

## САМОЙЛЕНКО

**Анатолій Михайлович** — академік НАН України, директор Інституту математики НАН України

## БАНАХ

**Тарас Онуфрійович** — доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри геометрії і топології Львівського національного університету імені Івана Франка

## ПРИТУЛА

**Ярослав Григорович** — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного і функціонального аналізу Львівського національного університету імені Івана Франка



Стефан Банах (1892–1945)

## СТЕФАН БАНАХ І МАТЕМАТИКА У ЛЬВОВІ В ПЕРШІЙ ПОЛОВИНІ ХХ століття До 125-річчя від дня народження

*У 2017 р. наукова громадськість відзначає 125-річчя від дня народження математика світової слави, одного з творців сучасного функціонального аналізу Стефана Банаха. Група математиків, яка працювала у Львові в 20–30-х роках ХХ ст., увійшла в історію як Львівська математична школа, і безперечними її лідерами були Стефан Банах і Гуго Штейнгауз. 18–23 вересня 2017 р. у Львові відбулася Міжнародна конференція з функціонального аналізу, присвячена ювілею Стефана Банаха. У ній взяло участь близько 200 математиків з 16 країн. У цій статті поряд із розповіддю про наукові здобутки та особисте життя Стефана Банаха подано фрагменти історії розвитку математичних досліджень у Львові.*

Осередками наукових досліджень у Львові були Університет, Технічна академія та Наукове товариство імені Шевченка. Історія Львівського університету веде свій початок від колегіуму єзуїтів, заснованого у 1608 р. У 1661 р. колегіум став академією, і відтоді навчальний заклад неодноразово змінював свій статус та назву. Створення окремих шкіл для підготовки технічних фахівців розпочалося в 1795 р. із заснуванням Політехнічної школи у Парижі. У Львові в 1816 р. було відкрито Реальну школу, яка у 1844 р. стала Технічною академією, згодом Політехнічною школою, а з 1921 р. — Львівською політехнікою. Важливу роль у розвитку української науки, зокрема математики, відіграло Наукове товариство імені Шевченка. Його попередником було Товариство імені Шевченка, створене в 1873 р. Товариство видавало свої часописи, у тому числі з 1897 р. «Збірник математично-природописно-лікарської секції Наукового товариства імені Шевченка» [1].

Систематичні наукові дослідження з математики, а також надання ступенів докторів філософії у галузі математики у Львівському університеті почалися з 70-х років ХІХ ст. Тоді керівником кафедри математики був уродженець міста Яворів (тепер Львівська область) Лаврентій Жмурко. Він навчався у Львівському і Віденському університетах та у Віденській по-

літехнічній школі, з 1851 р. викладав у Технічній академії у Львові, а в 1872 р. перейшов до університету.

У 1885 р. в університет на посаду приват-доцента прийшов учень Л. Жмурка князь Юзеф Пузина. Його рід походив від династії Рюриковичів, а князівський титул його предки мали, володіючи Козельським удільним князівством. Юзеф Пузина після закінчення Львівського університету та отримання докторського ступеня впродовж року стажувався в Берлінському університеті, де слухав лекції і відвідував семінари у Веєрштрає і Кронекера. Це визначило напрями його наукових досліджень. З 1889 р. Ю. Пузина — надзвичайний, а в 1892—1919 рр. — звичайний професор, керівник кафедри математики в університеті. Його основною працею стала двотомна монографія «*Teorya funkcuj analitycznych*» (Теорія аналітичних функцій), яка була справжньою енциклопедією математичного аналізу. За час роботи у Львівському університеті він прочитав понад 30 різних курсів. У 1893 р. Ю. Пузина організував два математичних семінари (нижчий і вищий). Учасники цих семінарів згодом стали відомими вченими — Володимир Левицький, Станіслав Рузевич, Ян Лукасевич, Антоній Ломницький, Отто Нікодим, Мирон Зарицький та ін. Стаття В. Левицького [2], підготовлена під керівництвом Ю. Пузини і опублікована в 1894 р. в «Записках Наукового товариства імені Шевченка», була першою в історії науковою статтею з математики, надрукованою українською мовою.

