

# Фазовая диаграмма двухосного сильно анизотропного ферромагнетика и спектры связанных магнитоупругих волн

Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, О. В. Кожемяко

Таврійський національний університет ім. В. І. Вернадського,  
Україна, 95035, г. Сімферополь, ул. Ялтинская, 4  
E-mail: man@expl.cris.crimea.ua

Статья поступила в редакцию 19 августа 1999 г., после переработки 16 сентября 1999 г.

Изучены спектральные и термодинамические свойства двухосного ферромагнитного кристалла при различных температурах. Показано, что в зависимости от направления внешнего магнитного поля при большой одноионной анизотропии (существенно превосходящей обменное взаимодействие) возможен как переориентационный фазовый переход, так и переход, обусловленный уменьшением модуля вектора намагниченности. В первом случае упругая и магнитная подсистемы активно взаимодействуют, что приводит к размягчению поперечно поляризованной фононной моды в точке ориентационного фазового перехода; во втором случае магнонная и фононная ветви не взаимодействуют и фазовый переход протекает по магнонной моде. Построена фазовая диаграмма сильно анизотропного двухосного ферромагнетика при произвольной ориентации внешнего магнитного поля и произвольных температурах.

Вивчені спектральні та термодинамічні властивості двовісного феромагнітного кристалу при різних температурах. Показано, що в залежності від напрямку зовнішнього магнітного поля при великій одноіонній анізотропії (яка істотно перевищує обмінну взаємодію) можливий як переорієнційний фазовий перехід, так і перехід, обумовлений зменшенням модуля вектора намагніченості. У першому випадку пружна і магнітна підсистеми активно взаємодіють, що призводить до розм'ягчення поперечно поляризованої фононної моди в точці орієнтаційного фазового переходу; у другому випадку магнонна та фононна гілки не взаємодіють і фазовий перехід протікає по магнонній моді. Побудовано фазову діаграму сильно анізотропного двовісного феромагнетика при довільній орієнтації зовнішнього магнітного поля і довільних температурах.

PACS: 75.10.-b

## 1. Введение

Наиболее популярной теоретической моделью исследования магнитных систем является модель одноосного магнетика. Эта популярность обусловлена наглядностью результатов и относительной простотой математического описания такой модели (см., например, [1]). Однако технологический прогресс привел к созданию целого ряда новых магнитных материалов с более сложной анизотропией, чем одноосная. В основном эти вещества являются низкотемпературными магнетиками, в которых константа одноионной анизотропии (ОА) сравнима или даже превосходит константу обменного взаимодействия (например, синглетный магнетик  $Cs_3Cr_2Br_9$  [2,3] и целый ряд других).

В таких магнетиках возможно проявление чисто квантовых эффектов [4–6], наличие которых может оказать существенное влияние как на динамику системы, так и на ее фазовые состояния. В частности, в них могут реализовываться фазы с тензорным параметром порядка — так называемые квадрупольные (КУ) фазы (см. [1,7,8]).

Возникновение КУ фаз в таких системах связано с изменением основного состояния и инверсией энергетических уровней. Последнее существенным образом зависит от ориентации внешнего магнитного поля относительно кристаллографических осей [1].

Кроме того, учет магнитоупругого (МУ) взаимодействия приводит к ряду интересных результатов, например к кардинальному изменению

спектральных свойств в окрестности ориентационных фазовых переходов, а именно к размягчению фононной ветви возбуждений и появлению в спектре магнонов МУ щели [4,9].

В данной работе построена микроскопическая теория связанных МУ волн в двухосном ферромагнетике (ФМ), позволяющая точно учесть большую ОА и МУ связь при произвольной ориентации внешнего магнитного поля и в широком интервале температур. Получена и исследована фазовая диаграмма указанных магнетиков при различных соотношениях материальных констант и произвольной ориентации внешнего магнитного поля, в широком температурном интервале.

## 2. Дисперсионное уравнение двухосного ферромагнетика

В качестве модельной системы рассмотрим двухосный гейзенберговский ферромагнетик, находящийся во внешнем магнитном поле  $\mathbf{H}$ , параллельном оси  $0Z$ . Гамильтониан такой системы запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -H \sum_n S_n^z + \frac{\beta_1}{2} \sum_n (S_n^z)^2 + \frac{\beta_2}{2} \sum_n (S_n^y)^2 + \\ & + \frac{\beta_3}{2} \sum_n (S_n^x)^2 - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} J(n-n') \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'} + \\ & + v_0 \sum_n (S_n^i)^2 u_{ii}(n) + v_1 \sum_n S_n^i S_n^j u_{ij}(n) + \\ & + \int dr \left\{ \frac{\lambda}{2} \sum_i u_{ii}^2 + \mu \sum_{i,k} u_{ik}^2 \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\beta_i$  — константы ОА;  $J(n-n') > 0$  — обменный интеграл;  $v_i$  — константа МУ связи;  $u_{ij}$  — компоненты тензора деформаций;  $\lambda, \mu$  — упругие модули.

