Физика низких температур, 2001, т. 27, № 1, с. 52–59

# Аномалии магнонного спектра ограниченного антиферромагнетика с центром антисимметрии I. Безобменное приближение

С. В. Тарасенко

*Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины*
*ул. Р. Люксембург, 72, г. Донецк,, 83114, Украина*
E-mail: tarasen@host.dipt.donetsk.ua

Статья поступила в редакцию 14 июля 2000 г.

Показано, что если магнитная структура бесконечного антиферромагнетика вместо центра симметрии обладает центром антисимметрии, то в пластине такого кристалла возможно формирование распространяющихся безобменных объемных спиновых волн ранее неизвестного типа. Принципиально важное значение для структуры спектра таких магнонов имеет соотношение между температурами Нееля и Дебая антиферромагнитного кристалла.

Показано, що у випадку, коли магнітна структура нескінченного антиферомагнетика має центр антисиметрії замість центра симетрії, в платівці такого кристала можливо формування поширюючихся безобмінних об'ємних спінових хвиль раніше невідомого типу. Принципово важливе значення для структури спектра таких магнонів має співвідношення між температурами Неєля і Дебая антиферомагнітного кристала.

PACS: 75.50.Ee, **75.80.+q**

## Введение

Как известно [1], в антиферромагнетиках, магнитная и кристаллографическая симметрия которых допускает наличие центра антисимметрии, возможно формирование магнитоэлектрического эффекта. Соответствующий вклад в плотность термодинамического потенциала такого кристалла в рамках двухподрешеточной модели в терминах векторов ферромагнетизма **m** и антиферромагнетизма **l** можно представить в виде

$$F_{pe} = \gamma_{\alpha\beta\gamma}\, m_\alpha\, l_\beta\, P_\gamma\,, \qquad (1)$$

где $\hat{\gamma}$ — тензор магнитоэлектрических констант; $\mathbf{m}=(\mathbf{M}_1+\mathbf{M}_2)/2M_0$ ; $\mathbf{l}=(\mathbf{M}_1-\mathbf{M}_2)/2M_0$ , $\mathbf{M}_{1,2}$ — намагниченности подрешеток, $|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$ .

Экспериментальное обнаружение большой величины магнитоэлектрической восприимчивости в тетрагональном антиферромагнетике с центром антисимметрии [2] в значительной мере стимулировалось теоретическими исследованиями этого класса магнитных материалов [3–7].

Однако построение последовательной теоретической модели динамики реального магнитного кристалла ниже температуры магнитного упорядочения невозможно без учета взаимодействия его спиновой и упругой подсистем, тем более что одной из характерных особенностей динамики антиферромагнитных кристаллов является возможность обменного усиления магнитоупругих эффектов. В работах [3–5,7] показано, что в случае, когда структура магнитоэлектрического взаимодействия описывается соотношением (1), формируется ряд особенностей как в линейной, так и в нелинейной динамике тетрагонального антиферромагнетика. Однако выбранная в [3–5] для расчетов модель магнитоэлектрика имела несколько существенных ограничений, среди которых наиболее важными, с точки зрения автора работы, являются:

1) пренебрежение конечными размерами реального магнитного образца;

2) отсутствие последовательного учета дипольного и неоднородного обменного механизмов нелокальных взаимодействий в спин-системе магнитоупорядоченного кристалла, формирующих дисперсионные свойства ограниченного магнетика;

3) анализ только низкочастотной области спектра магнитоупругих колебаний,

$$\omega << \omega_{AFM}, \tag{2}$$

($\omega_{AFM}$ — частота однородного антиферромагнитного резонанса), вследствие чего основные эффекты, индуцированные магнитоэлектрическим и магнитоупругим взаимодействиями, были связаны с колебаниями упругой подсистемы кристалла. Что же касается особенностей спиновой динамики магнитоэлектриков, обусловленных гибридизацией магнитоупругого и магнитоэлектрического взаимодействий, то их влияние сводилось к появлению в энергии активации нормальных спиновых колебаний исследуемого тетрагонального магнитоэлектрика аддитивных вкладов, связанных с формированием магнитоупругой и магнитоэлектрической щели (а также с магнитоупругой перенормировкой константы одноосной магнитной анизотропии);

4) отсутствие анализа магнитопругой динамики исследуемого антиферромагнитного магнитоэлектрика в зависимости от соотношения между температурами Дебая ($T_D$) и Нееля ($T_N$), несмотря на то, что, как установлено в [8], магнитоупругая динамика высокотемпературных ($T_N > T_D$) и низкотемпературных ($T_N < T_D$) антиферромагнетиков существенно различна даже в модели бесконечного кристалла. Вместе с тем, в работах [9–11] показано, что в случае ограниченного антиферромагнитного кристалла с $T_N < T_D$ последовательный учет взаимодействия спиновой и упругой подсистем может приводить к косвенному спин-спиновому взаимодействию магнитных моментов через дальнодействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций и формированию вследствие этого нового типа распространяющихся безобменных спин-волновых возбуждений — эластостатических спиновых волн.

В соответствии со сказанным цель настоящей работы состоит в определении необходимых условий, при выполнении которых линейный магнитоэлектрический эффект индуцирует формирование ранее не изучавшихся аномалий в спектре безобменных объемных спин-волновых возбуждений тонкой пленки тетрагонального антиферромагнетика, отсутствующих в модели неограниченного кристалла.

В общем случае для магнитоэлектрика следует учитывать как магнитодипольное, так и электродипольное взаимодействия, но в работе [6] на примере двухподрешеточной модели тетрагонального антиферромагнетика (ось четвертого порядка $0z$) с центром антисимметрии обнаружено, что в коллинеарной фазе этого кристалла ($\mathbf{l} \parallel 0z$) при определенных условиях возможно независимое распространение магнитных поляритонов TM и TE типов. Связано это с тем, что если в таком кристалле плоскость распространения поляритонной волны проходит через главную ось и ось второго порядка, то одна из магнонных мод является магнитодипольноактивной, а вторая — электродипольноактивной.

