формулу фактически можно написать сразу, пользуясь условием теплового баланса, что и было впервые сделано в работе [8], однако приведенный здесь ее вывод в рамках кинетического подхода позволяет выяснить пределы ее применимости в условиях стационарного нагрева электрическим током. Режим электронного перегрева в интересующей нас задаче реализуется в «чистом виде» лишь в том случае, когда параметр ε удовлетворяет неравенству $\varepsilon \ll 1$.

Отметим еще, что в работе [11] было показано, что если учесть зависимость коэффициентов прозрачности от угла падения фонона на границу раздела сред согласно формулам теории акустического рассогласования Литтла [2], то можно описать количественно и все «промежуточные» возможности, реализующиеся между предельными ситуациями чисто электронного перегрева ($\varepsilon \ll 1$) и «джоулеву» нагрева ($\varepsilon \gg 1$) по мере роста рассеиваемой мощности P , а следовательно, и величины параметра Q . Любопытно отметить также, что в режиме электронного перегрева излучение фононов из пленки неравновесно и максимуму его спектральной интенсивности отвечает энергия $\hbar\omega_m \approx 3,9T_e$.

Что же касается «джоулеву» нагрева, то, несмотря на существование формулы $Q = A(T_e^4 - T^4)$, нельзя все же считать, как это обычно делается [2], что фононы в пленке равновесны с температурой T_e , ибо такая функция распределения обращает в нуль интеграл столкновений электронов с фононами, а следовательно, и передаваемую фононам мощность P . Как показывает анализ выражения для $N(q, z)$ в работе [11], фононная функция распределения в рассматриваемом режиме существен-

но неоднородна на масштабе $l_{pe}(T_e)$. Поэтому в случае «джоулеву» нагрева можно лишь утверждать, что функция распределения вылетающих из металла фононов $N^>$ на границе пленки $z = d$ соответствует равновесным фононам с температурой T_e .

Простой анализ (3) показывает, что зависимость $T_e(Q)$ в общем случае монотонна и «выпукла вверх». Примерный вид этих зависимостей при различных значениях прозрачности одной из границ представлен на рис. 2. Более пологие кривые соответствуют меньшей прозрачности. Переход от закона T^4 к T^5 происходит при $\varepsilon \sim 1$. Важной особенностью кривых на рис. 2 является то, что зависимость $Q \sim T_e^5$, соответствующая случаю чисто электронного подогрева, лежит на графике ниже остальных кривых (исключая участки, где они практически совпадают). Это означает, что в пределе $\varepsilon \ll 1$ теплоотвод от пленки наиболее эффективен (минимальное T_e при данном Q), т.е. уже не может быть увеличен за счет улучшения акустического согласования металла и подложки.

Следует отметить, что в эксперименте в ряде случаев [18,20] согласование пленки и подложки оказывается лучше, чем это следует из теории акустического рассогласования (которой в нашем случае соответствуют участки кривых с $\varepsilon > 2$). Для интерпретации таких результатов авторы работ [18,20] используют так называемую модель абсолютно черного тела (АЧТ) [20], не имеющую, вообще говоря, в случае $\alpha \neq 1$ какого-либо теоретического обоснования. Как следует из сказанного выше, действительно возможен режим, в котором, пока $\varepsilon \ll 1$, теплоотвод максимален и не зависит от коэффициентов прозрачности. Однако в противоположность модели АЧТ в режиме электронного пере-

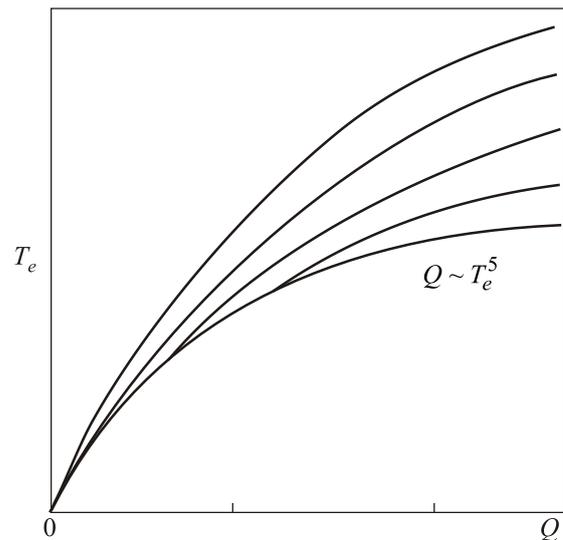


Рис. 2. Схематический вид зависимостей электронной температуры T_e от величины теплового потока Q в диэлектрик при различных значениях акустической прозрачности α одной из границ М–Д.

грева величина теплоотвода определяется только параметрами металла, ответственными за величину ЭФВ.

Сделаем еще одно замечание, которое может разъяснить результаты по «аномальной» прозрачности для пленок, напыленных при комнатной температуре [18]. Обычно исследуемая пленка напыляется на охлажденную подложку (для пленок In, Sn, Al это легко заметить по небольшому возрастанию температуры сверхпроводящего перехода) [18]. Такая «аморфизация» пленки может существенно затруднить выход фононов из нее и, следовательно, выполнение условия $\varepsilon \ll 1$. Если же пленки по своей структуре близки к массивному металлу (напылялись при комнатной температуре или хорошо отожжены) и затравочные прозрачности α не очень малы, то, как показывают оценки, выполнение условия $\varepsilon \ll 1$ легко достижимо, что и могло бы объяснить результаты [18] без привлечения модели АЧТ.

2.2. Фононная спектроскопия горячих электронов в металлических пленках

2.2.1. Связь потока тепла из тонкой металлической пленки со спектральной функцией электрон-фононного взаимодействия

Ранее в работах [6,11,12] по стационарному теплоотводу было теоретически рассмотрено тепловое излучение от нагреваемой током металлической пленки, осажденной на массивную монокристаллическую подложку из диэлектрика, находящуюся при гелиевых температурах. В зависимости от величины тока вычислялась нелинейная добавка к «остаточному» электросопротивлению пленки ρ_0 и спектральное распределение излучаемых ею в диэлектрик баллистических фононов. Оказалось, что в зависимости от соотношения между толщиной пленки d и эффективной длиной $l_{\text{eff}} = \alpha l_{pe}(T_e)$ (α — средняя акустическая прозрачность границы металл–диэлектрик, $l_{pe}(T_e)$ — средняя длина свободного пробега фонона по отношению к рассеянию на электронах), возможны два существенно различных режима фононного излучения из пленки.

Если $d \gg l_{\text{eff}}$, то тепловое излучение равновесно с температурой T_e и его интенсивность зависит от величины α , т.е. от свойств подложки.

Если $d \ll l_{\text{eff}}$ (режим электронного перегрева), то практически каждый излученный горячими электронами фонон покидает пленку без перепоглощения в ней. В этом режиме не зависящее от α спектральное распределение излучаемых пленкой фононов $J(\omega, T_e)$ определяется только характеристиками электронов металла и оказывается пропорциональным спектральной функции электронного взаимодействия (ЭФВ) $S(\omega) = \alpha^2(\omega)F(\omega)$ (где $\alpha^2(\omega)$ — квадрат матричного элемента ЭФВ, $F(\omega)$ — плотность фононных состояний) [12,21]. Если P — мощность, выделяемая током плотностью j в

единице объема пленки ($P = \rho_0 j^2$), а Q — полный поток фононов через границу М–Д, то $Q = Pd = Q(T_e) - Q(T_0)$, где

$$Q(T) = \int_0^{\infty} d\omega J(\omega, T), \quad (5)$$

$$J(\omega, T) = 2N(0)S(\omega) [\exp(\hbar\omega / k_B T) - 1]^{-1}.$$

Здесь T_0 — температура гелиевой ванны, $N(0)$ — плотность электронных состояний на уровне Ферми.

2.2.2. Возможности извлечения спектральной функции ЭФВ в эксперименте

Цель данного раздела — обсудить связанные с формулой (5) возможности извлечения $S(\omega)$ из данных по исследованию «грязных» металлических пленок в режиме электронного перегрева. Если отвлечься от способа экспериментального определения зависимости $T_e(P)$ и $N(0)$ (см. ниже), то, в принципе, извлечение $S(\omega)$ реализуемо двояко.

В первом случае, получив экспериментальную зависимость $P(T_e, T_0)$, можно численно «обратить» интегральное соотношение $P = Q/d$ (см. формулу (5)) подобно тому, как это предлагалось еще И.М. Лифшицем в работе [22], где обсуждалось восстановление спектра бозевских возбуждений по результатам измерения теплоемкости. Основная трудность на этом пути — некорректность такой обратной задачи. Другая возможность состоит в непосредственном измерении спектрального распределения излучаемых пленкой фононов $J(\omega, T_e)$ с помощью подходящего фононного детектора [3], реализующего «спектрометрический» элемент предлагаемого метода, так как $J(\omega, T_e) \sim S(\omega)$ (см. (5)). Остановимся теперь на способах экспериментального измерения $T_e(P)$ и $N(0)$. Определение T_e по величине нелинейной добавки $\delta\rho(T_e)$ к остаточному электросопротивлению пленки ρ_0 , обычно принятое в опытах по генерации тепловых импульсов [3,13], в характерной для наблюдения электронного перегрева области достаточно низких температур малоэффективно из-за того, что $\delta\rho \ll \rho_0$. Однако в силу именно этого неравенства оказывается возможным использование шумовой термометрии [23], когда для измерения T_e используются флуктуации напряжения на исследуемой пленке. Недавно в работах Роукса с соавторами [17] этот метод был использован для экспериментального наблюдения перегрева электронов в пленках Cu толщиной $\sim 10^3 \text{ \AA}$ на подложках из сапфира. Предсказываемая теорией [8–10] зависимость $T_e \sim P^{1/5}$ (для электронов с квадратичным законом дисперсии, взаимодействующих с дебаевскими фононами) уверенно наблюдалась в интервале температур 25–300 мК. Используя результаты своих измерений, авторы [17] определили константу a в выражении для времени энергетической релаксации

электронов на фононах $\tau_e = aT_e^{-3}$ для Cu по известной электронной теплоемкости $c_e = \gamma T$.

Заметим, однако, что использование уже известной величины $\gamma \sim N(0)$ в этом случае не является необходимым. Электронную теплоемкость исследуемой пленки можно находить в опыте по ее остыванию, измеряя $T_e(t)$ с помощью той же методики. Скорость такого остывания определяется уравнением

$$c_e dT_e / dt = -dP(T_e, T_0), \quad (6)$$

где зависимость $P(T_e, T_0)$ известна из стационарного эксперимента [17]. Сравнение наблюдаемой и полученной интегрированием (5) зависимостей $T_e(t)$ позволит найти $N(0)$. Такая «релаксационная» методика определения $N(0)$ не связана с конкретным видом электронного спектра и, следовательно, пригодна для измерения γ в структурно-неупорядоченных («грязных») металлических пленках, где перенормировка $N(0)$ за счет ЭФВ зависит от поведения $S(\omega)$ при $\omega \ll \omega_D$ [24].

В то время как для чистых металлов при $\omega \rightarrow 0$ $S(\omega) \sim \omega^2$, теоретические оценки поведения $S(\omega)$ в грязном пределе существенно зависят от используемых моделей. Так, в [25,26] получено $S(\omega) \sim \omega^3$, тогда как в [27] $S(\omega) \sim \omega$. Соответственно в наблюдаемых зависимостях $T_e \sim P^{1/n}$ величина n должна изменяться от 6 до 4, а показатель p в температурной зависимости $\tau_e \sim T_e^{-p}$ принимает значения от 4 до 2 ($p = n - 2$), так как

$$\tau_e^{-1}(T) = 4\pi \int_0^\infty d\omega S(\omega) \text{sh}(\hbar\omega / k_B T). \quad (7)$$

В массивных металлах для экспериментального определения τ_e при $T \ll \Theta_D = \hbar\omega_D$ существуют различные методы [24]. Величина τ_e часто используется как феноменологический параметр в работах по слабой локализации грязных металлических пленок и резистивному поведению сверхпроводящих пленок в существенно нелинейных режимах. Однако, как хорошо известно [24], для достаточно тонких пленок, особенно если они напыляются при низких температурах, τ_e может существенно изменяться (часто более чем на порядок [25]) по сравнению со случаем массивного металла за счет сильного изменения $S(\omega)$ в интересующей нас «кинетической» области частот $\omega \ll \omega_D$. Обычные способы экспериментальной оценки τ_e по температурной зависимости электро- и теплосопротивления таких пленок при достаточно низких температурах становятся непригодными в силу малости указанных эффектов. Поэтому измерения $P(T_e, T_0)$ по методике работы [17] для грязных пленок могут дать пока отсутствующую прямую информацию о $\tau_e(T)$. Кроме того, дополненные фонной спектроскопией теплового излучения пленки эти данные содержат более детальную экспериментальную информацию об ЭФВ таких пленок в той области

частот ($\omega \ll \omega_D$), где традиционные методы туннельной [28] и микроконтактной [29] спектроскопии не претендуют на достаточную точность.

2.3. Об энергетической релаксации электронов на фононах в тонких металлических пленках

2.3.1. Двумерность ЭФВ в «грязных» тонких пленках: общие соображения

Хотя с теоретической точки зрения вопрос об электрон-фононной релаксации в грязных 3D-металлах при низких температурах (когда $ql \ll 1$, где q — характерный волновой вектор фонона, l — длина свободного пробега электрона за счет рассеяния на примесях [30]) может считаться в основном завершенным (см., например, [31]), сравнение выводов теории с результатами недавних экспериментов по определению зависимости $\tau_e(T)$ в тонких металлических пленках [32–34] все еще остается весьма противоречивым. Ранее ряд противоречий в интерпретации экспериментов Бергмана по измерению квантовых поправок к электросопротивлению тонких пленок устранили авторы работы [35], воспользовавшись представлением о двумерности ЭФВ в исследуемых пленках. Критерием такой двумерности является выполнение условия $D\tau_e(T) \gg d^2$, где D — коэффициент электронной диффузии, d — толщина пленки [35].

Однако расчеты, проведенные в [35], были численными и не давали общего представления о характере зависимости $\tau_e^{-1}(T, l)$ в 2D-режиме (напомним, что в грязном пределе в 3D-металле при $T \rightarrow 0$ $\tau_e^{-1}(T, l) \sim T^4 l$ [31]). Ниже (п. 2.3.2) мы приведем асимптотические оценки в 2D-режиме и далее (п. 2.3.3) рассмотрим ряд относящихся к этому случаю экспериментов [17,36], ранее имевших иную интерпретацию.

2.3.2. Асимптотические оценки времен релаксации

Для получения интересующих нас асимптотик в качестве исходного используем полученное в рамках модели желе выражение для τ_e^{-1} из работы [35]:

$$\tau_e^{-1} = (2l / \hbar m)(k_B T)^3 \sum_b (d_b / s_b^3) \int_0^{\Theta_D/T} dx x^2 f_b(x t_b) / \text{sh} x. \quad (8)$$

Здесь m — масса электрона; s_b — скорость звука с поляризацией b , $d_b = k_F^3 / 16\pi\rho_i^b s_b$, где ρ_i — плотность ионов, k_F — волновое число Ферми; $t_b = T / \Theta_l$, а $\Theta_l = \hbar s_b / k_B l$ имеет смысл температуры, при которой длина волны теплового фонона становится порядка l . Функции $f_{L,T}$ [35] в (8) удобно представить в виде $f_L(x) = 2 / [1 + (x^2 + 1)^{1/2}]$, $f_T = f_L^2$, откуда сразу следует их монотонность (см. ниже).

Если $T \ll \Theta_l \ll \Theta_D$, то, разлагая $f_b(x)$ в ряд по $t^2 \ll 1$, находим первые два члена разложения (8) в виде

$$\tau_e^{-1} = (2l/\hbar m)(k_B T)^3 \left\{ [7\zeta(3)/2] \left[d_L/s_L^3 + 2d_T/s_T^3 \right] - [93\zeta(5)/8] [k_B T l/\hbar]^2 \left[d_L/s_L^5 + 4d_T/s_T^5 \right] \right\}. \quad (9)$$

Основной вывод, следующий из (9): в нулевом по $t^2 \ll 1$ приближении $\tau_e^{-1} \sim T^3$, т.е. частота энергетической релаксации электронов на фононах в грязном ($q_T l \ll 1$) 2D-металле $v_e^{2D}(l, T)$ имеет низкотемпературное поведение вида T^p с тем же значением $p = 3$, что и в чистом ($q_T l \gg 1$) 3D-металле, где для L-фононов [31]

$$\tau_e^{-1} = (7\pi\zeta(3)/12)(k_B T)^3 / \hbar m M s_L^4 = v_e^{3D}(T), \quad (10)$$

где M — масса иона. Учитывая, что $\rho_i^L = 9\rho_i^{3D}/4k_F$ [35], где $\rho_i^{3D} = M k_F^3$, для L-фононов имеем связь

$$v_e^{2D}(l, T) = (k_F l / 3\pi^2) v_e^{3D}(T), \quad (11)$$

откуда видно, что при $k_F l \sim 10^2$ численные значения $v_e^{2D}(l)$ и v_e^{3D} одного порядка.

Покажем, что выражение (9) качественно согласуется с результатами численного анализа экспериментов на основе формулы (8) в [35]. Такое согласие следует из нескольких взаимосвязанных обстоятельств. Во-первых, пользуясь монотонностью функций $f_{L,T}(x)$ легко показать, что для $T \ll \Theta_D$ $v_e^{2D}(l, T)$ является монотонно убывающей функцией своих аргументов. Во-вторых, оказывается, что для $\Theta_l \ll T \ll \Theta_D$ имеем $v(T) \sim T^p$ с $p = 2$ для L-фононов и $p = 1$ для T-фононов. И наконец, в силу отрицательного знака поправки к нулевому приближению в разложении (9) (относительный порядок которой приближенно равен $3(T/\Theta_l)^2 \ll 1$) очевидно, что с ростом T величина «эффективного» p , начиная со значения $p = 3$ для $T \ll \Theta_l$, монотонно уменьшается, так что в промежуточной области температур $T \sim \Theta_l$ вполне возможно $p \approx 2$ [35].

2.3.3. Анализ экспериментальных результатов

Проанализируем сначала уникальные по постановке и результатам эксперименты Роукса и др. [17], в которых с помощью шумовой термометрии в диапазоне температур 25–320 мК непосредственно измерялась зависимость электронной температуры в пленке меди толщиной 10^3 \AA от величины приложенного к пленке постоянного электрического поля. Извлекаемая из этих измерений температурная зависимость частоты энергетической релаксации электронов на фононах с высокой точностью следовала закону $\tau_e^{-1}(T) = aT^3$, где величи-

на a соответствовала значениям, измеренным при гораздо более высоких температурах в чистых массивных образцах меди с помощью циклотронного и других резонансных методов [17]. Авторы работы [17] трактуют измеренные их методом времена в тонкой пленке как соответствующие электрон-фононной релаксации в массивном 3D-образце в чистом пределе.