Вычисления проведены в терминах операторов Хаббарда [10,11]. При этом для простоты считаем спин магнитного иона  $S = 1$ . Однако предлагаемая схема вычислений справедлива и при  $S > 1$ .

Выделяя в обменной части (1) среднее поле  $\langle S^z \rangle$ , связанное с упорядочением магнитного момента, получаем одноузельный гамильтониан  $\mathcal{H}_0(n)$ , который в терминах операторов Хаббарда имеет вид [11]

$$\mathcal{H}_0 = \sum_n \left( \sum_M A_M H_n^M + \sum_\alpha A_\alpha X_n^\alpha \right). \quad (2)$$

Здесь  $X_n^\alpha = X_n^{MM} = |\psi_n(M')\rangle\langle\psi_n(M)|$  — операторы Хаббарда, описывающие переход магнитного иона из состояния  $M'$  в состояние  $M$  ( $M = -1, 0, 1$ );  $H_n^M \equiv X_n^{MM}$ ;  $\alpha$  — соответствующие корневые векторы;  $\psi_n(M)$  — собственные функции гамильтониана (2). Для магнетика с  $S = 1$  общий вид функций  $\psi_n(M)$  был установлен в [6]. Решая уравнение Шредингера с гамильтонианом (2), получаем энергетические уровни магнитного иона с учетом МУ взаимодействия:

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{2\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}{4} + \frac{v_0}{2} (u_{xx}^0 + u_{yy}^0 + 2u_{zz}^0) - \frac{\chi}{2}; \\ E_0 &= \frac{\beta_2 + \beta_3}{2} + v_0 (u_{xx}^0 + u_{yy}^0), \\ E_{-1} &= \frac{2\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}{4} + \frac{v_0}{2} (u_{xx}^0 + u_{yy}^0 + 2u_{zz}^0) + \frac{\chi}{2}; \\ \chi^2 &= \left[ 2\chi_0 - v_0 (u_{xx}^0 - u_{yy}^0) \sin 2\theta \right]^2 + v_0^2 (u_{xx}^0 - u_{yy}^0)^2 \cos^2 2\theta, \\ \chi_0^2 &= \bar{H}^2 + \tilde{\beta}^2, \quad \tilde{\beta} = \frac{\beta_3 - \beta_2}{4}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\cos \theta = -\frac{\tilde{\beta}}{\sqrt{2\chi_0(\chi_0 - \bar{H})}}, \quad \bar{H} = H + J(0)\langle S^z \rangle.$$

Спонтанные деформации  $u_{ij}^0$  определяются из условия минимума плотности свободной энергии.

Связь спиновых операторов с операторами Хаббарда имеет вид

$$\begin{aligned} S_n^+ &= \sqrt{2} \cos \tilde{\theta} (X_n^{10} - X_n^{0-1}) + \sqrt{2} \sin \tilde{\theta} (X_n^{-10} + X_n^{01}); \\ S_n^- &= (S_n^+)^+; \end{aligned} \quad (5)$$

$$S_n^z = \cos 2\tilde{\theta} (H_n^1 - H_n^{-1}) + \sin 2\tilde{\theta} (X_n^{1-1} + X_n^{-11}),$$

$$\tilde{\theta} = \theta - \delta;$$

$$\cos \delta = \frac{v_0 (u_{xx} - u_{yy}) \cos 2\theta}{\sqrt{2\chi} [\chi - 2\chi_0 + 2(u_{xx} - u_{yy}) \sin 2\theta]}.$$

Представляя компоненты тензора деформаций в виде  $u_{ij} = u_{ij}^0 + u_{ij}^{(1)}$ , где  $u_{ij}^{(1)}$  — динамическая часть тензора деформаций, описывающая колебания кристаллической решетки, и прокvantовав динамическую часть стандартным образом [12], из гамильтониана (2) получаем гамильтониан, описывающий процессы трансформации магнонов в фононы и обратно:

$$\mathcal{H}_{\text{tr}} = \sum_n \left( \sum_M \tilde{P}_M Y_n^M + \sum_{\alpha} \tilde{P}_{\alpha} Y_n^{\alpha} \right),$$

$$\text{где } \tilde{P}_{M(\alpha)} = \sum_{k,\lambda} (b_{k,\lambda} + b_{-k,\lambda}^+) T_n^{M(\alpha)}(k, \lambda) / \sqrt{N};$$

$b_{-k,\lambda}^+(b_{k,\lambda})$  — операторы рождения (уничтожения) фононов с поляризацией  $\lambda$ ;  $T_n^{M(\alpha)}(k, \lambda)$  — амплитуды трансформаций;  $N$  — число узлов в кристаллической решетке.

