

О природе полуцелых квантовых особенностей транспортного и холловского сопротивлений $2D$ электронных систем в квантующем магнитном поле

Э. А. Пашицкий

Институт физики НАН Украины, пр. Науки, 46, Киев, 03028, Украина
E-mail: pashitsk@iop.kiev.ua

Статья поступила в редакцию 18 июня 2001 г.

Показано, что в двумерных ($2D$) электронных системах в квантующем магнитном поле наряду с электрон-дырочным (экситонным) спариванием за счет кулоновского взаимодействия, возможно также куперовское спаривание $2D$ электронов благодаря их взаимодействию с $2D$ фононами и $2D$ плазмонами, локализованными в полупроводниковых гетероструктурах на поверхности раздела кристаллов. С помощью суммирования расходящихся при $T \rightarrow 0$ лестничных диаграмм в нуль-звуковом и куперовском каналах найдены критические температуры перехода в экситонную и куперовскую фазы. Показано, что экситонная фаза может существовать только в сравнительно узких областях вблизи полуцелых значений фактора заполнения $\nu = (2n - 1)/2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), что качественно согласуется с экспериментально наблюдаемыми анизотропными особенностями в транспортном сопротивлении $2D$ систем в режиме целочисленного квантового эффекта Холла. Учет суперпозиции состояний связанных электронных пар и неспаренных $2D$ электронов в куперовской фазе позволяет описать практически все экспериментально обнаруженные квантовые особенности в режиме дробного квантового эффекта Холла, в том числе при таких значениях ν , которые не описываются моделью композитных фермионов. В то же время межэлектронное притяжение может способствовать триплетному куперовскому спариванию композитных фермионов, которое сопровождается появлением «экзотической» квантовой особенности при $\nu = 5/2$. Приводятся аргументы в пользу возможного экспериментального наблюдения куперовской фазы.

Показано, що у двовимірних ($2D$) електронних системах у квантуючому магнітному полі поряд з електрон-дірковим (екситонним) спарюванням за рахунок кулонівської взаємодії, можливо також куперівське спарювання $2D$ електронів завдяки їх взаємодії з $2D$ фононами і $2D$ плазмонами, що локалізовані у напівпровідникових гетероструктурах на поверхні розділу кристалів. За допомогою підсумовування «драбинчастих» діаграм, що розходяться при $T \rightarrow 0$, у нуль-звуковому та куперівському каналах знайдено критичні температури переходу в екситонну та куперівську фази. Показано, що екситонна фаза може існувати лише в порівняно вузьких областях поблизу напівцілих значень фактору заповнення $\nu = (2n - 1)/2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), що якісно узгоджується з анізотропними особливостями, що експериментально спостерігаються у транспортному опорі $2D$ систем у режимі цілочисельного квантового ефекту Холла. Врахування суперпозиції станів зв'язаних електронних пар та неспарених $2D$ електронів у куперівській фазі дозволяє описати практично усі квантові особливості, що експериментально виявлені, у режимі дробового квантового ефекту Холла, у тому числі при таких значеннях ν , що не описуються моделлю композитних ферміонів. У той же час міжелектронне притягання може сприяти триплетному куперівському спарюванню композитних ферміонів, що супроводжується появою «екзотичної» квантової особливості при $\nu = 5/2$. Наводяться аргументи на користь можливого експериментального спостереження куперівської фазы.

PACS: 73.20.Dx, 74.40.Gk, 73.40.Hm

1. Введение

Экспериментальные исследования целочисленного и дробного квантовых эффектов Холла (ЦКЭХ и ДКЭХ) в полупроводниковых гетеро-

структурах [1,2] свидетельствуют о том, что по мере улучшения качества образцов и увеличения подвижности двумерных ($2D$) электронов в инверсионных слоях наблюдается все большее

число новых квантовых особенностей на зависимостях холловского $R_{xy} = R_H$ и транспортного R_{xx} (или R_{yy}) сопротивлений от напряженности H квантующего магнитного поля (КМП) [3,4]. При этом в режиме ДКЭХ часто наблюдаются такие дробные значения электронного фактора заполнения $\nu = q/k$, которые не могут быть описаны в рамках теории Лафлина [5], на основе дробной статистики энионов [6–8] либо с помощью модели композитных фермионов [9,10], которая приводит к дробям вида $\nu = n/(2n \pm 1)$ при $n = 2, 3, 4, \dots$

Наибольший интерес в последнее время вызывает квантовая особенность при полуполом значении $\nu = 5/2$, которая впервые наблюдалась в [11] для одиночной квантовой ямы GaSb–InAs–GaSb, а затем в гетероструктурах GaAs/AlGaAs с высокой подвижностью электронов [12,13]. Формально значение $\nu = 5/2$ принадлежит области ЦКЭХ, однако соответствующее ей состояние обладает всеми характерными свойствами состояния ДКЭХ и имеет энергетическую щель в спектре элементарных возбуждений [3]. Для интерпретации «экзотического» квантового состояния с фактором $\nu = 5/2$ в [14] была предложена модель p -волнового триплетного куперовского спаривания композитных фермионов за счет слабого притяжения, возникающего в результате «переэкранировки» кулоновского отталкивания.