Работа состоит из нескольких разделов. В разд. 1 описывается модель исследуемого тетрагонального магнитоэлектрического кристалла. С ее помощью проанализирована структура спектра нормальных колебаний антиферромагнитного кристалла с центром антисимметрии. Расчет проведен на основе одновременного учета магнитодипольного, электродипольного, магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий. Кроме того, в разд. 1 сформулирована соответствующая краевая задача для тонкой магнитоэлектрической пленки, а для электродипольноактивной моды приведена структура спектра нормальных колебаний тонкой пленки тетрагонального антиферромагнетика с центром антисимметрии в коллинеарной фазе. Разделы 2 и 3 посвящены анализу аномалий спиновой динамики магнитоэлектрической пленки, связанных с учетом линейного магнитоэлектрического эффекта, в пренебрежении как неоднородным обменным взаимодействием (безобменное приближение), так и конечностью скорости распространения электромагнитных и акустических колебаний (соответственно электростатическое и эластостатическое приближение). В разд. 2 обсуждается структура спектра электродипольноактивных объемных магнонов в пластине высокотемпературного антиферромагнетика с центром антисимметрии, а в разд. 3 — низкотемпературного. В заключении представлены основные выводы, следующие из полученных в работе результатов.

### 1. Основные соотношения

Если считать, что $|\mathbf{m}| << |\mathbf{l}| \cong 1$ (малость релятивистских взаимодействий по сравнению с межподрешеточным обменом), то, согласно [2,3], плотность энергии двухподрешеточной модели магнитоэлектрического антиферромагнетика с учетом магнитоупругого взаимодействия в терминах векторов феромагнетизма $\mathbf{m}$ и антиферромагнетизма $\mathbf{l}$ можно представить в виде

$$F = F_m + F_{pe} + F_{me} + F_e + F_p\ ; \tag{3}$$

$$F_m = M_0^2 \left\{ \frac{\delta}{2}\,\mathbf{m}^2 + \frac{\alpha}{2}\,(\nabla \mathbf{l})^2 - \frac{\beta}{2}\,l_z^2 - \mathbf{m}H \right\} ;$$

$$F_p = \frac{1}{2\kappa} P_z^2 + \frac{1}{2\kappa_\perp}(P_x^2 + P_y^2) - \mathbf{PE} \; ;$$

$$F_{me} = B_{11}(l_x^2 u_{xx} + l_y^2 u_{yy}) + B_{12}(l_x^2 u_{yy} + l_y^2 u_{xx}) +$$

$$+ B_{13}(u_{xx} + u_{yy}) l_z^2 + B_{31}\, u_{zz}(l_x^2 + l_y^2) + B_{33}\, u_{zz}\, l_z^2 +$$

$$+ 2B_{44}\, l_z(l_x\, u_{zx} + l_y\, u_{zy}) + 2B_{66}\, l_x\, l_y\, u_{xy} \; ;$$

$$F_e = \frac{1}{2} c_{11}(u_{xx}^2 + u_{yy}^2) + c_{12} u_{yy} u_{xx} + c_{33}(u_{xx} + u_{yy}) u_{zz} +$$

$$+ \frac{1}{2} c_{33}\, u_{zz}^2 + 2c_{44}(u_{zx}^2 + u_{zy}^2) + 2c_{66}\, u_{xy}^2 \; ;$$

где $\delta$, $\alpha$ и $\beta$ — соответственно константы однородного и неоднородного межподрешеточного обмена и анизотропии; **E** и **H** — соответственно электрическое и магнитное поле; **P** — вектор электрической поляризации; $\kappa_\perp$, $\kappa$ — обратные диэлектрические восприимчивости; $u_{ik}$ — тензор магнитоупругих деформаций; $\hat{B}$ и $\hat{c}$ — коэффициенты магнитоупругого и упругого взаимодействия.

В частном случае тетрагонального антиферромагнетика со структурой $4_z^{\pm}2_x^{-}1^{-}$ или $4_z^{\pm}2_x^{+}1^{-}$ выражение для энергии магнитоэлектрического взаимодействия может быть представлено в виде [2–6]

$$F_{pe} = -\gamma_1\, m_z(l_x\, P_y \pm l_y\, P_x) - \gamma_2\, P_z(m_x\, l_y \pm m_y\, l_x) -$$

$$- \gamma_3\, l_z(m_x\, P_y \pm m_y\, P_x) \quad (4_z^{\pm}2_x^{+}1^{-}) \; , \qquad (4)$$

$$F_{me} = -\gamma_1 m_z(l_x P_x \pm l_y P_y) - \gamma_2 P_z(m_x l_x \pm m_y l_y) -$$

$$- \gamma_3 l_z(m_x P_x \pm m_y P_y) - \gamma_4 l_z m_z P_z \quad (4_z^{\pm}2_x^{-}1^{-}) \; ,$$

($\hat{\gamma}_{1-4}$ — коэффициенты магнитоэлектрического взаимодействия).

Динамические свойства рассматриваемой системы в рамках феноменологической теории описываются с помощью системы связанных векторных уравнений

$$(2/gM_0)\mathbf{m}_t = [\mathbf{m}H_\mathbf{m}] + [\mathbf{l}H_\mathbf{l}] \; ;$$

$$(2/gM_0)\mathbf{l}_t = [\mathbf{l}H_\mathbf{m}] + [\mathbf{m}H_\mathbf{l}] \; ; \qquad (5)$$

$$\mathbf{P}_{tt} = fH_\mathbf{p} \; ; \quad \mathrm{rot}\, \mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \; ; \quad \mathrm{rot}\, \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \; ;$$

$$\mathrm{div}\, \mathbf{D} = 0 \; ; \; \mathrm{div}\, \mathbf{B} = 0 \; ; \quad \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial x_i\, \partial u_{ik}} \; ,$$

где $H_j \equiv \delta H/\delta j$ ($j = m, l, P$); $g$ — гиромагнитное отношение; $\rho$ — плотность.