Багато зусиль доклав Юзеф Пузина до відкриття у Львівському університеті другої кафедри математики. Він запрошував до Львова талановитих учених, зокрема, у 1908 р. Вацлав Серпинський, учень українського математика Георгія Вороного почав викладати нові на той час курси з теорії множин, теорії міри й інтеграла Лебега та ін. Під його керівництвом здобули докторські ступені Стефан Мазуркевич і Станіслав Рузевич. З 1913 р. в університеті почав читати лекції випускник Сорбонни тополог Зигмунт Янішевський, який великою мірою визначив шлях розвитку математики

у Польщі [3]. У 1917 р. Ю. Пузина запросив до Львівського університету Гуго Штейнгауза, якого знав ще студентом. На габілітаційну лекцію Г. Штейнгауза з Кракова приїхав Стефан Банах. Це запрошення визначило долю не лише самого Г. Штейнгауза як ученого, а й, можливо, всієї львівської математики 20—30-х років ХХ ст. Казимир Куратовський так оцінив роль Ю. Пузини: «Він був до певної міри провісником ідей, які розцвіли у працях наступної генерації польських математиків» [4].

Стефан Банах народився 30 березня 1892 р. в Кракові. Він був сином Стефана Гречка і Катажини Банах. Стефан не знав своєї матері. Після народження і хрещення сина вона віддала його на виховання. Через багато років, у листі, датованому 30.10.1943 р., батько розповів Стефану Банаху, що в час його народження він служив у війську. Дозвіл на одруження військовослужбовцям давали лише у разі пред'явлення документів, які б свідчили, що одруження поліпшить умови життя подружжя. Катажина Банах була покоївкою, і Гречек не міг її утримувати, тож про отримання дозволу на одруження не було й мови. Незаміжня, без достатніх засобів до прожиття, Катажина не могла опікуватися дитиною. Хлопчика спочатку відвезли в село, а через кілька місяців мати віддала малого Стефана на виховання в дім Францішки Плови, яка була власницею невеликої пральні у Кракові, та її племінниці Марії Пухальської. Стефан Гречек не забував про сина і постійно підтримував контакт з опікунками [5].

У 1902 р. після закінчення початкової школи Стефан Банах навчався у IV гімназії міста Кракова. Скромні матеріальні умови спонукали його до проведення платних уроків (корепетитій) для молодших гімназистів. Юнацька дружбаєднала Банаха з однокласником Вітольдом Вількошем, який пізніше став відомим математиком, професором Ягеллонського університету. У тогочасних програмах гімназій найбільшого значення надавали вивченню латини, грецької та новітніх мов, точним наукам приділяли значно менше уваги. Оцінки



Стефан Банах.  
1919 р. (фото з [5])

Стефана Банаха з математики і природничих наук були відмінними, з інших предметів — дуже добрими та добрими, траплялися і задовільні. Поряд з математикою, він наполегливо вивчав латину, вважаючи, що подолання труднощів перекладу текстів з польської мови на латинську розвиває точність мислення. Уже в шкільні роки Банах опанував досить широкий спектр «вищої» математики. У червні 1910 р. С. Банах склав іспит на атестат зрілості. У документах старших класів гімназії його батько, Стефан Гречек, був записаний як опікун.

Після отримання атестату зрілості Банах їде на навчання до Львова. Вважаючи, що в математиці уже не можна сподіватися на істотні відкриття, він вирішує опанувати інженерний фах, і у жовтні 1910 р. стає студентом машинобудівного факультету Політехнічної школи у Львові, а наступного року переводиться на інженерний факультет.

На той час Політехнічна школа налічувала понад 1,5 тис. студентів, 40 професорів, 30 доцентів і 43 асистенти та ад'юнкти. Вона мала дві кафедри математики. Керівником I кафедри був професор Плацид Дзівінський, випускник Львівського університету, учень Жмурка, а II кафедри — Здислав Криговський, який після 1919 р. став професором Познанського університету. Ці кафедри забезпечували викладання ґрунтового дворічного курсу математики для інженерних спеціальностей. Програма навчання в Політехнічній школі перед-

бачала складання двох державних іспитів: з базових дисциплін (як правило, після другого року навчання) та зі спеціальних дисциплін. Перший державний іспит для студентів інженерного факультету включав такі дисципліни: математика, нарисна геометрія, фізика, загальна і технічна механіка з елементами графічної статистики. Комісія звільняла від складання тих предметів, з яких студент одержав принаймні добрі оцінки на курсових іспитах. У навчальній картці Стефана Банаха є записи про відвідування лекцій і практичних занять з таких дисциплін: на I курсі — математика, загальна і технічна фізика, нарисна геометрія, загальна механіка, енциклопедія технічної хімії, загальне машинознавство; на II курсі — технічна механіка, будівництво, енциклопедія машин. Збереглися записи про складання колоквиуму з математики («дуже добре», 15.06.1911), іспитів з хімії («дуже добре», 27.12.1911), математики («відмінно», 24.06.1913), загальної механіки («дуже добре», 03.11.1913). Математику тоді читав проф. Здислав Криговський, нарисну геометрію — проф. Казимир Бартель, загальну механіку — проф. Альфред Денизот, технічну механіку — проф. Максиміліан Губер. Банах закінчив навчання у Політехнічній школі складанням у 1913/14 н.р. першого державного іспиту — «півдиплому». Підтвердження відвідування занять на III, IV курсах у навчальній картці немає [6]. Математичні знання Банах здобував здебільшого самотужки, як і засоби до існування. Він заробляв на життя, навчаючи інших.

