Физика низких температур, 2001, т. 27, № 11, с. 1323–1326

*Краткие сообщения*

# Осцилляционный акустоэлектронный эффект в квазидвумерных проводниках в квантующем магнитном поле

О. В. Кириченко, В. Г. Песчанский

*Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины, пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103 Украина*
E-mail: kirichenko@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 24 мая 2001 г.

Показано, что квазидвумерный характер электронного энергетического спектра слоистого проводника приводит к существенному уменьшению поглощения продольного звука, распространяющегося вдоль нормали к слоям в квантующем магнитном поле.

Показано, що квазідвовимірний характер електронного енергетичного спектру шаруватого провідника приводить до суттєвого зменшування поглинання поздовжнього звуку, що розповсюджується вздовж нормалі до шарів у квантуючому магнітному полі.

PACS: **72.55.+s**

Акустоэлектронные явления в вырожденных проводниках в присутствии достаточно сильного магнитного поля весьма чувствительны к виду электронного энергетического спектра [1,2]. Они были успешно использованы для восстановления по экспериментальным данным поверхности Ферми — основной характеристики спектра электронов проводимости в металлах. При низких температурах, когда температурное размытие фермиевской функции распределения носителей заряда много меньше расстояния между квантованными магнитным полем уровнями энергии, зависимость декремента затухания звука от величины магнитного поля $H$ имеет вид гигантских осцилляций [3].

При столь низких температурах затухание звуковых волн в вырожденных проводниках в основном вызвано взаимодействием носителей заряда с волной. С достаточной степенью точности поглощение звуковой энергии в единицу времени в единице объема проводника равно диссипативной функции электронов

$$Q = T\dot{S} , \qquad (1)$$

где $T$ — температура; $S$ — плотность энтропии электронов. Величина $S$ определяется следующим соотношением [4,5]:

$$S = -\,\mathrm{Sp}\,\{\hat{f}\ln\hat{f} + (1-\hat{f})\ln(1-\hat{f})\} , \qquad (2)$$

в котором неравновесный статистический оператор $\hat{f}$ удовлетворяет кинетическому уравнению

$$\frac{\partial\hat{f}}{\partial t} + \hat{\mathbf{v}}\,\frac{\partial\hat{f}}{\partial\mathbf{r}} + [\hat{H}_0 + \hat{H}_1 , \hat{f}] = \hat{W}_{\mathrm{coll}}\,\{\hat{f}\} . \qquad (3)$$

Звуковая волна возбуждает сопутствующую ей электромагнитную волну и приводит к перенормировке энергии электронов $\varepsilon$ на величину $\delta\varepsilon = \Lambda_{ij}u_{ij}$ . Это возмущение электронной системы колебаниями решетки учитывает поправка $\hat{H}_1$ к невозмущенному гамильтониану электрона $\hat{H}_0$ . Здесь $\hat{\mathbf{v}}$ — оператор скорости электрона, $u_{ik}$ — тензор деформации кристалла, $\Lambda_{ik}$ — тензор деформационного потенциала с учетом сохранения числа электронов. Суммирование в (2) производится по всем переменным, задающим состояния электронов, включая спиновые.

Взаимодействие электронов с различными рассеивателями — примесными атомами, дефектами кристаллической решетки, фононами и др. — учитывается оператором столкновений $\hat{W}_{\text{coll}}$. Согласно принципу детального равновесия оператор столкновений, действуя на равновесный статистический оператор $\hat{f}_0$, обращает его в нуль, т.е. $\hat{W}_{\text{coll}}\{\hat{f}_0\} = 0$.

Будем полагать, что возмущение системы электронов звуковой волной с частотой ω мало, и в выражении

$$\dot{S} = \mathrm{Sp}\left\{\hat{W}_{\text{coll}}\{\hat{f}\}\ln\frac{1-\hat{f}}{\hat{f}}\right\} \tag{4}$$

ограничимся асимптотой по малому отклонению статистического оператора от равновесного $\hat{f}_1 = \hat{f} - \hat{f}_0$.

В линейном приближении по малому возмущению электронов звуковой волной оператор столкновений $\hat{W}_{\text{coll}}\{\hat{f}\}$ является линейным интегральным оператором, действующим на $\hat{f}_1$. Для большей наглядности при вычислении диссипативной функции $Q$ воспользуемся τ-приближением для оператора столкновений, позволяющим представить его в виде оператора умножения $\hat{f}_1$ на частоту столкновений $1/\tau$, а именно:

$$\hat{W}_{\text{coll}}\{\hat{f}_1\} = -\frac{\hat{f}_1}{\tau}. \tag{5}$$

В бесстолкновительном пределе, т.е. при $\omega\tau \gg 1$ явный вид интеграла столкновений не существен, а при $\omega\tau \ll 1$ представление $\hat{W}_{\text{coll}}\{\hat{f}_1\}$ в виде (5) достаточно обоснованно в ряде случаев, например, при распространении продольного звука в направлении магнитного поля $\mathbf{H} = (0, 0, H)$. Этот случай мы рассмотрим ниже и вычислим коэффициент затухания звука Γ, равный отношению диссипативной функции к плотности потока звуковой энергии $\rho u^2\omega^2 s/2$, где ρ — плотность кристалла, s — скорость звука, u — смещение ионов.