В случае, когда частота колебаний рассматриваемой системы удовлетворяет условию

$$\omega << \min\, \{g\delta M_0\, ,\, (f/\kappa_\perp)^{1/2},\, (f/\kappa)^{1/2}\} \; , \qquad (6)$$

можно исключить из рассмотрения векторы **m** и **P**. В результате уравнения, описывающие динамику магнитоэлектрика в приближении (6), могут быть представлены (при условии, что $H_p = 0$) в виде

$$\alpha\left[\mathbf{l}\left(\Delta\mathbf{l} - \frac{1}{s^2}\mathbf{l}_{tt} - \frac{\partial W_a}{\partial \mathbf{l}} - \frac{\partial W_{me}}{\partial \mathbf{l}}\right)\right] - \frac{8}{\delta\omega_s}(\mathbf{l}H)\mathbf{l}_t -$$

$$- \frac{4}{\delta}(\mathbf{lH})[\mathbf{lH}] + \frac{2}{\delta\omega_s}\{\hat{\varepsilon}\mathbf{l}\hat{\gamma}\mathbf{P}\hat{\varepsilon}\mathbf{l}\mathbf{l}_t + 2(\mathbf{\Gamma P})\mathbf{l}_t + \mathbf{l}\hat{\gamma}\mathbf{P}\mathbf{l}\mathbf{l}_t - \hat{\gamma}\mathbf{P}\mathbf{l}_t\} +$$

$$+ \frac{2}{\delta}\hat{\varepsilon}\mathbf{l}\{(\mathbf{lH})(\hat{\gamma}\mathbf{P}\mathbf{l}) + \mathbf{H}(\mathbf{\Gamma P}) - \hat{\gamma}\mathbf{PH}\} = 0; \qquad (7)$$

$$\mathrm{rot}\, \mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \; ; \quad \mathrm{rot}\, \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \; ; \quad \mathrm{div}\, \mathbf{D} = 0 \; ;$$

$$\mathrm{div}\, \mathbf{B} = 0 \; ; \quad \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial x_i\, \partial u_{ik}} \; .$$

Здесь $\Gamma_\alpha \equiv \gamma_{\alpha\beta\gamma}\, l_\beta\, l_\gamma$ ; $\omega_s = gM_0$ ; $\hat{\varepsilon}$ — единичный антисимметричный тензор. Входящие в уравнения Максвелла векторы **m** и **P** в приближении (6) следующим образом связаны с компонентами вектора антиферомагнетизма **l**:

$$\mathbf{m} = \left\{\frac{2}{\delta\omega_s}[\mathbf{l}_t\, \mathbf{l}] + \frac{2}{\delta}(\mathbf{H} - \mathbf{l}(\mathbf{lH}))\right\} + \frac{2}{\delta\omega_s}\{\mathbf{l}(\mathbf{\Gamma P}) - \hat{\gamma}\mathbf{P}\};$$

$$P = \hat{\kappa}(\mathbf{E} - \hat{\gamma}lm) \; . \qquad (8)$$

Тензор $\hat{\kappa}$ имеет следующие ненулевые компоненты: $\kappa_{xx} = \kappa_{yy} = \kappa_\perp$ ; $\kappa_{zz} = \kappa$.

Таким образом, в низкочастотном пределе (6) система динамических уравнений (7),(8) определяет магнитоупругую динамику магнитоэлектрика, связывая между собой только компоненты векторов **l**, **H**, **E** и **u**. Такая редуцированная система справедлива при произвольной величине отклонения вектора антиферромагнетизма **l** от равновесной ориентации.

Как показывает расчет, в рассматриваемой модели антиферромагнетика возможна реализация одной из двух равновесных магнитных конфигураций: легкоосной ($\mathbf{l} \parallel 0z$) и легкоплоскостной ($\mathbf{l} \perp 0z$) [2–5]. Рассмотрим ту же геометрию распространения электромагнитной волны и равновесную магнитную конфигурацию, которые были ранее изучены в работе [6] в пренебрежении неоднородным обменным взаимодействием — легкоосную фазу ($\mathbf{l} \parallel 0z$, $|\mathbf{M}| = |\mathbf{P}| = 0$) тетрагонального АФМ $4_z^+ 2_x^+ 1^-$, а в качестве плоскости распространения электромагнитной волны — плоскость $xz$.

С помощью (7), (8) можно показать, что в этом случае соответствующее дисперсионное уравнение, описывающее спектр нормальных колебаний исследуемого антиферромагнетика на основе одновременного учета магнитодипольного, электродипольного, магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействия, факторизуется. Это является следствием того обстоятельства, что в рассматриваемой модели происходит независимое распространение связанных между собой колебаний магнитных поляритонов ТЕ типа и упругой сдвиговой SH волны ($H_{x,z}$, $E_y$, $l_y$, $m_{x,z}$, $u_y \neq 0$), а также магнитных ТМ поляритонов и упругих колебаний с вектором смещений решетки $\mathbf{u}$, лежащим в плоскости распространения ($H_y$, $E_{x,z}$, $l_{x,z}$, $m_y$, $u_{x,z} \neq 0$). Таким образом, оба данных типа нормальных колебаний магнитного кристалла могут быть отнесены к фонон-магнонным поляритонам, которые формируются в результате гибридизации акустических фононов и электродипольноактивных акустических магнонов ($H_y$, $E_{x,z}$, $l_{x,z}$, $m_y$, $u_{x,z} \neq 0$) или магнитодипольноактивных акустических магнонов ($H_{x,z}$, $E_y$, $l_y$, $m_{x,z}$, $u_y \neq 0$). В приближении (6) соответствующее дисперсионное уравнение для спектра нормальных колебаний неограниченного антиферромагнитного магнитоэлектрика с участием магнитодипольноактивной ($l_y$, $m_x \neq 0$) или электродипольноактивной магнонных мод ($l_x$, $m_y \neq 0$) может быть представлено при $H_y$, $E_{x,z}$, $l_{x,z}$, $m_y$, $u_{x,z} \neq 0$ в виде

$$\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}\mu_{yy} - \varepsilon_{zz}\left(k_z + \frac{\omega}{c}\lambda\right)^2 = \varepsilon_{xx}k_x^2 , \quad (9)$$