В связи с этим следует заметить, что ранее в [15] рассматривалась возможность куперовского спаривания $2D$ электронов в КМП за счет электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ). В приближении самосогласованного поля было показано, что в достаточно сильном КМП при условии $\omega_{He} > \tilde{\omega}_{ph}$ (где $\omega_{He} = eH/cm_e^*$ — циклотронная частота электронов с эффективной массой m_e^* , а $\tilde{\omega}_{ph}$ — максимальная частота фононного спектра), когда в процессе ЭФВ электроны остаются на верхнем частично заполненном уровне Ландау (УЛ), критическая температура перехода в сверхпроводящее (СП) состояние, реализующееся на волновых функциях Ландау, определяется выражением

$$T_c = \frac{N_L W_{ph}^2}{k_B} \frac{\text{th} [1/2 \ln (1/\nu_s - 1)]}{\ln (1/\nu_s - 1)}. \quad (1)$$

где W_{ph} — матричный элемент ЭФВ, ν_s — степень заполнения верхнего s -го УЛ ($0 \leq \nu_s \leq 1$), $N_L = 1/2 \pi l_H^2$ — кратность вырождения УЛ, а $l_H = \sqrt{\hbar c/eH}$ — квантовая магнитная длина (постоянные Планка \hbar и Больцмана k_B в дальнейшем полагаем равными единице).

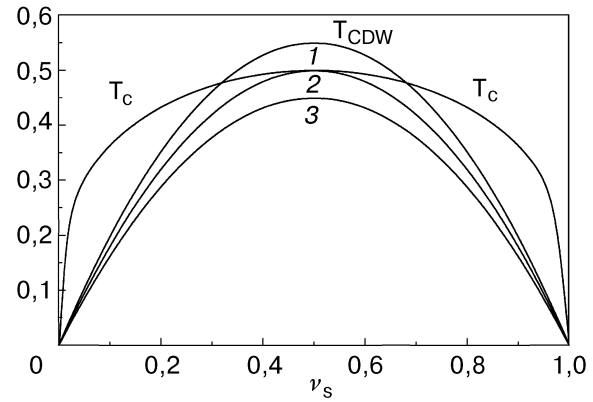


Рис. 1. Зависимости от ν_s критических температур T_c и T_{CDW} , нормированных на величину $N_L W_{ph}^2$, полученные согласно формулам (1) и (5) для разных соотношений между матричными элементами ЭФВ и кулоновского взаимодействия. Кривая 1 для T_{CDW} соответствует условию $W_{ph}^2 < \tilde{V}_c$; кривая 2 — $W_{ph}^2 = \tilde{V}_c$; кривая 3 — $W_{ph}^2 > \tilde{V}_c$.

Из (1) следует, что T_c достигает максимума при $\nu_s = 1/2$ и стремится к нулю при $\nu_s \rightarrow 0$ и $\nu_s \rightarrow 1$ по логарифмическому закону (рис. 1). В результате изменения числа $n = s + 1$ заполненных УЛ при изменении напряженности магнитного поля T_c является осциллирующей функцией H с периодом $\Delta H = H/s$, причем с ростом H максимальные значения T_c нарастают по линейному закону, поскольку $N_L \sim H$.

Существенной особенностью выражения (1) является то, что T_c в достаточно сильном КМП не зависит от $2D$ электронной плотности состояний $N_{2D} = m_e^*/2\pi$. Это означает, что куперовское спаривание электронов на одном УЛ возможно при сколь угодно малой величине m_e^* , если межэлектронное притяжение за счет ЭФВ превышает кулоновское отталкивание. Заметим, что задача о куперовском спаривании $2D$ электронов в КМП и связанные с этим гигантские осцилляции СП параметра порядка в зависимости от H рассматривались в [16,17].

В [18] было обращено внимание на тот факт, что в полупроводниковых гетероструктурах наиболее сильным для $2D$ электронов является ЭФВ не с трехмерными ($3D$) объемными фононами, а с поверхностными акустическими и оптическими $2D$ фононами, которые должны существовать на границах раздела разнородных кристаллов (интерфейсах). В частности, оптические поверхностные колебания (интерфейсные моды) экспериментально наблюдались в спектрах комбинационного рассеяния света на полупроводниковых сверхрешетках [19,20]. Не исключено, что наблюдавшееся в [21] проявление СП перехода при $T < 1$ К в кремниевой структуре металл–диэлектрик–полу-

проводник (МДП) (в отсутствие магнитного поля) является результатом ЭФВ с поверхностными фононами.

Дополнительным механизмом притяжения между $2D$ электронами может служить рассматривавшийся ранее в [22,23] эффект «динамической переэкранировки» кулоновского взаимодействия в слоистых полупроводниковых структурах и квантовых ямах, возникающий за счет обмена виртуальными квантами низкочастотных плазменных колебаний «тяжелых» дырок с эффективной массой $m_h^* \gg m_e^*$. Такой механизм электрон-плазмонного взаимодействия (ЭПВ) радикально отличается от предложенного в [24] для объяснения экспериментальных данных [21] плазмонного механизма куперовского спаривания $2D$ электронов за счет их взаимодействия с собственными высокочастотными $2D$ плазмонами с корневым законом дисперсии $\omega_q \sim \sqrt{q}$.