При продольной поляризации звука нет необходимости учитывать порожденные акустической волной электромагнитные поля, а без их учета у статистического оператора отличны от нуля только диагональные компоненты. С помощью кинетического уравнения легко получить для матричного элемента $f_1^{nn}$ следующее выражение:

$$f_1^{nn}(P_y, p_z)\left(ikv_z - i\omega + \frac{1}{\tau}\right) = -\frac{\partial f_0(\varepsilon_n)}{\partial\varepsilon_n}\Lambda_{ij}^{nn}(P_y, p_z)\,\dot{u}_{ij}, \tag{6}$$

где $k$ — волновой вектор. Мы воспользовались калибровкой Ландау для векторного потенциала магнитного поля $\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$. При этом помимо проекции импульса $p_z$ хорошим квантовым числом служит также проекция обобщенного импульса $P_y$, которая связана с кинематическим импульсом $p_y$ соотношением $P_y = p_y + eHx/c$. В качестве независимых переменных, задающих состояние электрона, выбраны непрерывно меняющиеся $p_z$ и $P_y$ и дискретное квантовое число $n$, нумерующее уровни энергии электрона в магнитном поле.

Коэффициент поглощения звука нетрудно найти для произвольного вида электронного энергетического спектра. Для определенности рассмотрим слоистый проводник с квазидвумерным электронным энергетическим спектром наиболее простого вида

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} - \eta v_0\frac{\hbar}{a}\cos\frac{ap_z}{\hbar} \tag{7}$$

в условиях, когда выполнены неравенства

$$T \ll \hbar\Omega \ll \eta\mu. \tag{8}$$

Здесь $a$ — расстояние между слоями, $v_0$ — фермиевская скорость, $\Omega = eH/mc$, $m$ и $e$ — масса и заряд электрона, $c$ — скорость света, $\eta \ll 1$ — параметр квазидвумерности.

Компоненту деформационного потенциала можно описать выражением

$$\Lambda_{zz} = \eta m v_0^2\cos\frac{ap_z}{\hbar}. \tag{9}$$

Уровни энергии электрона без учета спинового расщепления

$$\varepsilon_n = \hbar\Omega\left(n + \frac{1}{2}\right) - \eta v_0\frac{\hbar}{a}\cos\frac{ap_z}{\hbar} \tag{10}$$

зависят лишь от двух переменных $n$ и $p_z$, а диссипативная функция системы электронов принимает достаточно простой вид:

$$Q = -\frac{2eH}{c(2\pi\hbar)^2}\sum_n\int_0^{2\pi\hbar/a} dp_z\frac{\partial f_0(\varepsilon_n)}{\partial\varepsilon_n}\frac{k^2\omega^2|\Lambda_{zz}\dot{u}|^2\tau}{1 + \tau^2(kv_z - \omega)^2}. \tag{11}$$

Подставив

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_n} = -\frac{1}{4T\, ch^2[(\varepsilon_n - \mu)/2T]}$$

в формулу (10) и воспользовавшись безразмерной переменной $x = ap_z/\hbar$, получим следующее выражение для коэффициента затухания:

$$\Gamma = \Gamma_0 \eta^2 \frac{\hbar\Omega}{T} k v_0 \tau \sum_n \int_0^{2\pi} dx\, F(x) G_n(x) , \qquad (12)$$

где $\Gamma_0 = mNv_0\omega/4\pi\rho s^2$, $N$ — плотность носителей заряда, $\mu$ — химический потенциал,

$$F(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \tau^2(\eta k v_0 \sin x - \omega)^2} ,$$

$$G_n(x) = \mathrm{ch}^{-2}\left[\frac{-\mu + \Omega\hbar(n + \frac{1}{2}) - (\eta\hbar v_0/a)\cos x}{2T}\right].$$

При $\omega\tau << s/\eta v_0$ функция $F(x)$ имеет острые максимумы шириной порядка $1/k\eta v_0\tau$, однако в большой области звуковых частот, удовлетворяющих условию $\omega\tau < 1$, более острыми являются функции $G_n(x)$. Ширина максимумов этих функций порядка $(T/\eta\mu)^{1/2}$, и с ними связаны наиболее острые пики в поглощении энергии звуковой волны. Они имеют место при значениях магнитного поля, удовлетворяющих условию

$$\mu - \hbar\Omega\left(n + \frac{1}{2}\right) \pm \eta\, \frac{\hbar v_0}{a} = 0 . \qquad (13)$$

