

# Аномальное поведение продольно поляризованных звуковых волн в негейзенберговских ферромагнетиках

Ю. А. Фридман, Д. В. Спирин

Таврійський національний університет ім. В. І. Вернадського  
Україна, 95036, г. Сімферополь, ул. Ялтинская, 4  
E-mail: man@expl.cris.crimea.ua

Статья поступила в редакцию 7 февраля 2000 г.

Исследованы спектры связанных магнитоупругих волн в двумерном и трехмерном негейзенберговском магнетике с двухосной анизотропией. Показано, что при определенном соотношении материальных констант в системе могут реализовываться три различных фазовых состояния. Фазовые переходы между этими состояниями происходят путем «квантового сокращения спина», а неустойчивой ветвью элементарных возбуждений в точке фазового перехода является линейно поляризованная квазифононная мода.

Досліджено спектри зв'язаних магнітопружних хвиль у двомірному і тривимірному негейзенбергівському магнетику з двохосьовою анізотропією. Показано, що при визначеному співвідношенні матеріальних констант у системі можуть реалізовуватися три різноманітні фазові стани. Фазові переходи між цими станами відбуваються шляхом «квантового скорочення спіна», а нестійкою віткою елементарних збуджень у точці фазового переходу є лінійно поляризована квазіфононна мода.

PACS: 75.50.Ee, 75.30.Kz

## Введение

Хорошо известно, что учет магнитоупругого (МУ) взаимодействия в магнитоупорядоченных системах приводит к гибридизации упругих и магнитных возбуждений, т.е. к возникновению МУ волн [1]. При этом динамические свойства системы существенным образом изменяются. Особенно ярко эти изменения проявляются в окрестности ориентационных фазовых переходов (ОФП). Так, например, в точке ОФП мягкой модой становится поперечно поляризованная квазифононная ветвь возбуждений (закон дисперсии квазифононов изменяется с линейного на квадратичный), а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель [1,2]. В этом случае продольно поляризованные звуковые волны с магнитной подсистемой практически не взаимодействуют [1–3].

Однако ряд экспериментальных данных [4–6] свидетельствует о том, что при определенных условиях с магнитной подсистемой могут взаимодействовать и продольно поляризованные звуко-

вые волны. Так, в частности, в работе [5] зафиксировано уменьшение скорости продольного звука в  $\text{ErFeO}_3$ . Кроме того, в работе [7] отмечалось, что в двухосном ферромагнетике при определенном соотношении между константами одноионной анизотропии (ОА) наблюдается размягчение продольно поляризованной квазифононной моды.

В связи с этим представляет интерес вопрос о взаимодействии продольно поляризованных звуковых мод с магнитной подсистемой.

Проведенные ранее исследования [8,9] показали, что в гейзенберговских магнетиках подобный эффект не наблюдается, поэтому в качестве наиболее простой модели выберем двухосный негейзенберговский ферромагнетик. Кроме того, в состав  $\text{ErFeO}_3$  входят редкоземельные ионы, магнитные свойства которых определяются не только гейзенберговским взаимодействием, но и инвариантами высших степеней. Поэтому в качестве модели исследуемой системы выберем двухосный ферромагнетик с биквадратичным взаимодействи-

ем, находящийся во внешнем магнитном поле, параллельном оси  $OZ$ .

## 2. Дисперсионное уравнение связанных магнитоупругих волн 2D ферромагнетика

Исследуем интересующие нас эффекты для двумерного и трехмерного ферромагнетиков. Вначале рассмотрим двумерную систему. Гамильтониан такой системы запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left[ J_{n,n'} \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'} + K_{nn'} (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2 \right] + \\ & + \frac{\beta_1}{2} \sum_n (S_n^x)^2 + \frac{\beta_2}{2} \sum_n (S_n^y)^2 + \frac{\beta_3}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \\ & + \lambda \sum_n \left[ u_{xx} (S_n^x)^2 + u_{yy} (S_n^y)^2 + u_{xy} (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) \right] + \\ & + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \int dr \left[ \sum_i u_{ii}^2 + 2\sigma \sum_{ij} u_{ii} u_{jj} + \right. \\ & \quad \left. + 2(1-\sigma) \sum_{ij} u_{ij}^2 \right] - H \sum_n S_n^z , \end{aligned} \quad (1)$$