Наряду с этим в гетероструктуре GaAs/AlGaAs с высокой подвижностью $2D$ электронов в режиме ЦКЭХ при сверхнизких температурах наблюдались новые квантовые особенности транспортного сопротивления вблизи полуцелых значений электронного фактора заполнения $\nu = (2n - 1)/2$, начиная с $n = 3$ [25]. Такие особенности в виде чередующихся максимумов и минимумов или узких пиков $R_{xx}(H)$ и $R_{yy}(H)$ в области широких плато на полевых зависимостях R_H характеризуются сильной анизотропией ($R_{yy} \neq R_{xx}$) и связаны, по-видимому, с электрон-дырочным (экситонным) спариванием и с рассеянием носителей тока на квантовых волнах зарядовой плотности (ВЗП), предсказанных в [26] и более подробно изучавшихся в работах [27–31]. В приближении самосогласованного поля критическая температура перехода в пространственно неоднородную экситонную фазу T_{CDW} определяется выражением [26]

$$T_{CDW} = 2N_L \tilde{V}_c(q) \nu_s (1 - \nu_s), \quad (2)$$

где $\tilde{V}_c(q)$ — матричный элемент экранированного кулоновского взаимодействия в КМП при значении передаваемого импульса q , равного обратному периоду ВЗП. Отсюда следует, что T_{CDW} , так же как и T_c в (1), является периодической функцией магнитного поля и достигает максимальных значений при половинном заполнении верхнего УЛ, когда $\nu_s = 1/2$.

Однако параболическая зависимость $T_{CDW}(\nu_s)$ в интервале $0 \leq \nu_s \leq 1$ (рис. 1) не согласуется с характером экспериментально наблюдаемых особенностей R_{xx} и R_{yy} в сравнительно узких областях в окрестности точек $\nu = (2n - 1)/2$ при $n \geq 3$

[25]. Это создает определенные трудности для трактовки таких особенностей, как проявление экситонного спаривания и связанного с ним возникновения квантовых ВЗП [28–31]. Кроме того, остается неясным, почему особенности R_{xx} и R_{yy} не наблюдаются при $\nu = 3/2$ и $1/2$.

В настоящей работе высказывается предположение о том, что особенности транспортного сопротивления $2D$ системы в режиме ЦКЭХ вблизи $\nu = 5/2, 7/2, 9/2, \dots$, а также «экзотическая» квантовая особенность R_{xx} и R_H при $\nu = 5/2$ и целый ряд других особенностей при значениях ν в режиме ДКЭХ являются следствием эффективного межэлектронного притяжения, которое обусловлено взаимодействием $2D$ электронов с $2D$ фононами и $2D$ плазмонами, локализованными на гетеропереходе. Такое притяжение приводит к конкуренции между электрон-дырочным (экситонным) спариванием за счет кулоновского взаимодействия и электрон-электронным (куперовским) спариванием за счет ЭФВ и ЭПВ благодаря тому, что соответствующие диаграммы термодинамической теории возмущений для двухчастичной функции Грина при нулевой суммарной энергии и при $T \rightarrow 0$ имеют одинаковую степенную расходимость $\sim 1/T$ в нуль-звуковом и куперовском каналах.

С помощью одновременного суммирования расходящихся лестничных диаграмм в обоих каналах в приближении локального взаимодействия найдены критические температуры перехода в экситонную и куперовскую фазы и построены фазовые диаграммы $2D$ системы в режимах ЦКЭХ и ДКЭХ. Показано, что экситонная фаза с пространственно периодической квантовой ВЗП может существовать только в сравнительно узких областях вблизи полуцелых значений $\nu = (2n - 1)/2$, что качественно согласуется с экспериментальными данными [25] по наблюдению особенностей R_{xx} и R_{yy} в режиме ЦКЭХ.

В ультраквантовом пределе учет суперпозиции состояний связанных электронных пар и неспаренных $2D$ электронов на нижайшем спиновом УЛ позволяет описать на основе многочастичной волновой функции Гальперина [32] практически все экспериментально наблюдаемые квантовые особенности холловского и транспортного сопротивлений, в том числе при значениях фактора заполнения $\nu = 2/7, 2/9, 2/11, 3/11$ и др., которые не описываются моделью композитных фермионов [9,10]. В то же время межэлектронное притяжение за счет ЭФВ и ЭПВ с поверхностными фононами и плазмонами может способствовать триплетному куперовскому спариванию композит-

ных фермионов, которое сопровождается появлением «экзотической» квантовой особенности при $\nu = 5/2$ [11–14].

2. Кулоновское, электрон-фононное и электрон-плазмонное взаимодействия в 2D системах в квантующем магнитном поле

При изучении свойств 2D электронных систем в КМП как правило учитывают только кулоновское взаимодействие между электронами [26–31] с характерной энергией $e^2/\epsilon_0 l_H$ (где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость кристалла).

Как было показано в [33], гамильтониан кулоновского взаимодействия между 2D электронами, находящимися на одном и том же УЛ, в импульсном представлении обладает определенной симметрией и инвариантен относительно некоторого тождественного интегрального преобразования, которое позволяет исключить все петлевые диаграммы из рядов термодинамической теории возмущений с помощью операции антисимметризации фурье-компоненты кулоновского потенциала.

