

## Влияние сильного поверхностного пиннинга на поверхностный импеданс сверхпроводника в смешанном состоянии

Д. А. Лужбин

*Институт металлофизики им. Г. В. Курдюмова НАН Украины  
бул. акад. Вернадского, 36, г. Киев, 03680, Украина  
E-mail: luzhbin@d24.imp.kiev.ua*

Статья поступила в редакцию 19 апреля 2001 г.

Рассчитаны полевые и частотные зависимости поверхностного импеданса сверхпроводника 2-го рода в смешанном состоянии в перпендикулярном поверхности постоянном магнитном поле с учетом нелокальности упругих модулей вихревой решетки. Показано, что корректное рассмотрение упругих свойств вихревого ансамбля приводит в отсутствие поверхностного пиннинга к модели Коффи–Клема с малыми поправками; в случае сильного поверхностного пиннинга предсказано существенное уменьшение поверхностного сопротивления в низкочастотном диапазоне. Показано, что учет дисперсии путем перенормировки упругих модулей (Е. В. Sonin, А. К. Tagantsev, and К. В. Traito, *Phys. Rev.* **B46**, 5830 (1992)) приводит к неверным результатам.

Розраховано польові та частотні залежності поверхневого імпедансу надпровідника 2-го роду в змішаному стані в перпендикулярному до поверхні сталому полі з врахуванням нелокальності пружних модулів вихрової ґратки. Показано, що коректне розглядання пружних властивостей вихревого ансамблю призводить у відсутності поверхневого пінінга до моделі Коффі–Клема з малими поправками; у випадку сильного поверхневого пінінгу передбачено суттєве зменшення поверхневого опору в низькочастотному діапазоні. Показано, що врахування дисперсії шляхом перенормування пружних модулів (Е. В. Sonin, А. К. Tagantsev, and К. В. Traito, *Phys. Rev.* **B46**, 5830 (1992)) призводить до невірних результатів.

PACS: 74.25.Nf, 74.60.Es, 74.60.Ge

### Введение

Одним из общих методов измерения электромагнитных свойств сверхпроводников (СП) в смешанном состоянии, исследования механизмов пиннинга и движения вихрей, а также определения микроскопических параметров, характеризующих движение вихрей (вязкость, константа пиннинга, константа Холла), является измерение их комплексного поверхностного импеданса как функции частоты  $\omega$  и амплитуды  $h_{rf}$  переменного электромагнитного поля, температуры  $T$ , постоянного магнитного поля  $B_a$  [1–4]. Высокочастотные методы намного более чувствительны, чем измерения на постоянном токе (как результат использования фазочувствительного детектирования), и дают более богатую информацию о динамике вихревого ансамбля. Поэтому для корректной интерпретации многочисленных экспериментальных

данных требуется детальное понимание теории отклика вихревой решетки (ВР) под действием переменного поля.

Одной из первых феноменологических теорий, позволяющих самосогласованно учесть вклад вихрей в поверхностный импеданс СП, является теория Коффи–Клема (КК) [5–7]. Следуя [5–7], поверхностный импеданс СП в смешанном состоянии определяется выражением

$$Z_{CC} = -i\omega\mu_0\lambda_{ac}(\omega, B, T), \quad (1)$$

$$\lambda_{ac}(\omega, B, T) = \left( \frac{\lambda^2(B, T) + \lambda_C^2(\omega, B, T)}{1 + 2i\lambda^2(B, T)/\delta_{nf}^2(\omega, B, T)} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

где  $\lambda(B, T)$  – лондоновская глубина проникновения;  $\lambda_C(\omega, B, T)$  – кэмпбеловская глубина про-

никновения, на которой происходит затухание возмущения в ВР; величина  $\delta_{nf}$  определяет диссипативный вклад нормальных квазичастиц. В пределе низких температур ( $T \ll T_C$ ) и частот СВЧ диапазона член с  $\delta_{nf}$  в (2) может быть опущен. Этот случай и будет рассмотрен в дальнейшем.