а при $u_y$, $E_y$, $H_{x,z}$, $l_y$, $m_x \neq 0$

$$\chi_{xx} = \chi_0 \frac{R(\omega, k)}{\Delta_R(\omega, k)} ; \quad \alpha_{xx} = \alpha_{yy} = \kappa_\perp \frac{R(\omega, k) - \omega^2}{\Delta_R(\omega, k)} ;$$

$$\frac{\omega^2}{c^2}\mu_{xx}\mu_{zz}\varepsilon_{yy} - \mu_{zz}\left(k_z - \frac{\omega}{c}\lambda\right)^2 = \mu_{xx}k_x^2 ; \quad (10)$$

$$\lambda = (\kappa_\perp \chi_0 \xi)^{1/2}\frac{R(\omega, k)}{\Delta_R(\omega, k)} ; \quad \chi_0 = 1/\delta ; \quad \xi^2 = \frac{\gamma_3^2\kappa_\perp}{\delta} ;$$

$$\Delta_R(\omega, k) \equiv R(\omega, k)(1 - \xi^2) - \omega^2 ;$$

$$R(\omega, k) \equiv \omega_0^2 + s^2(k_x^2 + k_z^2) + \omega_{me}^2 \times$$

$$\times\left(1 - \frac{c_{44}[k_x^2(\Lambda_{11} - \omega^2) + k_z^2(\Lambda_{33} - \omega^2) - 2\Lambda_{13}k_xk_z]}{\rho[(\Lambda_{11} - \omega^2)(\Lambda_{33} - \omega^2) - \Lambda_{13}^2]}\right) ;$$

$$s^2 \equiv \frac{\alpha\delta\omega_s^2}{4} ; \quad \omega_0^2 \equiv s^2\beta/\alpha ; \quad \omega_s \equiv gM_0 ;$$

$$\chi_{yy} = \chi_0 \frac{F(\omega, k)}{\Delta_F(\omega, k)} ; \quad \chi_{zz} = \alpha_{zz} = 0 ;$$

$$\Delta_F(\omega, k) \equiv F(\omega, k)(1 - \xi^2) - \omega^2 ;$$

$$F(\omega, k) \equiv \omega_0^2 + s^2(k_x^2 + k_z^2) - \omega_{me}^2\left[1 - \frac{c_{44}k_z^2}{\rho[\Lambda_{22} - \omega^2]}\right] ;$$

$$\mu_{ik}(\omega, \mathbf{k}) \equiv \delta_{ik} + 4\pi\chi_{ik}(\omega, \mathbf{k}) ;$$

$$\varepsilon_{ik}(\omega, \mathbf{k}) \equiv \delta_{ik} + 4\pi\alpha_{ik}(\omega, \mathbf{k}); \quad \mathbf{k} \in xz ;$$

$\Lambda_{ik}$ — компоненты тензора Кристоффеля, $i, k = 1-3$.

Таким образом, уже из (9), (10) следует, что в общем случае линейный магнитоэлектрический эффект приводит к невзаимности не только поляритонного, но и магнитоупругого спектра $\omega(k_z) \neq \omega(-k_z)$, но этот эффект достаточно мал, так как уже в пренебрежении эффектами электромагнитного запаздывания ($\omega/c \to 0$, т.е. в электро- и магнитостатическом пределе) из (9), (10) следует, что $\omega(k_z) = \omega(-k_z)$.

Поскольку в настоящей работе нас интересует динамика ограниченного магнитоэлектрика, то указанную выше систему динамических уравнений (7) необходимо дополнить соответствующими граничными условиями.

В случае полного закрепления магнитных моментов на поверхности пленки (киттелевские граничные условия) обменные граничные условия могут быть представлены в виде [12]

$$m = l = 0 ; \quad \zeta = \pm d , \quad (11)$$

$\zeta$ — координата вдоль направления $n$; $2d$ — толщина пленки.

Что касается упругой части рассматриваемой краевой задачи, то до сих пор в теории в качестве упругих граничных условий при решении краевых магнитоакустических задач рассматривались только два [13,14]:

механически свободная поверхность кристалла,

$$\sigma_{ik}n_k = 0 , \quad \zeta = \pm d , \quad (12)$$

($\sigma_{ik}$ — тензор упругих напряжений) или полностью зажатый образец,

$$u_i = 0 \ , \ \zeta = \pm\, d \ . \qquad (13)$$

Вместе с тем, как известно, помимо двух указанных выше типов упругих граничных условий в физической акустике также используется и третий тип, соответствующий границе, допускающей скольжение [15]:

$$(\tilde{\mathbf{u}}\mathbf{n}) = 0 \ , \quad [\mathbf{ns}] = 0 \ , \quad s = \sigma_{ik}\, n_k \ , \quad \zeta = \pm\, d \ . \quad (14)$$