Более подробный анализ экспериментальных параметров с учетом полученных нами формул (9) и (11) показывает необоснованность таких выводов. Действительно, для длины упругого рассеяния в образце Роукса $l \sim 200 \text{ \AA}$ (что следует из оценки $l = 3D/v_F$ и используемых автором значений $D \sim 10^4 \text{ см}^2/\text{с}$ и $v_F = 1,57 \cdot 10^8 \text{ см/с}$). Тогда даже для максимальных температур эксперимента $T_m = 0,3 \text{ К}$ имеем $q_T l \approx 0,1$ (здесь $q_T = k_B T_m / \hbar s$, и для пленки меди мы взяли минимальное значение $s \approx 2,3 \cdot 10^5 \text{ см/с}$ из [37], а также, как легко проверить, выполняется условие $D\tau_e(T_m) \gg d^2$). Таким образом, во всем диапазоне исследуемых в работе [17] температур с запасом удовлетворяются неравенство $q_T l \ll 1$ и условие двумерности ЭФВ, при выполнении которых справедливы формулы (9) и (11). Существенным отличием этих формул от формулы для чистого 3D-случая (10) является зависимость v_e^{2D} от l . К сожалению, в опытах Роукса был исследован лишь один пленочный образец с фиксированной толщиной. Таким образом, для проверки предлагаемой нами реинтерпретации экспериментов [17] желательнее повторить их для различных значений l , чтобы получить предполагаемую нами зависимость $a \propto l$, тем более что, по-видимому, легко достижимое уменьшение l позволяет расширить диапазон исследуемых температур в сторону их повышения.

Аналогичными соображениями можно, по-видимому, объяснить появление слагаемого вида $A_3 T^3$ (где A_3 не зависит от T) в выражении для частоты неупругой релаксации электронов в тонких грязных пленках алюминия, извлекаемого авторами работы [36] из экспериментов по исследованию температурной и магнитопольевой зависимости квантовых поправок к электросопротивлению таких пленок по новой, согласованной с другими экспериментальными группами методике.

Авторы работы [36] в разд. Va, анализируя по своей методике более ранние результаты Гершензона с соавт. и Гордона с соавт. (см. ссылки на эти работы соответственно [67] и [58] в списке литературы статьи [36]), отмечают необычность появления для столь тонких ($d \sim 50 \text{ \AA}$) пленок характерной, по их мнению, лишь для чистого 3D-металла зависимости $v_e \sim T^3$. С изложенной в п. 2.2.2 точки зрения такая зависимость вполне объяснима, и, как и в предыдущем примере (см. анализ работы [17]), критерием правильности предлагаемой нами интерпретации может служить дополнительное исследование наличия следующей из (9) зависимости $A_3 \propto l$.

3. Нестационарный нагрев электронов

3.1. Двухтемпературная модель. Высокие температуры

Во втором раздел обзора подробно проанализирована кинетика электрон-фононной системы металлической пленки при стационарном нагреве электронов. Обратимся к случаю нестационарного нагрева, который позволяет исследовать особенности динамики взаимодействующих электронов и фононов. Первые систематические эксперименты по нестационарному нагреву электронов относятся к 1980-м годам и представляют собой эксперименты двух типов. Один из них — импульсный нагрев ультракороткими (пикосекундными [38,39] и фемтосекундными [40–42]) лазерными импульсами, другой — осциллирующий нагрев модулированным электромагнитным излучением [34,43,44]. В экспериментах первого типа пленка облучается двумя последовательными лазерными импульсами, из которых первый нагревает электроны, а второй зондирует систему. Меняя время запаздывания зондирующего импульса относительно нагревающего, можно получить информацию о динамике и характерных временах процесса энергетической релаксации в электрон-фононной системе. (Обычно измеряется временная зависимость коэффициента прохождения или коэффициента отражения зондирующего импульса. При этом переход от пикосекундной к фемтосекундной ширине импульсов увеличивает разрешающую способность измерений, в результате чего удается найти время электрон-фононных столкновений.) В экспериментах второго типа время электрон-фононных столкновений находится по особенностям зависимости сопротивления пленки от частоты модуляции поглощаемого электромагнитного излучения (при фиксированной его мощности). Далее мы более детально рассмотрим физические процессы, характерные для экспериментов обоих типов. При этом основное внимание будет уделено их теоретическому описанию и той физической картине релаксации энергии в системе пленка–подложка, которая возникает на основе теоретического анализа.

Основой для теоретического описания интересующих нас динамических процессов в системе взаимодействующих электронов и фононов являются кинетические уравнения для электронной и фононной функций распределения (ЭФР и ФФР). Предполагая нагрев пленки однородным по ее длине, запишем систему кинетических уравнений в следующем стандартном виде:

$$\frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial t} + e\mathbf{E}(t) \frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} + v_z \frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial z} = I_i(f_{\mathbf{p}}) + I_{ep}(f_{\mathbf{p}}, N_{\mathbf{q}}) + I_{ee}(f_{\mathbf{p}}), \quad (12)$$

$$\frac{\partial N_{\mathbf{q}}}{\partial t} + s_z \frac{\partial N_{\mathbf{q}}}{\partial z} = I_{pe}(N_{\mathbf{q}}, f_{\mathbf{p}}) + I_{pp}(N_{\mathbf{q}}), \quad (13)$$

где ось z считается перпендикулярной к поверхности пленки, $v_z = \partial \varepsilon_{\mathbf{p}} / \partial p_z$ и s_z — проекция скорости фонона на ось z . В отличие от случая стационарного нагрева, в (12) электрическое поле \mathbf{E} считается зависящим от времени. Интегралы электрон-фононных и фонон-электронных столкновений (без процессов переброса) можно записать как [45]

$$I_{ep}(f_{\mathbf{k}}, N_{\mathbf{q}}) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} w(q) \times \\ \times \left\{ f_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}(1-f_{\mathbf{k}})[(N_{\mathbf{q}}+1)\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}}-\hbar\omega_q) + \right. \\ \left. + N_{-\mathbf{q}}\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}}+\hbar\omega_q)] - f_{\mathbf{k}}(1-f_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})[N_{\mathbf{q}}\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}}-\hbar\omega_q) + \right. \\ \left. + (N_{-\mathbf{q}}+1)\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}}+\hbar\omega_q)] \right\}, \quad (14)$$

$$I_{pe}(f_{\mathbf{k}}, N_{\mathbf{q}}) = \int \frac{2d^3k}{(2\pi)^3} w(q) \times \\ \times [f_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}(1-f_{\mathbf{k}})(N_{\mathbf{q}}+1) - f_{\mathbf{k}}(1-f_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})N_{\mathbf{q}}] \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}-\varepsilon_{\mathbf{k}}-\hbar\omega_q). \quad (15)$$

Интегралы столкновений электронов с примесями (I_i), между собой (I_{ee}), а также интеграл фонон-фононных столкновений (I_{pp}) мы не конкретизируем. В приведенных выше формулах из соображений удобства электронные состояния в зоне проводимости характеризуются либо волновым вектором \mathbf{k} , либо квазиимпульсом \mathbf{p} ($\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$).

Во многих экспериментальных работах по импульсному нагреву электронов релаксация электрон-фононной системы анализируется в терминах двухтемпературной модели Каганова, Лифшица и Танатарова [8]. Суть этой модели состоит в том, что электроны и фононы считаются термализованными, им приписываются температуры T_e и T_p соответственно, после чего динамика электрон-фононной системы полностью характеризуется временной зависимостью этих температур*. Из-за фундаментальной важности работы [8] как для эксперимента, так и для теории рассмотрим ее более подробно. В основе работы лежит простая модель металла, в которой закон дисперсии электронов считается квадратичным и изотропным, т.е. энергия электронов задается выражением $\varepsilon_{\mathbf{p}} = p^2/2m$, где m — эффективная масса. Заметим, что квадратичный изотропный закон дисперсии хорошо описывает металлы первой группы, такие, в частности, как Cu, Ag, Au, на которых часто проводят эксперименты по фемтосекундному нагреву электронов. Далее предполагается, что фононы имеют только продольную акустическую

* Этот подход аналогичен подходу Ландау к релаксации энергии нагретых электронов в плазме, где сильное различие масс электронов и ионов приводит к доминированию процессов термализации над переносом тепла от электронов к ионам [46].

моду с линейным законом дисперсии $\omega_{\mathbf{q}} = sq$, где s — скорость продольного звука, q — модуль волнового вектора фонона. Для электрон-фононного взаимодействия используется приближение деформационного потенциала, которое дает для функции $w(q)$ выражение

$$w(q) = \frac{\pi\mu_0^2\omega_q}{\rho_f s^2}, \quad (16)$$

где μ_0 — константа деформационного потенциала, имеющая порядок энергии Ферми: $\mu \sim \varepsilon_F = p_F^2/2m$; ρ_f — плотность пленки.

Чтобы записать динамические уравнения для электронной и фононной температур, нужно найти удельную мощность переноса тепла P_{ep} от нагретых электронов к более холодным фононам. Эту величину удобно выразить через интеграл фонон-электронных столкновений:

$$P_{ep} = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \hbar\omega_q I_{pe}(N_{\mathbf{q}}, f_{\mathbf{p}}). \quad (17)$$

Для бозевской функции распределения $N_{\mathbf{q}} = n_q \equiv [\exp(\hbar\omega_q/k_B T_p) - 1]^{-1}$ и фермиевской функции $f_{\mathbf{p}} = f_0(\varepsilon_p) \equiv \{\exp[(\varepsilon_p - \varepsilon_F)/k_B T_e] + 1\}^{-1}$ в [8] получено (справедливое при произвольных температурах) выражение

$$P_{ep}(T_e, T_p) = \frac{m^2 \mu_0^2 (k_B \Theta_D)^5}{4\pi^3 \hbar^7 \rho_f s^4} [F(T_e) - F(T_p)], \quad (18)$$

где Θ_D — дебаевская температура, а функция $F(T)$ определена равенством

$$F(T) = \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^5 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^4 dx}{e^x - 1}. \quad (19)$$

Из соотношений (18) и (19) следует, что при высоких температурах (по сравнению с дебаевской) $P_{ep} = g_0(T_e - T_p)$, тогда как в области низких температур $P_{ep} = \Sigma_0(T_e^5 - T_p^5)$. Предельные значения констант

$$g_0 = \frac{m^2 \mu_0^2 k_B^5 \Theta_D^4}{16\pi^3 \hbar^7 \rho_f s^4}, \quad \Sigma_0 = \frac{D_5 m^2 \mu_0^2 k_B^5}{4\pi^3 \hbar^7 \rho_f s^4}$$

не зависят от температур электронов и фононов и определяют силу электрон-фононного взаимодействия при высоких и низких температурах соответственно. В последнем равенстве число $D_5 \approx 24,9$ представляет со-

бой значение интеграла $D_k = \int_0^{\infty} x^{k-1} (e^x - 1)^{-1} dx$ при

$k = 5$.

На основании результатов работы [8] можно записать систему нелинейных динамических уравнений для электронной и фононной температур [47,48]. В про-

странственно однородной ситуации, характерной для нагрева тонких пленок, система уравнений имеет вид

$$c_e(T_e) \frac{dT_e}{dt} = -P_{ep}(T_e, T_p) + W(t), \quad (20)$$

$$c_p(T_p) \frac{dT_p}{dt} = P_{ep}(T_e, T_p), \quad (21)$$

где c_e и c_p — теплоемкости электронов и фононов, а $W(t)$ — удельная мощность тепловых источников, нагревающих электроны.

Двухтемпературная модель (2ТМ) Каганова, Лифшица и Танатарова была обобщена Шкловским [12] и впоследствии Алленом [49] на случай произвольных законов дисперсии электронов и фононов. При этом оказалось, что мощность теплообмена между электронной и фононной подсистемами выражается через спектральную функцию Элиашберга $\alpha^2 F(\omega)$, хорошо известную в теории сверхпроводников с сильной связью [50]:

$$P_{ep}(T_e, T_p) = 2\pi N(0) \int_0^{\infty} d\omega \alpha^2 F(\omega) (\hbar\omega_q)^2 [n_q(T_e) - n_q(T_p)]. \quad (22)$$

Здесь $N(0) = mp_F / (\pi^2 \hbar^3)$ — плотность состояний на поверхности Ферми. Следующий важный шаг в развитии теории Каганова, Лифшица и Танатарова был сделан Алленом в уже упоминавшейся работе [49], где показано, что в высокотемпературном пределе, когда $n_q(T) \approx \hbar\omega_q / (k_B T)$, динамические уравнения 2ТМ сводятся к равенствам

$$T_e \frac{dT_e}{dt} = \frac{3\hbar}{\pi k_B} \lambda \langle \omega^2 \rangle (T_p - T_e) = -\frac{c_p}{\gamma} \frac{dT_p}{dt}. \quad (23)$$

Здесь $\gamma = (\pi^2/3)N(0)k_B^2$ — коэффициент, входящий в электронную теплоемкость $c_e = \gamma T_e$. Из (23) следует, что скорость остывания электронов выражается через константу электрон-фононной связи

$$\lambda = 2 \int_0^{\infty} d\omega \frac{\alpha^2 F(\omega)}{\omega}. \quad (24)$$

Усредненный по спектру фононов квадрат фононной частоты равен

$$\langle \omega^2 \rangle = \int_0^{\infty} d\omega \frac{\alpha^2 F(\omega)}{\omega} \omega^2 \Big/ \int_0^{\infty} d\omega \frac{\alpha^2 F(\omega)}{\omega}. \quad (25)$$

При высоких температурах, когда фононная теплоемкость постоянна, из (23) нетрудно получить следующее уравнение для электронной температуры [51]:

$$T_e \frac{d^2 T_e}{dt^2} + \left(\frac{dT_e}{dt}\right)^2 + \frac{3\hbar}{\pi k_B} \lambda \langle \omega^2 \rangle \left(1 + \frac{\gamma}{c_p} T_e\right) \frac{dT_e}{dt} = 0. \quad (26)$$

Начальные условия к уравнению (26) следуют из равенств $(\gamma/2)[T_e^2(0) - T_B^2] = \mathcal{E}_0$ и $T_p(0) = T_B$, где \mathcal{E}_0 — энергия импульса, поглощенная электронами в единице объема, T_B — начальная температура решетки, совпадающая с температурой термостата.

В уравнении (26) $\lambda\langle\omega^2\rangle$ является единственным неизвестным параметром, определяющим динамику релаксации электронной температуры. Это означает, что для любого металла величину $\lambda\langle\omega^2\rangle$ можно получить, если использовать ее как подгоночный параметр при согласовании теоретической зависимости $T_e(t)$ с измеренной в эксперименте. Такая процедура позволила Брорсону и др. [51] найти константы электрон-фононной связи для ряда металлов и соединений. Так они получили $\lambda_{\text{Cu}} = 0,08 \pm 0,01$, $\lambda_{\text{Au}} = 0,13 \pm 0,02$, $\lambda_{\text{Cr}} = 0,13 \pm 0,02$, $\lambda_{\text{W}} = 0,26 \pm 0,04$, $\lambda_{\text{V}} = 0,80 \pm 0,06$, $\lambda_{\text{Nb}} = 1,16 \pm 0,11$, $\lambda_{\text{Ti}} = 0,58 \pm 0,05$, $\lambda_{\text{Pb}} = 1,45 \pm 0,16$, $\lambda_{\text{NbN}} = 0,95 \pm 0,06$, $\lambda_{\text{V}_3\text{Ge}} = 0,83 \pm 0,13$. Эти значения (за исключением λ_{NbN} и $\lambda_{\text{V}_3\text{Ge}}$) оказались очень близки к значениям, найденным из других экспериментов. Аналогичный подход был использован для определения λ в сверхпроводящих соединениях $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ [52] и $\text{Ba}(\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x)_2\text{As}_2$ [53]. Полученные значения $\lambda_{\text{YBCO}} = 0,9 \pm 0,4$ и $\lambda_{\text{BFA}} \approx 0,12$ оказались довольно малыми, что можно понимать как свидетельство не в пользу фононного механизма сверхпроводимости в этих соединениях.

Помимо конкретных результатов, из работы Брорсона и др. [51] можно также извлечь общий вывод, что 2ТМ дает вполне адекватное описание релаксации электронов, нагретых до температур $T_e(0) \sim 10^3$ К. Вместе с тем при более слабых нагревах, когда $T_e(0) - T_B \sim 10^2$ К и $T_B \lesssim 300$ К, использование 2ТМ приводит к качественно неверной температурной зависимости времени электрон-фононной энергетической релаксации $\tau_e(T)$ (см., например, [54,55]). Таким образом, возникает вопрос о пределах применимости 2ТМ. Ответ на этот вопрос прост: 2ТМ применима, если время термализации электронов τ_{ee} меньше времени электрон-фононной энергетической релаксации τ_e , а время термализации фононов (за счет фонон-фононного взаимодействия) τ_{pp} меньше времени фонон-электронных столкновений τ_{pe} . Поскольку термализация электронов происходит вследствие электрон-электронных столкновений, $\tau_{ee} \sim \hbar\varepsilon_F / (k_B T_e)^2$ [56]. При высоких температурах $T_e \gg \Theta_D$ время $\tau_e = c_e(T_e) / g_0$, или по порядку величины $\tau_e \sim \hbar T_e / (k_B \Theta_D^2)$. Таким образом, при высоких температурах электроны будут термализованы, если их температура $T_e > \Theta_D(\varepsilon_F / k_B \Theta_D)^{1/3}$, т.е. $T_e \gtrsim 10^3$ К. Можно показать, что фононы в металле термализованы, если их температура $T_p \gtrsim \Theta_D$. Следовательно, условия применимости 2ТМ выполняются для экспериментов [51] и не выполняются для экспериментов [54,55].

В отличие от фононов, которые термализуются только при температурах выше дебаевской, электроны могут термализоваться также и при низких температурах, в области кельвиновых и субкельвиновых температур. Действительно, из 2ТМ следует, что в чистых металлах при $T_e \ll \Theta_D$ время электрон-фононной энергетической релаксации $\tau_e = \gamma / (5\Sigma_0 T_e^3)$. Сравнив его с τ_{ee} , нетрудно получить, что $\tau_{ee} < \tau_e$, если $T_e < T_e^* \sim \sim k_B \Theta_D^2 / \varepsilon_F \sim 1$ К. При этом в грязных пленках, где рассеяние на примесях усиливает электрон-электронное и ослабляет электрон-фононное взаимодействие, условие $\tau_{ee} < \tau_e$ выполняется в более широкой области $T_e \lesssim 10$ К [43].

Подводя итог, можем сказать, что рассмотренная в настоящем разделе 2ТМ применима только при достаточно высоких температурах: $T_e > \Theta_D(\varepsilon_F / \Theta_D)^{1/3}$ и $T_p \gtrsim \Theta_D$. При анализе низкотемпературной энергетической релаксации электрон-фононной системы (см. следующий раздел) можно ввести зависящую от времени электронную температуру $T_e(t)$, но фононы следует описывать фононной функцией распределения, подчиняющейся уравнению Больцмана (13). Наконец, в промежуточной области температур и электроны, и фононы нужно описывать соответствующими уравнениями Больцмана (12) и (13). Особенности энергетической релаксации при промежуточных температурах рассмотрены в разделе 3.3.