где  $J_{n,n'}$ ,  $K_{n,n'}$  — константы билинейного и биквадратичного обмена;  $\beta_i$  — константы одноионной анизотропии;  $\lambda$  — магнитоупругая константа;  $u_{ij}$  — симметрическая часть компонент тензора деформаций;  $E$  — модуль Юнга;  $\sigma$  — коэффициент Пуассона. В гамильтониане (1) двумерность системы учтена в упругой и МУ энергиях ферромагнетика. Для простоты вычислений будем считать, что спин магнитного иона  $S = 1$ .

Вводя обозначения  $\tilde{\beta}_1 \equiv \beta_1 - \beta_3$ ,  $\tilde{\beta}_2 \equiv \beta_2 - \beta_3$  и учитывая соотношение  $(S^x)^2 + (S^y)^2 + (S^z)^2 = S(S+1)$ , выражение для энергии ОА можно записать в следующем виде:

$$\mathcal{H}_{OA} = \frac{\tilde{\beta}_1}{2} \sum_n (S_n^x)^2 + \frac{\tilde{\beta}_2}{2} \sum_n (S_n^y)^2 . \quad (2)$$

Рассмотрим случай  $\tilde{\beta}_1 > 0$ ,  $\tilde{\beta}_2 > 0$ ,  $\tilde{\beta}_i \gg \lambda^2/E$ . Гамильтониан (1) при этом примет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left[ J_{n,n'} \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'} + K_{nn'} (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2 \right] + \\ & + \frac{\tilde{\beta}_1}{2} \sum_n (S_n^x)^2 + \frac{\tilde{\beta}_2}{2} \sum_n (S_n^y)^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \lambda \sum_n \left[ u_{xx} (S_n^x)^2 + u_{yy} (S_n^y)^2 \right] + \\ & + \lambda \sum_n \left[ u_{xy} (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) \right] + \\ & + \frac{E}{2(1-\sigma^2)} \int dr \left[ u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + \right. \\ & \quad \left. + 2\sigma u_{xx} u_{yy} + 2(1-\sigma) u_{xy}^2 \right] - H \sum_n S_n^z . \end{aligned} \quad (3)$$

Выделяя в обменной части гамильтониана (3) среднее поле  $\langle S^z \rangle$  и дополнительные поля  $q_2^p$  ( $p = 0, 2$ ), определяемые квадрупольным моментом, получаем одноузельный гамильтониан  $\mathcal{H}_0(n)$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0(n) = & -\bar{H} S_n^z - B_2^0 Q_{2n}^0 - B_2^2 Q_{2n}^2 + \frac{\tilde{\beta}_1}{2} (S_n^x)^2 + \frac{\tilde{\beta}_2}{2} (S_n^y)^2 + \\ & + \lambda [u_{xx} (S_n^x)^2 + u_{yy} (S_n^y)^2 + u_{xy} (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x)] , \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{H} = & H + \langle S^z \rangle \left( J_0 - \frac{K_0}{2} \right); B_2^0 = \frac{1}{6} K_0 q_2^0 ; \\ B_2^2 = & \frac{1}{2} K_0 q_2^2 ; q_2^p = \langle Q_2^p \rangle ; Q_{2n}^0 = 3(S_n^z)^2 - 2 ; \\ Q_{2n}^2 = & \frac{1}{2} [(S_n^+)^2 + (S_n^-)^2] ; S_n^\pm = S_n^x \pm i S_n^y . \end{aligned}$$

Для упрощения дальнейших вычислений предложим, что  $\tilde{\beta}_1 = \tilde{\beta}_2 = \beta$ . Такое соотношение констант ОА соответствует ферромагнетику с анизотропией типа «легкая ось», с осью легкого намагничивания, параллельной оси  $OZ$ .

