Физика низких температур, 2000, т. 26, № 4, с. 350–354

О влиянии высших инвариантов термодинамического потенциала на возникновение магнитных длиннопериодических структур

Ю. Д. Заворотнев, Л. И. Медведева

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины, Украина, 83114, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, 72
E-mail: zavorot@host.dipt.donetsk.ua

Е. П. Стефановский

Department of Physics Ben-Gurion University of the Negev, P. O. B. 653, Beer-Sheva, 84 105, Israel,
E-mail: stefan@bgumail.bgu.ac.il

Статья поступила в редакцию 21 июня 1999 г., после переработки 26 ноября 1999 г.

Рассмотрено образование сверхструктур при учете биквадратичного обменного взаимодействия. Показано, что в этом случае возможно одновременное сосуществование нескольких длиннопериодических структур, которые могут возникать в результате фазового перехода как первого, так и второго рода.

Розглянуто утворення надструктур з урахуванням біквадратичної обмінної взаємодії. Показано, що в цьому випадку можливе одночасове співіснування декількох довгоперіодичних структур, які можуть виникати в результаті фазового переходу як першого, так і другого роду.

PACS: 75.30 Kz

С тех пор как Виллэйном [1], Капланом [2] и Йошимори [3] было указано на возможность образования магнитного упорядочения нового типа (отличного от ферро-, антиферро- и ферримагнетиков) — модулированных магнитных структур (ММС), пространственный период которых несоизмерим с пространственным периодом кристаллической решетки, разработке вопросов, связанных с условиями их возникновения и устойчивости, посвящено достаточно большое количество теоретических и экспериментальных работ. Поскольку предметом наших исследований будут вопросы феноменологической теории ММС (достаточно часто такого рода магнитные структуры называют длиннопериодическими или несоразмерными магнитными фазами), прежде всего необходимо отметить фундаментальную работу Дзялошинского [4], посвященную феноменологической теории так называемых обменных длиннопериодических магнитных структур (см. также обзоры [5,6] и монографию [7]). Эта теория позволила, например, объяснить происхождение несоразмерной магнитной фазы в соединении β-MnO_2 . В дальнейшем [8] теория Дзялошинского была распространена на ММС обменно-релятивистского происхождения и нашла свое отражение в объяснении происхождения длиннопериодических магнитных структур в системах MnSi, FeGe, $CsCuCl_3$ [9,10]. Несколько позднее [11–16] (см. также [6]) была построена феноменологическая теория происхождения обменных и обменно-релятивистских модулированных магнитных структур, отличная от теории Дзялошинского и объяснившая магнитные структуры значительного числа магнитоупорядоченных кристаллов, таких как Cr_2BeO_4 , $TbAsO_4$, MnOOH, MnP, Mn_3B_4 и др. Возникновение такого рода магнитных структур связано с конкуренцией различных по происхождению магнитных взаимодействий. Так, сосуществование так называемых обменных ММС обусловлено конкуренцией обменных взаимодействий (см., например, [4,13,14]), а обменно-релятивистских ММС — конкуренцией обменных и обменно-релятивистских взаимодействий соответственно (см., например, [6,15,16]). Нас будут интересовать так называемые «симметрийно обусловленные» ММС (см. [4–8,10–16]). С точки зрения феноменологической теории магнетизма происхождение таких ММС обусловлено наличием в неравновесном термодинамическом потенциале (НТДП) инвариантов, линейных по первым пространственным производным от неприводимых магнитных векторов (НМВ) (моментов спиновой плотности), описывающих магнитную систему и их конкуренцию с квадратичными по этим производным инвариантами (симметрийные условия существования таких инвариантов выяснены в работах Дзялошинского [4]).

Авторы цитированных выше работ при рассмотрении условий возникновения и устойчивости таких ММС ограничивались инвариантами не выше второй степени по НМВ и НТДП. Включение же в рассмотрение инвариантов более высоких степеней по НМВ может существенно нарушить картину фазовых переходов (ФП) в системе, т.е. изменит условия возникновения ММС. Поэтому, вообще говоря, правомерна постановка вопроса о влиянии высших инвариантов на условия возникновения ММС. В настоящей работе мы ограничимся лишь дополнительным учетом пространственно однородных инвариантов четвертой степени в системах с треугольным расположением магнитных моментов ионов в магнитной элементарной ячейке, например в Fe_2P.