3.2. Горячие электроны и неравновесные фононы при низких температурах

Интерес к релаксации энергии электронов в низкотемпературной области имеет важный прикладной аспект, поскольку металлическая пленка при низких температурах может использоваться как высокочувствительный приемник излучения [57–59]. Высокая чувствительность таких приемников, называемых болометрами на горячих электронах, достигается за счет малой электронной теплоемкости, низкого уровня шумов и большого времени релаксации (постоянной времени). Удобной моделью для описания низкотемпературной кинетики электрон-фононной системы является использованная Кагановым, Лифшицом и Танатаровым [8] модель с изотропным квадратичным законом дисперсии электронов и линейным законом дисперсии фононов. Термализация электронов значительно упрощает интеграл электрон-фононных столкновений (15), который при $f_{\mathbf{p}} = \{\exp[(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_F) / k_B T_e] + 1\}^{-1}$ принимает вид

$$I_{pe}(N_{\mathbf{q}}) = v_{\mathbf{q}} \{n_{\mathbf{q}}[T_e(t)] - N_{\mathbf{q}}(z, t)\}. \quad (27)$$

Здесь $n_{\mathbf{q}}(T) = [\exp(\hbar\omega_{\mathbf{q}} / k_B T) - 1]^{-1}$ — бозевская функция распределения. В приближении потенциала деформации частота фонон-электронных столкновений дается формулой

$$v_q = \frac{m^2 \mu_0^2}{2\pi \hbar^3 \rho_f s} \omega_q. \quad (28)$$

Заметим, что формула (28) получена на основании равенства (16) и относится к случаю чистой пленки, где длина свободного пробега электрона l много больше длины волны тепловых фононов λ_T ($\lambda_T = 2\pi \hbar s / T$). Чтобы феноменологически учитывать перенормировку электрон-фононного взаимодействия в грязных металлах с $l \ll \lambda_T$, далее будем рассматривать случай произвольной степенной зависимости матричного элемента электрон-фононного взаимодействия от фононной частоты [32,60]:

$$w(q) = \frac{\pi \mu_r^2 (\hbar \omega_q)^{1+r}}{\rho_f s^2 \hbar}, \quad (29)$$

где число r не обязательно является целым, а μ_r — феноменологический параметр, который определяется доминирующим типом дефектов (неподвижные или колеблющиеся вместе с кристаллической решеткой), а также длиной свободного пробега электронов. При этом

$$v_q = \frac{m^2 \mu_r^2}{2\pi \hbar^4 \rho_f s} (\hbar \omega_q)^{1+r}. \quad (30)$$

Переход к чистому случаю осуществляется простой заменой $r = 0$ и $\mu_r = \mu_0$. Можно показать, что выражение (29) приводит к степенной частотной зависимости функции Элиашберга $\alpha^2 F(\omega) \propto \omega_q^{2+r}$ и, как следствие, к степенной температурной зависимости времени электрон-фононных столкновений $\tau_e \propto T^{-(3+r)}$. В экспериментах были получены зависимости $\tau_e(T)$, близкие как к T^{-4} [57,61,62], так и к T^{-2} [32,34,58,59,63]. Как показано в работе [64], в грязных пленках рассеяние электронов на точечных дефектах ослабляет электрон-фононное взаимодействие, что приводит к соотношению $\tau_e \propto T^{-4} l$. Зависимость же $\tau_e \propto T^{-2}$ может быть следствием сильного рассеяния электронов на массивных дефектах, которые не «увлекаются» колебаниями решетки [65]. В дальнейшем будем полагать r произвольным числом не меньшим минус единицы.

Микроскопическое описание энергетической релаксации в тонкопленочной системе не будет полным, если явно не учесть обмен фононами между пленкой и подложкой. При выполнении условий хорошего теплоотвода, когда вылетевшие из пленки в подложку фононы не возвращаются назад, нетрудно написать условие на границе пленки и подложки, исходя из следующих соображений. Если фонон с волновым вектором \mathbf{q}' налетает из пленки на границу с подложкой, то он с вероятностью α проходит в подложку и с вероятностью $\beta = 1 - \alpha$ зеркально отражается от границы, переходя в состояние с волновым вектором \mathbf{q} (см. рис. 3). Кроме того, в состояние с волновым вектором \mathbf{q} при-

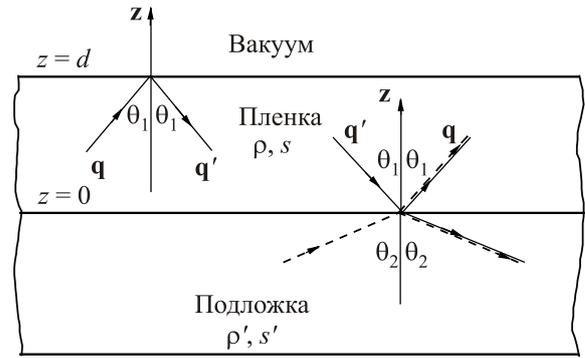


Рис. 3. Зеркальное отражение фононов на свободной границе пленки ($z = d$) и преломление фононов на границе пленка–подложка ($z = 0$). Предполагается, что вылетевшие из пленки в подложку фононы распространяются в подложке баллистически и не возвращаются назад в пленку. Такая картина характерна для монокристаллических подложек с высокой теплопроводностью и достаточно узких пленок. Фононы, налетающие на границу $z = 0$ из подложки, изображаются штриховой линией; ρ (ρ') и s (s') — плотность и скорость продольного звука для пленки (подложки) соответственно.

ходят фононы из подложки. Таким образом, при $z = 0$ для ФФР выполняется условие

$$N_{\mathbf{q}}(0, t) = \alpha n_q(T_B) + \beta N_{\mathbf{q}'}(0, t), \quad (31)$$

которое является одним из граничных условий к уравнению (13). Другое граничное условие — условие зеркального отражения фононов на свободной границе пленки:

$$N_{\mathbf{q}}(d, t) = N_{\mathbf{q}'}(d, t), \quad (32)$$

где z -компоненты волновых векторов падающего и зеркально отраженного фонона имеют противоположные знаки. В модели акустического рассогласования [2,66,67] вероятность α зависит от угла падения фонона и акустических импедансов пленки и подложки:

$$\alpha(\theta_1) = \frac{4ZZ' \cos \theta_1 \cos \theta_2}{(Z \cos \theta_2 + Z' \cos \theta_1)^2}. \quad (33)$$

Здесь $Z = \rho s$ ($Z' = \rho' s'$) — акустический импеданс пленки (подложки); углы падения и преломления связаны соотношением $s' \sin \theta_1 = s \sin \theta_2$.

Решение уравнения (13) с интегралом фонон-электронных столкновений (27) и граничными условиями (31), (32) находится с помощью преобразования Фурье по времени [68]. Для фононов с положительной и отрицательной z -компонентой волнового вектора имеем соответственно

$$N_{\mathbf{q}}(z, t) = \alpha [1 - \beta \chi(0)]^{-1} \exp[-z v_q / s_z] n_q(T_B) + \int_{-\infty}^t dt' n_q[T_e(t')] v_q \exp[-v_q(t-t')] \beta^{\tau+1-z/2d}, \quad (34)$$

$$N_{\mathbf{q}'}(z, t) = \alpha [1 - \beta \chi(0)]^{-1} \exp[-(2d - z)v_q / |s_z|] n_q(T_B) + \int_{-\infty}^t dt' n_q[T_e(t')] v_q \exp[-v_q(t - t')] \beta^{\lceil \tau + z/2d \rceil}. \quad (35)$$

В этих выражениях $\chi(0) = \exp(-2dv_q / |s_z|)$ и $\tau = |s_z| (t - t') / 2d$. Как и ранее, считается, что вектор \mathbf{q} имеет положительную z -компоненту, а вектор \mathbf{q}' — отрицательную. Квадратные скобки в показателе степени β обозначают целую часть числа.

Уравнение для электронной температуры следует из условия теплового баланса

$$c_e(T_e) \frac{dT_e}{dt} = W(t) - \langle P_{ep}(t) \rangle. \quad (36)$$

Здесь $W(t)$ — удельная мощность источников тепла, $\langle P_{ep}(t) \rangle$ — усредненная по толщине пленки удельная мощность, передаваемая от электронов к фононам. Эта мощность выражается через интеграл фонон-электронных столкновений

$$\langle P_{ep} \rangle = \frac{1}{d} \int_0^d dz \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \hbar \omega_q I_{pe} [N_{\mathbf{q}}(z, t)]. \quad (37)$$

Вычислив $\langle P_{ep}(t) \rangle$, приходим к нелинейному интегродифференциальному уравнению для электронной температуры:

$$c_e(T_e) \frac{dT_e}{dt} = W(t) - 2 \int_{q_z > 0} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \hbar \omega_q v_q \{ n_q(T_e(t)) - n_q(T_B) - \int_{-\infty}^t dt' [n_q(T_e(t')) - n_q(T_B)] v_q \exp[-v_q(t - t')] \beta^{\lceil \tau \rceil} (1 - \alpha \{ \tau \}) \}, \quad (38)$$

где $\lceil \tau \rceil$ и $\{ \tau \}$ обозначают соответственно целую и дробную части τ . Заметим, что фононный вклад в уравнении (38) состоит из двух слагаемых. Первое из них (локальное по времени) описывает излучение неравновесных фононов в момент времени t , второе (интегральное по времени) учитывает поглощение неравновесных фононов, излученных в более ранние моменты времени $t' < t$. Уравнение (38), полученное Безуглым и Шкловским в работе [68], является основой для анализа нестационарной кинетики электрон-фононной системы металлической пленки при низких температурах.

3.2.1. Релаксация электронной температуры после импульсного нагрева электронов

Нелинейное интегродифференциальное уравнение (38) описывает динамику электронной температуры в общем случае, т.е. при произвольной величине и временной зависимости мощности тепловыделения $W(t)$. В этом разделе рассмотрим случай, когда электроны нагреваются в момент времени $t = 0$ лазерным импульсом, длительность которого много меньше времени электрон-фононной релаксации τ_e . После такого нагрева электронная подсистема сначала термализуется за время τ_{ee} , а затем релаксирует. Температура, которая устанавливается после термализации, дается равенством $T_e(0) = \sqrt{T_B^2 + 2\mathcal{E}_0 / \gamma}$, где \mathcal{E}_0 — энергия, поглощенная электронами. При произвольной толщине пленки уравнение (38) может быть решено численными методами. Вместе с тем в предельных случаях эффективно тонких и эффективно толстых пленок можно получить аналитические выражения для $T_e(t)$ *. Так, в случае *эффективно тонких* пленок, когда неравновесные фононы в основном покидают пленку, не взаимодействуя с электронами, можно пренебречь интегральным по времени слагаемым в (38). В результате получаем дифференциальное уравнение

$$\tau_e(T_e(0)) \theta \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{5+r} (\theta^{5+r} - \theta_B^{5+r}), \quad (39)$$

где введены безразмерные температуры $\theta = T_e(t) / T_e(0)$ и $\theta_B = T_B / T_e(0)$, и время энергетической релаксации

$$\tau_e(T_e) = \frac{4\pi^5 N(0) \hbar^7 \rho_s^4}{3(5+r) D_{5+r} m^2 \mu_1^2 T_e^{3+r}}. \quad (40)$$

Из (39) следует, что на ранней стадии релаксации, когда $T_e(0) \gg T_B$, остывание электронов описывается зависимостью

$$\theta(t) = \left[1 + \frac{3+r}{5+r} \frac{t}{\tau_e(T_e(0))} \right]^{\frac{1}{3+r}}, \quad (41)$$

которая обобщает результат работы [8] на случай произвольных r .

На поздней стадии релаксации, когда температура электронов приближается к температуре термостата,

* Если ввести эффективную толщину пленки $d_{\text{eff}} = d / \langle \alpha \rangle$, где $\langle \alpha \rangle = \int_0^{\pi/2} \alpha(\theta) \sin(2\theta) d\theta$, то пленки будут эффективно тонкими, если $d_{\text{eff}} \ll l_{pe}(T)$. Фонон-электронная длина свободного пробега $l_{pe}(T) \sim s / v(T)$, где $v(T)$ определяется формулой (30) с $\hbar \omega_q = k_B T$. В противоположном пределе $d_{\text{eff}} \gg l_{pe}(T)$ пленки будут эффективно толстыми.

так что $T_e(t) - T_B \ll T_B$, релаксация становится экспоненциальной

$$T_e(t) - T_B \propto \exp[-t/\tau_e(T_B)]. \quad (42)$$

Заметим, что в случае эффективно тонких пленок характерные времена релаксации на ранней и поздней стадиях определяются временем электрон-фононных столкновений τ_e , взятым при температурах $T_e(0)$ и T_B соответственно.

В эффективно толстых пленках процесс релаксации энергии, поглощенной электронами в момент $t = 0$, имеет три физически различных этапа (не считая этапа термализации). Этими этапами являются излучение неравновесных фононов, термализация электрон-фононной системы и остывание термализованной электрон-фононной системы вследствие обмена фононами между пленкой и подложкой. На первом этапе, длительность которого порядка $\tau_e(T_e(0))$, горячие электроны только излучают неравновесные фононы. Поскольку $\tau_e(T_e(0))$ много меньше времени фонон-электронных столкновений τ_{pe} и среднего времени ухода фононов из пленки τ_{es} , неравновесные фононы не успевают ни перепоглотиться фононами, ни уйти из пленки в подложку, т.е. они просто накапливаются в пленке. Динамика температуры электронов на первом этапе описывается формулой (41).

Рассмотрим второй этап, на котором происходит термализация электрон-фононной системы. Процесс термализации в эффективно толстых пленках описывается уравнением (38), в котором нужно положить $\alpha = 0$ и $\beta = 1$, чтобы исключить уход фононов из пленки в подложку. Рассмотрим случай $r = -1$, который часто встречается в эксперименте (см. [32,34,58,59,63]) и который допускает точное решение. В этом случае частота фонон-электронных столкновений не зависит от модуля волнового вектора фонона: $v_q = v \equiv m^2 \mu_{-1}^2 / (2\pi\hbar^4 \rho_f s)$. Это упрощающее обстоятельство позволяет прийти к следующему уравнению для безразмерной температуры:

$$4\zeta\theta \frac{d\theta}{dx} = -[\theta^4(x) - \theta_B^4] + \int_0^x [\theta^4(x') - \theta_B^4] e^{-(x-x')} dx', \quad (43)$$

где $x = vt$ и $\zeta = c_e(T_e(0)) / c_p(T_e(0))$. Фононная теплоемкость в модели с одной акустической ветвью колебаний дается выражением $c_p(T) = (2\pi^2/15)(k_B^4 T^3 / \hbar^3 s^3)$.

Интегриродифференциальное уравнение (43) можно преобразовать в обычное дифференциальное уравнение

$$4\zeta\theta \frac{d\theta}{dx} = -(\theta^4 - \theta_B^4) + 2\zeta(1 - \theta^2). \quad (44)$$

Заметим, что в случае теплоизолированной пленки релаксация электрон-фононной системы состоит всего из двух этапов (излучения неравновесных фононов и термализации электронов и фононов), причем уравнение (44) описывает оба этапа. Чтобы найти температу-

ру термализации, нужно положить $d\theta/dx = 0$. Получившееся уравнение имеет два корня:

$$\theta_{1,2}^2 = -\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 + 2\zeta + \theta_B^4}, \quad (45)$$

первый из которых дает безразмерную температуру термализации $\theta_{th} = \theta_1$ ($\theta_1 > 0$).

Решение уравнения (43) с начальным условием $\theta(0) = 1$ может быть записано следующим образом:

$$\theta^2(x) = \frac{\theta_1^2(1 - \theta_2^2) - \theta_2^2(1 - \theta_1^2) \exp[-(x/2\zeta)(\theta_1^2 - \theta_2^2)]}{1 - \theta_2^2 - (1 - \theta_1^2) \exp[-(x/2\zeta)(\theta_1^2 - \theta_2^2)]}. \quad (46)$$

Вид функции $\theta(x)$ определяется двумя параметрами: ζ и θ_B . Чтобы выяснить, какая область значений ζ наиболее актуальна для эксперимента, введем температуру T_{eq} , при которой теплоемкость электронов равна фононной теплоемкости: $c_e(T_{eq}) = c_p(T_{eq})$. Для обычных металлов $T_{eq} \sim 1$ К, и значит, начальные сильные нагревы $T_e(0) \gg T_{eq}$ гораздо легче реализовать в эксперименте, чем случай, когда $T_B \ll T_e(0) \ll T_{eq}$. Таким образом, поскольку $\zeta = (T_{eq}/T_e(0))^2$, в эксперименте скорее будет реализован предел $\zeta \ll 1$, чем $\zeta \gg 1$. Напомним также, что при сильных начальных нагревах параметр $\theta_B \ll 1$. Как видно из (44) и (46), при малых ζ температура $\theta(x)$ сначала быстро уменьшается с характерным временем $\tau_e(T_e(0)) = \zeta/v$, а затем выходит на стационарное значение $\theta_{th} \approx (2\zeta)^{1/4}$ за время $t_{th} \sim \zeta^{1/2}/v$. Заметим, что это время значительно меньше, чем время фонон-электронных столкновений $\tau_{pe} = v^{-1}$. Графики $\theta(x)$ для различных значений ζ и $\theta_B = 0$ представлены на рис. 4. Из этого рисунка хорошо видно, что время электрон-фононной релаксации $\tau_e(T_e(0))$ можно находить по наклону кривой $T_e(t)$ в точке $t = 0$:

$$\tau_e(T_e(0)) = -\frac{T_e(0)}{4} \left(\frac{dT_e(t)}{dt} \right)_{t=0}^{-1}. \quad (47)$$

При произвольных r в формуле (47) нужно заменить 4 на $r + 5$.

Рассмотрим, наконец, последний (третий) этап релаксации электрон-фононной системы в эффективно толстой пленке. На этом этапе термализованная электрон-фононная система медленно теряет свою энергию вследствие ухода более энергичных фононов из пленки в подложку и прихода из подложки фононов с меньшей энергией. Чтобы описать третий этап, удобно сначала преобразовать уравнение (38) при условии, что поглощаемая пленкой мощность $W(t)$ существенно меняется на временах много больших, чем τ_{pe} . В этом случае можно записать

$$n_q(T_e(t')) \approx n_q(T_e(t)) - \frac{dn_q}{dT_e} \frac{dT_e}{dt}(t - t'),$$

что значительно упрощает уравнение (38), сводя его к

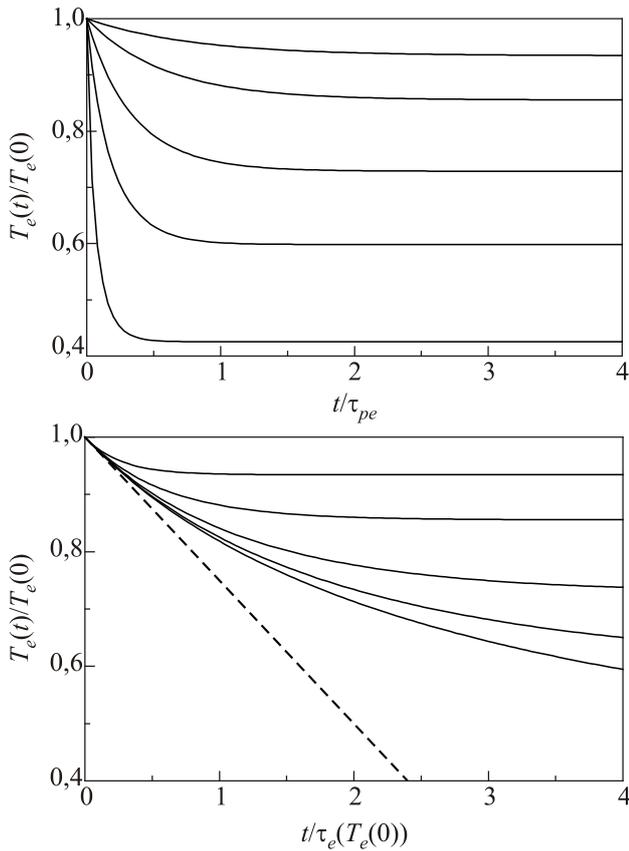


Рис. 4. Релаксация электронной температуры при термализации электрон-фононной системы эффективно толстой пленки в случае $r = -1$ и $T_B = 0$. На верхнем рисунке время измеряется в единицах τ_{pe} , а на нижнем рисунке — в единицах $\tau_e(T_e(0)) = \zeta \tau_{pe}$. На обоих рисунках кривые (снизу вверх) соответствуют следующим значениям параметра ζ : 0,02; 0,1; 0,3; 1; 3. На нижнем рисунке все кривые в точке $t = 0$ имеют один и тот же наклон; в согласии с (39) при $t \rightarrow 0$ они асимптотически приближаются к штриховой прямой, имеющей наклон $-1/4$.

$$[c_e(T_e) + c_p(T_e)] \frac{dT_e}{dt} = W(t) - \int_{q_z > 0} \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \hbar \omega_q \frac{\alpha s_z}{d} [n_q(T_e(t)) - n_q(T_B)]. \quad (48)$$

Для температур $T_B \gg T_{eq}$ фононная теплоемкость в процессе релаксации всегда будет много больше электронной теплоемкости. Если ввести плотность энергии фононов

$$\mathcal{E}_p(T) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \hbar \omega_q n_q(T), \quad (49)$$

уравнение (48) сведется к следующему динамическому уравнению для \mathcal{E}_p :

$$\frac{d\mathcal{E}_p(t)}{dt} = W(t) - \frac{1}{\tau_{es}} [\mathcal{E}_p(T(t)) - \mathcal{E}_p(T_B)], \quad (50)$$

где среднее время ухода фононов из пленки $\tau_{es} = 4d / s \langle \alpha \rangle$, а $\langle \alpha \rangle = \int_0^{\pi/2} \alpha(\theta) \sin(2\theta) d\theta$. Чтобы описать релаксацию избыточной энергии пленки при $t > t_{th}$ в уравнении (50) следует положить $W(t) = 0$. Получим

$$\mathcal{E}_p(t) - \mathcal{E}_p(T_B) = \mathcal{E}_0 e^{-\frac{t-t_0}{\tau_{es}}}, \quad (51)$$

причем $t_0 \sim t_{th}$. Напомним, что \mathcal{E}_0 — это энергия, поглощенная при $t = 0$. Из соотношения (51) очевидно, что в нелинейном режиме на третьем этапе экспоненциально релаксирует энергия системы, а не ее температура.