Спектр элементарных возбуждений определяется полюсами функции Грина, которая в нашем случае имеет вид

$$G^{\alpha, \alpha'}(n, \tau, n', \tau') = - \langle T \tilde{Y}_n^{\alpha}(\tau) \tilde{Y}_{n'}^{-\alpha'}(\tau') \rangle. \quad (6)$$

Здесь  $T$  — оператор Вика;  $\tilde{Y}_n^{\alpha}(\tau)$  — оператор Хаббарда в гейзенберговском представлении, а усреднение ведется с полным гамильтонианом  $\mathcal{H}$ . Все дальнейшие вычисления будут проведены в приближении среднего поля.

Уравнение для функции Грина (6) имеет вид уравнения Ларкина [13]. Решая его, получаем дисперсионное уравнение связанных МУ волн:

$$\begin{aligned} \det \| \delta_{ij} + \frac{J(k)}{2} G_0^{\alpha}(\omega_n) b(\alpha) a_{ij}(\alpha) + \\ + \frac{J(k)}{2} B_0 T^{-\alpha}(k, \lambda) G_0^{\alpha}(\omega_n) b(\alpha) T^{\beta}(-k, \lambda') \times \\ \times G_0^{\beta}(\omega_n) b(\beta) a_{ij}(\alpha, \beta) \| = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

В (7) введены следующие обозначения:

$$B_0 = \frac{D_{\lambda}(k, \omega_n)}{1 - Q_{\lambda\lambda'} D_{\lambda'}(k, \omega_n)}, \quad Q_{\lambda, \lambda'} = T^{\alpha}(-k, \lambda) G_0^{\alpha}(\omega_n) b(\alpha) T^{-\alpha}(k, \lambda'),$$

$$a_{ij}(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} 2\gamma_{||}(\alpha) \gamma_{||}^*(-\beta) & \gamma_{||}(\alpha) \gamma_{\perp}^*(-\beta) \\ 2\gamma_{\perp}(\alpha) \gamma_{||}^*(-\beta) & \gamma_{\perp}(\alpha) \gamma_{\perp}^*(-\beta) \\ 2\gamma_{\perp}^*(-\alpha) \gamma_{||}^*(-\beta) & \gamma_{\perp}^*(-\alpha) \gamma_{\perp}^*(-\beta) \end{pmatrix}.$$

Функции  $\gamma_{\perp||}(\alpha)$  определяются из связи спино-вых операторов с операторами Хаббарда [11].

Дисперсионное уравнение (7) справедливо в широком температурном интервале, а также при произвольных значениях материальных констант  $\beta_i, J_0$ .

### 3. Спектры связанных магнитоупругих волн

Проанализируем уравнение (7) для наиболее интересного случая, когда волновой вектор  $\mathbf{k} \parallel 0Y$ . В такой геометрии отличными от нуля компонентами единичного вектора поляризации фононов являются  $e_y^y, e_x^x, e_z^z$ , а дисперсионное уравнение (7) распадается на два уравнения, определяющие спектры «продольных» и «поперечных» колебаний соответственно:

$$(1 + x_{11}) \begin{vmatrix} 1 + x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & 1 + x_{33} \end{vmatrix} = 0, \quad (8)$$

где

$$x_{ij} = \frac{J(k)}{2} [G_0^{\alpha} b(\alpha) a_{ij}(\alpha) +$$

$$+ B_0 G_0^{\alpha} T^{-\alpha}(k) b(\alpha) G_0^{\beta} T^{\beta}(-k) b(\beta) a_{ij}(\alpha, \beta)].$$

Такое «расщепление» уравнения (7) возможно, поскольку в нашем случае  $\gamma_{\perp}(\alpha) \gamma_{\parallel}(\beta) = 0$  для всех  $\alpha, \beta$ .

При низких температурах ( $T \rightarrow 0$ ) можно ограничиться учетом лишь нижайшего энергетического уровня.

Ферромагнитная (ФМ) фаза, в которой может находиться исследуемая система, устойчива в двух случаях: 1)  $\beta_3 > \beta_1 > \beta_2$ ; 2)  $\beta_1 > \beta_3 > \beta_2$ . Эти случаи действительно соответствуют вращению магнитного поля: в первом случае поле перпендикулярно легкой оси; а во втором — перпендикулярно легкой плоскости. Это легко видеть, если энергию ОА в гамильтониане (1) представить как  $(\beta_1 - \beta_3)(S^z)^2/2 + (\beta_2 - \beta_3)(S^y)^2/2$ , используя известное квантовомеханическое тождество  $(S^x)^2 + (S^y)^2 + (S^z)^2 = S(S+1)$ .