З початком Першої світової війни у 1914 р. С. Банах повернувся до Кракова. Він був звільнений від служби в армії, оскільки був шульгою і слабо бачив на ліве око. У Кракові він продовжував самостійно вивчати математику і давав уроки гімназістам як репетитор.

Переломним моментом у житті Банаха стала випадкова зустріч з Ґуго Штейнгаузом влітку 1916 р. у Кракові. Ось як описав її Штейнгауз: «Під час ... прогулянки почув слова ... «міра Лебега», ... підійшов до лавки і відрекомендувався двом молодим адептам математики. Були то



Ернст Цермело у Львові. Зліва направо (сидять): Г. Штейнгауз, Е. Цермело, С. Мазуркевич; (стоять): К. Куратовський, Б. Кнастер, С. Банах, В. Стожек, Є. Жилінський, С. Рузевич

*Стефан Банах і Отто Нікодим. З того часу зустрічалися регулярно...»* [7]. Так почалася тісна співпраця між цими видатними вченими. Г. Штейнгауз часто повторював, що С. Банах був його найбільшим науковим відкриттям.

Гуго Штейнгауз народився в м. Ясло (Польща). У 1905/06 н.р. вивчав філософію та математику у Львівському університеті. Продовжив навчання у Геттингені, де в 1911 р. під керівництвом Давида Гільберта здобув ступінь доктора філософії. З 1917 р. він асистент і приватдоцент, з 1920 р. — надзвичайний професор, а з 1923 до 1941 р. — звичайний професор Львівського університету. Після війни працював у Вроцлавському університеті. Тематика його праць охоплювала тригонометричні та ортогональні ряди, теорію функцій дійсної змінної, функціональний аналіз, теорію ймовірностей, теорію ігор, математичну статистику, основи математики та застосування математики.

Отто Нікодим народився в Заболотіві поблизу Коломиї. Після закінчення Львівського університету працював учителем гімназії у Кракові. Докторський ступінь здобув у 1924 р. у Варшавському університеті. В 1946 р. емігрував з Польщі.

Першу наукову роботу (про збіжність тригонометричних рядів) С. Банах опублікував спільно з Г. Штейнгаузом у 1918 р. Тематика ранніх праць Банаха стосувалася також функційних рівнянь і теорії функцій дійсної змінної. Г. Штейнгауз належав до того типу математиків, які, маючи широкий кругозір, генерують нові ідеї (поняття, твердження, гіпотези), але за подальший їх розвиток не беруться. У той час Г. Штейнгауз зацікавився функціональним аналізом, хоча такого розділу (і назви) в математиці ще не було, і опублікував статтю про канонічний вигляд функціоналів у просторі інтегрованих за Лебегом функцій [8]. Схоже, що саме йому Банах завдячує своїм інтересом до функціонального аналізу. До 1919 р. Банах жив у Кракові. Він був одним із засновників Математичного товариства у Кракові і зробив там дві доповіді.

У 1918–1920 рр. навчальні заклади Львова працювали нерегулярно. Після від'їзду до Познані З. Криговського, керівника II кафедри математики Львівської політехніки, з 1919 р. його обов'язки виконував А. Ломницький. Гуго Штейнгауз запропонував йому взяти асистентом С. Банаха. У протоколі засідання Адміні-



Стефан Банах і Станіслав Мазур (фото з газети «Вільна Україна» 13 грудня 1940 р.)

стративної комісії Політехнічної школи під керівництвом ректора від 25 червня 1920 р., на якому обговорювали цю пропозицію, зазначено: *«Згідно з пропозицією заступника професора Ломницького, призначено Стефана Банаха дійсним асистентом II кафедри математики замість доктора Фрайліха з 01.07.1920 по 30.09.1921 року за умови, що впродовж півроку він подасть диплом доктора. У дискусії в цій справі проти призначення виступив професор Синевський [тоді декан факультету] і вимагав відкласти його аж до складання кандидатом докторату».*

Уже в червні 1920 р. С. Банах подав до ради філософського факультету Львівського університету докторську працю *«O operacjach w zbiorach abstrakcyjnych z zastosowaniem do równań całkowych»* (Про операції в абстрактних множинах із застосуванням до інтегральних рівнянь). Оцінку праці давали професори

Євстахій Жилінський і Гуго Штейнгауз. Після складання іспитів з математики, фізики та філософії на «відмінно» 22 січня 1921 р. відбулася офіційна промоція — надання ступеня доктора філософії. Промотором був професор Казимир Твардовський.