3.2.2. Определение времен энергетической релаксации электронов при высокочастотном нагреве

Наряду с экспериментами по релаксации быстро нагретых электронов имеется другой важный тип нестационарных экспериментов — исследование отклика металлической пленки на осциллирующий нагрев [34,69]. Преимуществом таких экспериментов является то, что характерные времена релаксации электронов τ_e и τ_{es} довольно просто связаны с особенностями частотной зависимости амплитуды осцилляций электронной температуры, т.е. с особенностями амплитудно-частотной характеристики пленки.

В экспериментальных работах [34,69] анализ результатов высокочастотных экспериментов основан на двухтемпературном приближении, которое хорошо описывает тонкие пленки, но не применимо для эффективно толстых пленок, где существенно перепоглощение электронами неравновесных фононов. В теоретической работе авторов данного обзора [70] представлен микроскопический подход, пригодный для описания динамики электрон-фононной системы в пленках произвольной толщины. Один из новых результатов, вытекающих из такого рассмотрения, состоит в том, что при высоких частотах источника тепла болометрический отклик эффективно толстых пленок определяется временем электрон-фононных столкновений τ_e . Таким образом, для измерения времени τ_e нет необходимости использовать только эффективно тонкие пленки.

3.2.2.1. *Линейный отклик электронной температуры на осцилляции теплового источника.* В статье [70] рассмотрен отклик электронной температуры на осцилляции теплового источника малой амплитуды. Предполагается, что удельная мощность теплового источника задана соотношением $W(t) = W_0 + W_1 e^{-i\omega t}$ и при этом $W_1 \ll W_0$. В рамках линейного отклика электронная температура имеет вид $T_e(t) = T_0 + T_1 e^{-i\omega t}$, где средняя температура T_0 определяется постоянным нагревом W_0 , а амплитуда осциллирующей добавки к средней температуре мала, $|T_1| \ll T_0$, и в общем случае

является комплексной величиной. Уравнение для T_1 следует из (38) и имеет вид

$$-i\omega c_e(T_0)T_1 = W_1 - 2 \int_{q_z > 0} \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \hbar\omega_q \frac{dn_q}{dT_0} v_q \times \left[\frac{-i\omega}{v_q - i\omega} + \frac{\alpha s_z v_q [1 - \chi(\omega)]}{2d(v_q - i\omega)^2 [1 - \beta\chi(\omega)]} \right] T_1, \quad (52)$$

где $\chi(\omega) = \exp[-2d(v_q - i\omega)/|s_z|]$.

Из уравнения (52) вытекает, что в области частот, низких по сравнению с частотой фонов-электронных столкновений, т.е. когда $\omega \ll \nu(T_0)$, выражение для амплитуды линейного отклика эффективно толстой пленки может быть записано следующим образом:

$$T_1 = W_1 \{-i\omega [c_e(T_0) + c_p(T_0)] + c_p(T_0)/\tau_{es}\}^{-1}. \quad (53)$$

Формула (53) отражает то обстоятельство, что при низких частотах фононы в толстых пленках находятся в тепловом равновесии с электронами. При этом динамика их общей температуры определяется временем $\tau'_{es} = \tau_{es}[1 + c_e(T_0)/c_p(T_0)]$, которое больше, чем τ_{es} , вследствие вклада электронов в тепловую инерцию пленки.

Совершенно иная ситуация складывается в области высоких частот. При $\omega \gg \nu(T_0)$ имеем

$$T_1 = [W_1 / c_e(T_0)] [-i\omega + \tau_e^{-1}(T_0)]^{-1}. \quad (54)$$

Таким образом, высокочастотный отклик эффективно толстой пленки определяет время электрон-фононной релаксации $\tau_e(T_0)$. Отметим, что в области высоких частот фононы являются термостатом для электронов и не вносят вклад в тепловую инерцию пленки.

Поскольку в тонких пленках фононы являются термостатом независимо от частоты теплового источника, выражение (54) описывает также отклик эффективно тонкой пленки при всех частотах. Для наглядности на рис. 5 схематически изображена зависимость амплитуды осцилляций электронной температуры от частоты теплового источника в случае эффективно толстой и эффективно тонкой пленки.

Видно, что в случае эффективно толстых пленок эта зависимость имеет два плато. Отношение высот низкочастотного и высокочастотного плато не зависит от W_1 и равно $\tau_{es} / \tau_{pe}^{**}$, где τ_{pe} — время фонов-электронных столкновений*. Таким образом, время фонов-электронных столкновений τ_{pe} можно найти, предварительно определив время τ_{es} из сравнения зависимости (53) с экспериментом. Наконец, время электрон-фононных

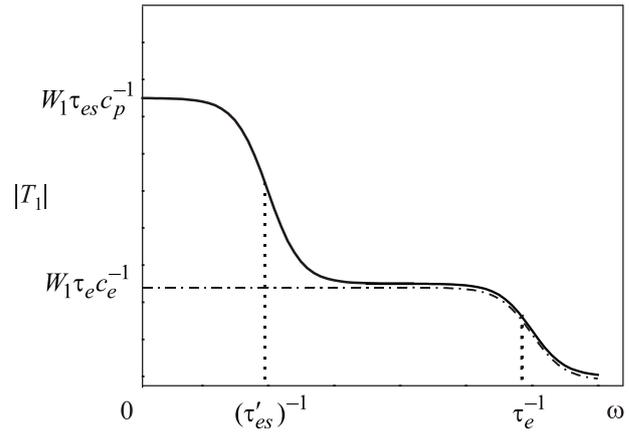


Рис. 5. Схематическая зависимость амплитуды осцилляций электронной температуры $|T_1|$ от частоты теплового источника ω . Сплошная линия соответствует эффективно толстой, штрихпунктирная — эффективно тонкой пленке из того же материала. Считается, что частота фонов-электронных соударений $\nu(T_0)$ удовлетворяет неравенству $\tau'_{es} \ll \nu(T_0) \ll \tau_e^{-1}(T_0)$. В точках $(\tau'_{es})^{-1}$ и τ_e^{-1} амплитуда $|T_1|$ уменьшается в $\sqrt{2}$ по отношению к амплитуде $|T_1|$ на соответствующем плато.

столкновений τ_e можно определить, сравнив высокочастотный отклик толстой пленки с формулой (54).

Времена τ_e и τ_{es} могут быть также получены из измерений частотной зависимости сдвига фазы колебаний электронной температуры***. Из формул (53) и (54) следует, что для эффективно толстых пленок при $\omega \ll \nu(T_0)$ величина сдвига фазы $\varphi_T = \arctg \{ \omega \tau_{es} [1 + c_e(T_0)/c_p(T_0)] \}$, а в случае тонких пленок $\varphi_T = \arctg [\omega \tau_e(T_0)]$.

3.2.2.2. *Нелинейный отклик электронной температуры на осцилляции теплового источника.* Уравнение для электронной температуры (38) — удобный исходный пункт для вычисления нелинейного отклика электронной температуры на осцилляции теплового источника. Отметим, что ранее нелинейный отклик тонкой пленки был найден численными методами в рамках двухтемпературного подхода [71]. Не будем ограничиваться случаем эффективно тонких пленок и приведем полученные в [70] аналитические результаты для нелинейного отклика как эффективно тонких, так и эффективно толстых пленок.

Пусть пленка нагревается переменным током $j = j_0 \sin \omega t$, и, соответственно, удельная мощность тепловыделения дается выражением

$$W(t) = P_0(1 - \cos 2\omega t). \quad (55)$$

Здесь $P_0 = j_0^2 / 2\sigma$, где σ — проводимость пленки, которую при низких температурах можно считать не за-

* Частота фонов-электронных столкновений $\nu(T_0)$ определяется формулой (30) при $\hbar\omega_q = k_B T_0$.

** Мы учли равенство $c_p / \tau_{pe} = c_e / \tau_e$.

*** Сдвиг фазы φ_T определяется равенством $T_1 = |T_1| e^{i\varphi_T}$.

висящей от температуры. Пусть нагрев пленки относительно невелик, т.е. $T_e(t) - T_B \ll T_B$. В этом случае электронную температуру можно найти методами теории возмущений, представив T_e в виде ряда $T_e = T_B + T_1 + T_2 + \dots$, где $T_i \propto P_0^i$. В каждом порядке теории возмущений поправку T_i удобно записать в виде суммы ее среднего значения и осциллирующей компоненты: $T_i(t) = \bar{T}_i + \tilde{T}_i(t)$.

Сначала рассмотрим эффективно толстые пленки. Для возмущений первого порядка, $T_1(t) = \bar{T}_1 + \tilde{T}_1 e^{-2i\omega t}$, имеем постоянную компоненту

$$\bar{T}_1 = P_0 \tau_{es} / c_p(T_B). \quad (56)$$

Выражения для комплексной амплитуды \tilde{T}_1 различны в низкочастотной и высокочастотной областях. Так, в области частот $\omega \ll v(T_B)$ значение \tilde{T}_1 дается выражением

$$\tilde{T}_1 = -[P_0 \tau_{es} / c_p(T_B)] \{1 - 2i\omega \tau_{es} [1 + c_e(T_B) / c_p(T_B)]\}^{-1}. \quad (57)$$

В случае высоких частот, $\omega \gg v(T_B)$, имеем

$$\tilde{T}_1 = -[P_0 \tau_e(T_B) / c_e(T_B)] [1 - 2i\omega \tau_e(T_B)]^{-1}. \quad (58)$$

Во втором порядке теории возмущений нас будет интересовать постоянная компонента \bar{T}_2 , которая, в отличие от \bar{T}_1 , существенно зависит от частоты ω . Как оказывается, особенности зависимости $\bar{T}_2(\omega)$ непосредственно связаны с временами релаксации электрон-фононной системы.

Для эффективно толстой пленки уравнение для \bar{T}_2 имеет вид

$$\bar{T}_2 = -\frac{3}{2T_B} \left(\bar{T}_1^2 + \frac{1}{2} |\tilde{T}_1|^2 \right), \quad (59)$$

что приводит к следующему результату в низкочастотной области:

$$\bar{T}_2 = -\frac{3}{2T_B} \frac{P_0^2 \tau_{es}^2}{c_p^2(T_B)} \left(1 + \frac{1}{2 \{1 + 4\omega^2 \tau_{es}^2 [1 + c_e(T_B) / c_p(T_B)]^2\}} \right). \quad (60)$$

Видно, что при нагреве металлической пленки переменным током постоянная добавка к электронной температуре существенно зависит от частоты. Рассмотрим теперь зависимость $\bar{T}_2(\omega)$ более детально. Если $\tau_{es}^{-1} \ll v(T_B)$, эта зависимость имеет вид сглаженной ступеньки и, соответственно, производная $d\bar{T}_2 / d\omega$ представляет собой выпуклую кривую. Максимум этой кривой достигается при частоте $\omega_{es} = \{2\sqrt{3}\tau_{es} [1 + c_e(T_B) / c_p(T_B)]\}^{-1}$. Таким образом, по положению низкочастотного мак-

симума ω_{es} в эксперименте можно найти среднее время ухода фононов из пленки. Заметим, что ω_{es} определяет τ_{es} без подгоночных параметров.

В случае высоких частот $\omega \gg v(T_B)$

$$\bar{T}_2 = -\frac{3P_0^2}{2T_B} \left(\frac{\tau_{es}^2}{c_p^2(T_B)} + \frac{\tau_e^2(T_B)}{2c_e^2(T_B)} \frac{1}{[1 + 4\omega^2 \tau_e^2(T_B)]} \right). \quad (61)$$

Из (61) следует, что в высокочастотной области максимум производной $d\bar{T}_2 / d\omega$ достигается при $\omega_e = \{2\sqrt{3}\tau_e(T_B)\}^{-1}$, т.е. по положению высокочастотного максимума можно определить время электрон-фононных столкновений при температуре термостата T_B .

Обратимся к тонким пленкам. Нелинейный отклик эффективно тонкой пленки интересен тем, что характерное время релаксации электронов $\tau_e(T_B)$ можно найти не только по частотной дисперсии $\bar{T}_2(\omega)$, но и из разности $\bar{T}_2(\infty) - \bar{T}_2(0)$. Действительно, для эффективно тонкой пленки

$$\bar{T}_2(\omega) = -\frac{2}{T_B} (\bar{T}_1^2 + \frac{1}{2} |\tilde{T}_1(\omega)|^2), \quad (62)$$

где амплитуда \tilde{T}_1 определяется формулой (58). Соответственно, кривая $d\bar{T}_2 / d\omega$ имеет максимум при $\omega_e = \{2\sqrt{3}\tau_e(T_B)\}^{-1}$.

Вычислим разность $\bar{T}_2(\infty) - \bar{T}_2(0)$. Из выражения (62) следует, что

$$\bar{T}_2(\infty) - \bar{T}_2(0) = \frac{1}{T_B} |\tilde{T}_1(0)|^2 = \frac{P_0^2 \tau_e^2(T_B)}{T_B c_e^2(T_B)}. \quad (63)$$

Эта величина весьма чувствительна к температуре термостата T_B , так как с понижением T_B она растет как $T_B^{-(9+2r)}$. Таким образом, в эффективно тонких пленках время электрон-фононных столкновений $\tau_e(T_B)$ можно найти и по частотной дисперсии нелинейного отклика $\bar{T}_2(\omega)$, и из разности $\bar{T}_2(\infty) - \bar{T}_2(0)$. В первом случае $\tau_e(T_B)$ находится без подгоночных параметров, а во втором случае имеется один подгоночный параметр: средняя удельная поглощаемая мощность P_0 .

3.2.3. Динамика фононного вклада в электропроводность пленки

Одна из целей настоящего обзора — выяснить, как из эксперимента можно получить микроскопические времена энергетической релаксации металлической пленки. В предыдущих разделах было показано, что искомые времена τ_e и τ_{es} определяют динамику релаксации электронной температуры при импульсном нагреве электронов, а также частотную зависимость амплитуды и фазы $T_e(t)$ при осциллирующем нагреве пленки. Заметим, однако, что сама по себе электронная

* Параметрами разложения являются $P_0 \tau_{es} / c_p T_B$ для толстых пленок, низких частот и $P_0 \tau_e / c_e T_B$ — в остальных предельных случаях.

температура не является величиной, непосредственно измеряемой в эксперименте, и для ее измерения нужно выбрать подходящий термометр. В работах [68,72] показано, что в качестве такого термометра можно использовать электропроводность пленки, поскольку, с одной стороны, фоновый вклад в электропроводность существенно зависит от T_e , а с другой — измерения электропроводности могут быть выполнены с высокой точностью.

Представим себе стандартную экспериментальную ситуацию, когда через пленку пропускается малый (измерительный) ток фиксированной величины и измеряется возникающее на пленке напряжение. В отсутствие нагрева ($W = 0$) электроны и фононы в пленке находятся в термодинамическом равновесии и имеют общую температуру T_B . При этом напряженность электрического поля в пленке E_0 определяется равенством $j = [\sigma_0 + \sigma_{ph}(T_B)]E_0$. Здесь j — плотность измерительного тока, $\sigma_0 = n_0 e^2 \tau_i / m$ — проводимость пленки при нулевой температуре (n_0 — плотность свободных электронов, e — заряд электрона, τ_i — среднее время между электрон-примесными столкновениями), $\sigma_{ph}(T_B)$ — фоновый вклад в проводимость пленки при T_B . Отметим, что этот вклад отрицателен и связан с фоновым вкладом в удельное сопротивление пленки $\rho_{ph}(T_B)$ простым соотношением $\rho_{ph}(T_B) = -\sigma_{ph}(T_B) / \sigma_0^2$. Пусть в пленке выделяется мощность $W(t)$. Нагрев пленки приводит к нестационарной добавке к ее сопротивлению и, следовательно, к нестационарному электрическому полю $E(t) > E_0$. Поскольку измерительный ток фиксирован, $[\sigma_0 + \sigma_{ph}(T_B)]E_0 = [\sigma_0 + \sigma_{ph}(t)]E(t)$, откуда с учетом малости $|\sigma_{ph}|$ следует, что нестационарная добавка к электрическому полю, $E_1(t) \equiv E(t) - E_0$, дается равенством

$$E_1(t) = E_0[\sigma_{ph}(T_B) - \sigma_{ph}(t)] / \sigma_0. \quad (64)$$

Соотношение (64) показывает, что зависимость $T_e(t)$ может быть получена из измерений напряжения на пленке, если установить связь $T_e(t)$ с $\sigma_{ph}(t)$.