Такой антисимметризованный потенциал для s -го УЛ имеет следующий вид [33]:

$$\tilde{U}_s(q) = \frac{1}{2} [\tilde{V}_s(q) - \tilde{V}'_s(q)], \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{V}_s(q) &= V_c(q) \omega_s^2(q); \\ \tilde{V}'_s(q) &= \frac{l_H^2}{2\pi} \int d^2p \exp\{i\mathbf{p}\mathbf{q}l_H\} \tilde{V}_s(p); \end{aligned} \quad (4)$$

$\omega_s(q) = e^{-q^2 l_H^2/4} L_s(q^2 l_H^2)$, $L_s(z)$ — полином Лаггера, а $V_c(q) = 2\pi e^2/q\epsilon_0$ — фурье-компонента неэкранированного кулоновского отталкивания в 2D системе. В частности, для нижайшего УЛ ($s = 0$) в ультраквантовом пределе потенциал (3) с учетом (4) равен

$$\tilde{U}_0(q) = \frac{\pi e^2 l_H}{\epsilon_0} \left[\frac{e^{-x^2/2}}{x} - \sqrt{\pi/2} I_0(x^2/4) e^{-x^2/4} \right], \quad (5)$$

где $x = ql_H$, а $I_0(z)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода. В случае двух заполненных УЛ ($s = 1$), согласно (3) и (4), получаем

$$\tilde{U}_1(q) = \frac{\pi e^2 l_H}{\epsilon_0} \left[\frac{e^{-x^2/2}}{x} (1 - x^2)^2 - \sqrt{\pi/2} \times \right.$$

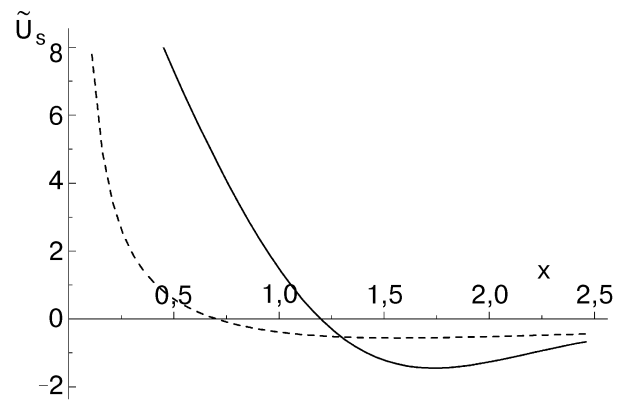


Рис. 2. Зависимость антисимметризованного матричного элемента кулоновского взаимодействия $\tilde{U}_s(q)$, нормированного на величину $\pi e^2 l_H / \epsilon_0$, от безразмерного импульса $x = ql_H$ при $s = 0$ (штриховая кривая) и $s = 1$ (сплошная кривая).

$$\begin{aligned} & \times \left[I_0 \frac{x^2}{4} e^{-x^2/4} - 2 \Phi \left(\frac{3}{2}, 1; -\frac{x^2}{2} \right) + \right. \\ & \left. + 6 \Phi \left(\frac{5}{2}, 1; -\frac{x^2}{2} \right) \right], \quad (6) \end{aligned}$$

где $\Phi(\alpha, \beta; z) \equiv {}_1F_1(\alpha, \beta; z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция.

На рис. 2 показаны импульсные зависимости $\tilde{U}_0(q)$ и $\tilde{U}_1(q)$. Как видим, $\tilde{U}_0(q) > 0$ в области $q < q_0 \approx 0,7 l_H^{-1}$, а $\tilde{U}_1(q) > 0$ в области $q < q_1 \approx 1,4 l_H^{-1}$, что соответствует кулоновскому отталкиванию. Однако в областях $q > q_0$ и $q > q_1$ потенциалы $\tilde{U}_0(q)$ и $\tilde{U}_1(q)$ становятся отрицательными, что соответствует эффективному притяжению между 2D электронами за счет «магнитной переэкранировки» кулоновского взаимодействия [33]. Аналогичное изменение знака $\tilde{U}_s(q)$ при $q \geq l_H^{-1}$ должно происходить на всех УЛ.

Как отмечалось выше, в реальных гетероструктурах (p - n -переходах) наряду с кулоновским взаимодействием необходимо учитывать неупругое взаимодействие 2D электронов в инверсионных слоях с поверхностными фононами, локализованными на границах раздела кристаллов (интерфейсах) [18–20], а также с поверхностными плазмонами, которые связаны с относительно низкочастотными коллективными колебаниями «тяжелых» дырок [22,23]. В частности, как было показано в [22], на границе раздела двух полупроводников p - и n -типа с существенно разными эффективными массами дырок и электронов и с высокой подвижностью свободных носителей в определенной области частот ω и продольных волновых чисел q могут существовать слаботатухающие поверхностные

плазмоны с акустическим при $q \rightarrow 0$ законом дисперсии:

$$\omega_{\text{pl}}(q) = \Omega_h \left[1 + \sqrt{1 + 1/q^2 R_e^2} \right]^{-1}, \quad (7)$$