Рассмотрим эти случаи подробнее. Если константы ОА связаны соотношением  $\beta_3 > \beta_1 > \beta_2$ , то магнитное поле  $\mathbf{H}$  параллельно «средней» оси

намагничения. Решая дисперсионные уравнения (8), получаем спектры «продольных» и «поперечных» ветвей возбуждений, которые в нашей геометрии имеют вид

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\parallel}(k) &= \sqrt{E_{1-1}(E_{1-1} + 2J(k) \sin^2 2\tilde{\theta})}; \\ \omega_{\parallel}^2(k) &= \omega_l^2(k) \frac{E_{1-1} + 2J(k) \sin^2 2\tilde{\theta} + 2a_0 \cos^2 2\tilde{\theta}}{E_{1-1} + 2J(k) \sin^2 2\tilde{\theta}};\end{aligned}\quad (9)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\perp}(k) &= \sqrt{[E_{10} + J(k)(1 + \sin 2\tilde{\theta})][E_{10} + J(k)(1 - \sin 2\tilde{\theta})]}; \\ \omega_{\perp}^2(k) &= \omega_{\tau}^2(k) \frac{E_{10} + J(k)(1 - \sin 2\tilde{\theta}) + a_1(1 + \sin 2\tilde{\theta})}{E_{10} + J(k)(1 - \sin 2\tilde{\theta})},\end{aligned}\quad (10)$$

где  $E_{ij} = E_i - E_j$  ( $i, j = 1, 0, -1$ );  $a_0 = v_0^2/2\mu$ ,  $a_1 = v_1^2/2\mu$ ;  $\omega_l(k)$  и  $\omega_{\tau}(k)$  — спектры продольно и поперечно поляризованных невзаимодействующих звуковых волн соответственно.

В случае, когда самым большим параметром исследуемой системы является константа обменного взаимодействия ( $J_0 >> \beta_1, a_1, H$ ), т.е. в случае малой ОА, система испытывает переориентационный фазовый переход ФМ—угловая фаза. Мягкой модой в этом случае является поперечно поляризованная квазифононная ветвь, а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель. Это соответствует известным результатам для одноосных магнетиков [4,9] с учетом соответствующих перенормировок.

Наиболее интересной представляется ситуация, когда константы ОА сравнимы или даже превосходят константу обменного взаимодействия. При этом (см., например, [1,4,5]) возможно проявление чисто квантовых эффектов, таких как «квантовое сокращение спина».

Если  $\tilde{\beta} > J_0$ ,  $H$ , то среднее значение намагниченности, как следует из (5), меньше максимально возможного значения  $\langle S^z \rangle = 1$  и равно

$$\langle S^z \rangle \approx \frac{H}{\tilde{\beta}}.$$

Это уменьшение обусловлено тем, что основное состояние кристалла является суперпозицией состояний  $|1\rangle$  и  $| -1 \rangle$  оператора  $S^z$ . Чем больше величина  $\tilde{\beta}$ , тем больший вклад вносит состояние  $| -1 \rangle$ , что и приводит к уменьшению  $\langle S^z \rangle$ .

Как показывает анализ спектров связанных МУ волн, в этом случае не существует значений магнитного поля, при которых бы квазифононная ветвь размягчалась. Это означает, что система не испытывает ориентационный фазовый переход, а  $\langle S^z \rangle$  остается все время параллельным оси  $OZ$  и уменьшается по модулю по мере уменьшения величины магнитного поля  $H$ .

Рассмотрим второй случай, когда константы ОА связаны соотношением  $\beta_1 > \beta_3 > \beta_2$ . При этом магнитное поле параллельно «трудной» оси намагниченности. Случай малой ОА приводит к результатам, аналогичным случаю  $\beta_3 > \beta_1 > \beta_2$ .

Исследуем теперь спектры связанных магнитоупругих волн в сильно анизотропном двухосном ФМ ( $\beta_i >> J_0$ ).

Как показано в работах [1,4,5], в случае, когда энергия одноионной анизотропии становится равной обменной энергии, кроме ФМ и квадрупольно-ферромагнитной (КФМ) фаз возможно появление фаз с тензорным параметром порядка (КУ фаз).

Предположим, что при полях  $H_{c2}$  и  $H_{c3}$  происходит ориентационный фазовый переход из КУ фазы, характеризуемой тензорным параметром порядка, в КФМ (угловую) и из КФМ в ФМ, в которой магнитный момент направлен по полю.

Исследуем спектры связанных МУ волн в интервалах полей  $H > H_{c3}$  и  $H < H_{c2}$ .

При  $H > H_{c3}$  средняя намагниченность направлена по полю. Основным состоянием в этом случае является  $\tilde{\Psi}_n(1)$ , а нижайшим энергетическим уровнем —  $E_1$ . Величина среднего магнитного момента  $\langle S \rangle \approx 1$ .

