

Линейные и нелинейные волны на заряженной поверхности жидкого водорода

М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин

Институт физики твердого тела, п. Черноголовка, Московская обл., 142432, Россия
E-mail: levch@issp.ac.ru

Статья поступила в редакцию 22 июня 2001 г.

Представлены результаты исследований свойств линейных и нелинейных волн на заряженной поверхности жидкого водорода. Эксперименты проводились в цилиндрической ячейке. Обнаружено, что спектр колебаний линейных волн смягчается с ростом напряженности приложенного электрического поля. Исследована слабая турбулентность в системе капиллярных волн на заряженной поверхности жидкого водорода. Обнаружено формирование колмогоровского каскада в интервале частот 100 Гц–10 кГц. Определено, что корреляционная функция отклонения поверхности от равновесного плоского состояния может быть описана степенной функцией частоты с показателем степени $m = -3,7 \pm 0,3$ при возбуждении поверхности на одной резонансной частоте и $m = -3,0 \pm 0,3$ для случая возбуждения на двух частотах. Результаты исследований находятся в качественном согласии с предсказаниями теории.

Подано результати досліджень властивостей лінійних та нелінійних хвиль на зарядженій поверхні рідкого водню. Експерименти проводились у циліндричній комірці. Виявлено, що спектр коливаних лінійних хвиль зм'якшується із зростанням напруженості прикладеного електричного поля. Досліджено слабку турбулентність в системі капілярних хвиль на зарядженій поверхні рідкого водню. Виявлено формування колмогоровського каскаду в інтервалі частот 100 Гц–10 кГц. Визначено, що кореляційна функція відхилень поверхні від рівноважного плоского стану може бути описана степенною функцією частоти з показником степеня $m = -3,7 \pm 0,3$ при збудженні поверхні на одній резонансній частоті та $m = -3,0 \pm 0,3$ у випадку збудження на двох частотах. Результати досліджень знаходяться у якісному узгодженні з передбаченнями теорії.

PACS: 47.27.Gs, 68.03.Kn

1. Введение

Изучение динамики волн, а также турбулентности на поверхности и в объеме жидкости представляет большой интерес как для фундаментальной нелинейной физики, так и с точки зрения практических приложений. Один из подходов к описанию турбулентного состояния предложен в теории слабой турбулентности (см. [1] и ссылки в ней), которая в случае капиллярных и гравитационных волн на свободной поверхности жидкости предсказывает степенную зависимость для распределения энергии волн по их частоте — изотропный колмогоровский спектр. Предсказания теории слабой турбулентности хорошо согласуются с результатами численного моделирования. Между тем, несмотря на значительное число исследований по нелинейной динамике поверхностных волн, в настоящее время опубликовано лишь не-

сколько сообщений об экспериментальных наблюдениях изотропных спектров на поверхности жидкости. Например, в работах [2,3] удалось наблюдать переход к режиму слабой капиллярной турбулентности на частотах до 1 кГц при повышении амплитуды колебаний поверхности воды.

В данной работе проведены исследования линейных и нелинейных капиллярных волн на заряженной поверхности жидкого водорода. Изучен спектр малых колебаний поверхности жидкости и его эволюция при повышении плотности поверхностного заряда вплоть до критической величины, когда плоская поверхность теряет устойчивость. Наблюдалось формирование колмогоровского каскада в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода на частотах до 10 кГц при возбуждении поверхности на одной или двух частотах.

Описаны методики возбуждения волн на заряженной поверхности жидкого водорода и измерений частотной зависимости корреляционной функции отклонений поверхности от равновесия.

К достоинствам жидкого водорода в экспериментах по нелинейной динамике можно отнести относительно низкую кинематическую вязкость и большое значение коэффициента нелинейности капиллярных волн, что позволило значительно расширить частотный диапазон, в котором реализуется турбулентный каскад. Кроме того, благодаря малой плотности, на поверхности жидкого водорода можно возбуждать колебания внешней силой во много раз меньшей, чем для обычной жидкости, например воды. Это обстоятельство оказывается определяющим при использовании методики, в которой волны на поверхности возбуждаются электрическими силами. Проведенные ранее эксперименты показали, что поверхность жидкого водорода можно зарядить инжесктурированными в объем жидкости зарядами, удерживать их вблизи поверхности в течение длительного времени, а также возбуждать поверхностные волны при помощи переменного электрического поля [4,5]. Достоинством такой методики является возможность воздействия внешней силой непосредственно на поверхность жидкости, практически полностью исключая объем, а также высокая степень изотропности возбуждающей силы, что позволило проводить изучение турбулентности в хорошо контролируемых экспериментальных условиях.

2. Теоретическая модель

2.1. Спектр малых колебаний заряженной поверхности жидкости

Спектр линейных колебаний заряженной поверхности жидкости в поле силы тяжести, помещенной между обкладками горизонтально расположенного плоского конденсатора, описывается известным выражением [6]:

$$\omega_k^2 = k \operatorname{th}(kh) \left[g + \frac{\sigma k^2}{\rho} - \frac{2kP}{\rho} \operatorname{cth}(kd) \right], \quad (1)$$

где ω_k — частота волны с волновым вектором k ; h — толщина слоя жидкости; σ — коэффициент поверхностного натяжения; d — расстояние от поверхности жидкости до верхней обкладки конденсатора; $P = (U/d)^2/8\pi$ — давление электрических сил на плоской невозмущенной поверхности; U — разность напряжений между обкладками конденсатора; g — ускорение свободного падения; ρ — плотность жидкости. В этой формуле

предполагается, что электрическое поле полностью экранируется поверхностными зарядами.