Решая с гамильтонианом (4) одноионную задачу, получаем уровни энергии магнитного иона:

$$\begin{aligned} E_1 = & \frac{\beta}{2} + \frac{\lambda}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) - B_2^0 - \chi , \\ E_0 = & \beta + \lambda (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) + 2B_2^0 , \end{aligned} \quad (5)$$

$$E_{-1} = \frac{\beta}{2} + \frac{\lambda}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) - B_2^0 + \chi , \quad \chi^2 = \bar{H}^2 + (B_2^0)^2$$

и собственные функции одноузельного гамильтониана (4):

$$\Psi_n(1) = \cos \delta |1\rangle + \sin \delta |-1\rangle , \quad \Psi_n(0) = |0\rangle ,$$

$$\Psi_n(-1) = -\sin \delta |1\rangle + \cos \delta |-1\rangle ,$$

где  $|i\rangle$  — собственные векторы оператора  $S^z$ ;  $\cos \delta = B_2^2 / [\sqrt{(\chi - H)^2 + (B_2^2)^2}]$ ;  $u_{ij}^{(0)}$  — спонтанные деформации, которые определяются из условия минимума плотности свободной энергии и равны

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = -\frac{\lambda}{E} \frac{1-\sigma}{2}, \quad u_{xy}^{(0)} = 0.$$

На собственных функциях гамильтониана  $\mathcal{H}_0(n)$  построим операторы Хаббарда  $X^{M'M} \equiv \langle \Psi(M') \rangle \langle \Psi(M) |$ , описывающие переход магнитного иона из состояния  $M'$  в состояние  $M$ . В

---


$$\det \left| \left| \delta_{ij} + G_0^a b(\alpha) a_{ir}(\alpha) A_{rj} + B^0(k; \mu, \mu') T^{-\alpha}(k, \mu) G_0^a b(\alpha) T^\beta(-k, \mu') G_0^\beta b(\beta) a_{ir}(\alpha, \beta) A_{rj} \right| \right| = 0. \quad (7)$$

Здесь  $T_n^{M'(\alpha)}(q, \mu)$  — амплитуды трансформаций:

$$T_n^{1-1}(q, \mu) = iT_n^0(q, \mu) \frac{\lambda \cos(2\delta)}{2} (e_\mu^x q_x - e_\mu^y q_y) + T_n^0(q, \mu) \frac{\lambda}{2} (e_\mu^x q_y + e_\mu^y q_x), \quad (8)$$

$$T_n^{-11}(q, \mu) = iT_n^0(q, \mu) \frac{\lambda \cos(2\delta)}{2} (e_\mu^x q_x - e_\mu^y q_y) - T_n^0(q, \mu) \frac{\lambda}{2} (e_\mu^x q_y + e_\mu^y q_x), \quad T_n^0(q, \mu) = \frac{\exp(iqn)}{\sqrt{2m\omega_\mu(q)}},$$

где  $m$  — масса магнитного иона;  $\omega_\mu(q)$  — закон дисперсии  $\mu$ -поляризованного звука;  $\omega_\mu(q) = c_\mu q$ ,  $c_\mu$  — скорость звука. Остальные величины, входящие в уравнение (7), определены в [10].

Решения уравнения (7) определяют спектры гибридизованных элементарных возбуждений при произвольных значениях константы ОА, биквадратичного обмена и произвольных температурах.

### 3. Фазовые состояния и спектры связанных магнитоупругих волн 2D ферромагнетика

Исследуем спектры связанных МУ волн, определяемых дисперсионным уравнением (7), при низких температурах ( $T \ll T_C$ ,  $T_C$  — температура Кюри). При этом нижайшим энергетическим уровнем будет  $E_1$ , и его учетом можно и ограничиться. Такое приближение существенно упрощает математические выкладки.