Спектр квазифононов в этой фазе имеет вид

$$\omega_{\perp}^2(k) = \omega_{\tau}^2(k) \frac{\alpha k^2 + H - H_{c3}}{\alpha k^2 + H - H_{c3} + a_1} \quad (11)$$

и в длинноволновом пределе при  $H = H_{c3} = \beta = (2\beta_1 - \beta_3 - \beta_2)/4$  размягчается. В спектре квазимагнонов появляется МУ щель (при  $H = H_{c3}$ )  $\varepsilon_{\perp}(0) = \sqrt{2a_1 J_0 \tilde{\beta}/\beta}$ .

Рассмотрим спектр МУ волн при  $H < H_{c2}$ . В этом интервале полей происходит инверсия энергетических уровней и, как следует из (4), нижайшим уровнем магнитного иона является  $E_0$ , а основное состояние описывается функцией  $\Psi_n(0)$ .

Из уравнения (7) следует, что  $l$ - и  $\tau$ -поляризованные звуковые моды с магнитной подсистемой не взаимодействуют, а для спектра  $\tau$ -поляризованных квазифононов получаем

$$\omega_{\perp}^2(k) = \omega_{\tau}^2(k) \frac{\alpha k^2 + H_{c2}^2 - H^2}{\alpha k^2 + H_{c2}^2 - H^2 + \tilde{a}_1}, \quad (12)$$

где

$$\tilde{a}_1 = 2a_1(\beta - \tilde{\beta} - 2J_0),$$

$$H_{c2} = \sqrt{(\beta + \tilde{\beta} - 2a_1)(\beta - \tilde{\beta} - 2J_0)}.$$

При  $H = H_{c2}$  в спектре квазимагнонов появляется МУ щель

$$\varepsilon_\perp(0) = \sqrt{2a_1 J_0 \tilde{\beta} (\beta - \tilde{\beta}) / \beta}.$$

Аналогичные результаты для одноосных ферромагнетиков с большой ОА были получены в [4,5]. Как видно из (11), (12), при  $H = H_{c3}$  система претерпевает фазовый переход из ФМ в КФМ фазу, а при  $H = H_{c2}$  – из КФМ в КУ фазу.

Исследуем поведение системы при произвольных температурах. Предположим, что мы находимся в ФМ фазе вблизи линии ориентационного фазового перехода ФМ – КФМ фаза. На первый взгляд кажется, что в этой фазе изменение в поведении системы будет определяться только температурной зависимостью  $\langle S \rangle$ , которая ведет к уменьшению  $\langle S^z \rangle$  с ростом температуры. Однако наряду с этим будут «работать» и чисто квантовые эффекты. Действительно, если при низких температурах нижайшим энергетическим уровнем в ФМ фазе является  $E_1$ , то с ростом температуры

уровень  $E_1$  повышается, а  $E_0$ , наоборот, понижается. При полях

$$H_{\text{inv}} \equiv \left( \beta - \frac{J_0}{2} \right) \sqrt{1 - (\tilde{\beta}/\beta)^2} \quad (13)$$

энергетические уровни  $E_1$  и  $E_0$  становятся равными, а величина среднего спина при  $H = H_{\text{inv}}$

$$\langle S^z \rangle_{H=H_{\text{inv}}} \equiv \frac{1}{2} \sqrt{1 - (\tilde{\beta}/\beta)^2}.$$

Это уменьшение связано не с температурной зависимостью  $\langle S^z \rangle$ , а обусловлено инверсией энергетических уровней в ФМ фазе при  $H \leq H_{\text{inv}}$ .

Дальнейшее уменьшение магнитного поля и увеличение температуры приводят к уменьшению  $\langle S^z \rangle$ , и при  $H = H_{\text{cr}}$  и  $T = T_{\text{cr}}$   $\langle S^z \rangle = 0$ . Величины критического поля и температуры определяются из спектров элементарных возбуждений и уравнения для  $\langle S^z \rangle$ :

$$H_{\text{cr}} = \sqrt{(\beta - \tilde{\beta})(\beta + \tilde{\beta} - 2J_0)}. \quad (14)$$

Если положить  $\beta_2 = \beta_3 = 0$ , то выражение (14) совпадает с соответствующим результатом работы [14], полученным для легкоплоскостного ФМ с большой ОА.

Из связи спиновых операторов с операторами Хаббарда (5) следует, что

$$\langle S^z \rangle = \cos 2\tilde{\theta} \frac{\exp(-E_1/T) - \exp(-E_{-1}/T)}{\exp(-E_1/T) + \exp(-E_0/T) + \exp(-E_{-1}/T)}. \quad (15)$$

Из условия  $\langle S^z \rangle = 0$  при  $H = H_{\text{cr}}$  и  $T = T_{\text{cr}}$  с учетом (14) получаем уравнение для нахождения  $T_{\text{cr}}$ :

$$\tilde{J}_0 \exp \frac{2\beta - \tilde{J}_0}{T_{\text{cr}}} - (2\beta - \tilde{J}_0) \exp \frac{\tilde{J}_0}{T_{\text{cr}}} = 4(\beta - J_0), \quad (16)$$

где  $\tilde{J}_0 = J_0(\beta + \tilde{\beta})/\beta$ .