В предельном случае, когда расстояние от поверхности жидкости до управляющей обкладки конденсатора мало, так что $kd \ll 1$, и глубина велика, $kh \gg 1$, спектр заряженной поверхности жидкости может быть записан в виде

$$\omega_k^2 = k \left(G + \frac{\sigma k^2}{\rho} \right), \quad (2)$$

где величина $G = g - 2P/\rho d$ играет роль эффективного ускорения свободного падения. При напряжениях вблизи критического значения для тонкой пленки $U_{c1} = (4\pi\rho g d^3)^{1/2}$ [6], при котором поверхность теряет устойчивость, эффективное ускорение G стремится к нулю, при этом зависимость ω_k становится монотонной степенной функцией волнового вектора с показателем $3/2$, начиная с малых k :

$$\omega_k \cong (\sigma/\rho)^{1/2} k^{3/2}. \quad (3)$$

Это обстоятельство важно для выбора наименьшей частоты накачки при исследовании турбулентности. В наших экспериментах в области низких частот выполнялись условия $kd < 1$, $kh < 1$ и требовалось экспериментально оценить минимальный волновой вектор, выше которого зависимость (3) была бы справедливой.

Для глубокой жидкости $kh \gg 1$ и большого расстояния до управляющего электрода $kd \gg 1$ с ростом напряжения U на зависимости (1) развивается локальный минимум при значении волнового вектора порядка обратной капиллярной длины $1/\lambda$. При критическом напряжении $U_c = (2\pi\sigma\lambda^{-1/2})^{1/2}d$ частота ω_k обращается в нуль. Это означает, что плоская заряженная поверхность при критическом напряжении теряет устойчивость [7].

2.2. Слабая турбулентность в системе капиллярных волн

Турбулентностью называется высоковозбужденное состояние системы со многими степенями свободы, при этом она находится вдали от своего термодинамического равновесия [1]. Режим турбулентности характеризуется сильным нелинейным взаимодействием степеней свободы, а также значительной диссипацией энергии. Турбулентность можно наблюдать в системах, где частоты возбуждения (накачка энергии) и частота, при которой происходит сильная диссипация энергии, сильно разнесены по шкале частот. Нелинейное взаимодействие приводит к эффективному пере-

распределению энергии между степенями свободы (модами).

Основной вопрос в исследовании турбулентности заключается в нахождении закона распределения энергии по шкале частоты E_ω — стационарного спектра турбулентности.

Ансамбль взаимодействующих волн может быть описан в рамках кинетического уравнения, аналогичного уравнению Больцмана газовой динамики. Закон дисперсии капиллярных волн $\omega = (\sigma/\rho)^{1/2}k^{3/2}$ является распадным и, следовательно, основной вклад во взаимодействие волн вносят трехволновые процессы — распад волны на две с сохранением суммарного волнового вектора и суммарной частоты, а также обратный ему процесс слияния двух волн в одну. В системе капиллярных волн существует частотный интервал (инерционный интервал), ограничиваемый снизу частотой накачки ω_p , а на высоких частотах — вязкостным затуханием, в котором наблюдается степенная зависимость в распределении энергии по частоте волн. Теория однородной капиллярной турбулентности [8] предсказывает закон распределения энергии (колмогоровский спектр) вида

$$E_\omega = c\rho^{1/2}\omega^{-17/6}, \quad (4)$$

где p — поток энергии в k -пространстве; c — константа. Распределение (4) характеризуется постоянным потоком энергии в сторону больших частот и, следовательно, реализуется на частотах выше частоты накачки (прямой каскад).

Стационарное распределение энергии поверхностных волн в инерционном интервале может быть описано парной корреляционной функцией в фурье-представлении $I_\omega = \langle \eta_\omega^2 \rangle$ для отклонений поверхности от плоского состояния $\eta(r, t)$:

$$I_\omega = \text{const} \cdot \omega^{-17/6}. \quad (5)$$

Распределение энергии связано с парной корреляционной функцией соотношением

$$E_\omega = \rho g I_\omega.$$

Предсказание теории подтверждается результатом численных расчетов нелинейной эволюции капиллярных волн, проведенных непосредственно из первых принципов на основании уравнений гидродинамики [9].

В случае спектрально узкой линии накачки численный расчет показывает, что на зависимости I_ω формируется система эквидистантных пиков на частотах кратных частоте накачки [10]. Зависимость высоты пиков от частоты описывается сте-

пенной функцией с показателем степени $-21/6$. Это значение отличается на $2/3$ от показателя в (5), которое получено в случае накачки в широком интервале частот.

Отметим, что степенную зависимость от частоты для корреляционной функции отклонений поверхности от равновесия на частотах до 1 кГц наблюдали в экспериментах на воде [2,3] по измерению спектра мощности излучения, прошедшего через слой жидкости, поверхность которой возбуждалась на низкой частоте с помощью виброплатформы. Было показано, что для наблюдения степенного распределения энергии по частоте необходимо, чтобы амплитуда волны на частоте накачки была выше некоторой критической (около 1 мм). В экспериментах [2] показатель степени в корреляционной функции равен $-3,2$, а в работе [3] показатель оказался близок к теоретической величине $-17/6$.

Предварительные результаты, полученные нами на заряженной поверхности жидкого водорода, опубликованы в работе [11], в которой было показано, что в интервале частот 100–5000 Гц зависимость I_ω может быть описана степенной функцией с показателем $-3 \pm 0,5$.