Прежде чем определять спектры элементарных возбуждений, рассмотрим возможные фазовые состояния системы. Для этого исследуем поведение параметров порядка системы:

$$\langle S^z \rangle \approx \cos 2\delta, \quad q_2^0 \approx 1, \quad q_2^2 \approx \sin 2\delta. \quad (9)$$

терминах операторов Хаббарда гамильтониан (4) диагонален, а связь спиновых операторов с операторами Хаббарда определяется соотношениями

$$S_n^+ = \sqrt{2} \cos \delta (X_n^{10} + X_n^{0-1}) + \sqrt{2} \sin \delta (X_n^{01} - X_n^{-10}),$$

$$S_n^- = (S_n^+)^+, \quad (6)$$

$$S_n^z = \cos 2\delta (H_n^1 - H_n^{-1}) - \sin 2\delta (X_n^{1-1} + X_n^{-11}).$$

Используя метод функций Грина, подробно описанный в [10], удается получить дисперсионное уравнение связанных МУ волн, которое имеет вид

Из последнего выражения в (9) можно получить уравнение для  $x \equiv q_2^2$ :

$$x^4 (-J_0^2 + K_0 J_0) + x^2 \left[ H^2 + J_0^2 + K_0 J_0 + 2H \left( J_0 - \frac{K_0}{2} \right) \sqrt{1-x^2} \right] = 0. \quad (10)$$

Легко видеть, что одним из решений при произвольных значениях параметров системы является  $q_2^2 = 0$ , соответствующее реализации ферромагнитной фазы. Существует еще одно решение

$$q_2^2 = 1 - \frac{H^2}{(K_0 - J_0)^2},$$

соответствующее квадрупольно-ферромагнитной фазе.

При  $H = 0$ , очевидно, существует квадрупольная фаза с параметрами порядка  $\langle S^z \rangle = 0$ ,  $q_2^0 = 1$ ,  $q_2^2 = 1$ . При отличном от нуля поле могут существовать как ферромагнитная, так и квадрупольно-ферромагнитная фазы.

Таким образом, в рассматриваемой системе могут реализовываться три фазы: ферромагнитная (ФМ) фаза с  $\langle S^z \rangle \approx 1$ ,  $q_2^0 = 1$ ,  $q_2^2 = 0$ ; квадру-

польно-ферромагнитная (КФМ) фаза и квадропольная (КУ<sub>1</sub>) фаза, реализующаяся при  $H = 0$ . Необходимо отметить, что КУ<sub>1</sub>-фаза реализуется путем квантового сокращения спина, и фазовый переход ФМ–КФМ-фаза также происходит путем уменьшения модуля вектора намагниченности.

Уравнение (7) исследуем в следующей геометрии: волновой вектор  $\mathbf{k} \parallel 0X$ , при этом отличными от нуля компонентами единичного вектора поляризации являются  $e_l^x, e_t^y$ . Поскольку мы рассматриваем двумерную систему, третья поляризация  $e_t^z$  у звуковых возбуждений отсутствует.

Учитывая (8) и выбранную нами геометрию, дисперсионное уравнение (7) удается представить в виде произведения двух детерминантов  $\det_{\parallel}$  и  $\det_{\perp}$ :

$$\det_{\parallel} = \begin{vmatrix} 1 + x_{11} & x_{15} & x_{16} \\ x_{51} & 1 + x_{55} & x_{56} \\ x_{61} & x_{65} & 1 + x_{66} \end{vmatrix} = 0, \quad (11)$$

$$\det_{\perp} = \begin{vmatrix} 1 + x_{22} & x_{23} & x_{27} & x_{28} \\ x_{32} & 1 + x_{33} & x_{37} & x_{38} \\ x_{72} & x_{73} & 1 + x_{77} & x_{78} \\ x_{82} & x_{83} & x_{87} & 1 + x_{88} \end{vmatrix} = 0, \quad (12)$$