Точно решить уравнение (16) в произвольном случае не представляется возможным. Однако в случае большой ОА ( $\beta \gg \tilde{J}_0$ )

$$T_{\text{cr}} = \frac{\tilde{J}_0}{3} \frac{A}{\ln(A-5)}; \quad A = 6 \frac{\beta}{\tilde{J}_0}. \quad (17)$$

Фазовая диаграмма, соответствующая рассмотренной выше ситуации, изображена на рис. 1.

Аналогичные фазовые диаграммы получены для легкоплоскостных ФМ с большой ОА (см.,

например, [1,5,14]). Однако в этих работах отсутствует эффект инверсии энергетических уровней в ФМ фазе.

Отметим, что линия  $H_{c2}$ , разделяющая КУ и КФМ фазы, очень слабо зависит от температуры, и лишь в окрестности  $T_{\text{cr}}$  заметно проявляется эта зависимость. Это связано со слабой зависимостью квадрупольного параметра порядка  $q = 3 \langle (S^z)^2 \rangle - S(S+1)$  от температуры.

#### 4. Фазовая диаграмма двухосного ферромагнетика

Рассмотрим случай  $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ , когда магнитное поле лежит в плоскости ZOX под углом  $\alpha$  к оси OZ, и построим фазовую диаграмму исследуемой системы. Предельные случаи такой геометрии рассмотрены выше ( $\alpha = 0$ ,  $\alpha = \pi/2$ ). Предполагаем, что ОА велика ( $\beta > J_0$ ).

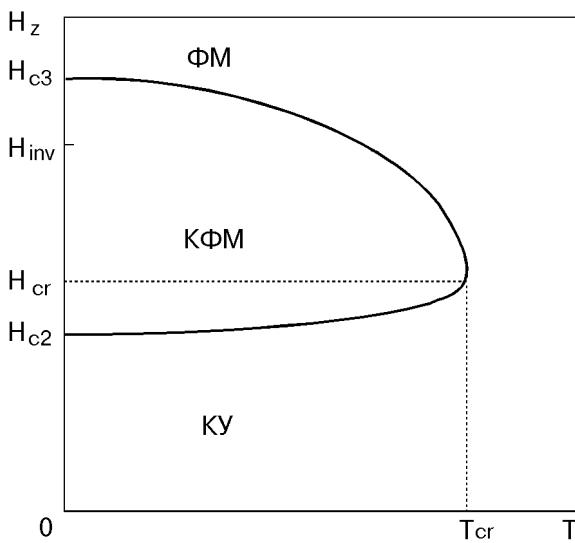


Рис. 1. Фазовая диаграмма двухосного ферромагнетика при  $\mathbf{H} \parallel 0Z$ .

Повернем систему координат вокруг оси  $0Y$  на угол  $\alpha$  так, чтобы новая ось квантования  $0Z'$  ( $0Z' \parallel \mathbf{H}$ ) была параллельна вектору намагниченности. В этой локальной системе координат введем новые спиновые операторы  $\tilde{S}_n^x$ ,  $\tilde{S}_n^y$ ,  $\tilde{S}_n^z$ , в терминах которых одноузельный гамильтониан (2) без учета МУ связи имеет вид

$$\mathcal{H}_0(n) = -\bar{H} \tilde{S}^z + \frac{B_1}{2}(\tilde{S}^z)^2 + \frac{\beta_2}{2}(\tilde{S}^y)^2 + \frac{B_3}{2}(\tilde{S}^x)^2 + \frac{\beta_3 - \beta_1}{4} \sin 2\alpha (\tilde{S}^z \tilde{S}^x + \tilde{S}^x \tilde{S}^z), \quad (18)$$

где

$$B_1 = \beta_1 \cos^2 \alpha + \beta_3 \sin^2 \alpha; \quad (19)$$

$$B_3 = \beta_1 \sin^2 \alpha + \beta_3 \cos^2 \alpha.$$

Выражение (18) формально отличается от одноузельного гамильтониана без учета МУ связи наличием последнего слагаемого, пропорционального  $\sin 2\alpha$ . Поэтому если ограничиться рассмотрением случаев  $\alpha \rightarrow 0$  и  $\alpha \rightarrow \pi/2$ , то мы возвращаемся к ранее рассмотренной ситуации (см. разд. 3) при замене  $\beta_1 \rightarrow B_1$  и  $\beta_3 \rightarrow B_3$ . Фазовая диаграмма системы в рассматриваемом случае при низких температурах ( $T \rightarrow 0$ ) приведена на рис. 2.

Линия 1, разделяющая ФМ и КФМ фазы, проходит через точки  $H_{c3}$  (см. выражение (11)),  $H_{1x} = 4\beta'(H_{c3})^{3/2}$ , а касательная к этой линии в точке 0 определяется уравнением  $\cos 2\alpha = -J_0/\beta'$ , где  $\beta' = (\beta_1 - \beta_3)/4$ .