Физически это соотношение соответствует выполнению условий полностью некогерентного сопряжения [16] на границе раздела двух сред, одна из которых является абсолютно жесткой. Анализ показывает, что использование упругих граничных условий типа (12), (13) приводит к тому, что, если вектор упругих смещений решетки $\mathbf{u}$ лежит в сагиттальной плоскости, при любом типе обменных граничных условий решение соответствующей магнитоупругой краевой задачи, связывающее частоту возбуждаемых магнитоупругих колебаний $\omega$ с их волновым вектором $\mathbf{k}_\perp$ в развитой плоскости кристалла, представляет собой трансцендентное уравнение [14,17], исследование которого требует применения различных приближенных методов. В работе [18] на примере пластины двухподрешеточного антиферромагнетика впервые показано, что уже для коллинеарной фазы легкоосного антиферромагнетика с $\mathbf{l} \parallel \mathbf{n}$ совместное использование граничных условий (11), (14) позволяет представить дисперсионное уравнение для спектра объемных магнитоупругих волн тонкой магнитной пленки при любом направлении волнового вектора в плоскости магнитной пленки $\mathbf{k}_\perp$ в виде полинома относительно $\omega^2$. Коэффициенты этого полинома являются известными функциями компонент волнового вектора в плоскости пленки $\mathbf{k}_\perp$ .

Что касается электродинамических граничных условий, то будем считать, что в зависимости от относительной ориентации нормали к поверхности пленки $\mathbf{n}$ и направления равновесной ориентации вектора антиферромагнетизма $\mathbf{l}$ [19] будем иметь

$$\begin{aligned} &\mathbf{E}_\tau = \mathbf{H}_\tau = 0 \ ; \quad \zeta = \pm\, d \quad \text{при} \quad \mathbf{n} \parallel \mathbf{l} \ , \\ &\mathbf{Dn} = \mathbf{Bn} = 0 \ ; \quad \zeta = \pm\, d \quad \text{при} \quad \mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp \ , \end{aligned} \qquad (15)$$

$\boldsymbol{\tau}$ — единичный вектор в плоскости пластины.

Расчет показывает, что если на обеих поверхностях рассматриваемой магнитоэлектрической пленки одновременно выполнены обменные (11), упругие (14) и электродинамические (15) граничные условия, то при $\mathbf{k} \in xz$, $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$ структура спектра нормальных колебаний рассматриваемого ограниченного антиферромагнетика, учитывающего магнитодипольное, электродипольное, магнитоупругое и неоднородное обменное взаимодействие, также имеет вид не трансцендентного уравнения, а полинома относительно $\omega^2$ ($\varepsilon \equiv \equiv 4\pi\alpha_0$ ; $\kappa_\nu = \pi\nu/2d$, $\nu = 1, 2, \ldots$):

$$\frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon_{xx}\,\varepsilon_{zz}\,\mu_{yy} - \varepsilon_{zz}\left(k_\perp + \frac{\omega}{c}\,\lambda\right)^2 = \varepsilon_{xx}\,\kappa_\nu^2 \ , \qquad (16)$$

$$H_y \ , E_{x,z} \ , l_x \ , m_y \ , u_{x,z} \neq 0 \ ,$$

$$\frac{\omega^2}{c^2}\,\mu_{xx}\,\mu_{zz}\,\varepsilon_{yy} - \mu_{zz}\left(k_\perp - \frac{\omega}{c}\,\lambda\right)^2 = \mu_{xx}\,\kappa_\nu^2 \ , \qquad (17)$$

$$u_y \ , E_y \ , H_{x,z} \ , l_y \ , m_x \neq 0 \ ,$$

$$\chi_{xx} = \chi_0\,\frac{R_*}{\Delta_{R_*}} \ ; \quad \alpha_{xx} = \kappa_\perp\,\frac{R_*^2 - \omega^2}{\Delta_{R_*}} \ ;$$

$$\lambda = (\kappa_\perp\,\chi_0\,\xi)^{1/2}\frac{R_*}{\Delta_{R_*}} \ ; \quad \chi_{yy} = \chi_0\,\frac{F_*}{\Delta_{F_*}} \ ;$$

$$\Delta_{R_*} \equiv R_*(1 - \xi^2) - \omega^2 \ ; \quad \Delta_{F_*} \equiv F_*(1 - \xi^2) - \omega^2 \ ;$$

$$R_* \equiv R(\omega,\ k_z \equiv k_\perp \ ; \ k_x \equiv \kappa_\nu) \ ;$$

$$F_* \equiv F(\omega,\ k_z \equiv k_\perp \ ; \ k_x \equiv \kappa_\nu) \ .$$

Из анализа соотношений (16), (17) следует, что при $\mathbf{n} \perp 0z$ ($\mathbf{k} \in xz$) и $\omega/c \neq 0$ линейное магнитоэлектрическое взаимодействие как в случае магнитодипольноактивного, так и электродипольноактивного типа спиновых колебаний приводит к невзаимности спектра объемных магнитоупругих колебаний $\omega(k_\perp) \neq \omega(-\,k_\perp)$, распространяющихся вдоль тонкой пленки магнитоэлектрического антиферромагнетика.

Как показывает расчет, линейный магнитоэлектрический эффект не приводит к формированию особенностей в спектре нормальных колебаний с участием магнитодипольноактивной моды магнонного спектра тетрагонального антиферромагнетика с центром антисимметрии в пренебрежении конечностью скорости распространения электромагнитных колебаний ($\omega/c \to 0$). Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать нормальные колебания тонкой пленки тетрагонального антиферромагнетика в коллинеарной фазе ($\mathbf{l} \parallel 0z$) с участием только электродипольноактивной моды спектра этого магнетика, считая выполненным условие электростатического приближения ($\omega/c \to 0$).