где $\Omega_h = \sqrt{4\pi e^2 n_h / \epsilon_0 m_h^*}$ — плазменная частота «тяжелых» дырок со средней объемной концентрацией n_h , а $R_e = \sqrt{E_F \epsilon_0 / 6\pi e^2 n_e}$ — радиус экранировки вырожденными «легкими» электронами с концентрацией n_e и энергией Ферми E_F в кристаллах с одинаковой диэлектрической проницаемостью ϵ_0 . При этом электрическое поле поверхностной плазменной волны убывает с увеличением расстояния z от границы раздела по экспоненциальному закону $\sim \exp(-z \sqrt{q^2 + R_e^{-2}})$, а гамильтониан адиабатического (при условии $m_h^* \gg m_e^*$) ЭПВ аналогичен гамильтониану Фрелиха для ЭФВ:

$$H_{\text{pl}}(z) = i \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, \sigma} g_{\text{pl}}(q, z) \omega_{\text{pl}}^{1/2}(q) a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \sigma}^+ a_{\mathbf{k}\sigma} b_{\mathbf{q}}^+ + \text{э.с.}, \quad (8)$$

где

$$g_{\text{pl}}(q, z) = \left(\frac{\pi e^2}{\epsilon_0 \sqrt{q^2 + R_e^{-2}}} \right)^{1/2} \exp\left(-z \sqrt{q^2 + R_e^{-2}}\right), \quad (9)$$

а z — координата $2D$ электронного слоя (см. ниже).

Соответствующий эффективный гамильтониан электрон-электронного взаимодействия во втором порядке теории возмущений за счет обмена виртуальными $2D$ фононами и $2D$ плазмонами в калибровке Ландау имеет вид (ср. с [33])

$$H_{ee} = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} \sum_{s, s'} \left[\tilde{g}_{\text{ph}}^2(q) D_{\text{ph}}(q, \epsilon_s - \epsilon_{s'}) + \tilde{g}_{\text{pl}}^2(q, d) D_{\text{pl}}(q, \epsilon_s - \epsilon_{s'}) \right] \times \\ \times w_s(q) w_{s'}(q) a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, s}^+ a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}, s}^+ a_{\mathbf{k}'s'} a_{\mathbf{k}s}, \quad (10)$$

где \tilde{g}_{ph} и \tilde{g}_{pl} — матричные элементы ЭФВ и ЭПВ, $a_{\mathbf{k}s}^+$ и $a_{\mathbf{k}s}$ — операторы рождения и уничтожения электрона с $2D$ импульсом \mathbf{k} на s -м УЛ, а D_{ph} и D_{pl} — фононная и плазменная функции Грина:

$$D_{\text{ph,pl}}(q, \omega) = \frac{\omega_{\text{ph,pl}}^2(q)}{\omega^2 - \omega_{\text{ph,pl}}^2(q)}. \quad (11)$$

Если характерные энергии поверхностных фононов $\omega_{\text{ph}}(q)$ и плазмонов $\omega_{\text{pl}}(q)$ при $q \sim l_H^{-1}$ не превышают величину $2\mu_B H$ (где μ_B — магнетон Бора), то неупругие процессы за счет ЭФВ и ЭПВ не приводят к перемешиванию состояний разных УЛ. В этом случае в (11) можно не учитывать эффекты запаздывания для $2D$ электронов на одном и том же УЛ ($s = s'$) и положить $\omega = 0$, так что $D_{\text{ph}}(q, 0) = D_{\text{pl}}(q, 0) = -1$, что соответствует межэлектронному притяжению.

Квадрат матричного элемента ЭФВ, характеризующий эффективное притяжение между $2D$ электронами за счет их взаимодействия с поверхностными фононами, в длинноволновом приближении может быть представлен в виде

$$\tilde{g}_{\text{ph}}^2(q) = \frac{\tilde{a}^2}{2} \left[\frac{\tilde{D}_A^2}{M\tilde{s}^2} + \frac{\tilde{\gamma}_0^2}{M\tilde{\omega}_0^2} \right] e^{-2qd}, \quad (12)$$

где \tilde{a} — средняя постоянная решетки на гетеропереходе, d — расстояние $2D$ электронного слоя от поверхности раздела кристаллов, \tilde{D}_A — деформационный потенциал акустических $2D$ фононов с фазовой скоростью \tilde{s} вдоль поверхности раздела, $\tilde{\gamma}_0$ — деформационная константа для оптических $2D$ фононов с частотой $\tilde{\omega}_0$, а M и \tilde{M} — суммарная и приведенная массы атомов в элементарных ячейках кристаллов по обе стороны интерфейса. При достаточно малой разнице упругих констант кристаллов и, следовательно, при малых (по сравнению с объемными) значениях \tilde{s} и $\tilde{\omega}_0$ величина \tilde{g}_{ph}^2 может значительно превышать ЭФВ с $3D$ фононами в полупроводниках [34].

Для вычисления матричного элемента ЭПВ с поверхностными плазмонами в гетероструктурах с размерным квантованием электронного спектра в инверсионном слое учтем, что в случае достаточно тонкого электронного слоя толщиной L_e при квадратичном спектре вырожденных $2D$ электронов с концентрацией N и с фермиевским импульсом $k_F = \sqrt{2\pi N}$ радиус экранирования равен $\tilde{R}_e = \sqrt{L_e a_e^*} / 2$ (где $a_e^* = \epsilon_0 / m_e^* e^2$ — эффективный борковский радиус электрона). При этом фурье-компонента экранированного кулоновского потенциала при условии $L_e \ll a_e^*$ с хорошей точностью сводится к выражению (см. [35])

$$\tilde{V}_c(q) \cong \frac{2\pi e^2}{q + L_e/2R_e^2} = \frac{2\pi e^2}{q + 2/a_e^*}. \quad (13)$$