3. Методика измерений и обработки результатов

Схема измерений спектра поверхностных колебаний приведена на рис. 1. Эксперименты были проведены в оптической ячейке, которая размещалась в гелиевом криостате. Внутри ячейки установлен горизонтальный плоский конденсатор. На нижней обкладке конденсатора, изготовленной в форме диска диаметром 25 мм, располагалась радиоактивная пластина. Водород конденсировался в стакан, образованный нижней обкладкой и охранным кольцом диаметром 25 мм и высотой 2,7 мм. Над поверхностью жидкости располагалась верхняя обкладка конденсатора, изготовленная в форме пирамиды с плоским основанием диаметром 25 мм. Расстояние от жидкости до верхней обкладки составляло 2,5 мм в экспери-

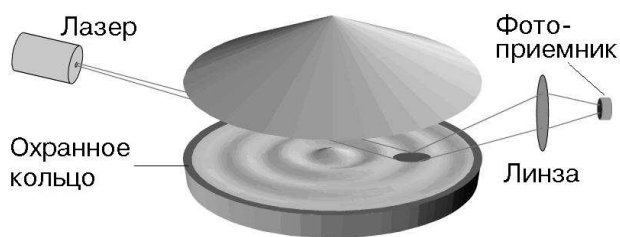


Рис. 1. Схема измерений спектра поверхностных колебаний.

ментах по измерению дисперсионной зависимости $\omega(k)$ и 4 мм при исследовании турбулентности. Температура жидкости в экспериментах была около 16 К.

Свободная поверхность жидкости заряжалась с помощью радиоактивной пластины, излучающей β -электроны. Электроны ионизировали тонкий слой жидкости вблизи пластины. Между обкладками конденсатора прикладывалось постоянное напряжение. Знак зарядов, образующих квазидвумерный слой под поверхностью жидкости, определялся полярностью напряжения. В данных экспериментах изучали колебания положительно заряженной поверхности. Металлическое охранное кольцо, установленное вокруг радиоактивной пластины, препятствовало уходу зарядов из-под поверхности на стенки контейнера, поэтому можно считать, что плотность зарядов в слое пропорциональна приложенному напряжению и электрическое поле в объеме жидкости близко к нулю.

Колебания поверхности жидкого водорода возбуждали с помощью переменного напряжения, прикладываемого к охранному кольцу в дополнение к постоянному напряжению. Амплитуда переменного напряжения была много меньше постоянного. Колебания поверхности жидкости регистрировали с помощью лазерного луча, отражающегося от поверхности.

Использовали две схемы регистрации колебаний поверхности жидкости. В экспериментах по измерению дисперсионной зависимости $\omega(k)$ частота переменного напряжения, подаваемого на охранное кольцо, плавно изменялась от 1,5 до 150 Гц. При некоторых частотах на поверхности жидкого водорода устанавливалась стоячая резонансная волна. Амплитуда колебаний отраженного от поверхности лазерного луча резко увеличивалась и становилась больше размеров фотоприемника (показанная на рис. 1 собирающая линза удалялась из схемы). При этом среднее значение интенсивности света, регистрируемое фотоприемником, значительно уменьшалось. Для повышения точности измерений сигнал с фотоприемника усреднялся по времени. Таким образом, минимумы на кривой, описывающей зависимость регистрируемого на фотоприемнике напряжения от частоты (рис. 2), соответствуют ситуации, когда частота возбуждения совпадает с одной из резонансных частот поверхностных колебаний. Это позволяет определить дискретный спектр собственных частот колебаний поверхности жидкости в экспериментальной ячейке, $\omega_n = f(n)$, где n — номер резонанса.

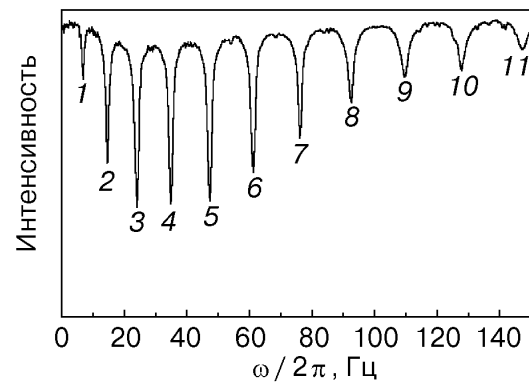


Рис. 2. Экспериментальная запись средней интенсивности света в зависимости от частоты переменного напряжения, подаваемого на охранное кольцо. Номера резонансов стоячих волн на поверхности водорода указаны вблизи минимумов. Постоянное напряжение $U = 954$ В.

В условиях цилиндрической геометрии стоячая волна на поверхности жидкости описывается уравнением

$$\zeta(r, t) = A_n J_0(k_n R) \cos(\omega_n t), \quad (6)$$

где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка; R — внутренний радиус охранного кольца; A_n — амплитуда волны. Связь номера резонанса с волновым вектором резонансной стоячей волны $k_n = s(n)$ находится из уравнения

$$J_1(k_n R) = 0.$$

Это эквивалентно условию, что на диаметре ячейки $2R$ располагаются $2n$ узлов стоячей волны.

Таким образом, знание зависимостей $\omega_n = f(n)$ и $k_n = s(n)$ позволяет однозначно определить закон дисперсии поверхностных волн $\omega_n = \omega(k_n)$.