Как известно, плотность тока определяется анизотропной по импульсам \mathbf{p} частью ЭФР. В случае сильного рассеяния на примесях ЭФР имеет малую анизотропную часть и может быть записана как $f_{\mathbf{p}} = f_0(\varepsilon_p) + \mathbf{p}\mathbf{f}_1(\varepsilon_p)$, где изотропная часть ЭФР — это фермиевская функция с температурой $T_e(t)$:

$$f_0(\varepsilon_p) = \left[1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_p - \varepsilon_F}{k_B T_e(t)}\right) \right]^{-1}.$$

Уравнение для \mathbf{f}_1 следует из кинетического уравнения Больцмана для ЭФР (12), если это уравнение умножить на \mathbf{p} и провести интегрирование по углам (подробности вывода см. в [68]). В итоге получаем равенство

$$\frac{\partial \mathbf{f}_1}{\partial t} + \frac{e}{m} \mathbf{E}(t) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_p} = -\frac{\mathbf{f}_1}{\tau_i} + \frac{3}{p^2} \int \frac{dO_{\mathbf{p}}}{4\pi} \mathbf{p} I_{ep}^{(1)}(f_0, \mathbf{f}_1, N_{\mathbf{q}}). \quad (65)$$

В последнем слагаемом по углам интегрируется произведение вектора \mathbf{p} и линеаризованного по малой добавке \mathbf{f}_1 интеграла электрон-фононных столкновений

$$I_{ep}^{(1)}(f_0, \mathbf{f}_1, N_{\mathbf{q}}) = \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} [\mathbf{k}' \mathbf{f}_1(\varepsilon_{k'}) B_{\mathbf{k}'\mathbf{k}} - \mathbf{k} \mathbf{f}_1(\varepsilon_k) B_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}], \quad (66)$$

где \mathbf{k} и \mathbf{k}' — волновые векторы электронов, $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{q}$,

$$B_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \hbar w(q) \{ [1 - f_0(\varepsilon_{k'}) + N_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}] \delta(\varepsilon_{k'} - \varepsilon_k + \hbar\omega_q) + [f_0(\varepsilon_{k'}) + N_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}}] \delta(\varepsilon_{k'} - \varepsilon_k - \hbar\omega_q) \}. \quad (67)$$

Поскольку частота электрон-примесных столкновений τ_i^{-1} много больше частоты электрон-фононного рассеяния τ_e^{-1} , в уравнении (65) вклад рассеяния на фононах и производную по времени можно рассматривать как возмущение. Это значит, что решение уравнения (65) можно представить в виде $\mathbf{f}_1 = \mathbf{f}_1^{(0)} + \mathbf{f}_1^{(1)}$, где

$$\mathbf{f}_1^{(0)} = -\frac{e\tau_i}{m} \mathbf{E}(t) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_p}, \quad (68)$$

$$\mathbf{f}_1^{(1)} = \frac{3\tau_i}{p^2} \int \frac{dO_{\mathbf{p}}}{4\pi} \mathbf{p} I_{ep}^{(1)}(f_0, \mathbf{f}_1^{(0)}, N_{\mathbf{q}}) - \tau_i \frac{\partial \mathbf{f}_1^{(0)}}{\partial t}, \quad (69)$$

причем $|\mathbf{f}_1^{(0)}| \gg |\mathbf{f}_1^{(1)}|$. На основании последнего неравенства мы заменили в (69) \mathbf{f}_1 на $\mathbf{f}_1^{(0)}$. Согласно соотношению (68), анизотропная часть ЭФР много меньше изотропной, если $\tau_i e E_F / m \ll T_e$, т.е. если энергия, которую электрон получает от электрического поля за время свободного пробега, мала по сравнению с T_e . В (69) второе слагаемое мало по сравнению с первым в меру малости параметра $\omega\tau_i \ll 1$, поэтому не будем учитывать его в дальнейшем. Из (68) и (69) видно, что $|\mathbf{f}_1^{(1)}| \sim (\tau_i / \tau_e) |\mathbf{f}_1^{(0)}| \ll |\mathbf{f}_1^{(0)}|$. Приведенные выше сильные неравенства представляют собой условия применимости теории возмущений для вычисления анизотропной части ЭФР.

С учетом (68) и (69) выражение для усредненной по толщине пленки плотности тока имеет вид

$$\mathbf{j} = \sigma_0 \mathbf{E}(t) - \left(\frac{e\tau_i \hbar}{m} \right)^2 \frac{1}{d} \int_0^d dz \int \frac{2d^3 k}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} w(q) \mathbf{q} (\mathbf{E}\mathbf{k}) \times \\ \times \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_k} \{ [f_0(\hbar\omega_q - \varepsilon_k) + N_{-\mathbf{q}}] \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_k + \hbar\omega_q) + \\ + [f_0(\varepsilon_k + \hbar\omega_q) + N_{\mathbf{q}}] \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_k - \hbar\omega_q) \}. \quad (70)$$

Выражение (70) определяет вклад в электропроводность пленки, связанный с рассеянием электронов на фононах, имеющих неоднородную и нестационарную

* Полагаем $|\sigma_{ph}(T_B)| \ll \sigma_0$, как это обычно бывает в эксперименте.

функцию распределения $N_{\mathbf{q}}(z, t)$, представленную формулами (34) и (36). Этот вклад удобно разделить на две части: $\sigma_{\text{ph}} = \sigma_{\text{ph}}^{(1)} + \sigma_{\text{ph}}^{(2)}$, где первая часть

$$\sigma_{\text{ph}}^{(1)}(t) = -\frac{(5+r)D_{5+r}e^2\tau_i^2\mu_r^2}{12\pi^3\hbar^7\rho_s^6}T_e^{5+r}(t) \quad (71)$$

связана с рассеянием электронов на фононах, находящихся в равновесии с электронами, а вторая

$$\sigma_{\text{ph}}^{(2)}(t) = \frac{e^2\tau_i^2}{8\pi^4\hbar^2} \int_0^\infty dq q^3 w(q) \int_0^1 du (1-u^2) \{n_q(T_e(t)) - n_q(T_B) - \int_0^t dt' [n_q(T_e(t')) - n_q(T_B)] v_q e^{-v_q(t-t')} \beta^{[\tau]}(1 - \alpha\{\tau\})\} \quad (72)$$

учитывает отклонение функции распределения фононов от равновесной (переменная интегрирования $u = \cos\theta$, где θ — угол падения фонона). Заметим, что выражение (71) обобщает известное соотношение Блоха–Грюнайзена для фононного вклада в удельное сопротивление, $\rho_{\text{ph}} \propto T_e^5$, на случай грязных пленок.

Формулы (71) и (72) дают $\sigma_{\text{ph}}(t)$ при произвольной зависимости электронной температуры от времени.

Сложность выражения (72) прежде всего связана с его общностью, т.к. оно справедливо при произвольной толщине пленки и произвольной зависимости T_e от времени. Значительные упрощения возникают в случае тонких пленок, когда можно пренебречь перепоглощением неравновесных фононов, вследствие чего $N_{\mathbf{q}}(z, t) \approx n_q(T_B)$. Для тонких пленок имеем следующее выражение для фононного вклада в проводимость:

$$\sigma_{\text{ph}}(t) = -\frac{D_{5+r}e^2\tau_i^2\mu_r^2}{12\pi^3\hbar^7\rho_s^6} \times \left\{ (5+r)T_B^{5+r} + (4+r)[T_e^{5+r}(t) - T_B^{5+r}] \right\}. \quad (73)$$

Формула (73) записана таким образом, чтобы явно выделить вклад в проводимость пленки, который определяется нагревом электронов относительно «холодных» фононов, имеющих температуру термостата T_B (последнее слагаемое в фигурных скобках). Заметим, что адиабатическое следование $\sigma_{\text{ph}}(t)$ за электронной температурой, т.е. отсутствие запаздывания между проводимостью пленки и $T_e(t)$, непосредственно связано с тем, что фононы, излученные в более ранние моменты времени, уходят из тонкой пленки, не перепоглощаясь электронами.

Для построения и анализа графиков $E_1(t)$ интересующую нас добавку к электрическому полю удобно записать через безразмерную температуру:

$$E_1(t) = E_0 \frac{(4+r)\pi^2\tau_i}{3(5+r)\tau_e(T_e(0))} \left[\frac{T_e(0)}{\Theta_D} \right]^2 [\theta^{5+r}(t) - \theta_B^{5+r}]. \quad (74)$$

Множитель $[T_e(0)/\Theta_D]^2$ связан с известной концепцией неэффективности вклада электрон-фононных столкновений в сопротивление пленки при низких температурах.

3.2.3.1 Импульсный нагрев электронов. При импульсном нагреве электронов в тонкой пленке зависимость $\theta(t)$ задается уравнением (39). В случае сильного нагрева, когда на начальной стадии релаксации выполняется неравенство $\theta(t) \gg \theta_B$, нестационарная компонента электрического поля в пленке имеет вид

$$E_1(t) = E_0 \frac{(4+r)\pi^2\tau_i}{3(5+r)\tau_e(T_e(0))} \left[\frac{T_e(0)}{\Theta_D} \right]^2 \times \left[1 + \frac{3+r}{5+r} \frac{t}{\tau_e(T_e(0))} \right]^{-\frac{(5+r)}{(3+r)}}. \quad (75)$$

Если же первоначальный нагрев электронов мал, так что разность $\theta(t) - \theta_B \ll \theta_B$, зависимость $E_1(t)$ имеет экспоненциальный характер:

$$E_1(t) = (4+r)\sigma_0\rho_{\text{ph}}(T_B) \frac{T_e(0)}{T_B} \exp\left[-\frac{t}{\tau_e(T_B)}\right] E_0. \quad (76)$$

Здесь $\rho_{\text{ph}}(T_B)$ — фононный вклад в удельное сопротивление металла при температуре термостата:

$$\rho_{\text{ph}}(T_B) = \frac{\pi^2 m}{3n_0 e^2 \tau_e(T_B)} \left(\frac{T_B}{\Theta_D} \right)^2. \quad (77)$$

Таким образом, измерение $E_1(t)$ в случае слабого нагрева при различных T_B дает важную информацию о температурной зависимости времени электрон-фононных столкновений в тонкой пленке и соответственно о частотной зависимости функции Элиашберга $\alpha^2 F(\omega)$ при частотах много меньших дебаевской частоты.

Для частного случая $r = -1$ уравнение (39) интегрируется, что позволяет представить относительную величину компоненты электрического поля в явном виде:

$$e_1(t) = \frac{E_1(t)}{E_1(0)} = \theta_B^4 [\theta_B^2 \text{ch} \frac{t}{2\tau_e(T_B)} + \text{sh} \frac{t}{2\tau_e(T_B)}]^{-2}. \quad (78)$$

Выражение (78) справедливо при произвольном значении начального нагрева тонкой пленки, т.е. при любом значении $\theta_B < 0$. Графики $e_1(t)$ для $\theta_B = 0,2; 0,5$ и $0,9$ представлены на рис. 6.

3.2.3.2 Осциллирующий нагрев электронов. Рассмотрим ситуацию, когда пленка нагревается осциллирующим источником тепла с плотностью $W(t) = W_0 + W_1 \cos \omega t$ ($W_0 \gg W_1$). В этом случае электронная температура имеет вид $T_e(t) = T_0 + \Re\{T_1 e^{-i\omega t}\}$, где T_1 — малая ($|T_1| \ll T_0$) комплексная амплитуда, пропорциональная W_1 . Как следствие, вклад $\sigma_{\text{ph}}^{(2)}(t) = \sigma_0^{(2)} + \sigma_1^{(2)}(t)$, где постоянная компонента

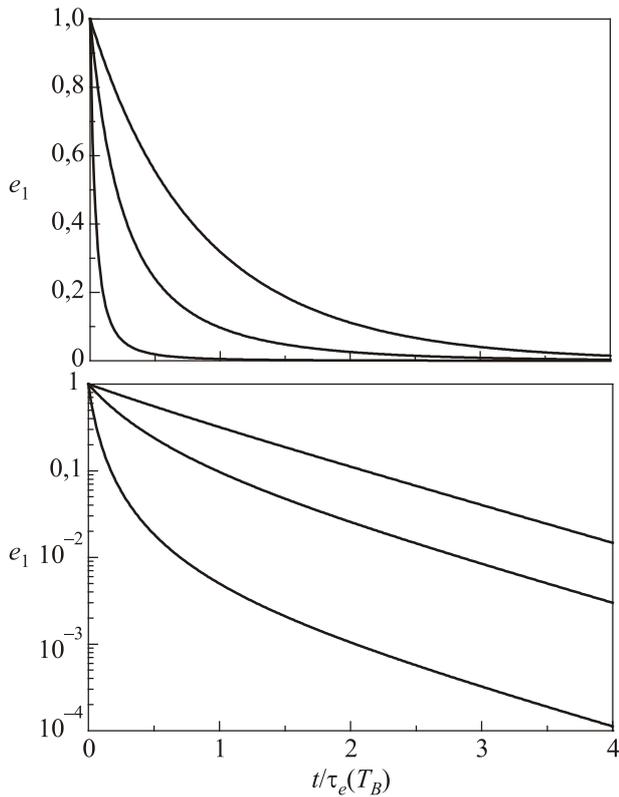


Рис. 6. Релаксация нормированной добавки к электрическому полю в тонкой пленке после импульсного нагрева электронов в линейном (верхний рисунок) и логарифмическом (нижний рисунок) масштабах. Кривые слева направо соответствуют сильному, умеренному и слабому нагревам: $\theta_B = 0,2; 0,5$ и $0,9$. Из нижнего рисунка ясно видно, что все кривые имеют одинаковый наклон при больших временах. Этот наклон равен -1 (т.е. $-1/\tau_e(T_B)$ в размерных единицах).

$$\sigma_0^{(2)} = \frac{e^2 \tau_i^2}{8\pi^4 \hbar^2} \int_0^\infty dq q^3 w(q) \int_0^1 du (1-u^2) \times \frac{\alpha s u [1-\chi(0)]}{2d v_q [1-\beta\chi(0)]} [n_q(T_0) - n_q(T_B)], \quad (79)$$

а осциллирующая компонента

$$\sigma_1^{(2)}(t) = \frac{e^2 \tau_i^2}{8\pi^4 \hbar^2} \int_0^\infty dq q^3 w(q) \int_0^1 du (1-u^2) \frac{dn_q(T_0)}{dT_0} \times \Re \left\{ T_1 e^{-i\omega t} \left[\frac{-i\omega}{v_q - i\omega} + \frac{v_q \alpha s u [1-\chi(\omega)]}{2d(v_q - i\omega)^2 [1-\beta\chi(\omega)]} \right] \right\}. \quad (80)$$

Аналогичное расщепление $\sigma_{ph}^{(1)}(t)$ на постоянную $\sigma_0^{(1)}$ и осциллирующую $\sigma_1^{(1)}(t)$ части дает

$$\sigma_0^{(1)}(t) = \sigma_{ph}^{(1)}(T_0) \text{ и } \sigma_1^{(1)}(t) = \frac{d\sigma_{ph}^{(1)}(T_0)}{dT_0} T_1(t).$$

Индукционная нагревом добавка к электрическому полю также состоит из постоянной и осциллирую-

щей компонент: $\bar{E} = E_0[\sigma_{ph}^{(1)}(T_B) - \sigma_0^{(1)} - \sigma_0^{(2)}]$ и $\tilde{E} = -E_0[\sigma_1^{(1)}(t) - \sigma_1^{(2)}(t)]$ соответственно.

В эффективно толстых пленках при частотах $\omega \ll \nu(T_0)$ основной вклад в $\tilde{E}(t)$ дает рассеяние электронов на термализованных фононах с температурой $T_e(t)$. В этом случае $|\sigma_1^{(1)}| \gg \sigma_1^{(2)}$ и

$$\tilde{E}(t) = E_0 \frac{(5+r)^2 D_{5+r} e^2 \tau_i^2 \mu_r^2}{12\pi^3 \hbar^7 \rho s^6 \sigma_0} T_0^{4+r} \frac{W_1 \cos(\omega t - \varphi)}{(c_e + c_p) \sqrt{\omega^2 + (\tau'_{es})^{-2}}}. \quad (81)$$

Сдвиг фаз $\varphi = \arctg(\omega \tau'_{es})$. Заметим, что запаздывание $\tilde{E}(t)$ относительно источника тепла определяется полной теплоемкостью пленки $c_e + c_p$.

В высокочастотной области вклады $|\sigma_1^{(1)}|$ и $\sigma_1^{(2)}$ одного порядка: $\sigma_1^{(1)} = -(5+r)\sigma_1^{(2)}$. Отсюда с учетом формулы (54) получаем

$$\tilde{E}(t) = E_B \frac{(4+r)(5+r) D_{5+r} e^2 \tau_i^2 \mu_r^2}{12\pi^3 \hbar^7 \rho s^6 \sigma_0} T_0^{4+r} \times \frac{W_1 \cos(\omega t - \varphi)}{c_e(T_0) \sqrt{\omega^2 + \tau_e^{-2}(T_0)}}, \quad (82)$$

где сдвиг фаз $\varphi = \arctg(\omega \tau_e)$.

В случае эффективно тонких пленок осциллирующая компонента электрического поля $\tilde{E}(t)$ дается равенством (82) как при низких, так и при высоких частотах.

Соотношения (81) и (82) связывают частотную зависимость амплитуды колебаний напряжения на пленке $\tilde{E}(\omega)$ с микроскопическими временами энергетической релаксации τ_e и τ_{es} . В случае эффективно толстой пленки эта частотная зависимость имеет две характерные особенности: при частотах $\omega \ll \nu(T_0)$ амплитуда колебаний напряжения пропорциональна $[\omega^2 + (\tau'_{es})^{-2}]^{-1/2}$, где $\tau'_{es} = \tau_{es}(1 + c_e/c_p)$, а при $\omega \gg \nu(T_0)$ она пропорциональна $(\omega^2 + \tau_e^{-2})^{-1/2}$. Таким образом, сопоставив полученную в эксперименте зависимость \tilde{E} от частоты теплового источника ω с формулами (81) и (82), можно найти как среднее время ухода фононов из эффективно толстой пленки τ_{es} , так и время электрон-фононных столкновений τ_e . В эксперименте [69] по зависимости $\tilde{E}(\omega)$ были найдены времена τ_{es} для пленки YBCO на различных подложках (MgO, Al₂O₃, LaAlO₃, NdGaO₃, ZrO₂). Зная τ_{es} , легко найти сопротивление Капицы $R_K = \tau_{es}/(c_p d)$. Для исследованных материалов сопротивление Капицы оказалось порядка 10^{-3} К·см²/Вт при температуре эксперимента $T_B = 90$ К. Заметим, что при такой температуре $c_e \ll c_p$ и можно не различать τ'_{es} и τ_{es} .

В отличие от эффективно толстых пленок, частотная зависимость \tilde{E} для тонкой пленки определяется множителем $(\omega^2 + \tau_e^{-2})^{-1/2}$, а значит, в экспериментах на тонких пленках можно найти только время элек-

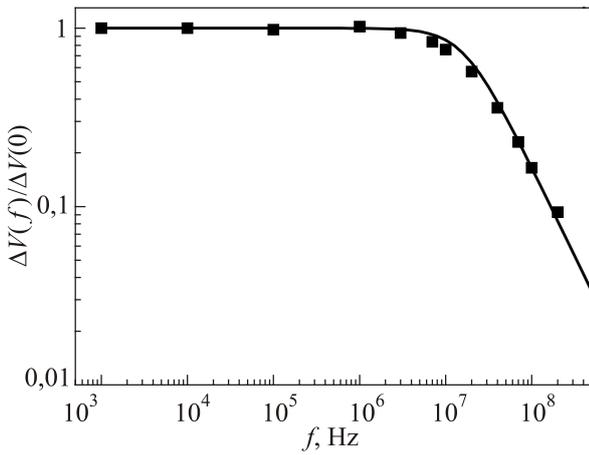


Рис. 7. Относительная величина амплитуды колебаний напряжения на тонкой ниобиевой пленке ΔV в функции частоты. Экспериментальные точки взяты из работы [34]. Величина $\Delta V \propto \tilde{E}$, поэтому, согласно (82), зависимость $\Delta V(f) / \Delta V(0) = [1 + (2\pi f \tau_e)^2]^{-1/2}$ (сплошная кривая). Согласие теоретической кривой с экспериментом достигается при $\tau_e = 9,5$ нс; $T_B = 1,5$ К.

трон-фононных столкновений τ_e . Отметим, что эксперимент [34] на тонкой ниобиевой пленке, которая нагревалась высокочастотным полем, показал хорошее согласие с формулой (82) (см. рис. 7). Измерения амплитуды колебаний напряжения при различных температурах среды позволили установить, что для изученных пленок ниобия частота электрон-фононных столкновений имеет квадратичную зависимость от температуры: $\tau_e(T) \propto T^{-2}$.