Оцінка докторської праці, яку дали рецензенти, закінчується словами: *«З огляду на оригінальність методів, важливість результатів, а також гарну і сучасну побудову, праця п. Банаха не тільки повністю задовольняє умови, прийняті для докторських робіт, а й могла б слугувати підставою для габілітації у найповажніших університетах».*

З жовтня 1921 р. Банах обіймав посаду старшого асистента II кафедри математики, йому доручили читати лекції з теоретичної механіки. Цей курс він тривалий час читав як у Політехніці, так і в університеті.

Докторська дисертація С. Банаха стала переломним моментом для нової математичної дисципліни — функціонального аналізу. У ній було дано означення «функційного простору», який дозволив об'єднати різні розділи математики: класичний аналіз, варіаційне числення, диференціальні рівняння та ін. Банах визначив «простір типу В» (він мав на увазі простір Бера) як повний нормований лінійний простір, який тепер називають *банаховим простором*. На багатьох прикладах Банах показав, що це поняття охоплює усі відомі на той час функційні простори, і розпочав побудову загальної теорії цього простору, зокрема, довів теорему про нерухому точку, яка отримала багато застосувань. Докторська праця С. Банаха, опублікована у 1922 р. [9], стала потужним стимулом до розвитку функціонального аналізу — галузі математики, яка найбільш стрімко розвивалася у ХХ ст.

У 1919 р. після смерті Ю. Пузини його кафедрою керував надзвичайний професор Євстахій Жилінський. Він народився в с. Куна (тепер Гайсинського району Вінницької області). У 1911 р. закінчив Київський університет, був учнем Дмитра Граве, продовжив навчання у Геттингені, Кембриджі і Марбурзі, служив спершу в російській, а потім у польській армії.

У Львівському університеті вів наукові дослідження і читав курси з алгебри, теорії чисел, логіки та основ математики. З 1920 р. II кафедрою математики керував Гуго Штейнгауз. Керівником III кафедри у 1921 р. став Станіслав Рузевич, учень Ю. Пузини і В. Серпинського. С. Рузевич народився в Підстаях біля Коломиї, навчався в гімназії у Львові та Коломиї.

Після захисту і опублікування докторської праці у С. Банаха з'явилося нове зацікавлення — теорія міри. У роботі [10] він показав, що на відміну від тривимірного простору для просторів виміру 1 і 2 загальна проблема міри має розв'язок. Цей результат набув широкого розголосу, оскільки раніше Фелікс Гаусдорф показав, що в тривимірному просторі ця проблема не має розв'язку, а для 1- та 2-вимірних просторів проблема залишалася відкритою. Ще відомішим став «парадокс Банаха—Тарського», сформульований у 1924 р.: кулю радіуса  $r$  можна розкласти на скінченну кількість частин, з яких можна скласти дві кулі цього ж радіуса  $r$ . Розв'язки узагальнених проблем теорії міри Банах отримав трохи пізніше спільно з Казимиром Куратовським, який у 1927—1933 рр. був керівником III кафедри математики Львівської політехніки. Зауважимо, що всі ці результати спиралися на аксіому вибору, введену Ернстом Цермело у 1908 р.

Для отримання права читати лекції у Львівському університеті у травні 1922 р. С. Банах пройшов габілітацію: подав наукову роботу, успішно пройшов колоквиум і прочитав перед радою факультету габілітаційну лекцію «Розвиток поняття міри». З першого разу міністерство не затвердило його, оскільки габілітаційна робота [10] була написана не мовою викладання — польською, а французькою. У липні 1922 р. С. Банах одержав посаду надзвичайного професора і став керівником IV кафедри математики у Львівському університеті. Звання звичайного професора йому було присвоєно у листопаді 1927 р.

У 1924 р. філософський факультет було розділено на два факультети: математично-природничий та гуманітарний. Цього ж року С. Банаха обрали членом-кореспондентом



Будинок, на третьому поверсі якого проживала сім'я С. Банаха у 1945 р. (тепер вул. Свенціцького, 12); фото з тих часів з архіву Ридлів

Польської академії наук і він отримав стипендію на річну поїздку до Франції.

В університеті С. Банах читав курси з диференціального та інтегрального числення, теорії функцій дійсної змінної, теорії множин, теорії операцій і теоретичної механіки. Він також продовжував читати лекції у Політехніці.