В экспериментах по турбулентности отраженный от колеблющейся поверхности жидкости луч с помощью линзы фокусировался на фотоприемник. Таким образом, в эксперименте измеряли полную мощность луча. Угол между лучом и невозмущенной плоской поверхностью жидкости (угол скольжения) составлял $\alpha = 0,2$ рад. Лазерный луч лежал в вертикальной плоскости, проходящей через диаметр ячейки. В экспериментах использовали тонкий и широкий лазерные лучи. Световое пятно на поверхности жидкости представляло собой эллипс с осями $a_1 = 0,5$ мм и $b_1 = 0,1$ мм в случае тонкого луча или $a_2 = 2,5$ мм и $b_2 = 0,5$ мм для широкого луча. Выходной сигнал фотоприемника, прямо пропорциональный полной мощности луча $P(t)$, записывался компьютером с помощью 12-битного аналого-цифрового

преобразователя в течение нескольких секунд с частотой 25 кГц.

В работе анализировался частотный спектр P_ω полной мощности отраженного лазерного луча, получаемый фурье-преобразованием по времени регистрируемой зависимости $P(t)$.

Полная мощность лазерного луча определяется углом скольжения, а также зависит от соотношения между длиной волны на поверхности жидкости λ и линейными размерами светового пятна. В наших экспериментах амплитуды колебаний поверхности на частоте накачки были невелики, так что угол отклонения колеблющейся поверхности от плоского состояния $\varphi \leq 10^{-2}$ рад, что много меньше угла скольжения α .

Для волн малой амплитуды, длина которых значительно превосходит размер светового пятна, $\lambda \gg a$, мощность отраженного луча является линейной функцией угла φ [12]. Угол φ можно оценить как отношение амплитуды волны к ее длине. Тогда в частотном представлении корреляционная функция отклонений поверхности от равновесия («низкочастотный предел») записывается как

$$I_\omega = \langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim (\omega^{-2/3} \varphi_\omega)^2 \sim P_\omega^2 \omega^{-4/3}. \quad (7)$$

В противоположном случае, $\lambda < a$, когда на размере пятна укладывается несколько длин волн, регистрируемая мощность отраженного луча определяется усредненной по площади светового пятна величиной угла наклона поверхности. Расчет показывает, что изменение мощности отраженного луча в целом пропорционально произведению амплитуды изменения угла φ на длину волны λ , $P_\omega \sim \lambda \varphi_\omega$. Это приводит к следующему соотношению («высокочастотный предел»):

$$I_\omega \sim P_\omega^2. \quad (8)$$

Частота волны на поверхности жидкого водорода с длиной $\lambda \approx a$, вблизи которой следует ожидать переход от «низкочастотного» режима регистрации колебаний к «высокочастотному» (cross-over), составляет величину $\omega_1/2\pi \approx 500$ Гц для тонкого луча и $\omega_1/2\pi \approx 50$ Гц для широкого.

4. Экспериментальные результаты

4.1. Линейные волны

На рис. 2 приведена типичная экспериментальная запись усредненной интенсивности света, регистрируемой фотоприемником, в зависимости от частоты $\omega/2\pi$ переменного напряжения, подавае-

мого на охранное кольцо. Глубокие минимумы на кривой соответствуют возникновению на поверхности стоячей волны. Вблизи минимумов указаны номера резонансов. Добротность экспериментальной ячейки в исследуемом интервале частот составляла 30–50, что позволяло надежно измерить резонансные частоты ω_n . Из экспериментальных записей интенсивности, аналогичных приведенной на рис. 2, находилось соответствие между номером резонанса и частотой переменного напряжения, $\omega_n = f(n)$. По этой зависимости с использованием рассчитанных по функции $k_n = s(n)$ волновых векторов восстанавливался спектр колебаний поверхности $\omega_n(k_n)$. Результаты обработки экспериментальных данных, полученных при трех разных напряжениях между обкладками конденсатора, $U = 283, 954$ и 1080 В, показаны точками на рис. 3 в двойном логарифмическом масштабе. Температура измерений $T = 16,0$ К. Измеренное критическое напряжение, при котором происходит реконструкция плоской заряженной поверхности жидкости, составляло $U_{c1} = 1140$ В, т.е. измерения были выполнены как при напряжениях значительно меньших критического значения U_{c1} , так и при напряжениях близких к U_{c1} .

Сплошные линии на рис. 3 рассчитаны по зависимости (1) для напряжений 283 и 1080 В и заданных значениях толщины слоя жидкости $h = 2,7$ мм и расстояния от поверхности до верхней обкладки $d = 2,5$ мм, которые были порядка капиллярной длины. Зависимость (1) хорошо описывает экспериментальные данные во всем интервале напряжений. С повышением напряжения спектр поверхностных волн смягчается — частота

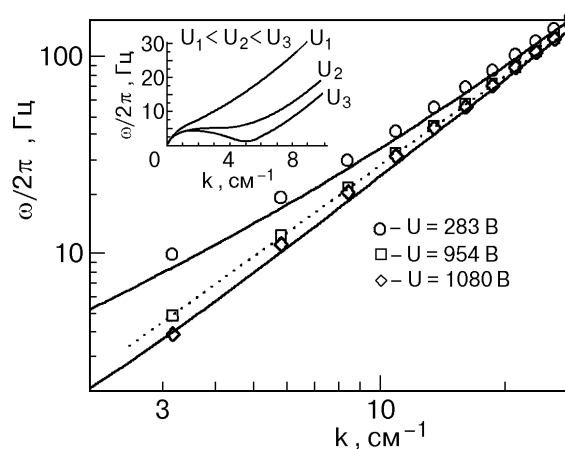


Рис. 3. Дисперсионные кривые волн на заряженной поверхности слоя жидкого водорода толщиной 2,7 мм. На вставке показана эволюция дисперсионной кривой $\omega(k)$ на заряженной поверхности глубокой жидкости.