Чтобы детально проанализировать роль различных механизмов спин-спинового взаимодействия в формировании структуры спектра нормальных спиновых колебаний, рассмотрим соответствующее общее выражение (16) в отдельных частных случаях: $\omega/c_{ph}\, k_\perp \to 0$; $\omega/c_{ph}\, k_\perp \to \to \infty$ и $\alpha \to 0$ ($c_{ph}$ — минимальная фазовая скорость распространения упругих волн в неограниченном магнетике). Первое из приближений справедливо при пренебрежении конечностью скорости распространения упругих волн по сравнению с характерными временами спин-волновых колебаний в спиновой подсистеме магнетика, т.е. для справедливости эластостатического приближения необходимо выполнение условия $c_{ph} > s$. Второй случай отвечает приближению замороженной решетки, и его реализация возможна не только при $c_{ph} < s$, но и при $c_{ph} > s$ в области достаточно малых волновых чисел $k_\perp < \omega/c_{ph}$. Последний предельный переход ($\alpha \to 0$) соответствует безобменному приближению (без учета эффектов, связанных с неоднородным обменным взаимодействием).

## 2. Спиновая динамика магнитоэлектрической пленки в безобменном приближении (высокотемпературный антиферромагнетик)

Из (16) следует, что при выполнении соотношений $\alpha \to 0$; $\omega/c_{ph}\, k_\perp \to \infty$ при $T_N > T_D$ и $\alpha \to 0$; $\omega/c_{ph}\, k_\perp \to 0$ при $T_N < T_D$ структура спектра электродипольноактивных объемных магнонов тонкой магнитоэлектрической пленки в зависимости от соотношения между температурами Нееля ($T_N$) и Дебая ($T_D$) может быть представлена при $T_N > T_D$ в виде

$$\Omega_\nu^2(k_\perp) = R\left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2 \varepsilon_\perp k_\perp^2}{\kappa_\nu^2 \varepsilon + k_\perp^2(1+\varepsilon_\perp)}\right), \quad \mathbf{n} \parallel 0z\ , \tag{18}$$

$$\Omega_\nu^2(k_\perp) = R\left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2 \varepsilon_\perp \kappa_\nu^2}{k_\perp^2 \varepsilon + \kappa_\nu^2(1+\varepsilon_\perp)}\right), \quad \mathbf{n} \parallel 0x \tag{19}$$

и при $T_N < T_D$ в виде

$$\Omega_\nu^2(k_\perp) = R_\nu(k_\perp)\left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2 \varepsilon_\perp k_\perp^2}{\kappa_\nu^2 \varepsilon + k_\perp^2(1+\varepsilon_\perp)}\right), \quad \mathbf{n} \parallel 0z\ , \tag{20}$$

$$\Omega_\nu^2(k_\perp) = R_\nu(k_\perp)\left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2 \varepsilon_\perp \kappa_\nu^2}{k_\perp^2 \varepsilon + \kappa_\nu^2(1+\varepsilon_\perp)}\right), \quad \mathbf{n} \parallel 0x \tag{21}$$

$$R_\nu(k_\perp) \equiv \omega_0^2 + {}$$

$$+ \omega_{me}^2\left(1 - \frac{c_{44}\,[(k_x^2\Lambda_{11}^* + k_z^2\Lambda_{33}^* - 2\Lambda_{13}^*\, k_x\, k_z)]}{[\Lambda_{11}^*\, \Lambda_{33}^* - \Lambda_{13}^{*\,2}]\, \rho}\right)$$

$$\varepsilon_\perp \equiv 4\pi\kappa_\perp\ ; \quad \varepsilon \equiv 4\pi\kappa\ ; \quad R \equiv \omega_0^2 + \omega_{me}^2\ .$$

В (18)–(21) $\Lambda_{ik}^* \equiv \Lambda_{ik}$ при условии $k_z = \kappa_\nu$ ; $k_x = k_\perp$ при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$ или $k_z = k_\perp$ ; $k_x = \kappa_\nu$ при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$ ($\mathbf{k} \in xz$).

Анализ соотношений (18)–(21) показывает, что соответствующие спектры безобменных спин-волновых возбуждений обладают точкой сгущения как при $k_\perp \to 0$, так и при $k_\perp \to \infty$, т.е. для двух фиксированных номеров мод $\nu$ и $\rho$ выполняется условие $|\Omega_\nu(k_\perp) - \Omega_\rho(k_\perp)| \to 0$. В случае высокотемпературного антиферромагнетика с центром антисимметрии ((18), (19)) в безобменном пределе независимо от номера моды $\nu$ дисперсионные кривые спектра электродипольноактивных магнонов с $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$ представляют собой волну прямого типа ($\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp > 0$), а при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l}$ — обратного ($\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp < 0$). При заданной величине волнового числа $k_\perp$ и фиксированном номере моды $\nu < \rho$ в случае $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$ (18) выполняется неравенство $\Omega_\nu(k_\perp) > \Omega_\rho(k_\perp)$, тогда как при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \perp \mathbf{k}_\perp$ (19) справедливо $\Omega_\nu(k_\perp) < \Omega_\rho(k_\perp)$. Для обоих типов волн независимо от номера моды $\nu$ соответствующие дисперсионные кривые (18), (19) обладают при $k_\perp \neq 0$ точкой перегиба ($\partial^2\Omega_\nu/\partial k_\perp^2 = 0$). При этом дисперсионные свойства магнонов, закон дисперсии которых при $T_N > T_D$ определяется соотношениями (18), (19), формируются вследствие магнитоэлектрического взаимодействия $\Omega_\nu(k_\perp) \neq \neq \mathrm{const}$ при $\gamma_3 \neq 0$ (электростатические спиновые волны), тогда как магнитоупругое взаимодействие определяет только величину магнитоупругой щели $\omega_{me}$ и перенормировку константы магнитной анизотропии, которые не зависят от величины волнового числа $k_\perp$ и направления. Если ввести характерные частоты $\omega_A^2 \equiv R^2(1-\xi^2)$ и $\omega_B^2 \equiv \equiv R[1 - \xi^2/(1+\varepsilon_\perp)]$ ($\omega_A < \omega_B$), то независимо от номера моды $\nu$ $\Omega_\nu(k_\perp \to 0) \to \omega_A$ и $\Omega_\nu(k_\perp \to \to \infty) \to \omega_B$ при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$, если же $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$ , то $\Omega_\nu(k_\perp \to 0) \to \omega_B$ и $\Omega_\nu(k_\perp \to \infty) \to \omega_A$ .