В этом случае частота адиабатических поверхностных плазмонов при ширине области локализации «тяжелых» дырок $L_h \gg L_e$ определяется выражением

$$\omega_{pl}(q) = \Omega_h / \sqrt{2(1 + 1/qa_e^*)}, \quad (14)$$

так что $\omega_s(q) \sim \sqrt{q}$ при $q \rightarrow 0$, а константа ЭПВ имеет вид

$$\tilde{g}_{pl}(q) = \left(\frac{2\pi e^2}{\epsilon_0(q + 2/a_e^*)} \right)^{1/2} \exp \left\{ -\tilde{d} \left(q + \frac{2}{a_e^*} \right) \right\}, \quad (15)$$

где \tilde{d} — расстояние между максимумами в распределении плотности электронов и дырок, локализованных по разные стороны гетероперехода ($\tilde{d} > d$).

В достаточно сильном магнитном поле, которое квантует спектр «легких» $2D$ электронов, но не является квантующим для «тяжелых» дырок,

спектр $2D$ плазмонов приобретает конечную щель при $q \rightarrow 0$:

$$\tilde{\omega}_{pl}(q) = \sqrt{\omega_{Hh}^2 + \omega_{pl}^2(q)}, \quad (16)$$

где $\omega_{Hh} = eH/m_h^*c$ — циклотронная частота дырок. Заметим, что энергия поверхностных плазмонов (16) при $m_h^* < m_0$ превышает величину зеемановского расщепления УЛ, так что неупругое ЭПВ может приводить к перемешиванию состояний ближайших спиновых УЛ.

Поскольку в КМП экранировка кулоновского взаимодействия электронами сильно подавлена, то частота $2D$ плазмонов равна $\omega_{pl} \approx \Omega_h/\sqrt{2}$, а квадрат матричного элемента ЭФВ имеет вид

$$\tilde{g}_{pl}^2(q) = \frac{2\pi e^2}{q\epsilon_0} e^{-2q\tilde{d}}. \quad (17)$$

Учитывая, что гамильтониан (10) при $s = s'$ обладает такой же симметрией, как и кулоновский гамильтониан [33], по аналогии с кулоновским потенциалом (6) получаем следующий эффективный антисимметризованный потенциал ЭФВ и ЭПВ:

$$\tilde{W}_s(q) \equiv \tilde{W}_s^{ph}(q) + \tilde{W}_s^{pl}(q) =$$

$$= -\frac{1}{2} \left\{ [\tilde{g}_{ph}^2(q) + \tilde{g}_{pl}^2(q)] w_s^2(q) - \frac{l_H^2}{2\pi} \int d^2p \exp(i\mathbf{p}\mathbf{q}l_H^2) [\tilde{g}_{ph}^2(p) + \tilde{g}_{pl}^2(p)] w_s^2(p) \right\}. \quad (18)$$

Для вычисления матричного элемента $\tilde{W}_s(q)$ необходимо учитывать явную импульсную зависимость констант ЭФВ и ЭПВ, поскольку для контактного (точечного) взаимодействия с постоянной фурье-компонентой выражение (18) тождественно обращается в нуль (см. [33]).

В длинноволновом приближении ($qd < 1$) для константы ЭФВ с поверхностными фононами с хорошей точностью можно ограничиться учетом линейной по q поправки (см. (12)):

$$\tilde{g}_{ph}^2(q) \cong \tilde{g}_{ph}^2(0) (1 - 2qd). \quad (19)$$

В результате фононная часть матричного элемента $\tilde{W}_s(q)$ при $s = 0$ принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{W}_s^{ph}(q) &= \\ &= \tilde{g}_{ph}^2(0) \frac{d}{l_H} \left[x e^{-x^2/2} - \sqrt{\pi/2} \Phi \left(-\frac{1}{2}, 1; \frac{x^2}{2} \right) e^{-x^2/2} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь использована формула Куммера $\Phi(\alpha, \beta; z) = e^z \Phi(\beta - \alpha, \beta; -z)$. При $s = 1$ соответствующий матричный элемент ЭФВ равен

$$\tilde{W}_1^{ph}(q) = \tilde{g}_{ph}^2(0) \frac{d}{l_H} \left\{ x(1-x^2)^2 e^{-x^2/2} - \sqrt{2\pi} \left[\Phi \left(-\frac{1}{2}, 1; \frac{x^2}{2} \right) - 6\Phi \left(-\frac{3}{2}, 1; \frac{x^2}{2} \right) + 15\Phi \left(-\frac{5}{2}, 1; \frac{x^2}{2} \right) \right] e^{-x^2/2} \right\}. \quad (21)$$