Інтенсивна наукова праця С. Банаха в ці роки заклала основи функціонального аналізу. Зокрема, він довів принцип рівномірної обмеженості (разом з Г. Штейнгаузом), а також теорему про продовження лінійного функціонала, названу пізніше теоремою Гана—Банаха. Як писав Владислав Лянце, керівник кафе-

дри теорії функцій і функціонального аналізу в 1972–1992 рр., який відвідував семінари С. Банаха ще студентом у 1940–1941 рр. [11]: *«Саме Банаху належать три основні принципи функціонального аналізу. Принцип продовження лінійного функціоналу зі збереженням підлеглості півнормі компенсує відсутність скалярного добутку в банахових просторах, а тому й відсутність ортогональності. Цей принцип лежить в основі опуклого аналізу і теорії дуальності в категорії лінійних просторів.*

*Неоціненним внеском у геометричну інтуїцію, яка стосується нескінченновимірних просторів, є принцип рівномірної обмеженості. Тільки геній Банаха був спроможний побачити, що з поточної обмеженості сім'ї лінійних відображень випливає її глобальна обмеженість, зробити звідси висновки про різні варіанти теорем про резонанси згущення особливостей і т. д.*

*Непереврешеним математичним шедевром є банахів принцип відкритості відображення. Відомо, що найскладніше тому, хто першим відкриває істину. Через деякий час шлях до неї спрощується. Цікаво, що до сьогоднішнього дня доведення принципу відкритості, знайдене Банахом, не піддалося методичному спрощенню. Може, це й добре, бо оригінальне доведення Банаха має незаперечні, неперехідні естетичні цінності. Такі наслідки принципу відкритості, як теореми про неперервність оберненого оператора, про замкнений графік, про еквівалентність порівнянних норм, а також критерій подільності операторів стали незамінним інструментом у дослідженнях різних галузей математичного аналізу, математичної фізики, теорії диференціальних рівнянь тощо».*

Великий вплив на розвиток досліджень з функціонального аналізу мала монографія Банаха «*Théorie des opérations linéaires*» (Теорія лінійних операцій), опублікована в 1932 р. Польською мовою вона вийшла в 1931 р., а український переклад, зроблений Мироном Зарицьким, побачив світ у 1948 р. під назвою «Курс функціонального аналізу». Ініціатором перекладу був академік Микола Боголюбов. Боголюбов разом із Симоном Зуховицьким були редакторами цього видання [12]. Моно-

графія Банаха швидко здобула широке визнання; з того часу підходи і термінологія Банаха стали загальноновизнаними, а термін «простір Банаха» є одним з найцитованіших у математиці. Важливою частиною монографії були «Зауваження». В українському перекладі цей розділ було значно змінено і розширено з урахуванням результатів, отриманих до 1940 р.

У 1928 р. Стефан Банах взяв участь у Міжнародному математичному конгресі в Болоньї, а в 1936 р. на Конгресі в Осло його запросили виголосити пленарну доповідь. У 1930 р. Банах одержав науковий грант Міністерства освіти (2500 злотих) та премію міста Львова (7500 злотих), у 1939 р. йому було присуджено Велику премію Польської академії наук (20000 злотих). У 1933/34 н.р. Банах виконував обов'язки декана математично-природничого факультету.

Характерними рисами творчості Банаха було настійне прагнення до загальності, велика сила у побудові доведень, елегантність формулювань та легкість у співпраці з колегами. Щоправда, він мав великі труднощі з письмовим вираженням думок і через це майже не писав листів і не відповідав на надіслані йому листи. Якби не допомога колег і асистентів, перші праці Банаха не були б опубліковані.

У 1929 р. було видано перші підручники Банаха для середніх і вищих шкіл. Загалом він є автором і співавтором 10 шкільних підручників. Тодішнє покоління гімназистів навчалося за його книжками. Для вищої школи він написав підручники з диференціального та інтегрального числення, механіки і теорії функцій дійсної змінної. Український переклад підручника з механіки опубліковано у 2017 р. у видавництві Львівської політехніки [13].

Такий вибух наукових досліджень з математики у Львові в ті часи можна пояснити широким зацікавленням математикою, концентрацією інтересів на новітніх галузях математики, тісною співпрацею учнів та вчителів і, що найважливіше, сформованим колективом ентузіастів на чолі з Банахом і Штейнгаузом.

У 1927 р. у Львові відбувся I з'їзд математиків Польщі, в якому брали участь учені з інших країн (Ніна Барі, Дмитро Меньшов, Микола

Лузін, Джон фон Нейман та ін.). Після з'їзду Банаха зі Штейнгаузом заснували спеціалізований журнал «*Studia Mathematica*», перший том якого вийшов у 1929 р. У Львові вийшло 9 томів журналу, останній — у 1940 р. Починаючи з 10-го тому (виданого у 1948 р. у Вроцлаві) і дотепер журнал друкується у Польщі. Більшість статей журналу присвячені функціональному аналізу та його застосуванням, а також теорії функцій дійсної змінної, теорії ортогональних систем функцій та рядів, теорії ймовірностей, теорії топологічних груп і теорії диференціальних та інтегральних рівнянь.