колебаний с данным волновым вектором k_n уменьшается. Пунктирная линия соответствует степенной функции $\omega \sim k^{3/2}$, которая описывает дисперсию капиллярных волн на поверхности глубокой жидкости. Видно, что при напряжениях свыше $0,8 U_{c1}$ закон дисперсии поверхностных волн $\omega_n(k_n)$ в условиях $h \approx d \approx k_c^{-1}$ хорошо аппроксимируется этой зависимостью.

На вставке показан рассчитанный по формуле (1) спектр колебаний заряженной поверхности жидкого водорода в условиях, когда глубина жидкости и расстояние от заряженной поверхности до управляющего электрода значительно превосходят длины волн ($kh \gg 1$, $kd \gg 1$, т.е. $\text{th}(kh) = 1$, $\text{cth}(kd) = 1$) при трех разных напряжениях U , меньших критического значения (в отличие от экспериментальных графиков здесь используется линейный масштаб). Видно, что с ростом напряжения U на кривой $\omega(k)$ развивается локальный минимум, расположенный в районе волнового вектора порядка обратной капиллярной длины $k_c = (g/\sigma\rho)^{1/2} \approx 5 \text{ см}^{-1}$. Подобный спектр с минимумом ранее наблюдали в экспериментах с гелием в работе [7].

Отметим качественное отличие спектров в двух предельных случаях: в спектре колебаний поверхности тонкого слоя отсутствует локальный минимум при $k_c \approx 1/\lambda$, который наблюдается на глубокой жидкости.

4.2. Нелинейные волны

В работе исследовали распределение по частоте амплитуды отклонений поверхности жидкого водорода от равновесия $\eta(r, t)$ при возбуждении поверхности гармонической силой на частотах от 25 до 300 Гц (на резонансах с номерами от 3 и выше) при различных уровнях накачки.

На рис. 4 показана экспериментальная запись зависимости от времени полной мощности $P(t)$ отраженного от поверхности тонкого лазерного

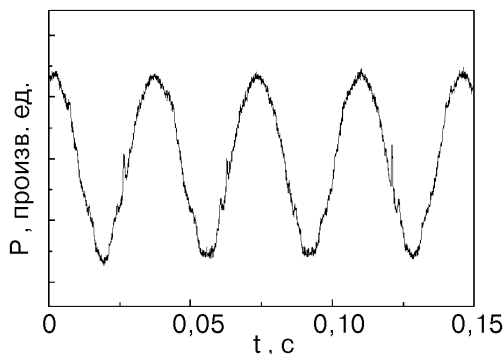


Рис. 4. Зависимость от времени t полной мощности P тонкого лазерного луча, отраженного от заряженной поверхности водорода. Частота накачки 27,5 Гц.

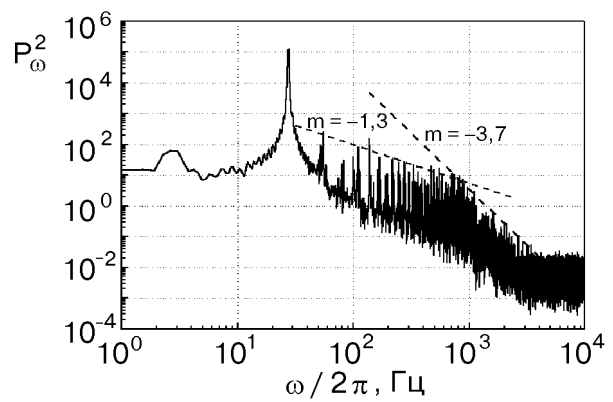


Рис. 5. Распределение квадрата фурье-гармоник полной мощности тонкого лазерного луча, отраженного от поверхности жидкого водорода. Частота накачки 27,5 Гц.

луча. Поверхность возбуждали на частоте $\omega_p/2\pi = 27,5$ Гц. Максимальный угол отклонения поверхности от равновесия на частоте накачки составлял 0,03 рад, а максимальная амплитуда волны была около 0,1 мм. Частотный спектр полной мощности P_ω получили фурье-преобразованием измеренной зависимости $P(t)$. На рис. 5 приведен квадрат амплитуды Фурье P_ω^2 как функция частоты $\omega/2\pi$. На зависимости P_ω^2 виден основной пик на частоте накачки ω_p и пики на кратных частотах. Эти пики соответствуют капиллярным волнам, которые генерируются на поверхности жидкости вследствие нелинейности. На частотах до 800 Гц зависимость высоты пиков от частоты можно описать степенной функцией типа $P_\omega^2 \sim \omega^{-1,3}$. На высоких частотах, $\omega/2\pi > 800$ Гц, зависимость высоты пиков от частоты описывается более сильной степенной функцией с показателем степени близким к $-3,7$. На частотах выше 4 кГц пики исчезают в приборном шуме.

Изменение показателя степенной функции, описывающей зависимость высоты пиков от частоты, которое наблюдается вблизи 800 Гц, можно приписать переходу от режима регистрации длинноволновых колебаний с $\omega < \omega_l$ к режиму регистрации коротковолновых колебаний ($\omega > \omega_l$). Наблюдаемое значение переходной частоты $\omega_l/2\pi = 800$ Гц близко к приведенной в разд. 3 оценке частоты кроссовера (~ 500 Гц).