При этом плотность состояний электронов испытывает особенность, которая и обеспечивает резкое возрастание поглощения электронами энергии звуковой волны. Высота пиков при $kv_0\tau << \mu/T$ имеет вид

$$\Gamma^{\max} \simeq \Gamma_0 \frac{\hbar\Omega}{(T\mu)^{1/2}} \eta^{3/2} k v_0 \tau , \qquad (14)$$

а вне максимума фоновая часть функции $\Gamma(H)$ в $(T/\eta\mu)^{1/2}$ раз меньше $\Gamma^{\max}$. По сравнению со случаем изотропного металла продольный звук, распространяющийся вдоль нормали к слоям квазидвумерного проводника, затухает очень слабо, и график его зависимости от величины магнитного поля $\Gamma(H)$ лежит значительно ниже, чем аналогичная кривая $\Gamma_M(H)$ для случая изотропного металла. Например, при $kv_0\tau < (\mu/T)^{1/2}$ для отношения максимальных значений коэффициента поглощения справедливо выражение

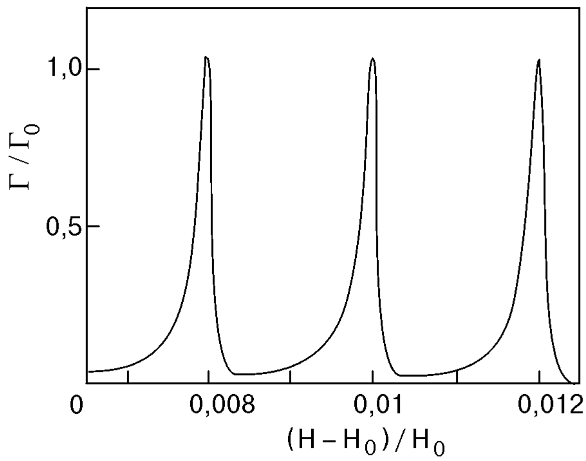


*Рис. 1.* Зависимость $\Gamma/\Gamma_0$ от величины $(H - H_0)/H_0$ , где $H_0$ удовлетворяет соотношению $\Omega(H_0)/\mu = 0{,}02$; $\eta = 0{,}01$, $\omega\tau = 0{,}1$, $kv_0\tau = 5\cdot 10^2$, $\mu/2T = 10^4$.

$$\frac{\Gamma^{\max}}{\Gamma_M^{\max}} \simeq \eta^{3/2} . \qquad (15)$$

На рис. 1 показана зависимость $\Gamma/\Gamma_0$ от величины сильного магнитного поля.

Нетрудно убедиться, что качественный характер зависимости коэффициента поглощения от величины магнитного поля сохраняется для произвольного квазидвумерного электронного энергетического спектра. В случае произвольного закона дисперсии носителей заряда плотность состояний электронов испытывает особенность, когда площадь сечения поверхности Ферми плоскостью $p_z = \mathrm{const}$ имеет экстремум как функция $p_z$ . Таким образом, период осцилляций $\Gamma(H)$ определяется экстремальной площадью сечения поверхности Ферми.

Приведенные формулы, как было отмечено выше, справедливы в квазиклассическом приближении, когда $\eta\mu >> \hbar\Omega$ и химический потенциал слабо зависит от величины магнитного поля. В обратном предельном случае при $\hbar\Omega > \eta\mu$ в уравнении (13) уже нельзя игнорировать сложную зависимость $\mu$ от $H$. Этот случай заслуживает отдельного рассмотрения, особенно при $\hbar\Omega >> \eta\mu$, когда максимум поглощения энергии звуковых волн расщепляется на дублет, расстояние между вершинами которого пропорционально параметру квазидвумерности проводника.

Рассмотренный выше случай является единственным, когда имеет место аномальная акустическая прозрачность квазидвумерного проводника. При поперечной поляризации звуковой волны, распространяющейся вдоль магнитного поля, направленного по нормали к слоям, возбуждается электромагнитная волна с электрическим полем в плоскости слоев. Это приводит к тому, что джоулевы потери становятся весьма существенными, и в результате коэффициент поглощения звука в слоистом квазидвумерном проводнике совпадает по порядку величины с коэффициентом поглощения в обычном металле с такой же плотностью носителей заряда.


1. A. B. Pippard, *Philos. Mag*. **2**, 1147 (1958).
2. Э. А. Канер, В. Г. Песчанский, И. А. Привороцкий, *ЖЭТФ* **40**, 214 (1961).
3. В. Л. Гуревич, В. Г. Скобов, Ю. Д. Фирсов, *ЖЭТФ* **40**, 786 (1961).
4. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, часть 2, Наука, Москва (1965).
5. Д. Н. Зубарев, *Неравновесная статистическая термодинамика*, Наука, Москва (1971)


## The oscillatory acoustoelectronic effect in *Q2D* conductors in a quantizing magnetic field

O. V. Kirichenko and V. G. Peschansky

It is shown that the *Q2D* character of the electron energy spectrum of a layered conductor results in an essential attenuation of an the absorption of a longitudinal sound, propagating along a normal to the layers in a quantizing magnetic field.