В данной работе будет показано, что корректное рассмотрение упругих свойств вихревого ансамбля, в частности дисперсии упругих модулей ВР, приводит к неэкспоненциальному затуханию электромагнитной волны в СП и, соответственно, к модификации выражения (1). Далее, на основе изложенного подхода строится модель поверхностного импеданса для СП с сильным поверхностным пиннингом.

### Теория

Рассмотрим СП во внешнем перпендикулярном постоянном магнитном поле  $B_a$  ( $B_{c1} \ll B_a \ll B_{c2}$ ), которое находится в равновесии с индукцией  $B_0$  внутри образца. Согласно [8], упругая энергия деформированной ВР определяется выражением

$$F_{el} = \frac{1}{2} \int_{BZ} u_\alpha(k) \Phi_{\alpha\beta}(k) u_\beta^*(k) \frac{d^3k}{8\pi^3}, \quad (3)$$

где интегрирование идет по 1-й зоне Бриллюэна ВР;  $u_\alpha(k)$  – фурье-образ поля деформаций;  $\Phi_{\alpha\beta}(k) = (C_{11} - C_{66})k_\alpha k_\beta + \delta_{\alpha\beta}[(k_x^2 + k_y^2)C_{66} + k_z^2 C_{44} + \alpha_L]$  – упругая матрица ВР,  $C_{ii}$  – соответствующие нелокальные (зависящие от  $k$ ) упругие модули ВР,  $\alpha_L$  – параметр Лабуша. Для однородного поля деформаций  $\mathbf{u}(k) = (u_x(k_z), 0, 0)$  упругая энергия, согласно [7,8], может быть представлена в виде

$$F_{el} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |u_x(k)|^2 [C_{44}(k)k^2 + \alpha_L] \frac{dk}{2\pi}. \quad (4)$$

Согласно [9], при выполнении условия  $a \ll \pi\lambda$  (что эквивалентно условию  $B_a \gg B_{c1}$ ) величина  $C_{44}(k)$  имеет вид

$$C_{44}(k) = \frac{B_0^2}{\mu_0} \left[ \frac{1}{1 + k^2\lambda^2} + \frac{L^2}{\lambda^2} \right], \quad (5)$$

где  $L \equiv a/\pi$  (в случае изотропного СП);  $a = a(B_0)$  – характерное межвихревое расстояние.

Рассмотрим случай, когда в приповерхностном слое  $\lambda$  протекает ток  $J = J_0 \exp(-z/\lambda)$ , который и вызывает рассмотренную выше деформацию ВР.

Равновесное поле деформаций определяется минимумом функционала [9]

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} [(C_{44}(k)k^2 + \alpha_L)|u(k)|^2 - 2J(k)u(k)B_0] \frac{dk}{4\pi}, \quad (6)$$

где  $J(k)$  – фурье-образ тока.

Из (4)–(6) следует

$$u(z) = \frac{\mu_0 J_0 \lambda}{B_0 L^2 (k_2^2 - k_1^2)} \left( \frac{\exp(-k_1 z)}{k_1} - \frac{\exp(-k_2 z)}{k_2} \right), \quad (7)$$