Согласно (81) и (82), времена τ_{es} и τ_e могут быть также найдены по частотной зависимости сдвига фаз ϕ между колебаниями напряжения на пленке и колебаниями источника тепла.

3.2.4. 3ω -отклик металлической пленки

В предыдущих разделах обзора представлены различные способы измерения времен энергетической релаксации τ_e и τ_{es} в условиях нестационарного нагрева электронов. В настоящем разделе, где приведены результаты работы [73], показано, что хорошо известный 3ω -метод (см., например, [74,75] и цитируемую там литературу) также может быть использован для экспериментального определения этих времен. Сущность 3ω -метода заключается в измерении компоненты напряжения, имеющей частоту 3ω , при пропускании через проводник тока, осциллирующего с частотой ω . Причина возникновения отклика на утроенной частоте состоит в том, что переменный ток приводит к осцилляциям температуры проводника с частотой 2ω , и, как следствие температурной зависимости сопротивления, и напряжение на проводнике приобретает 3ω -компоненту $V_{3\omega}(t)$.

Не будем конкретизировать температурную зависимость удельного сопротивления $\rho(T)$, поскольку ее явный вид не является существенным для вычисления 3ω -отклика. Отметим только, что такая зависимость найдена в [68,72] для случая, когда $\rho(T)$ определяется рассеянием электронов на фононах.

При слабом нагреве

$$V_{3\omega}(t) = \frac{1}{4} \rho \rho' j_0^3 \Im \left[\frac{1}{k(\omega)} \left(L - 2\eta(\omega) \text{th} \frac{L}{2\eta(\omega)} \right) e^{-3i\omega t} \right], \quad (83)$$

где $\rho = \rho(T_B)$, $\rho' = (d\rho/dT)_{T=T_B}$, а L представляет собой длину участка пленки между потенциальными контактами. В (83) также входят комплексный коэффициент теплоотвода

$$k(\omega) = -2i\omega c_e(T_B) - 2 \int_{q_z > 0} \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \hbar \omega_q v_q \frac{dn_q(T_B)}{dT_B} \times \left[\frac{2i\omega}{v_q - 2i\omega} - \frac{\alpha s_z v_q [1 - \chi(2\omega)]}{2d(v_q - 2i\omega)^2 [1 - \beta \chi(2\omega)]} \right] \quad (84)$$

и имеющий размерность длины комплексный параметр $\eta(\omega) = \sqrt{\kappa_e / k(\omega)}$; κ_e — электронная теплопроводность. Смысл параметра $\eta(\omega)$ довольно прост: на расстоянии $|\eta(\omega)|$ от границы утрачивается ее влияние на переменную компоненту электронной температуры. Границами в нашем случае являются потенциальные контакты, температура которых равна температуре термостата. Из выражения (83) следует, что пленки можно разделить на длинные ($L \gg |\eta(\omega)|$) и короткие ($L \ll |\eta(\omega)|$). В важном для нас случае длинных пленок имеем

$$V_{3\omega}(t) = \frac{1}{4} \rho \rho' j_0^3 L \Im \left[\frac{1}{k(\omega)} e^{-3i\omega t} \right]. \quad (85)$$

В разд. 3.1 эффективная толщина пленки определена как $d_{\text{eff}} = d / \langle \alpha \rangle$. Напомним, что при $d_{\text{eff}} \gg l_{pe}$ излученные электронами неравновесные фононы в основном поглощаются в пленке. Напротив, при $d_{\text{eff}} \ll l_{pe}$ неравновесные фононы уходят в подложку без перепоглощения электронами. Этим двум режимам теплоотвода соответствуют времена энергетической релаксации τ_{es} и τ_e . Ниже покажем, что эти времена могут быть найдены из 3ω -отклика эффективно толстых и эффективно тонких пленок.

В случае эффективно толстых пленок и частот $\omega \ll v(T_B)$ коэффициент $k(\omega) = -2i\omega(c_e + c_p) + c_p / \tau_{es}$. Отсюда, в частности, следует, что пленки с длиной $L \gg \sqrt{\kappa_e \tau_{es} / c_p}$ являются длинными при всех частотах. Для длинных пленок и $k(\omega) = -2i\omega(c_e + c_p) + c_p / \tau_{es}$ из формулы (85) следует, что

$$V_{3\omega}(t) = - \frac{\rho \rho' j_0^3 L}{8(c_e + c_p) \sqrt{\omega^2 + c_p^2 / [4(c_e + c_p)^2 \tau_{es}^2]}} \sin(3\omega t - \phi), \quad (86)$$

где сдвиг фаз φ определяется равенством $\operatorname{tg} \varphi = 2\omega\tau_{es}(1 + c_e/c_p)$. Таким образом, среднее время ухода фононов из пленки τ_{es} может быть найдено как по частотной зависимости амплитуды 3ω -отклика, так и по сдвигу фаз φ .

Перейдем к высоким частотам $\omega \gg \nu(T_B)$. В этом случае $k(\omega) = -2i\omega c_e + c_e/\tau_e$. Подстановка $k(\omega)$ в (85) приводит к выражению

$$V_{3\omega}(t) = -\frac{\rho\rho'j_0^3L}{8c_e(T_B)\sqrt{\omega^2 + 1/(4\tau_e^2)}} \sin(3\omega t - \varphi), \quad (87)$$

где сдвиг фаз φ определяется равенством $\operatorname{tg}\varphi = 2\omega\tau_e$. Заметим, что из (87), в частности, следует, что асимптота 3ω -отклика при $\omega \rightarrow \infty$ дает электронную теплоемкость. В то же время в области частот $\omega \sim \tau_e^{-1}$ по зависимости $V_{3\omega}(\omega)$ можно найти время электрон-фононной энергетической релаксации τ_e . Кроме того, время τ_e также может быть найдено по сдвигу фаз φ .

Теперь обратимся к эффективно тонким пленкам. Можно показать, что как при низких, так и при высоких частотах удельный коэффициент теплоотвода имеет вид $k(\omega) = c_e(-2i\omega + 1/\tau_e)$, и для длинных пленок $L \gg \sqrt{\kappa_e\tau_e/c_e}$ вычисление 3ω -отклика дает формулу (87).

3.3. Релаксация нетермализованных электронов и фононов

Наиболее сложной для теоретического анализа является область температур электронов, удовлетворяющих неравенствам

$$\Theta_D \left(\frac{k_B\Theta_D}{\varepsilon_F} \right) \lesssim T_e \lesssim \Theta_D \left(\frac{\varepsilon_F}{k_B\Theta_D} \right)^{1/3},$$

и температур решетки $T_B \lesssim \Theta_D$. При таких температурах, которые будем называть промежуточными, в общем случае нельзя ввести ни электронную, ни фононную температуру. Поскольку в области промежуточных температур время электрон-электронных столкновений τ_{ee} больше, чем время электрон-фононных соударений τ_e , электроны не успевают прийти в тепловое равновесие до начала энергетической релаксации. Иными словами, существенная часть поглощенной энергии перетекает от электронов к решетке одновременно с процессом термализации электронной подсистемы. Представленная картина отчетливо наблюдается в экспериментах по фотоэмиссии электронов из пленок золота, облученных фемтосекундным лазерным импульсом [76,77]. В этих экспериментах непосредственные измерения динамики ЭФР показали, что распределение электронов отличается от фермиевского на протяжении времени $t_{th} \lesssim 1$ пс. По оценкам авторов, в течение этого времени фотовозбужденный электрон испытывает несколько десятков столкновений с фононами, каждый раз теряя

энергию $\sim k_B\Theta_D$. Поскольку для золота $\Theta_D = 165$ К, а начальная энергия электрона ≈ 2 эВ, существенная часть энергии электронов передается решетке в процессе термализации.

Экспериментальные результаты, принципиально важные для понимания особенностей кинетики электрон-фононной системы металлической пленки в области промежуточных температур, получены в работах [54,55]. В этих работах на основании исследований динамики коэффициента отражения зондирующего лазерного импульса была найдена температурная зависимость времени τ_e , в течение которого в пленках Ag и Au релаксирует избыточная энергия электронов, возбужденных ультракоротким (150 фс) лазерным импульсом (см. рис. 8). Оказалось, если начальная температура пленки (T_B) находится в интервале 10–50 К, время τ_e слабо зависит от температуры, что в корне противоречит предсказанному 2ТМ быстрому росту τ_e при понижении температуры. Причина такого противоречия — нетермализованность электронов в условиях эксперимента. Это подтверждается и численными расчетами релаксации начального распределения электронов в рамках представленной в [54,55] нетермической модели, основанной на нелинейном уравнении Больцмана для ЭФР. В предположении, что фононы имеют постоянную температуру (из-за относительно большой фононной теплоемкости) численный расчет дал температурную зависимость $\tau_e(T)$, хорошо согласующуюся с экспериментом и не показывающую никакого роста при понижении температуры.

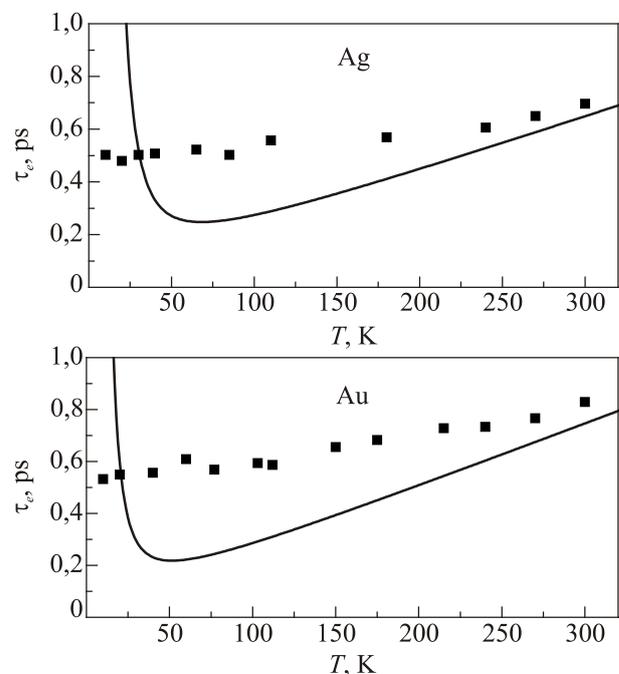


Рис. 8. Температурная зависимость времени энергетической релаксации. Сплошная линия — зависимость $\tau_e(T)$, полученная из 2ТМ, точки — результаты эксперимента [54,55].

На качественном уровне интерпретация экспериментов [54,55] дана в работе [78], где авторы прояснили, почему измеренное время τ_e оказалось меньше, чем время релаксации, даваемое 2ТМ, и почему измеренное τ_e слабо зависит от температуры, тогда как 2ТМ дает в низкотемпературной области зависимость $\tau_e \propto T^{-3}$. Основная причина состоит в том, что в процессе релаксации начального распределения электронов, слабо отличающегося от фермиевского, вовлекается значительно меньше фоновых состояний, чем при релаксации существенно нетермического распределения. Действительно, если ЭФР близка к фермиевской функции с температурой $T \ll \Theta_D$, то в релаксации участвуют фононы с волновыми векторами $q < q_{\max} \sim k_B T / \hbar s$. Число таких фононов пропорционально T^3 , что и дает $\tau_e \sim \hbar / (k_B T)(\Theta_D / T)^2$. Если же функция распределения электронов сильно отличается от фермиевской, то в процессе релаксации участвуют все фоновые состояния с $q < q_{\max} \sim k_B \Theta_D / \hbar s$. В результате время релаксации $\tau_e \sim \hbar / (k_B \Theta_D)$, т.е. оно значительно уменьшается и становится не зависящим от температуры. Поскольку дебаевская температура золота равна 165 К, а серебра 225 К, оценка времени релаксации дает порядок 0,1 пс, причем для серебра величина τ_e будет несколько меньше, чем для золота. Эти качественные черты релаксации согласуются с экспериментом [54,55], где при низких температурах наблюдались значения $\tau_e \approx 0,54$ пс для Au и $\tau_e \approx 0,49$ пс для Ag.

После публикации экспериментальной работы [54], где было показано, что 2ТМ неприменима для описания ситуации, когда процессы термализации и энергетической релаксации электронов идут параллельно друг другу, был опубликован ряд теоретических статей [79,80–82], в которых авторы пытались описать такую параллельную кинетику аналитическими методами. Несмотря на эти значительные усилия, к настоящему времени количественное согласие с экспериментом в первую очередь достигается все же численным решением кинетического уравнения Больцмана, которое на равных основаниях включает столкновения электронов как между собой, так и с фононами [54,55,83,84].

4. Движущийся плоский фронт фазового превращения: стационарные режимы релаксационного и диффузионного теплоотводов

4.1. Вводные соображения

Во втором разделе обзора рассматривались задачи стационарного теплоотвода от однородно нагретых металлических пленок в диэлектрические подложки с высокой (а в теоретическом расчете — идеальной) теплопроводностью. В таком случае было естественно считать, что фононы, излученные из пленки в подложку, в пленку не возвращаются, т.е. все сопротивление теплоотвода сосредоточено на интерфейсе М–Д.

В этом разделе рассмотрим другой экспериментально важный класс стационарных задач теплоотвода в подложки с конечной теплопроводностью от движущегося плоского фронта фазового превращения (ФФП) в пленочной геометрии (см. рис. 9). Примерами таких ФФП, во-первых, могут быть сверхпроводники с транспортным (т.е. заданным внешними источниками) током, в которых за счет диссипации энергии тока в нормальном состоянии возможны волны переключения из сверхпроводящей в нормальную фазу [85–88]. Во-вторых, это метастабильные жидкости и твердые тела, прежде всего так называемые замороженные метастабильные состояния (ЗМС) [89], типичным примером которых являются аморфные фазы (стекла), а также конфигурационно замороженные жидкокристаллические, полимерные, сегнетоэлектрические и другие структурные фазовые переходы первого рода. В этих объектах даже в отсутствие внешних источников тепла среда является термически активной вследствие термодинамической неравновесности исходной метастабильной фазы. Ее релаксация в стабильную фазу осуществляется путем необратимого (в отличие от волны переключения) перемещения ФФП и связанной с ним температурной неоднородности в виде «волны релаксации» [88]. В связи с этим появились многочисленные экспериментальные исследования кинетики существенно неизотермических, самоподдерживающихся за счет тепловыделения на фронте превращения режимов быстрого («взрывного») распространения фронта кристаллизации (ФК) в стеклах различной природы — металлических, полупроводниковых, диэлектрических [91]. Наиболее изученным на опыте является фактически одномерный случай, когда плоский ФК распространяется вдоль достаточно тонкого слоя или пленки аморфного вещества, нанесенного обычно на массивную подложку. Такая «пленочная» постановка эксперимента по неизотермическому распространению ФК, кроме возможности реализовать его перемещение с постоянной скоростью, имеет еще то преимущество, что толщина исследуемой пленки является дополнительным внешним «управляющим параметром». К тому же, пленочная геометрия (см. рис. 9) допускает визуализацию процесса превращения и не-

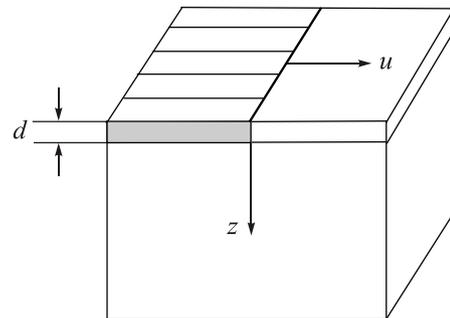


Рис. 9. Плоский фронт фазового превращения в «пленочной» геометрии; u — скорость фронта, d — толщина пленки.

посредственное измерение температурного профиля связанного с ФК «теплового домена». Такие измерения содержат информацию о «собственной» кинетике перемещения ФК в области больших скоростей (порядка м/с и более), где неизотермические эффекты в силу всегда конечной скорости теплоотвода неустранимы в принципе. Поэтому интерпретация таких измерений оказывается неизбежно связанной с адекватным опытом описанием теплоотвода от пленки в подложку.

В данном разделе исследуются два предельных случая теплоотвода от ФК в подложку: релаксационный и диффузионный. В первом случае сопротивление теплового стока сосредоточено целиком на границе пленка–подложка, а теплосопротивлением последней пренебрегают. Во втором случае (диффузионный теплоотвод) ситуация обратная.

В этой связи напомним, что общепринятый (и наиболее простой) способ учета отвода тепла в подложку состоит в дополнении известного уравнения теплопроводности «релаксационным» членом вида $W = (\alpha/d)(T - T_0)$, где W — мощность теплового стока единицы объема с локальной температурой T , α — так называемый коэффициент теплоотдачи, d — толщина пленки, а T_0 — фиксированная температура подложки («термостата»). Величину α обычно считают феноменологическим подгоночным параметром и не обсуждают его связь с характеристиками пленки и подложки. Основным преимуществом такого способа теплоотдачи является возможность не решать так называемую «внешнюю» тепловую задачу, связанную с распределением поля температур в подложке. Поэтому в условиях такого «релаксационного» теплоотвода задача о распространении плоского ФФП в пленке сводится к одномерной.

Не останавливаясь на обсуждении условий физической адекватности такого описания теплоотвода (см. п. 4.3), отметим, что на опыте обычно реализуется случай «диффузионного» теплоотвода, когда температура ФФП определяется двумерным распределением тепла в подложке, а T_0 задается только на бесконечности.

Цель этого раздела — показать существование и основные особенности стационарных (автоволновых) режимов неизотермического распространения ФФП первого рода в условиях диффузионного теплоотвода от пленки вещества в метастабильном состоянии.

4.2. Поверхностная тепловая автоволна:

анализ температурного поля и скорости теплоотвода от ФФП

Рассмотрим сначала следующую задачу: пусть в пленке толщиной d , нанесенной на подложку, занимающую полупространство $z > d$, вдоль оси x (см. рис. 9) с постоянной скоростью u распространяется плоский ФФП с теплотой превращения на единицу объема пленки Q . Необходимо найти $\Theta(x, z, t)$ — температурное поле движущегося ФФП, отсчитанное от T_0 — температуры

подложки при $z \rightarrow \infty$ ($\Theta = (T - T_0)$). Пусть для простоты температуропроводности пленки и подложки совпадают и равны κ . Считая, что вдоль оси y задача однородна, уравнение теплопроводности в системе отсчета, связанной с подложкой, имеет простой вид (см. формулу (1) в работе [90]). Используя функцию Грина для полупространства и интегрируя ее с источниками уравнения теплопроводности, можно получить уравнение для $\Theta(x, z, t)$ в виде

$$\Theta(\tilde{x}, z, R) = \frac{T_Q}{4(\pi l)^{1/2}} \int_0^R \frac{dx}{x^{1/2}} \exp\left\{-\frac{(\tilde{x} + x)^2}{4lx}\right\} \times \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{z+d}{(4lx)^{1/2}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{z-d}{(4lx)^{1/2}}\right] \right\}. \quad (88)$$

Здесь $l = \kappa/u$, $\tilde{x} = x - R$ — расстояние вдоль оси x , отсчитываемое от положения ФФП $R = ut$ ($t > 0$) в системе покоя ФФП. Интересуясь лишь стационарным (т.е. установившимся) температурным полем, следует устремить $R \rightarrow \infty$.