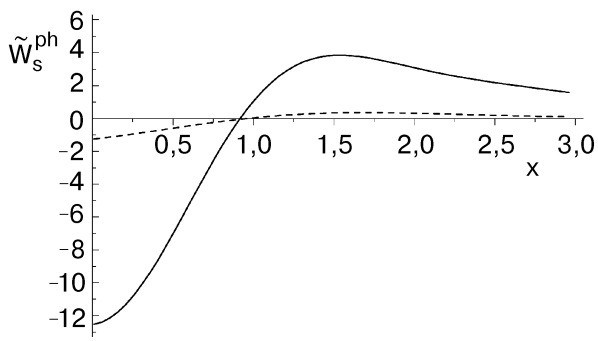


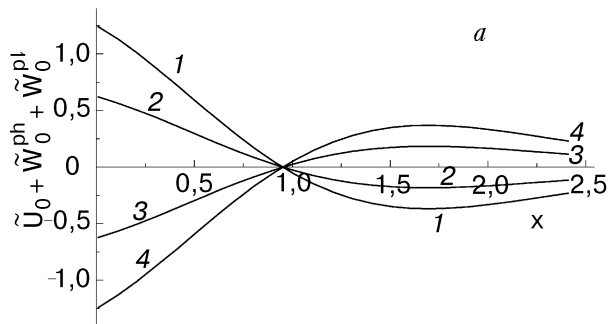
Рис. 3. Зависимость от $x = ql_H$ антисимметризованного матричного элемента ЭФВ $\tilde{W}_s^{\text{ph}}(q)$, нормированного на величину $\tilde{g}_{\text{ph}}^2(0) d/l_H$, при $s = 0$ (штриховая кривая) и $s = 1$ (сплошная кривая).

На рис. 3 показаны импульсные зависимости $\tilde{W}_0^{\text{ph}}(q)$ и $\tilde{W}_1^{\text{ph}}(q)$. Как видим, в области $ql_H < 1$ матричный элемент ЭФВ соответствует притяжению, тогда как при $ql_H > 1$ преобладающим является отталкивание.

Используя выражение (17), которое фактически описывает ослабление кулоновского отталкивания эффективным межэлектронным притяжением за счет ЭПВ, в длинноволновом приближении получаем

$$V_c(q) - \tilde{g}_{\text{pl}}^2(q) = V_c(q) (1 - e^{-2q\tilde{d}}) \approx \frac{4\pi e^2 \tilde{d}}{\epsilon_0} (1 - q\tilde{d}). \quad (22)$$

В результате антисимметризации постоянное слагаемое в (22) сокращается, и для суммарного матричного элемента кулоновского взаимодействия и ЭПВ, согласно (3) и (18), при $s = 0$ и 1 получаем такие же импульсные зависимости, как и для матричных элементов ЭФВ (20) и (21), но с обратным знаком, поскольку кулоновское отталкивание преобладает над притяжением за счет



ЭПВ. При этом соответствующая константа связи с учетом ЭФВ равна $[\tilde{g}_{\text{ph}}^2(0) - 2\pi e^2 \tilde{d}^2 / \epsilon_0 d] d/l_H$.

На рис. 4 показаны импульсные зависимости суммарного потенциала кулоновского взаимодействия, ЭПВ и ЭФВ при $s = 0$ (а) и $s = 1$ (б) для разных значений безразмерного параметра $\beta = \tilde{g}_{\text{ph}}^2(0) \epsilon_0 d / 2\pi e^2 \tilde{d}^2$. Как видим, потенциал $\tilde{U}_s(q) + \tilde{W}_s(q)$ соответствует притяжению (отрицателен) в области $ql_H < 1$ с минимумом в точке $q = 0$, если $\beta > 1$, либо в области $ql_H > 1$, если $\beta < 1$.

Если адиабатическое ЭПВ с поверхностными плазменными колебаниями «тяжелых» дырок по какой-либо причине подавлено, например, за счет достаточно большого расстояния \tilde{d} , когда ЭПВ экспоненциально мало (см. (17)), то результирующая импульсная зависимость матричного элемента кулоновского взаимодействия и ЭФВ, согласно (5), (6), (20) и (21), имеет вид, показанный на рис. 5 при $s = 0$ (а) и $s = 1$ (б) для разных значений безразмерного параметра $\tilde{\beta} = \tilde{g}_{\text{ph}}^2(0) \epsilon_0 d / \pi e^2 l_H^2$, характеризующего относительную величину константы ЭФВ и кулоновского отталкивания. Как видим, и в этом случае в некоторой области передаваемых импульсов существует притяжение $\tilde{U}_s(q) + \tilde{W}_s^{\text{ph}}(q) < 0$, однако при $q \rightarrow 0$ преобладает кулоновское отталкивание.

3. Конкуренция между куперовским и экситонным механизмами спаривания в 2D системах в КМП

Как будет показано ниже, рассмотренное в предыдущем разделе межэлектронное притяжение за счет ЭФВ и ЭПВ способствует куперовскому спариванию 2D электронов на одном и том же спиновом УЛ, которое конкурирует с экситонным спариванием за счет кулоновского притяжения между электронами и дырками.

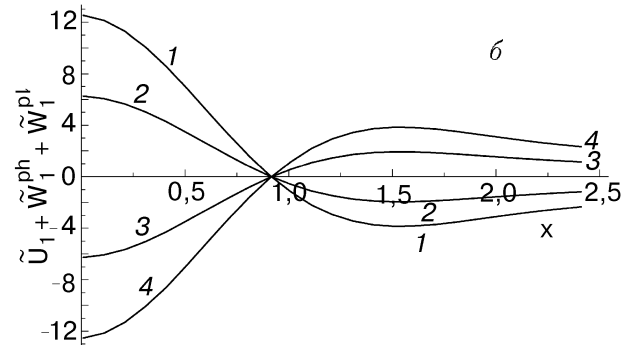


Рис. 4. Импульсная зависимость суммарного потенциала кулоновского взаимодействия, ЭПВ и ЭФВ, нормированного на $\pi e^2 l_H / \epsilon_0$, при $s = 0$ (а) и $s = 1$ (б) для разных значений параметра $\beta = \tilde{g}_{\text{ph}}^2(0) \epsilon_0 / 2\pi e^2 \tilde{d}$: 0 (1); 0,5 (2); 1,5 (3); 2 (4).