## 3. Спиновая динамика магнитоэлектрической пленки в безобменном приближении (низкотемпературный антиферромагнетик)

Из сопоставления (18), (19) и (20), (21) следует, что дополнительные по отношению к (18), (19) аномалии в спектре безобменных спиновых колебаний тонкой пленки низкотемпературного магнитоэлектрического антиферромагнетика связаны с тем, что при $T_N < T_D$ наряду с электродипольным механизмом формирования дисперсии магнонов имеется также и косвенное спин-спиновое взаимодействие через дальнодействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций. Это приводит к возможности формирования в безобменном приближении дисперсионных свойств спин-волновых колебаний тонкой антиферомагнитной пленки даже в том случае, если $\hat{\gamma} = 0$. Соответствующий класс безобменных магнонов назван эластостатическими спиновыми волнами [10,11]. Как следует из (20), (21), в рассматриваемой геометрии этот механизм косвенного спин-спинового взаимодействия приводит к тому, что для заданного номера моды $\nu$ исследуемый тип безобменных спиновых колебаний как при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$, так и при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$ является волной прямого типа ($\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp > 0$) для $k_\perp < k_{*\nu}$, а при $k_\perp > k_{*\nu}$ — обратного типа ($\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp < 0$), тогда как при $k_\perp = k_{*\nu} \neq 0$ ($\partial\Omega_\nu/\partial k_\perp = 0$) на дисперсионной кривой данной моды магнитных колебаний независимо от ее номера $\nu$ имеется максимум. При этом при $k_\perp < k_{*\nu}$ выполняется условие $\Omega_\nu(k_\perp) > \Omega_\rho(k_\perp)$, тогда как при $k_\perp > k_{*\nu}$ справедливо соотношение $\Omega_\nu(k_\perp) < \Omega_\rho(k_\perp)$ ($\nu < \rho$). Кроме того, в отличие от случая высокотемпературного антиферромагнетика (18), (19) эластостатический механизм формирования дисперсии безобменных магнонов приводит к тому, что уже в пределе $\hat{\gamma} \to 0$ в тонкой пленке низкотемпературного антиферромагнетика с центром антисимметрии становится возможным возникновение при $k_\perp = k_{\nu\rho}$ точки пересечения дисперсионных кривых мод (20), (21) с заданными номерами $\nu$ и $\rho$ ($\Omega_\nu(k_{\nu\rho}) = \Omega_\rho(k_{\nu\rho})$). Если $\nu < \rho$, то $k_{*\nu} < k_{\nu\rho} < k_{*\rho}$. При этом в области точки кроссовера $k_\perp \cong k_{\nu\rho}$ мода с номером $\nu$ является волной обратного типа, а мода с номером $\rho$ — обратного ему. Точки сгущения спектра рассматриваемого типа безобменных объемных эластостатических магнонов $\Omega_\nu(k_\perp) = \omega_0$ (как при $k_\perp \to 0$, так и при $k_\perp \to \infty$).

Учтем теперь,что в исследуемой пленке низкотемпературного магнитоэлектрического антиферромагнетика косвенный спин-спиновый обмен обусловлен не только дальнодействующим полем квазистатических магнитоупругих деформаций, но и электродипольным полем ($\hat{\gamma} \neq 0$). В результате, как следует из (20), (21), в тонкой пленке низкотемпературного антиферомагнетика с центром антисимметрии уже в безобменном приближении ($\alpha \to 0$) возможно формирование на дисперсионной кривой моды безобменных объемных спиновых колебаний с заданным номером $\nu$ не только максимума, но и минимума при $k_\perp \neq 0$. Соответствующие волновые числа $k^2_{\nu\pm}$ ($k_{\nu-} < k_{\nu+}$) являются вещественными положительными корнями уравнения $\partial\Omega_\nu(k_\perp)/\partial k_\perp = 0$. Такая форма дисперсионной кривой для объемной моды магнонной моды с номером $\nu$ возможна, в частности, при выполнении следующих условий:

$\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$,

$$\frac{c_{11}c_{33} + c_{44}^2 - (c_{13} + c_{44})^2}{c_{11}c_{44}}, \quad \left(\frac{c_{33}}{c_{11}}\right)^{1/2} << \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon_\perp};$$

$\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$,

$$\frac{c_{11}c_{33} + c_{44}^2 - (c_{13} + c_{44})^2}{c_{33}c_{44}}, \quad \left(\frac{c_{11}}{c_{33}}\right)^{1/2} >> \frac{1+\varepsilon_\perp}{\varepsilon}. \tag{22}$$

Анализ соотношений для $k^2_{\nu\pm}$ показывает, что при $\hat{\gamma} \to 0$ $k_{\nu+} \to \infty$, $k_{\nu-} \to k_{\nu*}$ в случае $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$, тогда как $k_{\nu-} \to 0$, $k_{\nu+} \to k_{\nu*}$ при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$. Если ввести характерные частоты $\omega_A^{*2} \equiv \omega_0^2(1-\xi^2)$ и $\omega_B^{*2} \equiv \omega_0^2[1 - \xi^2/(1+\varepsilon_\perp)]$, то, как и для высокотемпературного антиферромагнетика, независимо от номера моды $\nu$ $\Omega_\nu(k_\perp \to 0) \to \omega_A^*$ и $\Omega_\nu(k_\perp \to \infty) \to \omega_B^*$ при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$, если же $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$, то $\Omega_\nu(k_\perp \to 0) \to \omega_B^*$ и $\Omega_\nu(k_\perp \to \infty) \to \omega_A^*$.