где

$$x_{ij} = G_0^{\alpha} b(\alpha) a_{ir}(\alpha) A_{rj} + B^0(k; \mu, \mu') \times \\ \times T^{-\alpha}(k, \mu) G_0^{\alpha} b(\alpha) T^{\beta}(-k, \mu') G_0^{\beta} b(\beta) a_{ir}(\alpha, \beta) A_{rj}.$$

Уравнения (11) и (12) определяют спектры «продольных» (высокочастотных) и «поперечных» (низкочастотных) квазимагнонов соответственно:

$$\epsilon_{\parallel}(k) = \gamma k^2 + 2(H + J_0 - K_0), \quad (13)$$

$$\epsilon_{\perp}(k) = \alpha k^2 + H + \frac{\beta}{2} - a_0. \quad (14)$$

Здесь  $\alpha = R_0^2 J_0$ ,  $R_0$  – радиус гейзенберговского обмена;  $\gamma = \tilde{R}_0^2 K_0$ ,  $\tilde{R}_0$  – радиус биквадратичного обмена;  $a_0 = \frac{\lambda^2}{2E}$  – параметр МУ связи.

Поскольку все недиагональные амплитуды трансформаций (кроме  $T^{1-1}$  и  $T^{-11}$ ) равны нулю, из уравнения (12) следует, что с «поперечными» квазимагнонами не взаимодействует ни одна из квазифононных мод.

Как мы уже отмечали, магнитный момент системы перпендикулярен плоскости  $X0Y$ . В связи с

этим отличные от нуля спонтанные деформации равны друг другу ( $u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)}$ ). Это приводит к тому, что рассматриваемая система инвариантна относительно вращений вокруг оси квантования, что, в свою очередь, приводит, как видно из уравнения (11), к вырождению упругих возбуждений по поляризации, т.е. спектр продольно  $l$ -поляризованных квазифононов совпадает со спектром поперечно ( $\tau$ -) поляризованных квазифононов. Кроме того, из уравнения (11) следует, что с «продольными» квазимагнонами взаимодействуют продольно поляризованные квазифононы, спектр которых имеет вид

$$\omega_l^2(k) = \omega_l^2(k) \left[ \frac{\gamma k^2 + 2(H + J_0 - K_0 - a_0)}{\gamma k^2 + 2(H + J_0 - K_0)} \right]. \quad (15)$$

Из (15) видно, что в магнетике с большим биквадратичным взаимодействием ( $K_0 > J_0$ ) в длинноволновом пределе (при  $\gamma k^2 \ll a_0$ ) происходит размягчение спектра продольно поляризованных квазифононов при

$$H_c = K_0 + a_0 - J_0, \quad (16)$$

и спектр квазифононов в этом случае имеет вид

$$\omega_l^2(k) = \omega_l^2(k) \frac{\gamma k^2}{2a_0}. \quad (17)$$

Продольно поляризованные квазифононы взаимодействуют с высокочастотной (релаксационной) магнонной модой  $\epsilon_{\parallel}(k)$ , в которой при  $H = H_c$  появляется МУ щель

$$\epsilon_{\parallel}(0) = \epsilon_{ME} = 2a_0. \quad (18)$$

Выражения (16)–(18) будут иметь смысл и при ином соотношении материальных констант:  $J_0 \geq K_0$ , но  $K_0 - J_0 < -a_0$ . Однако, как нам кажется, такое соотношение материальных констант менее реалистично, чем  $K_0 > J_0$ .