В исследуемой нами стационарной задаче имеются два параметра размерности длины (d и l) и в зависимости от величины параметра $\mu = d/l$ соответственно два существенно различных вида температурного поля. Случай $\mu \gg 1$ (быстрые, практически адиабатические режимы) удобно анализировать исходя из формулы (88). Для изучения второго случая ($\mu \ll 1$, медленные, близкие к изотермическим режимы) более удобным оказывается другое, эквивалентное (88) представление $\Theta(\tilde{x}, z)$, которое получается так же, как и (88), но при другом порядке интегрирования функции Грина (см. формулу (4) в [90]).

Экспериментальному наблюдению наиболее доступен температурный профиль ФФП вдоль направления его перемещения, т.е. поле температур на поверхности пленки ($z = 0$) в системе покоя. Тогда в пределе $\mu \gg 1$ при $z = 0$ имеем $\Theta^>(x) \propto \exp(-\tilde{x}/l)$ при $\tilde{x} > 0$, что приводит к отличному от нуля экспоненциально малому затуханию теплового поля «вперед», тогда как «назад» оно спадает степенным образом:

$$\Theta^<(\tilde{x}) \approx T_Q d (\pi l |\tilde{x}|)^{-1/2} \propto |\tilde{x}|^{-1/2}. \quad (89)$$

Примерный вид изотерм теплового поля ФФП в системе покоя при $\mu \gg 1$ представлен на рис. 10. Его характерная черта — сильное сгущение изотерм впереди ФФП и большое их разрежение в «тепловом хвосте» превращения. Иными словами, из-за наличия при $\mu \gg 1$ сильного конвективного сноса тепла «назад» поле температур в этом пределе оказывается существенно анизотропным, так что в основной области его локализации изотермы практически параллельны оси \tilde{x} (т.е. $\operatorname{grad}_x \Theta \ll \operatorname{grad}_z \Theta$). Простая оценка величины этой анизотропии получается, если заметить, что при $z = \operatorname{const}$

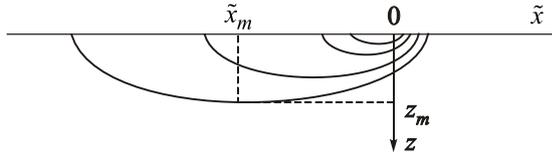


Рис. 10. Схематический вид изотерм теплового поля поверхностной автоволны в быстрых режимах (система покоя ФФП); \tilde{x}_m — абсцисса той точки поля, где при фиксированном $z = z_m$ температура максимальна и равна $\Theta_m(z)$ (формула (9)).

существует максимум температурного поля $\Theta(\tilde{x}, z)$, который для $z \gg d$ расположен на расстоянии $|\tilde{x}_m| = z^2 / 2l$ (см. рис. 10), с температурой в нем

$$\Theta_m = \Theta(x_m, z) = T_Q(d / 2z \propto 1 / z). \quad (90)$$

Сопоставление оценок (89) и (90) показывает, что анизотропия каждой изотермы растет по мере ее удаления от ФФП. Отметим еще, что зависимость от u в формуле (89) связана с ее «кинематическим» происхождением, тогда как независимость от u в (90) является следствием диффузионного характера распространения тепла по оси z .

Обратимся теперь к зависимости усредненной по толщине пленки температуры ФФП Θ_f от его скорости перемещения u . Пользуясь формулой (88) при $\tilde{x} = 0$ и $R \rightarrow \infty$, а также тем, что искомую зависимость можно представить в виде

$$\Theta_f = T_f - T_0 = T_Q \Psi(u / v), \quad (91)$$

$$\Psi(\mu) = (2 / \pi) \left[\int_0^\mu dx K_0(x) + K_1(\mu) - 1 / \mu \right], \quad (92)$$

где $T_Q = Q / c$ — температурный эффект кристаллизации (Q — теплота превращения), T_0 — начальная температура, а конкретный вид функции $\Psi(\mu)$ зависит от механизма теплоотвода и геометрии ФК (см. табл. IV в обзоре [91]). Отметим, что из физических соображений следует, что $\Psi(0) = 0$, $\Psi(\infty) = 1$, $\Psi' > 0$, $\Psi'' < 0$. Параметр v в [91] характеризует скорость теплоотвода от ФК, а его связь с теплофизическими характеристиками дана в табл. IV обзора [91]. Так, для релаксационного теплоотвода $v_r = 2(\kappa / \tau_0)^{1/2}$, а для диффузионного $v_d = \kappa / d$.

4.3. Сравнение релаксационного и диффузионного теплоотводов

Обратимся сначала к сравнению релаксационного и диффузионного теплоотводов с точки зрения их экспериментальной реализации. Первый случай (см. п. 4.1) физически предполагает бесконечную теплопроводность подложки, так что все теплосоппротивление стока

реализуется в виде локализованного на границе пленка–подложка температурного скачка ΔT , пропорционального величине теплового потока Q ($Q = \alpha \Delta T$). Несмотря на очевидную модельность такого описания теплоотвода, имеется ряд экспериментальных ситуаций, где оно вполне адекватно, например, при достаточно низких (значительно меньше дебаевской) температурах, когда теплопроводность массивной подложки может быть сделана достаточно большой и определяющий вклад в теплосоппротивление стока для фононов действительно вносит граница раздела сред. В ряде случаев для α можно получить подтверждаемую на опыте [20] теоретическую оценку вида $\alpha = c s \tilde{\alpha}$, где c — теплоемкость единицы объема пленки, s — средняя скорость звука в ней, а $\tilde{\alpha}$ — средняя вероятность прохождения фонона через границу раздела пленка–подложка. Величина $\tilde{\alpha}$, как известно [2], зависит от степени акустического рассогласования граничащих сред, определяемого отношением $\rho_1 s_1 / \rho_2 s_2$, где ρ — плотность среды, s — скорость звука.

Экспериментально уже при температурах порядка дебаевской и выше почти всегда реализуется случай диффузионного теплоотвода, когда основной вклад в теплосоппротивление стока вносит конечная теплопроводность подложки, а тепловой скачок на границе пленка–подложка пренебрежимо мал. В этом предельном случае необходимо решать уже двумерную задачу о распределении температурных полей в подложке с условиями непрерывности как для теплового потока, так и для температуры на границе раздела сред.

В случае релаксационного теплоотвода коэффициенту теплоотдачи α можно сопоставить характерное «время релаксации» температуры пленки $\tau_0 = d / \alpha$ и соответствующий линейный масштаб $l = (\kappa \tau_0)^{1/2}$ — длину остывания неподвижного стационарного теплового источника (κ — теплопроводность пленки) [89]. Численное значение τ_0 можно определить в независимом эксперименте по остыванию предварительно нагретой до температуры T пленки толщиной d , нанесенной на достаточно массивную подложку с высокой теплопроводностью [20].

В случае диффузионного теплоотвода статическая двумерная задача в полупространстве для стационарного теплового источника, как можно легко показать, не имеет установившегося решения. В опыте по остыванию пленки на подложке с плохой теплопроводностью (кварцевое стекло, ситалл и т.п.) характерное время остывания пленки, аналогичное τ_0 , отсутствует [20], так как в этом случае температура пленки уменьшается со временем не по экспоненциальному, а по степенному закону ($\propto t^{-1/2}$), типичному для задач диффузии. Характерный тепловой масштаб $\tau_u = \kappa / u^2$ и соответствующее стационарное решение уравнения двумерной теплопроводности появляются лишь в случае перемещения источника тепла с конечной скоростью $u \neq 0$.

Как можно показать (см. формулу (88)), τ_u имеет смысл времени установления стационарного решения при $u = \text{const}$. Для релаксационного теплоотода время τ_u имеет аналогичный смысл только для быстрых ($l = \kappa/u \ll l_{\perp}$, где l_{\perp} — «длина остывания» неподвижного стационарного источника [89]) режимов перемещения ФФП, тогда как для медленных ($l \gg l_{\perp}$) время установления перестает зависеть от скорости и по масштабу порядка τ_{θ} .

С отмеченными выше особенностями одномерной (со стоком) и двумерной (сток на бесконечности) тепловых задач связано и существенное различие между температурными профилями теплового домена в случаях релаксационного и диффузионного теплоотода. В первом случае поле температур (в системе покоя ФФП) спадает экспоненциально по мере удаления от фронта: для медленных режимов на масштабе l_{\perp} по обе стороны ФФП, для быстрых — на длине $l^{\gg} \approx l$ (вперед), а назад — на длине $l^{\ll} = u\tau_{\theta} \approx l_{\perp}^2/l \gg l$ [89]. Во втором случае сохраняется имеющее кинематическое происхождение экспоненциальное спадание $\Theta^{\gg}(x)$ (на масштабе $l^{\gg} \approx l$), однако для $\Theta^{\ll}(x)$ характерный масштаб l^{\ll} уже исчезает, уступая место медленно убывающему ($\propto |x|^{-1/2}$) диффузионному «хвосту» температурного поля (см. формулу (89)).

Сравним также изображенные на рис. 11 кривые диффузионного теплоотода (92) и релаксационного $\Psi(\mu) = \mu / (1 + \mu^2)^{1/2}$ при одинаковых значениях $\mu = v/u$, где для релаксационного теплоотода $v_r = 2(\kappa/\tau_{\theta})^{1/2}$, а для диффузионного $v_d = \kappa/d$.

Если $\mu \gg 1$ (быстрые режимы), то перегрев ФФП выше для релаксационного теплоотода:

$$1 - \Psi_r \approx 1/2\mu^2 \ll (1 - \Psi_d) \approx 2/\mu \quad (\mu \gg 1).$$

Для случая $\mu \ll 1$ (медленные режимы) ситуация обратная:

$$\Psi_r \approx \mu \gg \Psi_d \approx \mu |\ln \mu|/2 \quad (\mu \ll 1).$$

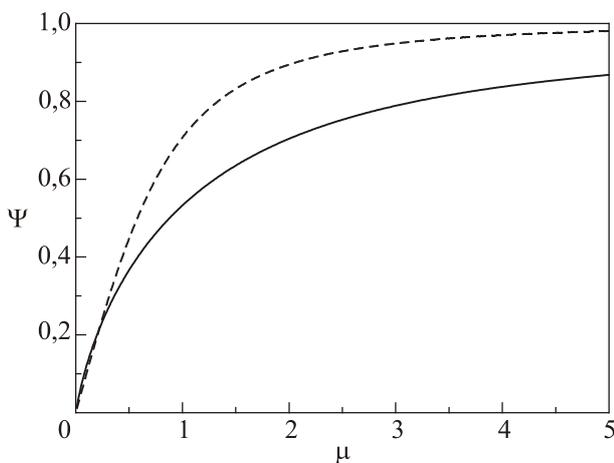


Рис. 11. Кривые теплоотода для диффузионного (сплошная линия) и релаксационного (штриховая линия) теплоотводов.

Отметим существенную при определении критической толщины аморфных пленок различную зависимость параметра v от d . Поскольку $v_r \propto d^{-1/2}$ и $v_d \propto d^{-1}$, зависимость от толщины d в случае релаксационного теплоотода более «вялая».

4.4. Заключительные соображения

В разд. 4 исследованы автоволновые режимы неизо-термического распространения ФФП первого рода в пленке или слое метастабильного вещества с учетом двумерности теплоотода в массивную подложку конечной теплопроводности. В этом случае «тепловая инерция» ФФП определяется не столько одномерным температурным профилем в самой пленке (что характерно для релаксационного теплоотода), сколько связанным с ФФП двумерным распределением температуры в подложке, а теплосоппротивлением границы пленка–подложка можно пренебречь (диффузионный теплоотод).

Получены формулы для стационарного (в системе покоя ФФП) двумерного температурного поля автоволны. Исследован в предельных случаях быстрого и медленного режимов движения ФФП его поверхностный температурный профиль (характерные размеры и форма), а также скорость теплоотода от ФФП. Дана оценка для времени установления его стационарного состояния.

Применительно к распаду замороженных метастабильных состояний с кинетической зависимостью аррениусовского типа развит общий метод вычисления критических и сингулярных параметров [90,91]. С его использованием вычислено зависящее от T_0 минимальное тепловыделение на ФФП необходимое для реализации бистабильных режимов распространения ФФП как в случае диффузионного, так и релаксационного теплоотода. В этих двух предельных случаях в [90] проведено подробное сравнение автоволновых режимов.

Выявлены следующие основные особенности диффузионного теплоотода: а) медленно спадающий ($\propto |\tilde{x}|^{-1/2}$) поверхностный температурный профиль позади ФФП; б) время установления стационарного состояния в медленных режимах растет с уменьшением скорости ФФП $\propto 1/u^2$; в) большая чувствительность критических параметров к изменению толщины пленки d ; г) возможны обоснованные оценки влияния конечной толщины подложки на условия теплоотода от ФФП. Кроме того, качественные соображения, основанные на упомянутой в начале этого раздела большей тепловой инерционности диффузионного теплоотода, показывают, что при исследовании нестационарных режимов перемещения ФФП (не рассматривавшихся в данной разделе) следует ожидать появления ряда новых особенностей — прежде всего при анализе тепловой и морфологической устойчивости стационарных режимов и вы-

яснении возможности автоколебательных режимов движения ФФП.

Переходя к рассмотрению экспериментальной ситуации, сразу отметим, что хотя в случае диффузионного теплоотода теплофизические характеристики подложки уже явным образом определяют скорость отвода тепла от ФФП (формула (92)), это не усложняет, а по ряду причин даже упрощает постановку эксперимента по взрывной кристаллизации стекол и его сопоставление с теорией. Действительно, в низкотемпературных экспериментах (см. ссылки на работы [13,84] обзора [91]) использовались подложки из кварцевого стекла, т.е. выполнялись условия диффузионного теплоотода. Возможная при таких температурах реализация релаксационного теплоотода с $\tau_0 \sim 10^{-8}$ с и менее (при использовании монокристаллических кварцевых или сапфировых подложек [20]) может привести как к затуханию стационарных режимов распространения ФФП из-за слишком большой скорости теплоотода, так и предъявляет достаточно высокие требования к разрешающей способности аппаратуры для регистрации температурного профиля перемещающегося со скоростью $u \sim 10^3$ см/с теплового домена относительно малых ($l^< = u\tau_0 \sim 10^{-5}$ см [91]) размеров.

В случае диффузионного теплоотода подобная регистрация значительно упрощается, так как, согласно оценкам по формуле (88), наблюдаемые размеры теплового домена возрастают на несколько порядков в силу весьма медленного спада $\Theta^<(|x|)$ (формула (89)). Схематический вид температурного профиля такого теплового домена в быстром режиме представлен на рис. 12. Для него характерен экспоненциально крутой (на масштабе $l = \kappa/u$) передний фронт, затем на длине $\tilde{x}_d \sim d^2/l$ температура практически постоянна, а начиная с $\tilde{x} > \tilde{x}_d$ — медленно ($\propto |\tilde{x}|^{-1/2}$) спадающий диффузионный хвост. Качественно аналогичный температурный профиль фронта взрывной кристаллизации в аморфном германии наблюдался с помощью инфракрасного детектора (см. ссылку [67] в обзоре [91]). Однако полное отсутствие в этой работе теплофизических параметров пленки и подложки не позволяет провести

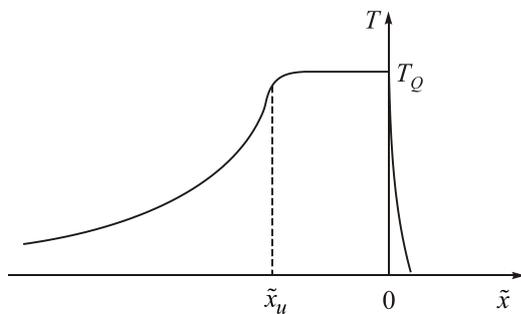


Рис. 12. Примерный вид поверхностного температурного профиля автоволны в быстром режиме (диффузионный теплоотвод).

количественное сравнение с полученными выше результатами.

В заключение отметим, что результаты данной работы могут быть использованы не только при анализе неизотермических экспериментов по кинетике различных фазовых превращений первого рода в условиях диффузионного теплоотода, но и в ряде прикладных задач. Так, результаты, изложенные в работах [90,91] могут служить для прогноза термической стабильности (по отношению к процессу взрывной кристаллизации) аморфных покрытий, получаемых в процессе воздействия интенсивных потоков энергии и (или) частиц на поверхность кристалла (например, в процессе так называемого «лазерного глазурирования» [92]). Выводы [90,91] могут быть полезны для описания процессов быстрой кристаллизации сильно переохлажденных жидкостей в «кинетическом» [93] режиме, а также могут представлять интерес для исследования твердофазного поверхностного «пленочного» горения [94] в приближении узкой зоны реакции [95].

5. Заключение

Кратко сформулируем основные итоги рассмотрения стационарного теплоотода (разд. 2 и 4). В разд. 2 рассматривался теплоотвод от металлических пленок и поведение их нелинейного электросопротивления при низких температурах. Основные результаты разд. 2 сформулированы ниже.

1. Предсказан размерный эффект в теплоотдаче и нелинейном электросопротивлении нагреваемых током металлических пленок, связанный со специфической ролью электронов в формировании теплового сопротивления границы металл–диэлектрик (М–Д).

2. Сформулировано представление о двух предельных (в изучаемой ситуации) режимах теплоотода. Пусть α — вероятность прохождения фонона через границу М–Д, $l_{pe}(T_e)$ — средняя длина свободного пробега фонона по отношению к рассеянию на электронах с температурой T_e , а d — толщина пленки. Тогда, если $d \gg l \equiv \alpha l_{pe}(T_e)$, то реализуется обычный джоулев нагрев, когда скачок температуры на границе пленка–подложка зависит от ее акустической прозрачности (и не зависит от электронных характеристик металла). Если $d \ll l$, то возможна реализация режима электронного перегрева, в котором решетка практически не нагревается, а нелинейные по напряженности электрического поля эффекты определяются только свойствами металла и не зависят от величины α , т.е. температурный скачок на границе не зависит от свойств подложки.

3. Для электронов с квадратичным законом дисперсии, взаимодействующих с дебаевскими фононами, получены замкнутые выражения для экспериментально наблюдаемых величин рассеиваемой мощности $Q(T_e)$

и электросопротивления $R_{\text{ph}}(T_e)$ при произвольных соотношениях между d и $l(T_e)$. Полученные результаты показывают, что даже в режиме джоулева нагрева $d \gg l(T_e)$ зависимость $R_{\text{ph}}(T_e)$ не сводится к равновесной (с температурой T_e), а содержит пропорциональную $(l/d) \ll 1$ добавку, связанную с неоднородностью фононной функции распределения в пленке на длине $l_{\text{pe}}(T_e)$. Эти результаты позволяют обосновать термометрию электронов в нагреваемых током металлических пленках.

4. Показано [9–11], что даже в отсутствие межэлектронных столкновений функция распределения горячих электронов в металлической пленке в характерной области энергий электрона незначительно отличается от фермиевской с некоторой эффективной, зависящей от величины электрического поля, температурой T_e (см. формулу (5) в работе [9]), а нелинейная добавка к электросопротивлению практически не отличается от таковой, рассчитанной в температурном приближении. Поэтому температурное приближение, первоначально теоретически обоснованное лишь в случае выполнения критерия термализации, когда частота межэлектронных столкновений значительно больше частоты электрон-фононных столкновений (см. начало разд. 1 в работе [9]), в исследуемой ситуации имеет более широкую область применимости.