Кроме того, из (20), (21) следует, что одновременный учет обоих механизмов формирования дисперсии безобменных магнонов в тонкой пленке низкотемпературного антиферромагнетика с центром антисимметрии (электродипольного и эластостатического) приводит к тому, что для фиксированных номеров мод $\nu$ и $\rho$ спектра безобменных объемных спиновых колебаний (20), (21) возможно (в частности, при выполнении условий (22)) существование двух точек кроссовера мод при $k_\perp \neq 0$. Соответствующие волновые числа $k_\pm$ ($k_- < k_+$) определяются из (20), (21):

$$\Omega_\nu(k_\pm) = \Omega_\rho(k_\pm). \tag{23}$$

При формальном предельном переходе $\hat{\gamma} \to 0$ (пренебрежение магнитоэлектрическим взаимодействием) $k_- \to k_{\nu\rho}$, $k_+ \to \infty$ при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$, тогда как $k_+ \to k_{\nu\rho}$, $k_- \to 0$ при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$.

Если выполняется условие обратное (22), то (как при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$, так и при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$) дисперсионная кривая (20), (21) будет иметь при $k_\perp \neq 0$ только одну точку экстремума (максимум), а для мод с заданными номерами $\nu$ и $\rho$ будет существовать только одна точка кроссовера.

## Заключение

Таким образом, в настоящей работе на примере пленки антиферромагнетика с центром антисимметрии определены необходимые условия, при выполнении которых наличие линейного магнитоэлектрического эффекта уже в безобменном приближении приводит к формированию в спектре объемных магнонов ранее неизвестных аномалий, отсутствующих не только в модели неограниченного магнетика, но и в случае пленки антиферромагнетика с центром симметрии. Для их существования принципиально важным является одновременный учет как конечных размеров реального образца, так и соотношения между температурами Нееля и Дебая. К числу найденных в данной работе индуцированных магнитоэлектрическим взаимодействием особенностей спектра объемных магнонов относятся:

1) наличие в тонкой пленке антиферромагнетика с центром антисимметрии распространяющихся безобменных электродипольноактивных объемных спиновых колебаний, структура спектра которых $\Omega_\nu(k_\perp)$ существенно зависит от соотношения между температурами Нееля и Дебая и имеет (в зависимости от величины волнового числа $k_\perp$) немонотонный характер, обладая точками сгущения спектра при $k_\perp \to 0$ и $k_\perp \to \infty$;

2) возможность формирования для этого типа объемных магнонов участков дисперсионной кривой $\Omega_\nu(k_\perp)$ с $\partial\Omega_\nu / \partial k_\perp = 0$ при $k_\perp \neq 0$. При этом указанные точки могут соответствовать как локальному максимуму, так и локальному минимуму такой дисперсионной кривой;

3) возможность существования при $k_\perp \neq 0$ точек кроссовера диперсионных кривых, соответствующих модам с номерами $\nu$ и $\rho$ в спектре безобменных объемных магнонов $\Omega_\nu(k_\perp)$, тонкой магнитоэлектрической пленки (за счет гибридизации эластостатического и электростатического механизмов спин-спинового взаимодействия).


1. R. V. Pisarev, *Ferroelectrics* **162**, 191 (1994).
2. S. Bluck and H. G. Kahle, *J. Phys.* **C21**, 5193 (1988).
3. Е. А. Туров, В. В. Меньшенин, В. В. Николаев, *ЖЭТФ* **104**, 2061 (1993).
4. Е. А. Туров, *ЖЭТФ* **104**, 3886 (1993).
5. E. A. Turov, *Ferroelectrics* **162**, 191 (1994).
6. В. Д. Бучельников, В. Г. Шавров, *ЖЭТФ* **109**, 706 (1996).
7. Е. А. Туров, В. В. Меньшенин, *ЖЭТФ* **108**, 2061 (1995).
8. В. И. Ожогин, В. Л. Преображенский, *УФН* **155**, 593 (1988).
9. С. В. Тарасенко, *Письма в ЖТФ* **14**, 2041 (1988).
10. А. Л. Сукстанский, С. В. Тарасенко, *ЖЭТФ* **105**, 928 (1994).
11. С. В. Тарасенко, *ЖЭТФ* **110**, 1411 (1996).
12. А. Г. Гуревич, Г. А. Мелков, *Магнитные колебания и волны*, Наука, Москва (1994).
13. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, *Изв. вузов. Физика*. **31**, 6 (1988).
14. Ю. В. Гуляев, И. Е. Дикштейн, В. Г. Шавров, *УФН* **167**, 735 (1997).
15. В. А. Красильников, В. В. Крылов, *Введение в физическую акустику*, Наука, Москва (1984).
16. А. Г. Хачатурян, *Теория фазовых превращений и структура твердых растворов*, Наука, Москва (1974).
17. Б. Н. Филиппов, *Поверхностные спиновые и магнитоупругие волны в ферромагнетиках, Препринт ИФМ УНЦ АН СССР №80-1*, Свердловск (1980).
18. С. В. Тарасенко, *Акуст. журн.* **44**, 260 (1998).
19. V. I. Alshits, A. N. Darinskii, and J. Lothe, *Wave Motion* **16**, 265 (1992).


## The magnon spectrum anomalies of the finite size antiferromagnet with the antisymmetry center. I. Unexchange approximation


S. V. Tarasenko



It is shown that previously unknown type of propagating unexchange volume spin waves can develop in a plate of the infinite antiferromagnet with the antisymmetry center (rather than the symmetry center). The ratio between the Neel and Debye temperatures of the antiferromagnetic crystal is of special importance for the spectrum structure of these magnons.