Итак, рассмотрим симметрийно обусловленную ММС обменного происхождения в системе Fe_2P [17]. Как было показано в [18], в данном случае в обменном приближении справедливо следующее выражение для плотности НТДП:

$$\Phi = \delta_1\mathbf{F}^2 + \delta_2(\mathbf{L}_1^2 + \mathbf{L}_2^2) + $$
$$+ \Delta\left(\mathbf{F}\frac{\partial \mathbf{L}_1}{\partial x} - \mathbf{L}_1\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \mathbf{F}\frac{\partial \mathbf{L}_2}{\partial y} - \mathbf{L}_2\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y}\right) +$$
$$+ \alpha_1\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x}\right)^2 + \alpha_2\left(\frac{\partial \mathbf{L}_1}{\partial x}\right)^2 + \beta\mathbf{F}^2(\mathbf{L}_1^2 + \mathbf{L}_2^2) + \alpha_3\mathbf{F}^4 +$$
$$+ \alpha_4(\mathbf{L}_1^4 + \mathbf{L}_2^4) + \alpha_5\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y}\right)^2 + \alpha_6\left(\frac{\partial \mathbf{L}_2}{\partial y}\right)^2, \quad (1)$$

где $\mathbf{F} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3$; $\mathbf{L}_1 = 6^{-1/2}(2\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2 - \mathbf{S}_3)$, $\mathbf{L}_2 = 2^{1/2}(\mathbf{S}_2 - \mathbf{S}_3)$ — неприводимые ферро- и антиферромагнитные векторы соответственно; $\mathbf{S}_i$ ($i = 1, 2, 3$) — вектор спина i-го иона; $\delta_1 = \beta_1(T - T_C)$; $\delta_2 = \beta_2(T - T_N)$, Δ, α_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$), β, β_1, β_2 — феноменологические коэффициенты, причем $\alpha_3 > 0$, $\alpha_4 > 0$; T_C и T_N — температуры Кюри и Нееля соответственно. Подчеркнем, что неприводимые магнитные векторы $\mathbf{F}$ и ($\mathbf{L}_1$, $\mathbf{L}_2$) (см. [18]) преобразуются по различным неприводимым представлениям пространственной группы симметрии системы Fe_2P, т.е. возникновение ММС в этом случае связано с феноменологическим механизмом, предложенным в [11–16] (см. также [6]). Нас интересуют лишь пространственно однородные равновесные магнитные состояния.

Минимизация соответствующего (1) функционала дает несоразмерные структуры с векторами распространения по осям OX и OY соответственно. В первой из них имеет место вращение неприводимых векторов $\mathbf{F}$ и $\mathbf{L}_1$, а во второй — $\mathbf{F}$ и $\mathbf{L}_2$. Для простоты рассмотрим сверхструктуру с вектором распространения, направленным по оси OX. Тогда имеем следующую систему уравнений Эйлера в декартовой системе координат ($L_1 = L$):

$$\begin{cases} \alpha_1 F_z'' - \Delta L_z' - (\delta_1 + 2\alpha_3 F^2 + \beta L^2)F_z = 0 \\ \alpha_2 L_z'' + \Delta F_z' - (\delta_2 + 2\alpha_4 L^2 + \beta F^2)L_z = 0 \\ \alpha_1 F_y'' - \Delta L_y' - (\delta_1 + 2\alpha_3 F^2 + \beta L^2)F_y = 0 \\ \alpha_2 L_y'' + \Delta F_y' - (\delta_2 + 2\alpha_4 L^2 + \beta F^2)L_y = 0\,, \end{cases} \quad (2)$$

где $F_i' = \partial F_i/\partial x$; $F_i'' = \partial^2 F_i/\partial x^2$ ($i = y, z$). Из (2) следует, что при $\beta = 0$ система распадается на две независимые подсистемы для Z- и Y-компонент неприводимых векторов. В теории, использующей приближение постоянства модулей неприводимых векторов [3–6], эти две подсистемы связываются путем уменьшения числа независимых переменных с двух до одной. Следуя этому приближению, положим

$$\begin{matrix} F_z = F\cos(kx) & L_z = L\cos(kx - \gamma) \\ F_y = F\sin(kx) & L_y = L\sin(kx - \gamma) \end{matrix}\,. \quad (3)$$