5. Обращается внимание на то, что в режиме электронного перегрева (в отличие от джоулева нагрева) спектральное распределение излучаемых пленкой фононов определяется только характеристиками электронов металла, что открывает возможность для диагностики ЭФВ металлических пленок. В этой связи теория горячих электронов формулируется для реальных законов дисперсии электронов и фононов [12] в терминах известных спектральных функций $S(\omega) \equiv \alpha^2(\omega)F(\omega)$ и $g(\omega) \equiv \alpha_{\text{tr}}^2(\omega)F(\omega)$. Предложено использовать фононную спектроскопию теплового излучения из нагреваемых током пленок для экспериментального определения $S(\omega)$ в кинетическом ($\omega \ll \omega_D$) интервале энергий.

6. Перегрев электронов является причиной теплового гистерезиса критического тока в длинных сверхпроводящих пленках [4], неустраняемого даже при идеальном акустическом согласовании пленки и подложки ($\alpha = 1$).

7. Основные теоретические результаты этого раздела уже получили убедительное экспериментальное подтверждение (размерный эффект и горячие электроны при низких температурах в работе [17], гистерезис критического тока в режиме электронного перегрева в [16]).

8. Показано, что в «грязном» пределе время энергетической релаксации электронов на фононах τ_e за счет двумерности электрон-фононного взаимодействия в тонкой пленке имеет место низкотемпературное поведение вида T^{-p} с тем же значением $p = 3$, что и в чистом 3D-металле. В этой связи предлагается реинтерпрета-

ция ряда известных экспериментов по определению $\tau_e(T)$ в тонких пленках.

В разд. 3 мы постарались дать ясную микроскопическую картину динамических процессов, протекающих при низких температурах в электрон-фононной системе металлической пленки вследствие ее нагрева либо импульсным, либо осциллирующим источником тепла. Для осциллирующего нагрева результаты представлены в виде выражений, описывающих частотно-зависимые линейный и нелинейный отклики электронной температуры. Как оказалось, особенности частотной зависимости амплитуд этих откликов в случае эффективно тонких пленок определяют время электрон-фононной энергетической релаксации τ_e . Отклик эффективно толстых пленок содержит также информацию о среднем времени ухода фононов из пленки в подложку τ_{es} . Нужно отметить, что эти результаты в равной мере описывают динамику электронной температуры как в чистых, так и в грязных пленках. Важно также понимать, насколько полученные результаты зависят от предложенной Кагановым, Лифшицем и Танатаровым модели [8], в которой, в частности, не учитывается взаимодействие электронов с поперечными фононами. Вывод соответствующего анализа (см. [70,72]) следующий: в случае слабого осциллирующего нагрева найденные в этих работах специфические черты (особенности) частотной зависимости напряжения на пленках различной толщины и их связь с временами энергетической релаксации τ_e и τ_{es} не зависят от принятой модели. Это означает, что такие особенности должны быть экспериментально наблюдаемы и по таким особенностям могут быть найдены времена τ_e и τ_{es} .

В разд. 4 рассмотрены стационарные режимы релаксационного и диффузионного теплоотводов от движущегося плоского фронта фазового превращения (ФФП). Отметим, что в предыдущих разделах обзора рассматривались задачи стационарного теплоотвода от однородно нагретых металлических пленок в диэлектрические подложки с высокой (а в теоретическом расчете — идеальной) теплопроводностью. В таком случае естественно считать, что фононы, излученные из пленки в подложку, в пленку не возвращаются, т.е. все сопротивление теплоотвода сосредоточено на интерфейсе М–Д. В разд. 4 мы рассматривали другой экспериментально важный класс стационарных задач теплоотвода в подложки с конечной теплопроводностью от движущегося плоского ФФП в пленочной геометрии (см. рис. 9). В п. 4.1 достаточно подробно обсуждены примеры таких ФФП, которые соответствуют либо волнам переключения, либо волнам релаксации [88]. В последнем случае релаксация в стабильную фазу осуществляется путем необратимого (в отличие от волны переключения) перемещения ФФП.

В пп. 4.2–4.4 в основном обсуждается кинетика существенно неизотермических, самоподдерживающихся

ся за счет тепловыделения на фронте превращения режимов быстрого («взрывного») распространения с постоянной скоростью фронта кристаллизации (ФК) в стеклах различной природы [91]. Так как в области больших скоростей (порядка м/с и более), где неизо-термические эффекты в силу всегда конечной скорости теплоотвода неустранимы в принципе, то интерпретация измерений динамики ФФП оказывается неизбежно связанной с адекватным опыту описанием теплоотвода от пленки в подложку. В п. 4.2 рассмотрено температурное поле и скорость теплоотвода от движущейся с постоянной скоростью тепловой автоволны в условиях диффузионного теплоотвода. Выявлены следующие основные особенности диффузионного теплоотвода: а) медленно спадающий ($\propto |\tilde{x}|^{-1/2}$) поверхностный температурный профиль позади ФФП; б) время установления стационарного состояния в медленных режимах растет с уменьшением скорости ФФП $\propto 1/u^2$; в) возможны обоснованные оценки влияния конечной толщины подложки на условия теплоотвода от ФФП.

В п. 4.3 рассмотрено сравнение диффузионного и релаксационного теплоотводов, когда сопротивление теплового стока сосредоточено целиком на границе пленка–подложка, а теплосоппротивлением последней пренебрегают. Показано, что для быстрых режимов перегрев ФФП выше для релаксационного теплоотвода, тогда как для медленных — ситуация обратная. В п. 4.4 рассмотрена экспериментальная ситуация и отмечено, что результаты разд. 4 могут быть использованы не только при анализе неизо-термических экспериментов по кинетике различных фазовых превращений первого рода в условиях диффузионного теплоотвода, но и в ряде прикладных задач.

Благодарности

Отдельные результаты теоретических работ, представленных в обзоре, в свое время обсуждались В.А. Шкловским с А.Ф. Андреевым, Ю.М. Гальпериним, Г.Н. Гольцманом, Р.Н. Гуржи, И.М. Дмитренко, Я.Б. Зельдовичем, М.И. Кагановым, И.М. Лифшицем, А.М. Косевичем, М.Н. Кунчуром; авторы обзора весьма признательны за проявленные при этом внимание и интерес к работе.

В.А. Шкловский благодарен за поддержку исследовательской и инновационной программе Марии Склодовской-Кюри (грант 644348 (MagIC)) в рамках ЕС Горизонт 2020.

1. И.М. Халатников, *ЖЭТФ* **22**, 687 (1952).
2. A.W. Little, *Can. J. Phys.* **37**, 334 (1959).
3. *Физика фононов больших энергий*, сб. статей, Мир, Москва (1976).
4. И.И. Еру, С.А. Песковацкий, А.В. Поладич, *ФТТ* **15**, 1599 (1973).

5. И.И. Еру, В.А. Кашей, С.А. Песковацкий, В.С. Сулима, *ФТТ* **16**, 3133(1974).
6. В.А. Шкловский, *Письма в ЖЭТФ* **26**, 679 (1977).
7. В.А. Шкловский, *ФТТ* **17**, 3076 (1975).
8. М.И. Каганов, И.М. Лифшиц, Л.В. Танатаров, *ЖЭТФ* **31**, 232 (1956).
9. К.В. Маслов, В.А. Шкловский, *ЖЭТФ* **71**, 1514 (1976).
10. К.В. Маслов, В.А. Шкловский, *ЖЭТФ* **78**, 1221 (1980).
11. В.А. Шкловский, *ЖЭТФ* **78**, 1281 (1980).
12. V.A. Shklovskij, *J. Low Temp. Phys.* **41**, 375 (1980).
13. В.Г. Волоцкая, В.А. Шкловский, Л.Е. Мусиенко, *ФНТ* **6**, 1033 (1980) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **6**, 503 (1980)].
14. В.Г. Волоцкая, Л.Е. Мусиенко, И.М. Дмитренко, Ю.В. Калекин, *ФНТ* **2**, 500 (1976) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **2**, 248 (1976)].
15. V.G. Volotskaya, A. Boydsevich, L.S. Musienko, and Yu.V. Kalekin, *Cryogenics* **18**, 557 (1978).
16. W.J. Skocpol, *Nonequilibrium Effects in 1D Superconductors. Nonequilibrium Superconductivity. Phonons and Kapitza Boundaries*, K.S. Gray (ed.), N.Y.: Plenum (1981), p. 559.
17. M.L. Roukes, M.K. Preeman, R.S. Germain, R.C. Richardson, and M.B. Ketchen, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 422 (1985); M.L. Roukes, *Ph.D. thesis*, Cornell University, Ithaca, N.Y. (1985).
18. J.D.N. Cheeke, B. Hebral, and C. Martinon, *J. Phys. (France)* **34**, 257 (1973).
19. А.Ф. Андреев, *ЖЭТФ* **43**, 1535(1962).
20. Р. Гутфельд, *Распространение тепловых импульсов*, в кн.: «Физическая акустика», У. Мэзона (ред.), Мир, Москва (1973), т. 5, с. 267.
21. В.А. Шкловский, *ФТТ* **30**, 1176 (1988).
22. И.М. Лифшиц, *ЖЭТФ* **26**, 551 (1954).
23. R.A. Webb, R.P. Giffard, and J.C. Wheatley, *J. Low Temp. Phys.* **13**, 383 (1973).
24. G. Grimvall, *Physica Scripta* **14**, 63 (1976).
25. B. Keck and A. Schmid, *J. Low Temp. Phys.* **24**, 611 (1976).
26. S.J. Boon, *Solid State Commun.* **34**, 659 (1980).
27. L.V. Meisel and P.J. Cote, *Phys. Rev. B* **23**, 5834 (1981).
28. W.Z. McMillan and J.M. Rowell, in: *Superconductivity*, R.D. Parks (ed.), New York (1969).
29. И.К. Янсон, *ФНТ* **9**, 676 (1983) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **9**, 343 (1983)].
30. В.А. Шкловский, *ФТТ* **34**, 2844(1992).
31. J. Rammer and A. Schmid, *Phys. Rev. B* **34**, 1352 (1986).
32. G. Bergmann, W. Wei, Y. Zou, and R.M. Mueller, *Phys. Rev. B* **41**, 7386 (1990).
33. J. Liu, T.L. Meisenheimer, and N. Giordano, *Phys. Rev. B* **40**, 7386 (1989).
34. Е.М. Гершензон, М.Е. Гершензон, Г.Н. Гольцман, А.М. Люлькин, А.Д. Семенов, А.В. Сергеев, *ЖЭТФ* **97**, 901 (1990).
35. D. Belitz and S.D. Sarma, *Phys. Rev. B* **36**, 7701 (1987).
36. P. Sathanam, S. Wind, and D.E. Prober, *Phys. Rev. B* **35**, 3188 (1987).
37. B. Lehr, H. Ulrich, and O. Weis, *Z. Phys. B* **48**, 23 (1982).

38. G.L. Eesley, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 2140 (1983).
39. G.L. Eesley, *Phys. Rev. B* **33**, 2144 (1986).
40. J.G. Fujimoto, J.M. Liu, E.P. Ippen, and N. Bloembergen, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 1837 (1984).
41. H.E. Elsayed-Ali, T.B. Norris, M.A. Pessot, and G.A. Mourou, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1212 (1987).
42. R.W. Schoenlien, W.Z. Lin, J.G. Fujimoto, and G.L. Eesley, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1680 (1987).
43. Е.М. Гершензон, М.Е. Гершензон, Г.Н. Гольцман, А.Д. Семенов, А.В. Сергеев, *Письма в ЖЭТФ* **36**, 241 (1982).
44. Е.М. Гершензон, М.Е. Гершензон, Г.Н. Гольцман, А.Д. Семенов, А.В. Сергеев, *ЖЭТФ* **86**, 758 (1984).
45. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
46. L.D. Landau, *Phys. Zs. Sovjet.* **10**, 154 (1936); Л.Д. Ландау, *ЖЭТФ* **7**, 203 (1937); *Собрание трудов*, Е.М. Лифшиц (ред.), Наука, Москва (1969), статья 23.
47. С.И. Анисимов, Я.А. Имас, Г.С. Романов, Ю.В. Ходыко, *Действие излучения большой мощности на металлы*, Наука, Москва (1970).
48. С.И. Анисимов, Б.Л. Капелиович, Т.Л. Перельман, *ЖЭТФ* **66**, 776 (1974).
49. P.V. Allen, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1460 (1987).
50. D.J. Scalapino, in: *Superconductivity*, R.D. Parks (ed.), Marcel Dekker, New York (1969), p. 449.
51. S.D. Brorson, A. Kazeroonian, J.S. Modera, D.W. Face, T.K. Cheng, E.P. Ippen, M.S. Dresselhaus, and G. Dresselhaus, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2172 (1990).
52. S.V. Chekalin, V.M. Farztdinov, V.V. Golovlyov, V.M. Letokhov, Yu.E. Lozovik, Yu.A. Matveets, and A.G. Stepanov, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3860 (1991).
53. B. Mansart, D. Boschetto, A. Savia, F. Rullier-Albenque, F. Bouquet, E. Papalazaron, A. Forget, D. Colson, A. Rousse, and M. Marsi, *Phys. Rev. B* **82**, 024513 (2010).
54. R.H.M. Groeneveld, R. Sprik, and A. Lagendijk, *Phys. Rev. B* **45**, 5079 (1992).
55. R.H.M. Groeneveld, R. Sprik, and A. Lagendijk, *Phys. Rev. B* **51**, 11433 (1995).
56. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей*, Мир, Москва (1967).
57. M.E. Gershenson, D. Gong, T. Sato, B.S. Karasik, and A.V. Sergeev, *Appl. Phys. Lett.* **79**, 2049 (2001).
58. B.S. Karasik, D. Olaya, J. Wei, S. Pereverzev, M.E. Gershenson, J.H. Kavamura, W.R. McGrath, and A.V. Sergeev, *IEEE Transaction Appl. Supercond.* **17**, 293 (2007).
59. J. Wei, D. Olaya, B.S. Karasik, S.V. Pereverzev, A.V. Sergeev, and M.E. Gershenson, *Nature Nanotechnol.* **3**, 496 (2008).
60. Е.М. Гершензон, Г.Н. Гольцман, А.И. Елантьев, Б.С. Карасик, С.Э. Потоскуев, *ФНТ* **14**, 753 (1988) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **14**, 414 (1988)].
61. J.T. Karvonen, L.J. Taskinen, and I.J. Maasilta, *Phys. Status Solidi (c)* **1**, 2799 (2004).
62. J.T. Karvonen, L.J. Taskinen, and I.J. Maasilta, *J. Low Temp. Phys.* **146**, 213 (2007).
63. J.J. Lin and J.P. Bird, *J. Phys.: Condens. Matter* **14**, R501 (2002).
64. A. Schmid, *Z. Physik* **259**, 421 (1973).
65. A. Sergeev and V. Mitin, *Phys. Rev. B* **61**, 6041 (2000).
66. S.B. Kaplan, *J. Low Temp. Phys.* **37**, 343 (1980).
67. E.T. Swartz and R.O. Pohl, *Rev. Mod. Phys.* **61**, 605 (1989).
68. А.И. Безуглый, В.А. Шкловский, *ЖЭТФ* **111**, 2106 (1997).
69. A.V. Sergeev, A.D. Semenov, P. Kouminov, V. Trifonov, I.G. Gohgidze, B.S. Karasik, G.N. Gol'tsman, and E.M. Gershenson, *Phys. Rev. B* **49**, 9091 (1994).
70. А.И. Безуглый, В.А. Шкловский, *ФНТ* **39**, 459 (2013) [*Low Temp. Phys.* **39**, 357 (2013)].
71. L.J. Taskinen, J.M. Kivioja, J.T. Karvonen, and I.J. Maasilta, *Phys. Stat. Solidi C* **1**, 2856 (2004).
72. A.I. Bezuglyj and V.A. Shklovskij, *Phys. Rev. B* **89**, 214303 (2014).
73. А.И. Безуглый, *ФНТ* **40**, 692 (2014) [*Low Temp. Phys.* **40**, 537 (2014)].
74. L. Lu, W. Yi, and D.L. Zhang, *Rev. Sci. Instrum.* **72**, 2996 (2001).
75. C. Dames and G. Chen, *Rev. Sci. Instrum.* **76**, 124902 (2005).
76. W.S. Fann, R. Storz, H.W.K. Tom, and J. Bokor, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2834 (1992).
77. W.S. Fann, R. Storz, H.W.K. Tom, and J. Bokor, *Phys. Rev. B* **46**, 13592 (1992).
78. K.H. Ahn, M.J. Graf, S.A. Trugman, J. Demsar, R.D. Averitt, J.L. Sarrao, and A.J. Taylor, *Phys. Rev. B* **69**, 045114 (2004).
79. G. Tas and H.J. Maris, *Phys. Rev. B* **49**, 15046 (1994).
80. V.E. Gusev and O.B. Wright, *Phys. Rev. B* **57**, 2878 (1998).
81. E. Carpena, *Phys. Rev. B* **74**, 024301 (2006).
82. V.V. Kabanov and A.S. Alexandrov, *Phys. Rev. B* **78**, 174514 (2008).
83. C.-K. Sun, F. Vallee, L. Acioli, E.P. Ippen, and J.G. Fujimoto, *Phys. Rev. B* **50**, 15337 (1994).
84. V.V. Baranov and V.V. Kabanov, *Phys. Rev. B* **89**, 125102 (2014).
85. А. Вл. Гуревич, Р.Г. Минц, *УФН* **142**, 61 (1984).
86. А.И. Безуглый, В.А. Шкловский, *ФТТ* **27**, 2980 (1985).
87. А.И. Безуглый, В.А. Шкловский, *ФНТ* **12**, 16 (1986) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **12**, 9 (1986)].
88. А.Г. Мержанов, Э.Н. Руманов, *УФН* **151**, 553 (1987).
89. В.А. Шкловский, ДАН СССР **261**, 1343 (1981); *ЖЭТФ* **82**, 536 (1982).
90. В.А. Шкловский, *Химическая физика* **7**, 271 (1988).
91. В.А. Шкловский, В.М. Кузьменко, *УФН* **157**, 311 (1989).
92. В.А. Шкловский, *Поверхность* **6**, 91 (1986).
93. А.А. Чернов, *Современная кристаллография*, Наука, Москва (1980), с. 84, 162.
94. С.А. Rodenberger and M.L. Sawyer, *ALAA J.* **10**, 1151 (1972).
95. Я.Б. Зельдович, Г.И. Баренблатт, В.Б. Либрович, Г.М. Махвиладзе, *Математическая теория горения и взрыва*, Наука, Москва (1980), глава 4, с. 216.

The role of the conduction electrons in the formation
of a thermal boundary resistance
of the metal-dielectric interface and resistivity
of the metal films at low temperatures
(Review Article)

A.I. Bezuglyj and V.A. Shklovskij

In a review in the framework of the theory of the acoustic mismatch between solids we discuss the role of the conduction electrons in the formation of an effective acoustic transparency of the interface between narrow metal films and dielectric substrates with high thermal conductivity. We consider both stationary and non-stationary regimes of the phonons radiation from metallic films heated by electric current or short laser pulses at low temperatures. We discussed in detail how the energy relaxation of electrons by phonons τ_e and the average exit time of the phonons from the film τ_{es} can be found from the experiment.

A theoretical analysis of these problems is carried out using the kinetic equations for the phonon and electron distribution functions. The stationary regimes of relaxation and diffusion heat removal from the moving flat front phase transformation in the film geometry are considered. In most cases we discuss the connection between the theoretical results of the authors and the existing experimental situation.

PACS: **66.70.-f** Nonelectronic thermal conduction and heat-pulse propagation in solids; thermal waves;
72.15.Lh Relaxation times and mean free paths;
73.50.-h Electronic transport phenomena in thin films;
64.70.K- Solid-solid transitions.

Keywords: metal films, non-stationary heating, electron-phonon kinetics.