Как уже отмечалось, низкочастотная квазимагнонная ветвь  $\epsilon_{\perp}(k)$  с упругой подсистемой не взаимодействует. При  $H = H_c$  в ней имеется щель, равная

$$\epsilon_{\perp}(0) = K_0 - J_0 + \frac{\beta}{2}.$$

При  $H < H_c$  в ферромагнетике реализуется КФМ-фаза ( $0 < q_2^2 < 1$ ). При  $H = 0$  реализуется КУ<sub>1</sub>-фаза с основным состоянием  $\Psi(1) = (|1\rangle + |-\rangle)/\sqrt{2}$ . В этой фазе спектр «поперечных» (низкочастотных) квазимагнонов имеет вид

$$\epsilon_{\perp}^2(k) = \left( \gamma k^2 + \frac{\beta}{2} - a_0 \right) \left[ \frac{\beta}{2} - a_0 + 2(K_0 - J_0) \right], \quad (19)$$

а спектр «продольных» (высокочастотных) квазимагнонов можно записать в виде

$$\epsilon_{\parallel}^2(k) = 2\gamma k^2(K_0 - J_0). \quad (20)$$

Из выражения (19) можно определить область существования КУ<sub>1</sub>-фазы:

$$\frac{\beta}{2} > a_0. \quad (21)$$

#### 4. Фазовые состояния и спектры связанных магнитоупругих волн 3D ферромагнетика

Рассмотрим трехмерный ферромагнетик при низких температурах. Гамильтониан системы будет отличаться от (1) наличием дополнительных слагаемых в магнитоупругой и упругой энергиях:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -\frac{1}{2} \sum_{n, n'} [J_{nn'} \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'} + K_{nn'} (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2] + \\ & + \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^x)^2 + \frac{\beta}{2} \sum_n (S_n^y)^2 + \\ & + \lambda \sum_n [u_{xx}(S_n^x)^2 + u_{yy}(S_n^y)^2 + u_{zz}(S_n^z)^2 + \\ & + u_{xy}(S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x)] + \lambda \sum_n [u_{xz}(S_n^x S_n^z + S_n^z S_n^x) + \\ & + u_{yz}(S_n^y S_n^z + S_n^z S_n^y)] + \frac{E}{2(1-\sigma)} \int dr \left[ \sum_i u_{ii}^2 + \right. \\ & \left. + 2\sigma \sum_{ij} u_{ii} u_{jj} + 2(1-\sigma) \sum_{ij} u_{ij}^2 \right] - H \sum_n S_n^z. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь все обозначения аналогичны (1). Как и ранее предполагаем, что спин магнитного иона  $S = 1$ . Решение уравнения Шредингера определяет уровни энергии магнитного иона:

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{\beta}{2} + \frac{\lambda}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)}) - B_2^0 - \chi, \\ E_0 &= \beta + \lambda (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) + 2B_2^0, \\ E_{-1} &= \frac{\beta}{2} + \frac{\lambda}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)}) - B_2^0 + \chi, \\ \chi^2 &= \bar{H}^2 + (B_2^0)^2. \end{aligned} \quad (23)$$

Спонтанные деформации, как и ранее, определяются из условия минимума плотности свободной энергии и имеют вид

$$\begin{aligned} u_{xx}^{(0)} &= u_{yy}^{(0)} = -\frac{\lambda}{E} \frac{1-3\sigma}{2}, \quad u_{zz}^{(0)} = \frac{\lambda}{E} (1-\sigma), \\ u_{xy}^{(0)} &= u_{zy}^{(0)} = u_{xz}^{(0)} = 0. \end{aligned}$$

Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда совпадает с (6) при том же значении  $\cos \delta$ .

Дальнейшие вычисления для трехмерной системы аналогичны проведенным ранее для двухмерного ферромагнетика. Отметим только, что амплитуды трансформаций в этом случае отличаются от полученных ранее выражений и имеют вид