где

$$2k_1^2 = P + (P^2 - 4Q)^{1/2}, \quad 2k_2^2 = P - (P^2 - 4Q)^{1/2},$$

$$P = L^{-2} + \lambda^{-2} + (\lambda/L\lambda_C)^2,$$

$$Q = (L\lambda_C)^{-2}, \quad \lambda_C^2 = B_0^2/\mu_0\alpha_L.$$

Пусть ток  $J$  вызван падающей на СП электромагнитной волной  $h = h_{rf} \exp(-i\omega t - z/\lambda)$ . Учет возникающего при этом движения ВР (в квазистационарном приближении, справедливом в СВЧ диапазоне) сводится к замене  $\lambda_C$  на  $\lambda_C(\omega) = \lambda_C(1 - i\omega/\omega_p)^{-1/2}$ , где  $\omega_p = \alpha_L/\eta$ , в (7) или, эквивалентно,  $\alpha_L$  на  $\alpha_L(\omega) = \alpha - i\omega\eta$  в (6). Движение ВР приводит к локальному изменению индукции в СП и, соответственно, к генерации электрического поля, которое вносит дополнительный вклад в диссипацию энергии. Согласно [10], переменная составляющая индукции  $\delta B(z, t)$  ( $\mathbf{B} = (\delta B(z) \exp(-i\omega t), 0, B_0)$ , где  $B_0$  – стационарное значение индукции) определяется решением уравнения

$$\delta \mathbf{B} + \lambda^2 \text{rot rot } \delta \mathbf{B} = \text{rot} [\mathbf{u}(z) \times \mathbf{B}_0] \quad (8)$$

с граничным условием  $\delta \mathbf{B}(0) = h_{rf}$ . Электрическое поле находится из уравнения  $\text{rot } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t$ .

Определяя поверхностный импеданс как отношение тангенциальных компонент электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\delta \mathbf{B}$  полей на поверхности СП, получаем

$$Z = i\omega\mu_0 \times \left\{ -\lambda + \frac{1}{L^2(k_2^2 - k_1^2)} \left( \frac{1}{k_2(1 + \lambda k_2)} - \frac{1}{k_1(1 + \lambda k_1)} \right) \right\}. \quad (9)$$

Рассмотрим СП с сильным поверхностным пиннингом, причиной которого может служить произвольная деградация поверхности. С точки зрения отклика ВР это эквивалентно условию  $u(0) = 0$ , или

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u(k)dk = 0. \quad (10)$$

Минимизация (6) с условием (10) даст

$$u(z) = \frac{\mu_0 J_0 \lambda^3}{B_0 L^2 (k_2 - k_1) (1 + \lambda^2 k_1 k_2)} \times (\exp(-k_1 z) - \exp(-k_2 z)) \quad (11)$$

и, соответственно,

$$Z = i\omega\mu_0 \left\{ -\lambda + \frac{\lambda^2}{L^2 (k_2 - k_1) (1 + \lambda^2 k_1 k_2)} \times \left( \frac{1}{1 + \lambda k_2} - \frac{1}{1 + \lambda k_1} \right) \right\}. \quad (12)$$

### Анализ результатов

В обоих случаях уравнения (7) и (11) отвечают неэкспоненциальному проникновению переменного поля в СП в отличие от модели КК, где поле проникает на глубину  $\lambda_{ac}$  [7]:  $\delta B \sim \exp(-z/\lambda_{ac})$ . Неэкспоненциальность распределения поля появляется вследствие учета второго члена в (5): при  $L \rightarrow 0$  получаем результат КК для распределения поля и поверхностного импеданса. Формально при  $L \rightarrow 0$  модуль  $C_{44}$  переходит в  $C_{11}$ , т.е. соответствует случаю параллельного поверхностного СП постоянного магнитного поля. Таким образом, теория КК является точным результатом в случае параллельной ориентации магнитного поля. С физической точки зрения, наличие члена с  $L$  в (5) обеспечивает выполнение граничного условия  $\partial u(0)/\partial z = 0$  в (7).