Воспользовавшись формулами (7) и (8), получим, что корреляционная функция отклонений поверхности на частотах ниже 800 Гц пропорциональна $\omega^{-2,6}$, а на высоких частотах $I_\omega \sim \omega^{-3,7}$.

Таким образом, экспериментальные данные демонстрируют степенную зависимость от частоты корреляционной функции отклонений поверхности (скейлинг) в частотном диапазоне 100–4000 Гц, но

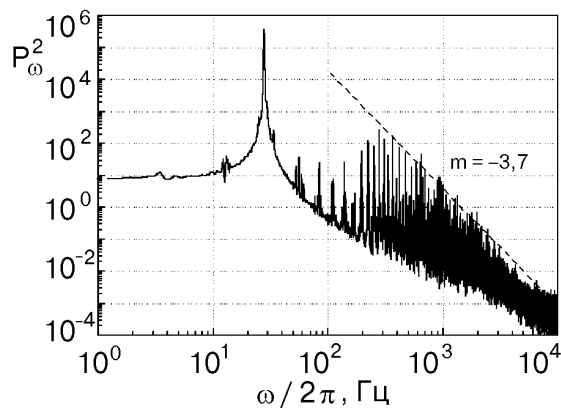


Рис. 6. Распределение квадрата фурье-гармоник полной мощности широкого лазерного луча. Частота накачки 27,5 Гц.

значения показателя степени при низких и высоких частотах различаются.

На рис. 6 показана зависимость P_{ω}^2 от частоты, полученная в эксперименте с широким лучом. Измерения выполнялись при тех же условиях, что и в эксперименте с узким лучом: частота накачки 27,5 Гц, постоянное напряжение $U = 1170$ В, амплитуда волны на частоте накачки была около 0,1 мм. Напомним, что оценка частоты перехода (cross-over) от режима регистрации длинноволновых колебаний к режиму регистрации коротковолновых колебаний дает величину 50 Гц. Таким образом, согласно (8) почти во всем частотном диапазоне корреляционная функция прямо пропорциональна квадрату амплитуды фурье-гармоник измеряемой полной мощности отраженного лазерного луча. Видно, что изменение с частотой высоты пиков на графике зависимости P_{ω}^2 может быть описано степенной функцией $\omega^{-3.7}$ начиная с 300 Гц до 7 кГц. Отличие степени от $-17/6$ качественно согласуется с заключением [10], что в случае спектрально узкой накачки показатель степени возрастает по абсолютной величине по сравнению с показателем для случая накачки в широком интервале частот.

Кроме того, в наших экспериментах спектр поверхностных колебаний $\omega(k_n)$ является дискретным, а ширина резонансов много меньше расстояния между ними. Это может быть дополнительным обстоятельством, приводящим к отличию значения наблюдаемого показателя степенной функции от значения, предсказанного теорией [8,10], поскольку расчеты проводили для систем с квазинепрерывным спектром колебаний.

Обращает на себя внимание факт сильного различия частотных зависимостей P_{ω}^2 на низких частотах для случаев тонкого (рис. 5) и широкого (рис. 6) лучей. На рис. 6 зависимость высоты

пиков P_{ω}^2 в интервале частот от 27,5 до 300 Гц не описывается степенной функцией частоты вида ω^m .

Различия в спектрах, показанных на рис. 5 и 6, связаны только с изменением диаметра лазерного луча и, как следствие, с условием наступления режима cross-over. Немонотонность зависимости P_{ω}^2 можно отнести к особенности используемого метода оптического детектирования поверхностных колебаний [13]. Одной из причин этого, как показали наши наблюдения, может быть то, что в спектре регистрируемого сигнала P_{ω} на низких частотах амплитуды фурье-гармоник зависят от положения лазерного пятна на поверхности жидкости. В то же время форма высокочастотной части спектра не зависит от положения лазерного луча, так как размеры пятна значительно превосходят длины волн.

Следует отметить, что повышение амплитуды и частоты накачки приводят к расширению частотного интервала, в котором наблюдается степенная зависимость корреляционной функции от частоты. На рис. 7 показаны зависимости P_{ω}^2 , полученные при возбуждении поверхности на частоте 135 Гц и при двух различных уровнях накачки, соответствующих значениям амплитуды стоячей волны 0,004 и 0,03 мм на частоте возбуждения.

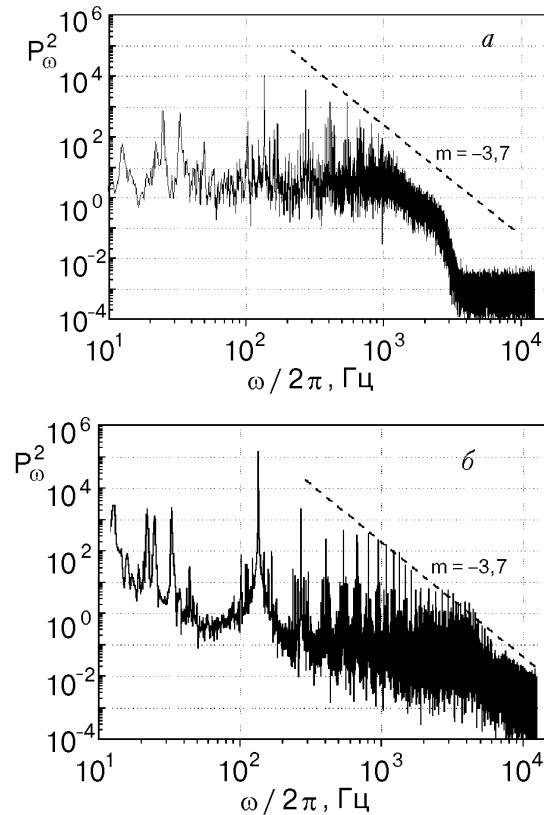


Рис. 7. Эволюция распределения квадрата фурье-гармоник полной мощности широкого лазерного луча с повышением уровня накачки. Амплитуда стоячей волны на частоте накачки 135 Гц составляет 0,004 (а) и 0,03 (б) мм.