$$\begin{aligned} T_n^{10}(q, \mu) &= T_n^0(q, \mu) \frac{\lambda}{2\sqrt{2}} [i(\cos \delta - \sin \delta) \times \\ &\times (e_{\mu}^x q_z + e_{\mu}^z q_x) + (\cos \delta + \sin \delta)(e_{\mu}^y q_z + e_{\mu}^z q_y)], \\ T_n^{01}(q, \mu) &= T_n^0(q, \mu) \frac{\lambda}{2\sqrt{2}} [i(\cos \delta - \sin \delta) \times \\ &\times (e_{\mu}^x q_z + e_{\mu}^z q_x) - (\cos \delta + \sin \delta)(e_{\mu}^y q_z + e_{\mu}^z q_y)], \\ T_n^{1-1}(q, \mu) &= iT_n^0(q, \mu) \frac{\lambda \cos(2\delta)}{2} (e_{\mu}^x q_x - e_{\mu}^y q_y) + \\ &+ T_n^0(q, \mu) \frac{\lambda}{2} (e_{\mu}^x q_y + e_{\mu}^y q_x), \\ T_n^{-11}(q, \mu) &= iT_n^0(q, \mu) \frac{\lambda \cos(2\delta)}{2} (e_{\mu}^x q_x - e_{\mu}^y q_y) - \\ &- T_n^0(q, \mu) \frac{\lambda}{2} (e_{\mu}^x q_y + e_{\mu}^y q_x), \\ T_n^0(q, \mu) &= \frac{\exp(iqn)}{\sqrt{2m\omega_{\mu}(q)}}. \end{aligned}$$

Исследуем спектры связанных МУ волн в 3D ферромагнетике. Для этого воспользуемся уравнением (7). Геометрия задачи остается прежней: волновой вектор  $\mathbf{k} \parallel 0X$ , а отличные от нуля компоненты вектора поляризации есть  $e_l^x, e_l^y, e_l^z$ . Необходимо отметить, что учет трехмерности системы приводит к появлению еще одной поперечно ( $t$ -) поляризованной квазиупругой моды.

Уравнения на параметр порядка (9), (10) по-прежнему определяют области существования ферромагнитной, квадрупольно-ферромагнитной и квадрупольной фаз.

В ферромагнитной фазе спектры квазимагнонов имеют тот же вид, что и в двумерном случае:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\parallel}(k) &= 2(H + J_0 - K_0) + \gamma k^2, \\ \varepsilon_{\perp}(k) &= H + \frac{\beta}{2} + a_0 + \alpha k^2,\end{aligned}\quad (24)$$

а спектры квазифононов равны

$$\begin{aligned}\omega_1^2(k) &= \omega_l^2 \left[ \frac{\gamma k^2 + 2(H + J_0 - K_0 - a_0)}{\gamma k^2 + 2(H + J_0 - K_0)} \right], \\ \omega_2^2(k) &= \omega_t^2 \left[ \frac{\alpha k^2 + H + \beta/2}{\alpha k^2 + H + \beta/2 + a_0} \right].\end{aligned}\quad (25)$$

В этом случае, так же как и в двумерной системе, в плоскости  $X0Y$  происходит вырождение квазиупругих возбуждений по поляризации, но при этом возникают еще и  $t$ -поляризованные фононы ( $\omega_2$ ).

Из выражений (24) и (25) следует, что в точке фазового перехода ФМ–КФМ-фаза с высокочастотной квазимагнитной модой  $\varepsilon_{\parallel}(k)$  активно взаимодействует продольно поляризованный квазифонон. В точке фазового перехода ( $H = H_c = K_0 - J_0 + a_0$ ) в длинноволновом пределе ( $\gamma k^2 \ll a_0$ ) спектр  $l$ -поляризованного квазифона размягчается:

$$\omega_1^2(k) = \omega_l^2(k) \frac{\gamma k^2}{2a_0},$$

а в спектре высокочастотных квазимагнонов появляется МУ щель

$$\varepsilon_{\parallel}(0) = \varepsilon_{ME} = 2a_0.$$

Спектр же  $t$ -поляризованных квазифононов не претерпевает существенных изменений в точке фазового перехода ФМ–КФМ-фаза, в нем лишь слабо перенормируется скорость звука:

$$\omega_2^2(k) = \omega_t^2(k) \left( 1 - \frac{a_0}{K_0 - J_0 + \beta/2} \right).$$

В квадрупольной фазе, которая, как и ранее, реализуется при  $H = 0$ , спектры элементарных возбуждений определяются выражениями

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\perp}^2(k) &= \left( \gamma k^2 + \frac{\beta}{2} + a_0 \right) \left( \frac{\beta}{2} - a_0 + 2(K_0 - J_0) \right), \\ \varepsilon_{\parallel}^2(k) &= 2\gamma k^2(K_0 - J_0),\end{aligned}\quad (26)$$

откуда получаем условие существования КУ<sub>1</sub>-фазы:  $\beta/2 > a_0$ .