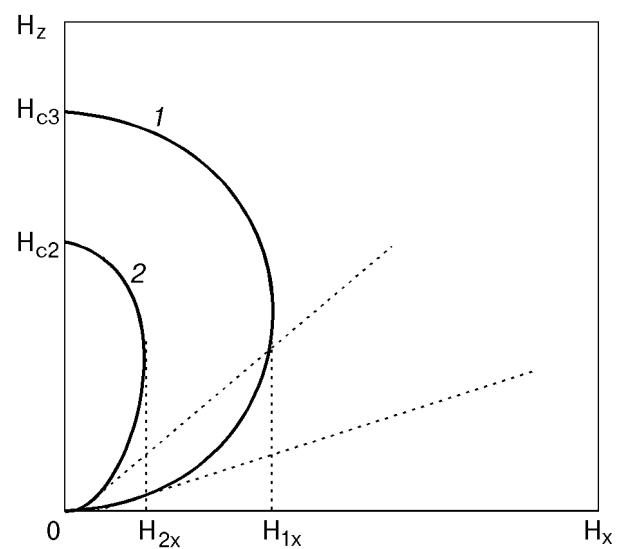


Рис. 2. Фазовая диаграмма двухосного ферромагнетика при произвольной ориентации внешнего магнитного поля в плоскости  $ZOX$  ( $T \rightarrow 0$ ).

В случае, когда  $\cos 2\alpha < -J_0/\beta'$ , система находится в ФМ фазе, и лишь в точке 0 переходит в КУ фазу, причем не путем поворота вектора намагниченности, а уменьшением его модуля до нуля.

Линия 2, разделяющая КФМ и КУ фазы, проходит через точки  $H_{c2}$  (формула (12)),

$$H_{2x} = \left\{ p \left[ \frac{\beta_1(1-p)\beta_3 p - \beta_2}{2} - 4a_1 \right] [\beta'(1-2p) - J_0] \right\}^{1/2},$$

$$p = \frac{1}{8} \frac{\beta_1 + \beta_3 - 2\beta_2}{\beta_1 - \beta_2},$$

а уравнение касательной к линии 2 в точке 0 имеет вид  $\cos 2\alpha = J_0/\beta'$ .

Если угол  $\alpha$  удовлетворяет неравенству  $-J_0/\beta' < \cos 2\alpha < J_0/\beta'$ , то система может находиться как в ФМ, так и в КФМ фазе в зависимости от величины внешнего магнитного поля.

Если же  $\cos 2\alpha > J_0/\beta'$ , то система может находиться в любой из трех фаз (ФМ, КФМ и КУ) в зависимости от величины поля. Необходимо отметить, что на линиях 1 и 2 (рис. 2) система испытывает фазовые переходы второго рода, причем неустойчивой («мягкой») модой является поперечно поляризованная квазифононная ветвь, а в квазимагнитной ветви возбуждений появляется МУ щель.

Опираясь на изложенное выше, в случае конечных температур результат можно представить в виде фазовой диаграммы в координатах  $(H_\alpha, T)$ , где  $H_\alpha = Hf(\alpha)$ , несколько сечений кото-

рой показано на рис. 3. Для сечения  $\alpha = 0$  вид фазовой диаграммы был приведен ранее на рис. 1 и соответствует ситуации, рассматриваемой в разд. 3. Увеличение угла  $\alpha$  приводит к изменению значений критических полей и температуры.

Таким образом, величины  $H_{c2}$ ,  $H_{c3}$ ,  $H_{cr}$ ,  $T_{cr}$  в данном случае являются функциями угла  $\alpha$ , задающего направление внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}$ . Их явный вид определяется следующими выражениями:

$$\begin{aligned} H_{c2} &= 2 \sqrt{[\beta \cos^2 \alpha + \tilde{\beta} \sin^2 \alpha - a_1][(\beta - \tilde{\beta}) \cos 2\alpha - J_0]} ; \quad H_{c3} = 3\beta \cos^2 \alpha - \beta - \tilde{\beta} ; \\ H_{cr} &= 2 \sqrt{[\beta \cos^2 \alpha + \tilde{\beta} \sin^2 \alpha + b(\alpha_3)a_1][(\beta - \tilde{\beta}) \cos 2\alpha + b(a_3)J_0]} ; \\ T_{cr} &= \frac{2H_{c3}}{\ln(A - 5)} ; \quad A = \frac{3H_{c3}^2}{\beta \cos^2 \alpha + \tilde{\beta} \sin^2 \alpha} . \end{aligned} \quad (20)$$

Используя эти выражения, нетрудно проследить эволюцию системы по мере увеличения угла  $\alpha$ . Как видно из (20), с ростом угла  $\alpha$  соответствующие выражения для  $H_{c2}$ ,  $H_{c3}$ ,  $H_{cr}$ ,  $T_{cr}$  уменьшаются, т.е. диаграмма сдвигается вниз и сжимается по температуре. При  $\alpha$ , удовлетворяющем уравнению  $\cos \alpha = \{1 + J_0/[2(\beta - \tilde{\beta})]\}/\sqrt{2}$ , поле  $H_{c2} = 0$  и КУ фаза вырождается в линию  $H_\alpha = 0$ .

