

Джозефсоновские свойства прозрачных туннельных контактов

Ю. В. Шлапак, А. Л. Касаткин, Э. М. Руденко

Институт металлофизики НАН Украины, Украина, 03680, г. Киев-142, бульв. Вернадского, 36
E-mail: shat@d24.imp.kiev.ua

Статья поступила в редакцию 24 декабря 1999 г., после переработки 13 июня 2000 г.

Для возможных отклонений зависимости ток–фаза от обычного синусоидального закона на базе видоизмененного уравнения Феррелла–Прейнджа рассмотрена стационарная электродинамика прозрачных джозефсоновских контактов во внешнем магнитном поле. Для этого случая показано, что слабое магнитное поле проникает в прозрачный джозефсоновский контакт в общем виде неэкспоненциальным образом, и рассчитаны поле H_{c1} вхождения вихрей в прозрачные контакты и зависимость величины критического тока от магнитного поля.

Для можливих відхилень залежності струм–фаза від звичайного синусоїдального закону на базі видозміненого рівняння Феррелла–Прейнджа розглянуто стаціонарну електродинаміку прозорих джозефсонівських контактів у зовнішньому магнітному полі. Для цього випадку показано, що слабе магнітне поле проникає в прозорий джозефсонівський контакт в загальному вигляді неекспоненційним чином, та розраховано поле H_{c1} входження вихорів в прозорі контакти і залежність величини критичного струму від магнітного поля.

PACS: 74.50.+r, 74.80.Fr

Электродинамика сверхпроводящих джозефсоновских контактов как правило базируется на известном соотношении Джозефсона, связывающем протекающий через контакт сверхпроводящий ток j_S с разностью фаз параметра порядка φ по обе стороны контакта, $j_S(\varphi) = j_c \sin \varphi$. Такой вид зависимости $j_S(\varphi)$ предполагает наличие достаточно слабой связи между массивными сверхпроводящими (S) берегами контакта, например, малой прозрачности туннельного (I) барьера в случае туннельного S - I - S контакта или же достаточно широкой прослойки (N) слоя нормального металла в контактах типа S - N - S [1–3].

Однако в последнее время большой интерес, с точки зрения перспектив использования в качестве джозефсоновских элементов, вызывают контакты, реализуемые на границах зерен в высокотемпературных сверхпроводниках (например, бикристаллах YBCO и BiSCCO) [4]. Такие контакты в случае малоугловых границ зерен характеризуются, как правило, достаточно высокой электронной прозрачностью. В этом случае, как было показано в ряде теоретических работ [2,6–11], зависимость ток–фаза $j_S(\varphi)$ в эф-

фекте Джозефсона может существенно отличаться от синусоидальной.

В настоящей работе будем предполагать, что зависимость $j_S(\varphi)$ имеет вид [9]

$$\frac{j_S(\varphi)}{j_c} = f(\varphi) = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - D \sin^2(\varphi/2)}} \operatorname{th} \left(A(T) \sqrt{1 - D \sin^2(\varphi/2)} \right), \quad (1)$$

где D — прозрачность барьера, $A(T) = \Delta(T)/(2k_B T)$.

Запишем уравнение Феррелла–Прейнджа [5]

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \frac{1}{\lambda_j^2} f(\varphi) \quad (2)$$

(где $f(\varphi) = j_S(\varphi)/j_c$) в виде

$$\frac{x\sqrt{2}}{\lambda_j} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi'}{\sqrt{F(\varphi')}}; \quad F(\varphi) = \int f(\varphi) d\varphi. \quad (3)$$

Вывод уравнения (2) предполагает выполнение условия $\lambda_j \gg \lambda$ (λ_j — джозефсоновская глубина проникновения, λ — лондоновская глубина проникновения). Согласно [12], это условие выполняется при $j_c \ll j_d / \kappa$, где j_c — плотность критического тока контакта, j_d — плотность тока распаривания, κ — параметр Гинзбурга—Ландау. Учитывая, что $j_c \sim j_d D$ [12], получаем ограничение на величину прозрачности D : $D \ll \kappa^{-1}$, при выполнении которого уравнение (2) остается справедливым.