Оценим, насколько велик вклад рассматриваемого члена. Разложив (9) по  $L/\lambda \ll 1$  до первых неисчезающих членов, получаем

$$Z = -i\omega\mu_0 \left\{ \lambda_{ac}(\omega) - \frac{L^2 \lambda_C^2(\omega)}{\lambda \lambda_{ac}^4(\omega)} [\lambda_{ac}(\omega) - \lambda]^2 \right\}. \quad (13)$$

Аналогичное разложение в случае сильного поверхностного пиннинга дает

$$Z = -i\omega\mu_0 \left\{ \lambda_{ac}(\omega) - \frac{L \lambda_C^3(\omega)}{\lambda^2 \lambda_{ac}(\omega)} \right\}. \quad (14)$$

Согласно (13), (14), импеданс можно записать в виде  $Z = Z_{CC}(\omega, B) - Z_{non}(\omega, B)$ , где  $Z_{CC}(\omega, B)$  определяется выражением (1),  $Z_{non}(\omega, B)$  – добавка, связанная с дисперсией модуля  $C_{44}$ . Полевые зависимости поверхностного сопротивления ( $\text{Re } Z$ ) для (9) и (12) изображены на рис. 1 для низких и высоких (в сравнении с  $\omega_p$ ) частот при следующих значениях параметров:  $\lambda = 0,1$  мкм,  $\Phi_0 \eta / B = 10^{-6}$  Н·с/м<sup>2</sup>,  $\Phi_0 \alpha_L / B = 10^5$  Н/м<sup>2</sup> [2], соответствующих типичным значениям ВТСП материалов. Видно, что в случае отсутствия поверхностного пиннинга различие между результатом

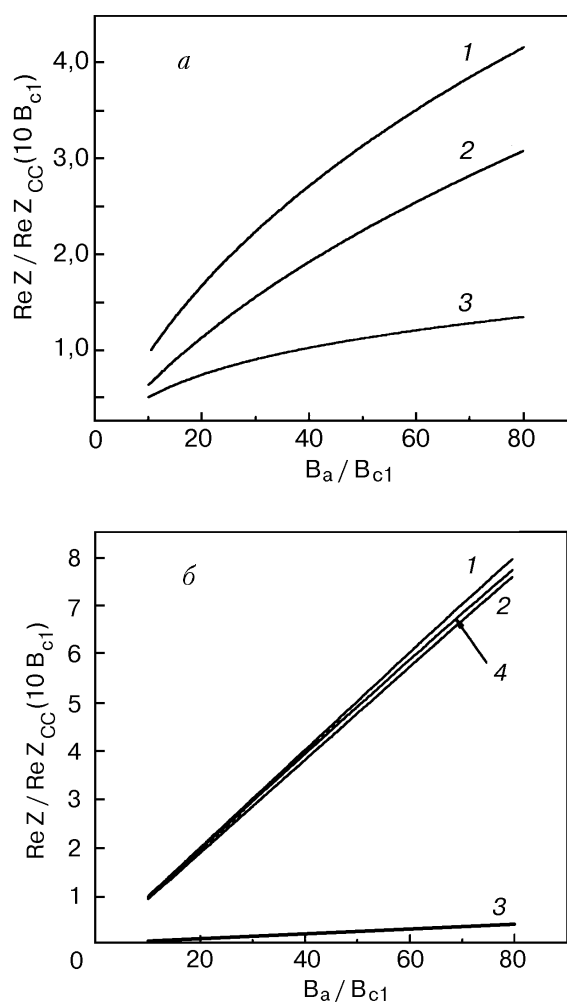


Рис. 1. Полевые зависимости (при фиксированных частотах  $\omega = 0,04\omega_p$  (а) и  $25\omega_p$  (б)): 1 – поверхностного сопротивления в модели КК (1); 2 – поверхностного сопротивления в случае поверхностного пиннинга (12); 3 – члена  $\text{Re } Z_{non}$  (14); 4 – поверхностного сопротивления в модели [11,12] при поверхностном пиннинге. В масштабах рисунка нет отличия между кривой 1 и точной зависимостью (9).