Как показано в [13], в случае $\Delta < 0$ и $\Delta > 0$ имеем $\gamma = \pi/2$ и $\gamma = -\pi/2$ соответственно. В дальнейшем для определенности будем считать $\Delta < 0$. Подставляя (3) в (2), получаем

$$\begin{cases} k^2\alpha_1 F - |\Delta|kL + (\delta_1 + 2\alpha_3 F^2 + \beta L^2)F = 0 \\ k^2\alpha_2 L - |\Delta|kF + (\delta_2 + 2\alpha_4 L^2 + \beta F^2)L = 0 \end{cases}. \quad (4)$$

Рассмотрим решение этой системы при условии, что $T_N < T_C$, $\delta_2 > 0$ и $T \approx T_C$. Тогда в термодинамическом потенциале велико слагаемое с F^4. Используя это обстоятельство, в (4) можно положить $\alpha_4 = 0$. Исключая из системы переменную L, получаем

$$2\alpha_3 \beta^2 F^6 + \beta\,[4\alpha_3(\alpha_2 k^2 + \delta_2) + \beta(\alpha_1 k^2 + \delta_1)]F^4 +$$
$$+ 2(\alpha_2 k^2 + \delta_2)[\alpha_3(\alpha_2 k^2 + \delta_2) + \beta\,(\alpha_1 k^2 + \delta_1)]F^2 +$$
$$+ [(\alpha_2 k^2 + \delta_2)^2(\alpha_1 k^2 + \delta_1) - \Delta^2 k^2(\alpha_2 k^2 + \delta_2)] = 0\,. \tag{5}$$

Проведем качественный анализ этого бикубического уравнения, используя известный из теории алгебраических уравнений факт, что число положительных решений равно числу изменений знака в ряду коэффициентов уравнения.

1. $\delta_1 > 0$, $\beta > 0$.

Тогда, если

a) $(\alpha_2 k^2 + \delta_2)(\alpha_1 k^2 + \delta_1) - \Delta^2 k^2 > 0$, то в уравнении (5) отсутствует изменение знака в ряду коэффициентов и, следовательно, нет положительного решения для F^2;

b) $(\alpha_2 k^2 + \delta_2)(\alpha_1 k^2 + \delta_1) - \Delta^2 k^2 < 0$, то в уравнении имеется одно изменение знака в ряду коэффициентов и, соответственно, одно решение (одна ММС структура). Отсюда следует, что несоразмерная структура может возникать как выше, так и ниже температуры Кюри.

2. $\delta_1 < 0$, $\beta > 0$. Тогда, если $\alpha_1 k^2 + \delta_1 > 0$, то результат такой же, как и в условии 1. При $\alpha_1 k^2 + \delta_1 < 0$ возможны следующие случаи:

a) $\alpha_3(\alpha_2 k^2 + \delta_2) + \beta(\alpha_1 k^2 + \delta_1) > 0$ — одно решение;

b) $\alpha_3(\alpha_2 k^2 + \delta_2) + \beta(\alpha_1 k^2 + \delta_1) < 0$, независимо от знака выражения при F^4 имеется только одно изменение знака и одно решение.

3. $\delta_1 > 0$, $\beta < 0$. Возможны следующие ситуации:

a) $(\alpha_1 k^2 + \delta_1)(\alpha_2 k^2 + \delta_2) - \Delta^2 k^2 > 0$, при любом знаке выражения $\alpha_3(\alpha_2 k^2 + \delta_2) + \beta(\alpha_1 k^2 + \delta_1)$ имеем два изменения знака, что, возможно, даст две сверхструктуры при выполнении условий устойчивости;

b) $(\alpha_1 k^2 + \delta_1)(\alpha_2 k^2 + \delta_2) - \Delta^2 k^2 < 0$, в этом случае при $\alpha_3(\alpha_2 k^2 + \delta_2) + \beta(\alpha_1 k^2 + \delta_1) > 0$ возможны три решения. Если $\alpha_3(\alpha_2 k^2 + \delta_2) + \beta(\alpha_1 k^2 + \delta_1) < 0$, то независимо от знака выражения при F^4 имеет место только одно решение.