Для малых значений прозрачности $0 < D \ll \kappa^{-1}$

$$F(\varphi) \approx_{D \ll 1} F(\varphi_0) + 2 \operatorname{th}(A(T)) \sin^2 \frac{\varphi}{2} \times \left[1 - \frac{DA(T)}{2 \operatorname{sh}(2A(T))} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right]. \quad (4)$$

При $D \ll 1$, используя (4), можно найти следующее решение уравнения (2):

$$\frac{x \sqrt{\operatorname{th}(A(T))}}{\lambda_j(D)} \approx_{D \ll 1} \left[\ln \left(\operatorname{tg} \frac{\varphi}{4} \right) - \frac{DA(T)}{4 \operatorname{sh}(2A(T))} \cos \frac{\varphi}{2} \right]_{\varphi_0}^{\varphi}, \quad (5)$$

описывающее поведение джозефсоновского перехода во внешнем магнитном поле, параллельном переходу и превышающем характерное поле перехода H_{c1} . Второе слагаемое в правой части (5) показывает изменение распределения скачка фазы параметра порядка при небольшом увеличении прозрачности контакта.

Приближенное решение (5) имеет вид

$$\varphi(x) \approx_{D \ll 1} 4 \operatorname{arctg} \left(\exp \left(x' + \frac{DA(T)}{2 \operatorname{sh}(2A(T))} \frac{1}{1+x'^2} \right) \right) + 2\pi n;$$

$$x' = \frac{x \sqrt{\operatorname{th}(A(T))}}{\lambda_j(D)}. \quad (6)$$

На рис. 1 показаны зависимости $\varphi(x)$, $d\varphi(x)/dx \sim H(x)$, $d^2\varphi(x)/dx^2 \sim j_S$.

В случае очень слабых внешних полей $H_0 \ll \Phi_0 / (2\pi\lambda_j d)$, где $\Phi_0 = hc/2e$ — квант магнитного потока, из уравнения (5) можно найти координатную зависимость поля в переходе. В этом случае токи через переход слабы, в результате разность фаз φ мала, и из (5) получаем

$$\varphi \approx_{\substack{D \ll 1 \\ \varphi \ll 1}} \varphi_0 \exp(-x') \left[1 - \frac{DA(T)}{16 \operatorname{sh}(2A(T))} \varphi_0^2 \exp(-2x') \right];$$

$$x' = \frac{x \sqrt{\operatorname{th}(A(T))}}{\lambda_j(D)}. \quad (7)$$

Как видно из этого выражения, при увеличении прозрачности характер зависимости фазы от координат изменяется, а глубина проникновения как функция прозрачности D уменьшается медленнее, чем $\lambda_j(D) \sim j_c^{-1/2}(D) \sim D^{-1/2}$.

Чтобы найти критическое поле перехода H_{c1} , необходимо рассмотреть полную свободную энергию единицы длины перехода вдоль магнитного