Таким образом, в предположении  $\beta \gg \lambda^2/E$ , из которого мы и исходили, в трехмерном ферромагнетике при  $J_0 < K_0$  фазовый переход из ферромагнитной в КФМ-фазу происходит по фононной моде, отвечающей продольным квазиупругим колебаниям. Этот переход не является ориентационным, а осуществляется путем квантового сокращения величины среднего спина.

## Заключение

Результаты исследования спектров связанных МУ двумерных и трехмерных двухосных ферромагнетиков с биквадратичным и МУ взаимодействием показывают, что при большой константе биквадратичного обмена ( $J_0 < K_0$ ) в системе могут существовать ферромагнитная фаза (при полях  $H > K_0 + a_0 - J_0$ ), КФМ-фаза ( $K_0 + a_0 - J_0 > H > 0$ ) и КУ<sub>1</sub>-фаза (при  $H = 0$ ).

Фазовые переходы ФМ–КФМ и КФМ–КУ<sub>1</sub> являются не ориентационными, а происходят путем уменьшения величины среднего спина. Необычным является тот факт, что в точке перехода ФМ–КФМ-фаза размягчается продольно поляризованная звуковая мода, которая взаимодействует с высокочастотной (релаксационной) квазимагнитной ветвью. Данный результат является следствием чисто квантового эффекта сокращения спина. Отметим, что в работе [7] феноменологическими методами исследовалась аналогичная система. Однако ввиду квантовой природы данного эффекта он не был обнаружен, и трактовка результатов работы [7] является неточной.

Необходимо отметить, что, если в системе преобладает гейзенберговский обмен ( $J_0 > K_0$ ) или же биквадратичный обмен отсутствует ( $K_0 = 0$ ), то, как легко видеть из полученных нами результатов, в системе реализуется только ферромагнитная фаза, а фазовые переходы, естественно, отсутствуют.

1. Е. А. Туров, В. Г. Шавров, УФН **140**, 429 (1983).
2. В. И. Ожогин, В. Л. Преображенский, УФН **133**, 593 (1977).
3. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Стиновые волны*. Наука, Москва (1967).
4. G. Gorodetsky and B. Luthy, *Phys. Rev.* **B2**, 3688 (1970).
5. Н. К. Данышин, С. В. Жерлицин, С. С. Завада, Г. Г. Крамарчук, М. А. Сдвижков, В. Д. Филь, *ЖЭТФ* **93**, 2151 (1987).
6. Л. Т. Цимбал, М. К. Данышин, *Журнал фізичних досліджень* **2**, 545 (1998).
7. В. Д. Бучельников, В. Г. Шавров, *ФТТ* **37**, 1402 (1995).
8. Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, *УФЖ* **35**, 459 (1990).
9. Ю. Н. Мицай, А. Н. Майорова, Ю. А. Фридман, *ФТТ* **34**, 66 (1992).
10. Ю. А. Фридман, Д. В. Спирин, *ФНТ* **26**, 374 (2000).

---

**The abnormal behavior of longitudinally  
polarized sound waves in nonHeisenberg  
ferromagnetics**

**Yu. A. Fridman and D. V. Spirin**

The spectra of coupled magnetoelastic waves in  
two- and three dimensional nonHeisenberg magnetics

with a biaxial anisotropy are studied. It is shown  
that for a certain relation of material constants in  
the system three different phase states are realized.  
The phase transitions between these states occur due  
to the «of quantum reduction of spin», and at the  
phase transition point the linearly polarized quasi-  
phonon mode becomes an unstable branch of elemen-  
tary excitations.