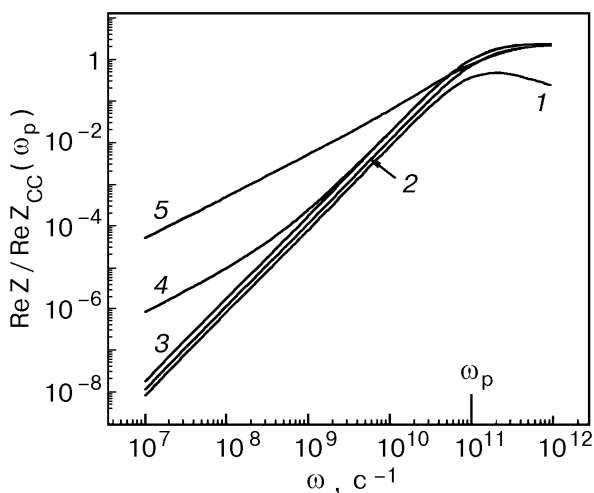


Рис. 2. Частотные зависимости (при фиксированном значении внешнего поля  $B_a = 15B_{c1}$ ) члена  $\text{Re } Z_{\text{non}}$  (14) (1); поверхностного сопротивления: при поверхностном пиннинге (12) (2); в модели КК (1) (3); в модели [11,12] без поверхностного пиннинга (4); в модели [11,12] с поверхностным пиннингом (5).

модели КК и точной зависимостью (9) несущественно и во всех практических расчетах может не учитываться. В случае сильного поверхностного пиннинга различие становится более существенным и может достигать 50% в области низких и порядка 10% в области высоких частот (см. рис. 2, 3). Частотная зависимость  $\text{Re } Z_{\text{non}}$  при фиксированном  $B_0$  имеет следующий вид (при поверхностном пиннинге):  $\text{Re } Z_{\text{non}} \sim \omega^2$  ( $\omega \ll \omega_p$ ) и  $\text{Re } Z_{\text{non}} \sim \omega^{-3/2}$  ( $\omega > \omega_p$ ). Частотная зависимость относительного вклада  $Z_{\text{non}}$  в поверхностное сопротивление представлена на рис. 3 для различных величин внешнего поля  $B_a$ .

В заключение сравним полученные результаты с результатами модели, развитой в [11,12]. В отличие от подхода, предложенного в настоящей работе, в работах [11,12] нелокальное выражение (5) заменялось локальным перенормированным значением

$$C_{44}^* = B_0 H_0 - C_{44}(k=0, L=0) = B_0 |M_0|, \quad (15)$$

где  $M_0$  – равновесное значение намагниченности. При решении уравнения вязкого движения вихрей  $\alpha \mathbf{u} + \eta \partial \mathbf{u} / \partial t = [\mathbf{J} \times \mathbf{B}_0] + C_{44}^* \partial^2 \mathbf{u} / \partial z^2$  совместно с (8) при соответствующих граничных условиях для  $u(z)$  рассчитывалось распределение поля и поверхностный импеданс. Было показано, что в отсутствие объемного пиннинга ( $\alpha_L = 0$ ) поверхностное сопротивление в низкочастотном диапазоне существенно уменьшается. Однако в реальных ВТСП образцах на низких частотах именно ве-

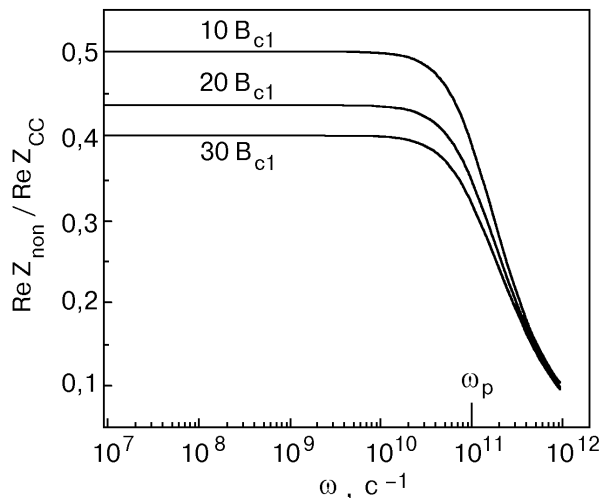


Рис. 3. Частотная зависимость относительного вклада величины  $Z_{\text{non}}$  (14) в поверхностное сопротивление для различных значений внешнего поля.