У період 1920–1939 рр. на математично-природничому факультеті захистилися 13 докторантів з математики і 2 з логіки: С. Банах (1921), Ю.П. Шаудер (1924), В. Нікліборц (1924), С. Качмаж (1924), С. Вайнльос (1927), В. Орлич (1928), З. Бірнбаум (1929), М. Зарицький (1930), Г. Ауербах (1930), С. Мазур (1932), Ю. Шраєр (1932), М. Кац (1937), В. Гептер (1937), М. Ейдельгейт (1938), Ю. Пепіс (1938). У 1933 р. у Львівській політехніці здобув ступінь доктора математики Станіслав Улям. Крім двох кафедр математики, якими керували Владзимеж Стожек (1883–1941) і Антоній Ломницький, діяла також третя кафедра, яку в 1927–1933 рр. очолював Казимир Куратовський. Ця кафедра належала до «загального» факультету, який був науковим і присуджував ступінь магістрів математики, а також мав право надавати докторські ступені. Перебуваючи у Львові, К. Куратовський підготував перший том монографії «*Torologia*». Його учнем був Станіслав Улям.

У наданні наукових ступенів рада факультету не завжди дотримувалася формальних приписів, а враховувала наукову цінність одержаних результатів. Наприклад, С. Мазур, як і С. Банах, не мав закінченої вищої освіти, а тільки зараховані два семестри навчання у Львівському університеті. Частина захищених докторів згодом працювали асистентами та приват-доцентами в університеті й Політехніці. Габілітацію здобули Ю.-П. Шаудер, С. Качмаж, В. Нікліборц, Г. Ауербах, В. Орлич та С. Мазур.



Пам'ятний знак на будинку Львівського університету (вул. Грушевського, 4)

У ці роки у Львові сформувалася група активних, талановитих математиків — переважно учнів С. Банаха і Г. Штейнгауза. Щосуботи відбувалися засідання львівської секції Польського математичного товариства. Дискусії після них часто продовжувалися у кав'ярнях. З часом улюбленим місцем зустрічей львівських математиків стала «Шотландська кав'ярня», з якою пов'язаний і збірник математичних проблем «Шотландська книга». Першу проблему в цю книгу записав С. Банах 17 липня 1935 р. Усього він поставив 14 проблем (ще 11 — разом із С. Мазуром і С. Улямом). Останній запис у книзі зробив Г. Штейнгауз 31 травня 1941 р. «Шотландську книгу» зберегла під час війни дружина Банаха і зараз вона перебуває у власності родини. Кожний новий розв'язок поставлених там проблем є подією у математиці. З оглядом розв'язаних і нерозв'язаних проблем можна ознайомитися у сучасному виданні «Шотландської книги» [14].

Про значення Львова у тодішньому математичному світі свідчать імена математиків, які відвідували це місто: Еміль Борель, Жан Лере, Поль Монтель, Анрі Лебег, Ернст Цермело. У 1938 р. університет надав А. Лебегу докторат *honoris causa*. До Лебега це звання було присвоєно Л. Жмурку та В. Серпинському, пізніше у 2003 р. академікові Ігорю Скрипнику.

Головними досягненнями Львівської математичної школи є:

- створення основ функціонального аналізу і розвиток його окремих розділів (С. Банах, Г. Штейнгауз, Ю.П. Шаудер, С. Мазур, В. Орлич);





Лавка Банаха. Скульптурну композицію встановлено в Кракові на місці зустрічі С. Банаха і Г. Штейнгауза

- використання у функціональному аналізі топологічних методів та їх застосування до проблем диференціальних рівнянь у частинних похідних (Ю.П. Шаудер);
- трактування ймовірності як міри, введення поняття незалежних функцій (А. Ломницький, Г. Штейнгауз, М. Кац);
- розв'язання фундаментальних проблем теорії міри (С. Банах, К. Куратовський, С. Улям);
- піонерські роботи з теорії ігор (Г. Штейнгауз), топологічної алгебри (Ю. Шраєр, С. Улям), теорії рекурсивних функцій (С. Банах, С. Мазур), застосувань математики (Г. Штейнгауз).

Деякі результати львівських математиків були аносовані, але не опубліковані. Небажанням оприлюднювати свої результати відзначався, зокрема, С. Мазур.