Резкое падение высоты пиков зависимости P_{ω}^2 на частотах от 2 до 3,5 кГц на рис. 7,а может быть связано с вязкостным затуханием колебаний на краю инерционного интервала. Как и следовало ожидать [1], при повышении амплитуды возбуждающей силы высокочастотный край инерционного интервала сдвигается в сторону больших частот. Из рис. 7,б можно заключить, что частота этого края превышает 10 кГц.

Таким образом, можно констатировать, что при возбуждении поверхности жидкого водорода в цилиндрической ячейке периодической внешней силой, когда на поверхности возникает стоячая волна амплитудой порядка 0,1 мм, существует широкий интервал частот, в котором корреляционная функция отклонений поверхности от равновесия пропорциональна степенной функции частоты с показателем близким к $-3,7 \pm 0,3$, $I_{\omega} \sim \omega^{-3,7 \pm 0,3}$.

4.3. Комбинационные частоты

Для того чтобы выяснить влияние условий возбуждения поверхности, а также сгладить влияние выбора положения пятна лазерного луча на поверхности жидкости на форму низкочастотной части регистрируемого спектра P_{ω}^2 , была проведена серия экспериментов, в которых поверхность возбуждали одновременно на двух резонансных частотах ячейки. На рис. 8 показана зависимость P_{ω}^2 при накачке на частотах $\omega_1/2\pi = 27,5$ Гц и $\omega_2/2\pi = 81$ Гц (третий и седьмой резонансы). Накачка производилась двумя независимыми генераторами, так что соотношение между фазами стоячих волн было произвольным. На рисунке хорошо видны два основных пика на частотах ω_1 и ω_2 , а также комбинационные пики, соответствующие частотам $\omega_2 - \omega_1$ и $\omega_2 + \omega_1$. Для каждого пика на частоте ω можно найти комбинацию час-

тот $\omega = p\omega_2 \pm q\omega_1$, где p и q — целые числа. Изменение условий возбуждения привело к тому, что в интервале частот 27,5–200 Гц практически исчез провал, отчетливо наблюдаемый на рис. 6.

На частотах выше 100 Гц зависимость высоты пиков спектра P_{ω}^2 близка к $\omega^{-3 \pm 0,3}$. Эта зависимость отличается от зависимости $\omega^{-3,7 \pm 0,3}$, наблюдаемой в экспериментах с возбуждением поверхности на одной частоте. Уменьшение абсолютной величины показателя степени от 3,7 до 3 можно связать с изменением условий возбуждения волн на поверхности. Отметим, что значение $m = -3$ близко к теоретической оценке $m = -17/6$, полученной для случая накачки в широком интервале частот [8].

На рис. 9 приведен другой спектр возбуждения колебаний на двух частотах $\omega_1/2\pi = 27,5$ Гц (третий резонанс) и $\omega_2/2\pi = 45$ Гц. Поскольку частота ω_2 не совпадает с резонансной частотой ячейки, для наблюдения комбинационных частот потребовалось максимально увеличить амплитуду переменного напряжения на частоте ω_2 и уменьшить амплитуду на частоте ω_1 так, чтобы амплитуды волн были сравнимы между собой. На рисунке видны пики, соответствующие колебаниям поверхности с комбинационными частотами $\omega_2 - \omega_1$ и $\omega_2 + \omega_1$. Частоты возбуждения были подобраны так, чтобы комбинационная частота $\omega_2 - \omega_1$ совпала со вторым резонансом ячейки, 17,5 Гц, а комбинационная частота $\omega_2 + \omega_1$ находилась между пятым и шестым резонансами. В результате амплитуда пика на частоте $\omega_2 - \omega_1$ превосходит почти в 10 раз амплитуду пика на частоте $\omega_2 + \omega_1$. Следовательно, дискретный характер спектра собственных частот колебаний поверхности жидкости оказывает существенное влияние на зависимость P_{ω}^2 на низких частотах.

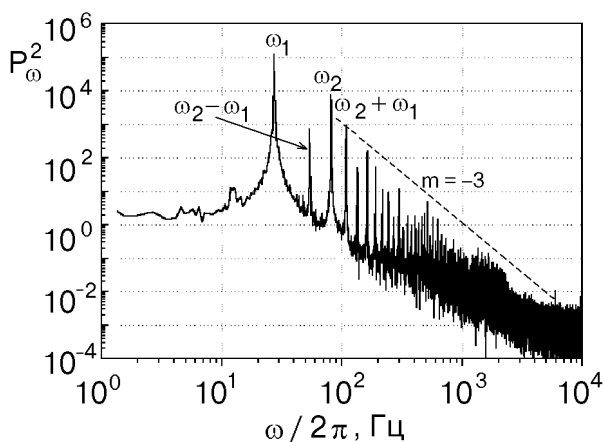


Рис. 8. Распределение квадрата фурье-гармоник полной мощности широкого лазерного луча при накачке на частотах 27,5 и 81 Гц.