личина  $\alpha_L$  определяет динамику ВР; для заданного выше  $\alpha_L$  теория [11,12] дает неожиданный результат: в случае поверхностного пиннинга поверхностное сопротивление превосходит соответствующее значение в отсутствие поверхностного пиннинга, и при этом оба значения существенно превосходят поверхностное сопротивление в модели КК. Полевая и частотная зависимости  $\text{Re } Z$  в модели [11,12] при наличии и в отсутствие поверхностного пиннинга представлены на рис. 1, б и 2.

### Заключение

В настоящей работе в рамках линейной теории упругости с учетом дисперсии упругой матрицы ВР рассчитан линейный отклик СП в смешанном состоянии на переменное поле (поверхностный импеданс) для случая перпендикулярного поверхностности постоянного магнитного поля. Было показано, что в отсутствие поверхностного пиннинга поверхностный импеданс СП описывается, как и в случае параллельного магнитного поля, теорией КК (1). Наличие сильного поверхностного пиннинга (10) может приводить (в низкочастотном диапазоне) к значительному уменьшению поглощения энергии в СП. Частотная зависимость  $\text{Re } Z$  при этом также определяется выражением (1): при низких частотах поправки имеют такую же зависимость, как и основной член ( $\sim \omega^2$ ), а при высоких частотах их вклад становится малым (рис. 2, 3) и экспериментально не наблюдаемым.

Также было показано, что учет нелокальности упругих модулей ВР перенормировкой (15) [11,12] приводит к некорректным результатам: так, значение  $\text{Re } Z$  в низкочастотном интервале

на несколько порядков превосходит соответствующее значение в теории КК.

1. J. Owliaei, S. Sridhar, and J. Talvacchio, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3366 (1992).
2. M. Golosovsky, M. Tsindlekht, and D. Davidov, *Supercond. Sci. Technol.* **9**, 1 (1996).
3. I. S. Ghosh, L. F. Cohen, and J. C. Gallop, *Supercond. Sci. Technol.* **10**, 936 (1997).
4. N. Belk, D. E. Oates, D. A. Feld, G. Dresselhaus, and M. S. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **B53**, 3459 (1996).
5. M. W. Coffey and J. R. Clem, *IEEE Trans. Mag.* **27**, 2136 (1991).
6. M. W. Coffey and J. R. Clem, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 386 (1991).
7. E. H. Brandt, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 2219 (1991).
8. E. H. Brandt, *Rep. Prog. Phys.* **58**, 1465 (1995).
9. E. H. Brandt, *Phys. Rev.* **B48**, 6699 (1993).
10. C. J. van der Beek, V. B. Geshkenbein, and V. N. Vinokur, *Phys. Rev.* **B48**, 3393 (1993).
11. E. B. Sonin, A. K. Tagantsev, and K. B. Traito, *Phys. Rev.* **B46**, 5830 (1992).
12. E. B. Sonin and K. B. Traito, *Phys. Rev.* **B50**, 13547 (1994).

## Influence of strong surface pinning on surface impedance of type-2 superconductor in the mixed state

D. A. Luzhbin

The frequency and field dependences of the surface impedance of a type-2 superconductor in the mixed state for a perpendicular-to-surface external magnetic field are calculated within the linear elasticity theory. It is shown that the case of superconductor without surface pinning is described by the Coffey–Clem model with small corrections, as for the case of strong surface pinning, it is predicted that the surface resistivity decreases essentially in a low frequency range. It is also shown that the explanation of the nonlocal properties of the vortex lattice by the elastic moduli renormalization (E. B. Sonin, A. K. Tagantsev, and K. B. Traito, *Phys. Rev.* **B46**, 5830 (1992)) furnishes erroneous results.