Характерною рисою досліджень львівських математиків було вільне володіння неконструктивними методами, які спиралися на аксіому Цермело, категорії Бера і міру Лебега. Народженню нових ідей і розвитку творчого ентузіазму сприяла специфічна атмосфера колективної праці вчителів та учнів на семінарах і в «Шотландській кав'ярні» [15].

Початок війни у вересні 1939 р. застав Стефана Банаха з дружиною Луцією (1897–1954) і сином Стефаном (1922–1999) на відпочинку у Ворохті (з Луцією Браус Банах познайомився у Штейнгаузі, побралися вони в 1920 р.). Син пропонував перебратися до Румунії, але сім'я повернулася до Львова.

Наприкінці вересня до Львова увійшла Червона армія. Львівський університет було реформовано: деякі факультети (наприклад, теологічний) ліквідували, деякі, навпаки, стали базою для нових підрозділів. З математично-природничого факультету виокремили фізико-математичний факультет. 2 грудня 1939 р. С. Банах став деканом, а Мирон Зарицький – заступником декана факультету. 7 грудня було призначено завідувачів кафедр: аналізу I (С. Банах), аналізу II (Г. Штейнгауз), геометрії (С. Мазур), алгебри (Є. Жилінський), механіки (Ю.П. Шаудер), теорії ймовірностей (М. Зарицький). До університету було запрошено В. Левицького, з окупованої німцями Варшави прибули Станіслав Сакс, Броніслав Кнастер, Менахем Войдиславський, Едвард Шпільрайн та ін. З середини січня 1941 р. почалися заняття на першому курсі, серед студентів були Марко Вішик, Владислав Лянце, Авраам Штраус, які згодом стали відомими вченими. У 1939–1941 рр. С. Банах та інші львівські математики здійснили наукові поїздки до Києва, Москви, Одеси, Тбілісі. Зокрема, вони взяли участь у конференції з теорії аналітичних функцій та функціонального аналізу, яка відбулася 20–25 червня 1940 р. у Києві. У січні 1941 р. Ю.П. Шаудера було запрошено на місяць до Московського університету. До Львова приїжджали Павло Александров, Микола Боголюбов, Лазар Люстерник, Сергій Соболев. Вони виступили на семінарах і записали проблеми в «Шотландській книзі». 16 квітня 1940 р. Президія АН УРСР вирішила створити у структурі Карпатської астрономічної обсерваторії теоретичну групу в складі професорів С. Банаха (керівник), С. Мазура, Ю.П. Шаудера, Г. Штейнгауза, М. Зарицького, а 5 жовтня прийняла рішення про заснування сектору функціонального аналізу Інституту математики у Львові в тому ж складі [16].

Радянська влада залучала С. Банаха до політичної діяльності та участі в різних зборах, підписування листів до керівників держави, публікації статей у газетах. У грудні 1940 р. його обирають депутатом міської ради Львова. У березні 1941 р. ВАК СРСР присудив Банаху ступінь доктора фізико-математичних наук і звання професора. У червні 1941 р. його було внесено до списку кандидатів на обрання членом-кореспондентом АН УРСР. Початок війни застав Банаха у відрядженні в Києві. Останнім поїздом він зміг повернутися до Львова.

З початком окупації Львова німцями вищі навчальні заклади припинили працювати. У липні 1941 р. гітлерівці розстріляли групу львівських професорів, серед яких були математики К. Бартель — керівник кафедри нарисної геометрії в Політехніці, А. Ломницький, В. Стожек, С. Рузевич. За різних обставин загинули Ю.П. Шаудер, Г. Ауербах, Ю. Шраєр, С. Вайнльос, М. Ейдельгейт, В. Гептер, Ю. Пепіс. Стефан Банах разом із сином та багатьма львівськими вченими працював донором при виготовленні протитифозної вакцини у бактеріологічному інституті професора Рудольфа Вейгля. Ця праця давала йому засоби до існування і убезпечувала від репресій окупантів. Про цей період Банах дав свідчення у прокуратурі Львівської області 20 жовтня 1944 р.: *«Щодня я приходив до інституту на 45 хвилин. Мені на ногу прикладали 15 коробочок з вошами, які через спеціальну сіточку ссали кров. У кожній коробочці знаходилося до 800 вошей. За це мені платили 200 золотих, а також давали продуктовий пайок на місяць...»* [17].