4. $\delta_1 < 0$, $\beta < 0$.

a) $\alpha_1 k^2 + \delta_1 > 0$, результат такой же, как и в случае 3.

b) $\alpha_1 k^2 + \delta_1 < 0$, в этом случае имеется три изменения знака и три положительных решения для F^2.

Необходимо подчеркнуть, что некоторые из предсказанных состояний могут не появиться, если для них не выполняется условие устойчивости. Из вышеизложенного следует, что дополнительные решения возникают только вследствие наличия инварианта $\mathbf{F}^2(\mathbf{L}_1^2 + \mathbf{L}_2^2)$, причем все они имеют одинаковое значение волнового вектора, но разные величины F и L. Однако могут возникать структуры с разными значениями k. Для иллюстрации рассмотрим предельный случай $\alpha_3 = \alpha_4 = 0$.

Решение системы (4) можно представить в виде

$$F^2 = -\frac{1}{\beta}\left(\frac{k^2\alpha_2 + \delta_2}{k^2\alpha_1 + \delta_1}\right)^{1/2}\left\{\sqrt{(k^2\alpha_1 + \delta_1)(k^2\alpha_2 + \delta_2)} \pm |k\Delta|\right\},$$
$$L^2 = -\frac{1}{\beta}\left(\frac{k^2\alpha_1 + \delta_1}{k^2\alpha_2 + \delta_2}\right)^{1/2}\left\{\sqrt{(k^2\alpha_1 + \delta_1)(k^2\alpha_2 + \delta_2)} \pm |k\Delta|\right\}. \tag{6}$$

Для нахождения волнового вектора необходимо минимизировать потенциал по k. Тогда имеем третье уравнение системы

$$\Delta FL + k(\alpha_1 F^2 + \alpha_2 L^2) = 0\,. \tag{7}$$

Из двух решений (6) при $\beta > 0$ необходимо оставить только то, которое имеет отрицательный знак при величине $|k\Delta|$. Очевидно, что для существования сверхструктуры необходимо выполнение условия

$$0 \le (k^2\alpha_1 + \delta_1)(k^2\alpha_2 + \delta_2) < k^2\Delta^2\,. \tag{8}$$

В теории, не учитывающей наличие инварианта F^2L^2, волновой вектор $\mathbf{k}$ определяется из соотношения [6]

$$(k^2\alpha_1 + \delta_1)(k^2\alpha_2 + \delta_2) = k^2\Delta^2\,. \tag{9}$$

В нашем случае при этом условии $F^2 = L^2 = 0$ и сверхструктура отсутствует. Для нахождения величины вектора распространения имеем уравнение

$$4\alpha_1^2\alpha_2^2k^6 + \alpha_1\alpha_2[4\alpha_1\delta_2 + 4\alpha_2\delta_1 - \Delta^2]k^4 +$$

$$+ [(\alpha_1\delta_2 + \alpha_2\delta_1)^2 - \Delta^2(\alpha_1\delta_2 + \alpha_2\delta_1)]k^2 - \Delta^2\delta_1\delta_2 = 0, \quad (10)$$

которое является кубическим относительно k^2.

Рассмотрим для определенности случай $T_N < T < T_C$. Тогда $\delta_1 < 0$, $\delta_2 > 0$. Следовательно, нетривиальные решения возникают в двух случаях:

$$1)\ \frac{\delta_1}{\alpha_1} + \frac{\delta_2}{\alpha_2} < \frac{\Delta^2}{4\alpha_1\alpha_2}\ , \quad (11)$$

$$2)\ (\alpha_1\delta_2 + \alpha_2\delta_1)^2 - \Delta^2(\alpha_1\delta_2 + \alpha_2\delta_1) < 0\ . \quad (12)$$

Последнее соотношение возможно только тогда, когда температура T заключена в интервале $[T_C\ , T_N]$ и выполняется двойное неравенство

$$0 < \frac{\delta_1}{\alpha_1} + \frac{\delta_2}{\alpha_2} < \frac{\Delta^2}{\alpha_1\alpha_2}\ . \quad (13)$$

Правая часть условия (13) является менее жесткой, чем (11), это аналогично требованию, налагаемому в теории с $\beta = 0$ на температуры T_C и T_N , которые должны быть разнесены не слишком «далеко» [6].