## 5. Заключение

Проведенные исследования показывают, что двухосные ФМ обладают рядом специфических особенностей. Особый интерес представляет случай сильно анизотропных магнетиков. В этом случае, как было показано выше, возможно образо-

вание фазы с тензорным параметром порядка. Причем в зависимости от соотношения между константами ОА реализация этой фазы может осуществляться различным образом. Фазовая диаграмма таких систем не имеет аналогов в односных магнетиках.

Полученные в работе фазовые диаграммы двухосного ферромагнетика позволяют определить область реализации ФМ, КФМ и КУ фаз в зависимости от величины и направления внешнего магнитного поля, а также температуры.

Учет МУ взаимодействия позволяет выяснить, при каком соотношении материальных констант системы, а также при каких величине и направлении внешнего магнитного поля фазовые переходы являются переориентационными или же происходят путем уменьшения вектора намагниченности.

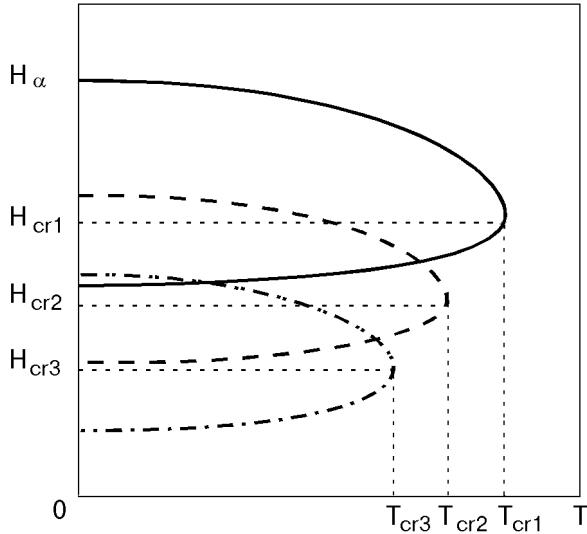


Рис. 3. Фазовая диаграмма двухосного ферромагнетика при произвольной ориентации внешнего магнитного поля в плоскости ZOX и произвольных температурах.

1. В. М. Локтев, В. С. Островский, *ФНТ* **20**, 983 (1994).
2. B. Leunberger, H. U. Gudel, R. Horne, and A. J. Duyneveldt, *JMMM* **49**, 131 (1985).
3. B. Leunberger, A. Stables, H. U. Gudel, R. Feile, and J. K. Kjems, *Phys. Rev. B* **28**, 6300 (1984).
4. Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, *ФТТ* **32**, 8, 361 (1990).
5. Ф. П. Онуфриева, *ФТТ* **26**, 1, 3435 (1984).
6. В. М. Локтев, В. С. Островский, *ФТТ* **20**, 3086 (1978).
7. Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, О. В. Кожемяко, О. А. Космачев, *ФНТ* **25**, 690 (1999).
8. Yu. N. Mitsay, Yu. A. Fridman, O. V. Kozhemyako, and M. S. Kochmanski, *Acta Phys. Pol. A* **96**, 363 (1999).
9. Е. А. Туров, В. Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
10. Р. О. Зайцев, *ЖЭТФ* **68**, 207 (1975).
11. Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, *TMF* **89**, 207 (1989).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1975).
13. Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Скрябин, *Статистическая механика магнитоупорядоченных систем*, Наука, Москва (1987).
14. Ю. В. Переверзев, В. Г. Борисенко, *ФНТ* **13**, 1185 (1987).

---

**The phase diagram of a two-axis highly anisotropic ferromagnet and the spectra of coupled magnetoelastic waves**

**Yu. N. Mitsay, Yu. A. Fridman,  
and O. V. Kozhemyako**

The spectral and thermodynamic properties of a two-axis ferromagnetic crystal are investigated at different temperature. It is shown that for a high single-ion anisotropy (much higher than the exchange interaction) a reorientational phase transition

or a transition responsible for by reduction of the magnetization vector module may occur depending on the direction of external magnetic field. In the first case the elastic and magnetic subsystems actively interact, resulting in a softening of the transverse polarized phonon mode at the point of the orientation phase transition; in the second case the magnon and phonon branches do not interact, causing the phase transition to follow the magnon mode. A phase diagram of a highly anisotropic two-axis ferromagnetic is constructed for an arbitrary orientation of external magnetic field and arbitrary temperatures.