У цей час проводилися також таємні заняття з математики зі студентами. Так, у серпні 1944 р. на квартирі В. Орлича відбувся захист докторської праці Анджея Алексевича. У 1945 р. Познанський університет надав йому ступінь доктора на основі захисту у Львові. В 1942—1944 рр. на базі Львівської політехніки діяли Technische Fachkurse. Цей навчальний заклад працював за програмою Політехніки, у ньому навчалося близько двох тисяч студентів, українців і поляків. Математику викладали М. Зарицький та В. Нікліборц. Львівські

вищі відновили роботу в серпні 1944 р. С. Банах продовжив керувати кафедрою, але відмовився від посади декана факультету [18], яким став М. Зарицький. У листопаді 1944 р. завідувачами кафедр на фізико-математичному факультеті було призначено: С. Банаха (кафедра математичного аналізу), В. Орлича (теорії функцій), С. Мазура (геометрії), Є. Жилінського (вищої алгебри), В. Нікліборца (механіки), М. Зарицького (загальної математики). У 1945 р. до Львова приїхали Борис Гнеденко, який очолив кафедру теорії ймовірностей і математичної статистики, та Олександр Кованько, який замінив на кафедрі теорії функцій В. Орлича, що виїхав до Познані.

Навесні 1945 р. С. Банах тяжко захворів. Він, як згадують усі, майже постійно курив, що призвело врешті до раку легенів. Помер Стефан Банах 31 серпня 1945 р., похований на Личаківському цвинтарі у склепі родини Ридлів, у домі яких він жив від серпня 1944 р.

Після С. Банаха завідувачем кафедри математичного аналізу планували призначити Сергія Нікольського. Він приїхав до Львова, але потім вирішив повернутися до Москви. 26 листопада 1945 р. кафедру очолив Володимир Левицький. Після від'їзду В. Нікліборца, С. Мазура і Є. Жилінського до Польщі керівником кафедри механіки став Гурій Савін, кафедри геометрії — Георгій Буймола, кафедри алгебри — Юліан Богачевський, якого невдовзі змінив Ярослав Лопатинський. У 1947 р. до Львова переїхав Лев Волковиський, який працював у Львівському університеті спочатку доцентом, а з січня 1951 р. — завідувачем кафедри теорії функцій та теорії ймовірностей. Почалася нова історія львівської математики.

Своїми науковими здобутками в галузі математики, насамперед функціонального аналізу, Стефан Банах здобув визнання світової математичної спільноти. Він є, без перебільшення, справжньою гордістю науки. Ім'я С. Банаха привертає увагу математиків усього світу, і науковці Львова докладають постійних зусиль не лише до вшанування пам'яті видатного вченого, а й до розвитку його ідей і підтримання наукового престижу.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Банах Т., Прытула Я. Математичні публікації НТШ до 1939 року. *Математичний вісник Наукового товариства ім. Шевченка*. 2015. Т. 12. С. 130–146.
2. Левицкий В. Про симетричні вираження з вартостий функції mod-m. *Записки НТШ*. 1894. Т. 4. С. 124–139.
3. Prytula Ya.G. Remarks on the history of mathematics in Lviv up to the middle of the XXth century. *Banach Center Publications*. 2009. V. 86. P. 17–26.
4. Kuratowski K. *Pół wieku matematyki polskiej 1920–1970*. Warszawa: Wiedza Powszechna, 1973.
5. Jakimowicz E., Miranowicz A. (ed.). *Stefan Banach. Niezwykłe życie i genialna matematyka*. Kraków: Impuls, 2010.
6. Державний архів Львівської області (ДАЛО). Фонд 27, опис 5, справа 369.
7. Steinhaus H. *Wspomnienia i zapiski*. Wrocław: ATUT, 2002.
8. Steinhaus H. Additive und stetige Funktionaloperationen. *Mathematische Zeitschrift*. 1919. Bd. 5, No. 3–4. S. 186–221.
9. Banach S. Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales. *Fundamenta Mathematicae*. 1922. T. 3, No. 1. P. 133–181.
10. Banach S. Sur le problème de la mesure. *Fundamenta Mathematicae*. 1923. T. 4, No. 1. P. 7–33.
11. Лянце В. Коли деканом був Стефан Банах. *Математика сьогодні*. 1992. Вып. 7. С. 211–215.
12. Банах С. *Курс функціонального аналізу*. К.: Радянська школа, 1948.
13. Банах С. *Механіка*. Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2017.
14. Mauldin R.D. (ed.). *The Scottish Book: Mathematics from the Scottish Café*. New York: Birkhäuser Basel, 2015.
15. Duda R. *Lwowska Szkoła Matematyczna*. Wrocław: Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego, 2007.
16. Самойленко А.М. (відп. ред.), Строк В.В., Сукретний В.І. *Хроніка-2005: Сторінки з історії Інституту математики НАН України*. К.: Інститут математики НАН України, 2005.
17. Maligranda L., Prytuła J.G. Przeglądanie Stefana Banacha z 1944 roku. *Wiadomości Matematyczne*. 2012. T. 48, Nr. 1. S. 51–72.
18. Архів Львівського університету. Особова справа С. Банаха.