Из вышесказанного следует, что при $T_N < T < T_C$ сверхструктура может существовать только в температурном интервале, определяемом соотношениями

$$(\alpha_1\beta_2T_N + \alpha_2\beta_1T_C) < (\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1)T <$$

$$< (\alpha_1\beta_2T_N + \alpha_2\beta_1T_C) + \Delta^2\ . \quad (14)$$

Необходимо отметить, что при $\delta_1 = 0$ всегда есть решение с $k = 0$ и одно решение с $k^2 > 0$ при выполнении условия (13). Это означает, что при $T = T_C$ может иметь место как ФП первого рода со скачком k^2, так и ФП второго рода. При выполнении условий устойчивости это может обусловливать существование двух сверхструктур с разными волновыми векторами. Следовательно, учет биквадратичного обменного взаимодействия приводит к возможности образования несоразмерной структуры в результате фазового перехода второго рода.

По достижении нижней температурной границы, определяемой условием (13), спираль исчезает и затем вновь появляется при температуре $T < T_N < T_C$, так как тогда величина $(\delta_1\delta_2)$ будет положительной, и в уравнении (10) имеется три изменения знака в ряду коэффициентов. Это означает возможность образования трех сверхструктур с различными значениями волнового вектора с единственным ограничивающим условием (8).

В случае $\beta < 0$ одно решение системы (4) существует всегда, а второе имеет место при выполнении условия

$$k^2\Delta^2 < (k^2\alpha_1 + \delta_1)(k^2\alpha_2 + \delta_2)\ , \quad (15)$$

что возможно, если оба множителя в правой части (15) одного знака. Отсюда следуют две системы соотношений

$$\begin{cases} T > T_C - k^2\alpha_1/\beta_1 \\ T > T_N - k^2\alpha_2/\beta_2 \end{cases},\quad \begin{cases} T < T_C - k^2\alpha_1/\beta_1 \\ T < T_N - k^2\alpha_2/\beta_2 \end{cases}, \quad (16)$$

которые показывают, что образование второй сверхструктуры при $T_N < T_C$ возможно в узкой полосе температур ниже T_C и везде ниже $T_N - k^2\alpha_2/\beta_2$.Величина волнового вектора в этом случае также определяется соотношением (10).

Если $T \approx T_N$ и $\delta_1 < 0$, то в термодинамическом потенциале можно положить $\alpha_3 = 0$. В этом случае для определения величины k имеем следующее уравнение

$$2\alpha_4\beta^2L^6 + \beta\,[4\alpha_4(\alpha_1k^2 + \delta_1) + \beta(\alpha_2k^2 + \delta_2)]L^4 +$$

$$+ 2(\alpha_1k^2 + \delta_1)(\alpha_4(\alpha_1k^2 + \delta_1) + \beta(\alpha_2k^2 + \delta_2))L^2 +$$

$$+ [(\alpha_1k^2 + \delta_1)^2(\alpha_2k^2 + \delta_2) - \Delta^2k^2(\alpha_1k^2 + \delta_1)] = 0\ . \quad (17)$$

Рассмотрим следующие случаи:

1. $\beta > 0$, $\alpha_1k^2 + \delta_1 > 0$, $\delta_2 > 0$.

а) $(\alpha_1k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2k^2 > 0$ — решений нет;

б) $(\alpha_1k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2k^2 < 0$ — одно решение.

2. $\beta > 0$, $\alpha_1k^2 + \delta_1 < 0$, $\delta_2 > 0$.

а) $(\alpha_1k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2k^2 > 0$, есть два решения, если хотя бы одно из выражений при L^2 или L^4 в уравнении (17) отрицательно;

б) $(\alpha_1k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2k^2 < 0$, имеется только одно решение.

3. $\beta > 0$, $\alpha_1k^2 + \delta_1 < 0$, $\delta_2 < 0$, $\alpha_2k^2 + \delta_2 < 0$.