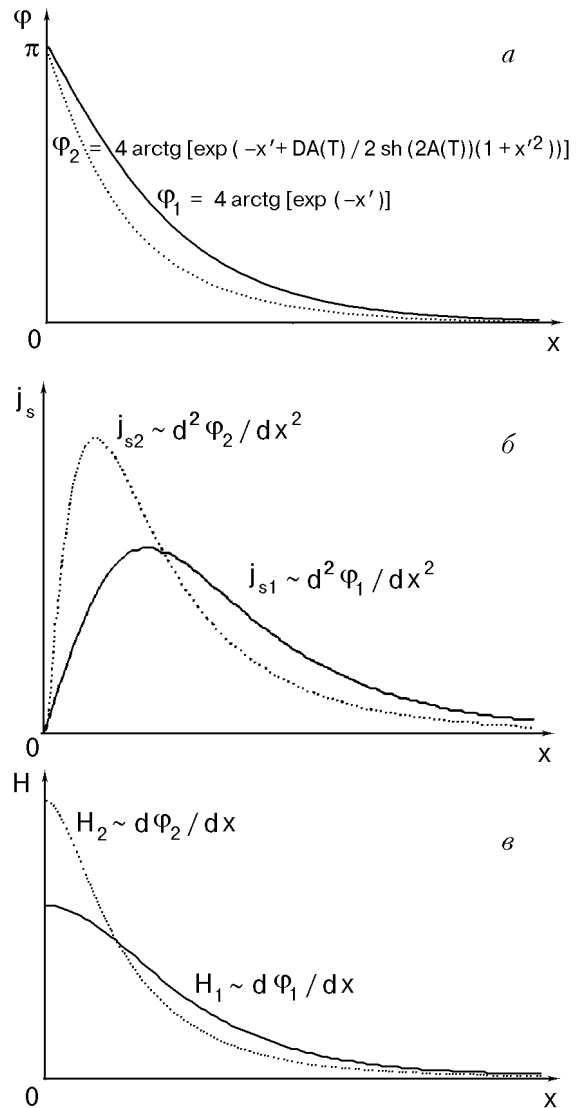


Рис. 1. Распределение разности фаз (а), сверхтока (б) и магнитного поля (в). Сплошная линия соответствует $D = 0$, точечная — малым D .

поля, которая для одного вихря определяется функционалом относительно функции $\varphi(x)$:

$$W_0 = \int_{-\lambda}^{\lambda} (\omega_j + \omega_H) dx, \quad (8)$$

где

$$\omega_j = \frac{\Phi_0 j_c}{2\pi c} \int_{\varphi_0}^{\varphi} f(\varphi) d\varphi, \quad \omega_H = \frac{\lambda_j^2 \Phi_0 j_c}{4\pi c} \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2.$$

Вихрь может проникнуть в переход, начиная с внешнего поля H_{c1} , при котором величина $\int (\mathbf{BH}/4\pi) dV = \Phi_0 H_{c1}/4\pi$ становится равной W_0 , т.е.

$$H_{c1}(D) = \frac{4\pi}{\Phi_0} W_0 = H_{c1}^{(0)}(D) \frac{1}{4\lambda_j} \int_{-\lambda_j}^{\lambda_j} dx \int f(\varphi) d\varphi, \quad (9)$$

где $H_{c1}^{(0)}(D)$ определяется выражением $H_{c1} = 2\Phi_0/(\pi^2 d\lambda_j)$.

При $D \ll 1$ из (9) с учетом (4) получаем

$$H_{c1}(D) = H_{c1}^{(0)}(D) \operatorname{th}(A(T)) \left(1 - \frac{DA(T)}{2 \operatorname{sh}(2A(T))} \right),$$

$$H_{c1}(D) \sim D^{1/2}(1 - \alpha D), \quad (10)$$

где $\alpha = A(T)/(2 \operatorname{sh} 2A(T)) < 1/4$.

Как видно из полученной зависимости, при небольшом увеличении прозрачности барьера критическое поле вхождения первого вихря в прослойку между сверхпроводниками растет медленнее, чем $H_{c1}^{(0)}(D)$.

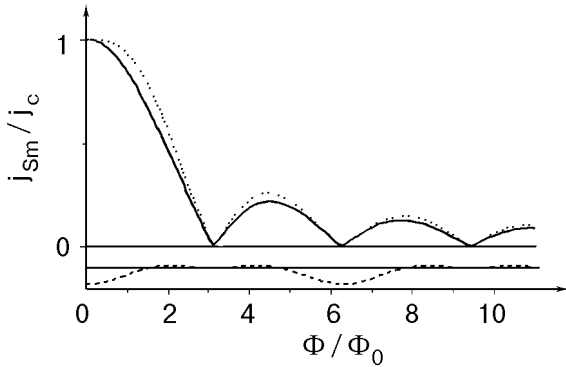


Рис. 2. Зависимость критического тока перехода от внешнего магнитного поля, параллельного плоскости перехода. Сплошная линия соответствует $D = 0$, точечная — малым D ; пунктирная линия около оси x — величина, пропорциональная изменению кривой при небольшом увеличении прозрачности.

Рассмотрим изменение $j_c(H)$, обусловленное несинусоидальной зависимостью $j(\varphi)$ (1).

Будем предполагать, что размер перехода L мал по сравнению с λ_j , чтобы можно было пренебречь собственным магнитным полем сверхтока, протекающего через переход, по сравнению с внешним полем H_0 [2]. При этих условиях поле внутри перехода можно считать постоянным и равным H_0 . Будем считать, что поле H_0 направлено вдоль оси z (плоскость контакта — $0xz$), тогда векторный потенциал равен $A_y = H_z(y) x = H_0 x$.