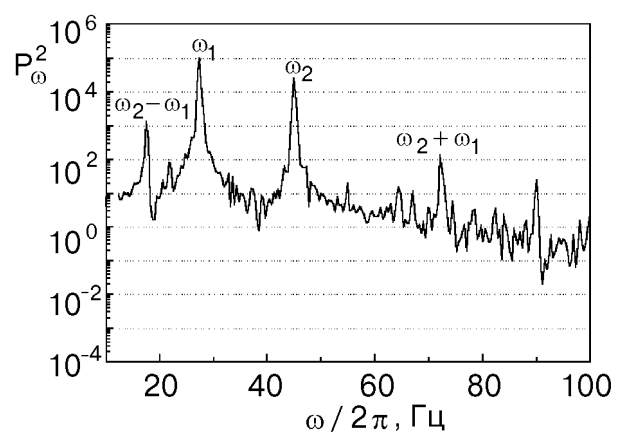


Рис. 9. Зависимость от частоты квадрата фурье-гармоник полной мощности широкого лазерного луча при накачке на частотах 27,5 и 45 Гц.

5. Заключение

Экспериментально измеренный спектр линейных колебаний заряженной поверхности жидкого водорода во внешнем электрическом поле хорошо согласуется с предсказаниями теоретических расчетов [6] закона дисперсии поверхностных волн на эквипотенциально заряженной поверхности слоя жидкости (1), находящейся между обкладками плоского конденсатора. При повышении напряженности тянущего внешнего поля спектр колебаний заряженной поверхности жидкого водорода смягчается и приближается к зависимости $\omega \sim k^{3/2}$, характерной для капиллярных волн на поверхности глубокой жидкости.

В экспериментах по изучению нелинейных волн, возбуждаемых периодической внешней силой, наблюдалась степенная зависимость от частоты (скейлинг) для корреляционной функции отклонений поверхности жидкого водорода от равновесия в интервале частот до ≈ 10 кГц. Корреляционная функция $I_\omega \sim \omega^{-3,7 \pm 0,3}$ при возбуждении поверхности гармонической силой на фиксированной частоте, соответствующей одной из резонансных частот ячейки.

При возбуждении поверхности одновременно на двух частотах корреляционная функция зависит от частоты как $I_\omega \sim \omega^{-3 \pm 0,3}$.

Обнаружены и исследованы комбинационные частоты колебаний поверхности. Показано, что дискретный характер собственных частот колебаний поверхности в ячейке конечных размеров существенно влияет на распределение амплитуд колебаний по частоте на низких частотах.

Авторы благодарны В. Е. Захарову и Е. А. Кузнецову за полезные обсуждения, Е. Henry, P. Alstrom и M. Levinsen за предоставление текста статьи [3] до ее опубликования и В. Н. Хлопинскому за помощь в подготовке экспериментов. Исследования выполнены при частичной поддержке Министерства промышленности, науки и технологий РФ (проект «Кристалл-6») и гранта INTAS-NETWORK 97-1643.

1. V. Zakharov, V. L'vov, and G. Fal'kovich, *Kolmogorov Spectra of Turbulence*, Vol. 1, Wave Turbulence, Springer-Verlag, Berlin (1992).
2. W. Wright, R. Hiller, and S. Putterman, *J. Acoust. Soc. Am.* **92**, 2360 (1992).
3. E. Henry, P. Alstrom, and M. T. Levinsen, *Euro. Phys. Lett.* **52**, 27 (2000).
4. А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, *ФНТ* **22**, 210 (1996).
5. А. А. Левченко, G. V. Kolmakov, L. P. Mezhev-Deglin, M. G. Milhailov, and A. B. Trusov, *J. Low Temp. Phys.* **119**, 343 (2000).
6. Д. М. Черникова, *ФНТ* **2**, 1374 (1976).
7. P. Leiderer, *Phys. Rev.* **B20**, 4511 (1979).
8. В. Е. Захаров, Н. Н. Филоненко, *Журн. Прикл. Мех. Техн. Физ.* **5**, 62 (1967).
9. A. N. Pushkarev and V. E. Zakharov, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3320 (1996).
10. Г. Е. Фалькович, А. Б. Шафаренко, *ЖЭТФ* **94**, 172 (1988).
11. М. Ю. Бражников, А. А. Левченко, Г. В. Колмаков, Л. П. Межов-Деглин, *Письма в ЖЭТФ* **73**, 439 (2001).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Москва, Наука (1982), с. 405.
13. М. Ю. Бражников, А. А. Левченко, *ПТЭ*, готовится к публикации.

Linear and nonlinear waves on the charged surface of liquid hydrogen

M. Yu. Brazhnikov, G. V. Kolmakov,
A. A. Levchenko, and L. P. Mezhev-Deglin

We present the results of experimental investigations of linear and nonlinear waves on the charged surface of liquid hydrogen. The experiments were performed in a cylindrical experimental cell. It is found that the spectrum of linear waves is softened when the intensity of electric field increases. Weak turbulence in the system of capillary waves on the charged surface of liquid hydrogen was studied. The formation of the Kolmogorov cascade was observed in the frequency interval from ~ 100 Hz to ~ 10 kHz. It is found that the correlation function of the surface deviation from the equilibrium flat state can be described by power function with the index $m = -3.7 \pm 0.3$ for the surface excited by harmonic force at one frequency and with $m = -3 \pm 0.3$ for two frequencies case. The results are in qualitative agreement with theoretical predictions.