а) $(\alpha_1k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2k^2 > 0$ — два решения при условии $4\alpha_4(\alpha_1k^2 + \delta_1) + \beta(\alpha_2k^2 + \delta_2) < 0$;

б) $(\alpha_1k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2k^2 < 0$ — три решения, если $4\alpha_4(\alpha_1k^2 + \delta_1) + \beta(\alpha_2k^2 + \delta_2) < 0$.

4. $\beta < 0$, $\alpha_1k^2 + \delta_1 > 0$, $\delta_2 > 0$.

а) $(\alpha_1k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2k^2 > 0$ — два решения;

б) $(\alpha_1 k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2 k^2 < 0$ — либо два, либо одно решение в зависимости от знаков величин при L^2 или L^4.

5. $\beta < 0$, $\alpha_1 k^2 + \delta_1 < 0$, $\delta_2 > 0$.

а) $(\alpha_1 k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2 k^2 > 0$ — решений нет;

б) $(\alpha_1 k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2 k^2 < 0$ — одно решение.

6. $\beta < 0$, $\alpha_1 k^2 + \delta_1 < 0$, $\delta_2 < 0$, $\alpha_2 k^2 + \delta_2 < 0$.

а) $(\alpha_1 k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2 k^2 > 0$ — при относительно малых значениях β, таких, что коэффициенты при L^2 и L^4 положительны, решений нет. При увеличении β одно или оба из этих выражений изменяют знак и существует два решения.

б) $(\alpha_1 k^2 + \delta_1)^2 - \Delta^2 k^2 < 0$ — при любых значениях β имеется одно решение.

Из вышеизложенного очевидно, что при $T \approx T_N$ появление дополнительных непериодических структур также обусловлено наличием смешанного инварианта $\mathbf{F}^2\mathbf{L}^2$. Следовательно, в кристаллах с биквадратичным обменом могут иметь место несколько сверхструктур.

Выражаем благодарность И. Е. Чупис за обсуждение работы и сделанные ценные замечания.

1. T. Villian, *Phys. Chem. Solidi* **11**, 303 (1959).
2. T. A. Kaplan, *Phys. Rev.* **116**, 888 (1959).
3. A. Yoshimori, *J. Phys. Soc. Jpn.* **14**, 807 (1959).
4. И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **46**,1420 (1964).
5. Ю. А. Изюмов, *УФН* **144**, 439 (1984).
6. В. Г. Барьяхтар, Е. П. Стефановский, *ФНТ* **22**, 904 (1996).
7. Ю. А. Изюмов, *Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах*, Энергоиздат, Москва, (1987).
8. В. Г. Барьяхтар, Е. П. Стефановский, *ФТТ* **11**, 1946 (1969).
9. P. Bak and M. H. Jensen, *J. Phys.* **C13**, 1881 (1980).
10. А. Л. Алистратов , Е. П. Стефановский, Д. А. Яблонский, *ФНТ* **16**, 1306 (1990).
11. Т. К. Соболева, Е. П. Стефановский, *ФТТ* **23**, 2866 (1981).
12. Т. К. Соболева, Е. П. Стефановский, *ФММ* **54**, 186 (1982).
13. В. Г. Барьяхтар, Е. П. Стефановский, Д. А. Яблонский, *Письма в ЖЭТФ* **42**, 258 (1985).
14. В. Г. Барьяхтар, Е. П. Стефановский, Д. А. Яблонский, *ФТТ* **28**, 504 (1986).
15. Е. П. Стефановский, *ФТТ* **28**, 3452 (1986).
16. Е. П. Стефановский, *ФНТ* **13**, 740 (1987).
17. H. Fujii, T. Hokabe, K. Eguchi, H. Fujiwara, and T. Okamoto, *J. Phys. Soc. Jpn.* **51**, 414 (1982).
18. D. A. Yablonsky and L. I. Medvedeva, *Physica* **B167**, 125 (1990).

On the influence of the higher invariants of the thermodynamic potential on the formation and stability of long-period magnetic structures

Yu. D. Zavorotnev, L. I. Medvedeva, and E. P. Stefanovskii

The formation of superstructures is considered with involving the biquadratic exchange interaction. It is shown that a number of long-period structures may exist simultaneously in this case. These structures are resulted from the first or second order phase transition.