Средняя плотность тока через переход (т.е. величина, которая измеряется в эксперименте) равна

$$\bar{j} = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} j(\varphi(x)) dx, \quad (11)$$

$$\varphi(x) = \theta + \frac{2e}{\hbar c} \int A_y dy = \theta + \frac{2e}{\hbar c} H_0 d_H x.$$

Для зависимости ток–фаза (1) получаем

$$\bar{j} = j_c \frac{1}{2} \frac{4}{DA(T)} \frac{1}{t} \times \ln \left(\frac{\operatorname{ch}(A(T) \sqrt{1 - D \sin^2(\theta/2 - t/2)})}{\operatorname{ch}(A(T) \sqrt{1 - D \sin^2(\theta/2 + t/2)})} \right), \quad (12)$$

где $t = \pi\Phi/\Phi_0$, а θ — величина, подстраиваемая при заданном магнитном поле под изменение полного тока так, чтобы это значение тока $j(\theta, H)$ было максимально возможным.

При малых D , используя (4), можно получить

$$\bar{j}_{D \ll 1} \approx j_c \operatorname{th}(A(T)) \sin \theta \times \left| \frac{\sin t}{t} \right| \left(1 + \frac{2A(T)}{\operatorname{sh}(2A(T))} \frac{D}{4} (1 - \cos t \cos \theta) \right) \quad (13)$$

Учитывая, что $j'_\theta = 0$ для j_{\max} при малых D ($D \ll k_B T/\Delta(T)$) получаем

$$j_c(H) \equiv \bar{j}_{\max} \approx j_c \left| \frac{\sin t}{t} \right| \operatorname{th}(A(T)) \times \left(1 + \frac{DA(T)}{\operatorname{sh}(2A(T))} - 2 \left(\frac{DA(T)}{\operatorname{sh}(2A(T))} \right)^2 \cos t (1 + \cos t) \right) \quad (14)$$

Зависимость (14) представлена на рис. 2. Кривые нормированы на величину $j_c(D)$.

Таким образом, в настоящей работе исследованы изменения джозефсоновских свойств прозрачных контактов по мере отклонения зависимости ток–фаза от обычного синусоидального закона. Найдены поправки к значениям поля H_{c1} вхождения вихря в прозрачный контакт, глубины проникновения магнитного поля в контакт и зависимости критического тока от магнитного поля.

1. А. Бароне, Дж. Патерно, *Эффект Джозефсона: физика и применение*, Мир, Москва (1984).
2. К. К. Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*, Наука, Москва (1985).
3. М. Тинкхам, *Введение в сверхпроводимость*, Атомиздат, Москва (1980).
4. J. Manhart, *Z. Phys.* **B101**, 175 (1996).
5. R. Ferrell and R. Prange, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 479 (1963).
6. И. О. Кулик, А. Н. Омелянчук, *ФНТ* **3**, 945 (1977).
7. А. В. Свидзинский, *Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости*, Наукова думка, Киев (1973), с. 228.
8. F. Sols, *Phys. Rev.* **B49**, 15913 (1994).

9. А. Ф. Волков, *ЖЭТФ* **66**, 758 (1974).
10. W. Habercorn, H. Knauer, and J. Richter, *Phys. Status Solidi* **47**, K161 (1978).
11. C. B. Beenaker, Jr., *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3056 (1991).
12. A. Gurevich, *Phys. Rev.* **B46**, 3187 (1992).
13. П. де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).

Josephson properties of the transparent tunnel junctions

Yu. V. Shlapak, A. L. Kasatkin, and E. M. Rudenko

Steady-state electrodynamics of transparent Josephson junctions in external magnetic field is considered on the basis of the modified Ferrell–Prange equation accounting for possible deviations of the current–phase relationship from the usual sine law. For this case the penetration of weak magnetic field in a transparent Josephson junction is shown to be generally non-exponential, the lower critical field for Josephson vortices, H_{c1} , and the magnetic field dependence of critical current are calculated.