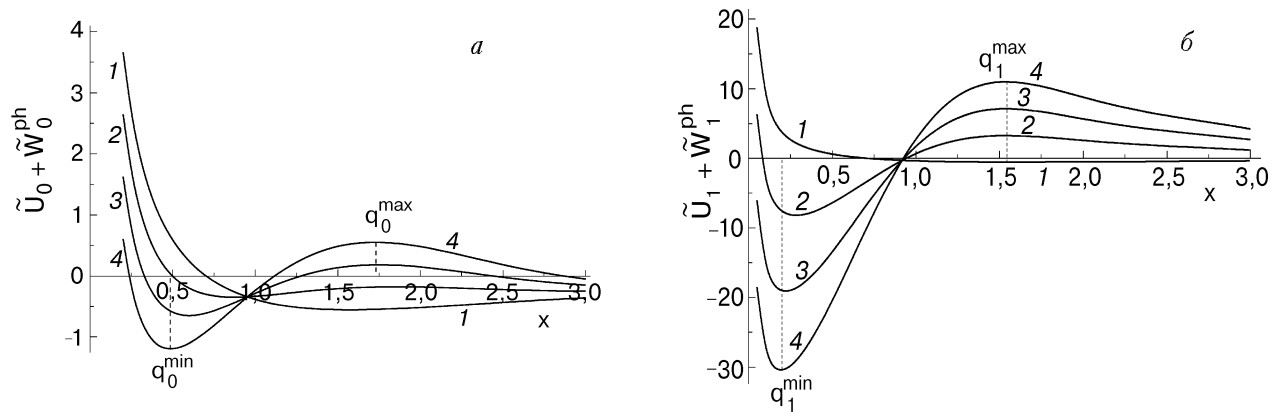


Рис. 5. Импульсная зависимость суммарного потенциала кулоновского взаимодействия и ЭФВ, нормированного на $\pi e^2 l_H / \epsilon_0$, при $s = 0$ (а) и $s = 1$ (б) для разных значений параметра $\beta = 2\beta \tilde{d}^2 / l_H^2$: 0 (1); 0,5 (2); 1,5 (3); 2 (4).

Проведенный в [36] анализ диаграмм для двухчастичной функции Грина $2D$ электронов на s -ом УЛ при $T \neq 0$ показал, что суммирование расходящихся по степенному закону при $T \rightarrow 0$ лестничных диаграмм в нуль-звуковом канале вида

$$T \sum_{\omega} G_s(\omega) G_s(\omega + \omega_1 - \omega_2) = -\delta_{\omega_1 \omega_2} \frac{v_s(1 - v_s)}{T}, \quad (23)$$

где $G_s(\omega)$ — одночастичная функция Грина, а $\delta_{\omega_1 \omega_2}$ — символ Кронекера по дискретным мацубаровским частотам ω_1 и ω_2 , приводит к появлению сингулярности (простого полюса) при некоторой конечной температуре, которая соответствует критической температуре T_{CDW} перехода в экситонную фазу с квантовой ВЗП (см. (2)).

В то же время в работе [36] утверждалось, что куперовское спаривание в $2D$ системах невозможно, поскольку соответствующая простейшая диаграмма имеет вид

$$T \sum_{\omega} G_s(\omega) G_s(\omega_1 + \omega_2 - \omega) = \frac{2f(\epsilon) - 1}{i(\omega_1 + \omega_2) - 2\epsilon}, \quad (24)$$

где $f(\epsilon) = (e^{\epsilon/T} + 1)^{-1}$ — фермиевская функция распределения электронов, которая при условии $T \ll \mu_B H$ с экспоненциальной точностью равна степени заполнения v_s верхнего УЛ (см. [15, 36]). Если $\omega_1 + \omega_2 \neq 0$, то выражение (24) не является сингулярным при $T \rightarrow 0$ и обращается в нуль при половинном заполнении s -го УЛ, когда $f(\epsilon) = v_s = 1/2$.

Однако при нулевой суммарной энергии $\omega_1 + \omega_2 = 0$ в точке $\epsilon = 0$ в выражении (24) возникает неопределенность типа $0/0$, которую можно раскрыть, если учесть соотношения $f(\epsilon) = v_s$ и $\epsilon =$

$= T \ln(1/v_s - 1)$ в области $0 < v_s < 1$. В этом случае выражение (24) при условии $\omega_1 = -\omega_2$ принимает следующий вид:

$$T \sum_{\omega} G_s(\omega) G_s(-\omega) = \frac{\text{th} [1/2 \ln(1/v_s - 1)]}{2T \ln(1/v_s - 1)}. \quad (25)$$

Как видим, куперовская диаграмма (25) расходится степенным образом при $T \rightarrow 0$, так же как и нуль-звуковая диаграмма (23). Суммирование лестничных диаграмм типа (25) приводит к появлению полюса в двухчастичной функции Грина при некоторой температуре T_c , определяющей соотношением

$$1 + N_L [\tilde{W}_s(q) + \tilde{U}_s(q)] \frac{\text{th} [1/2 \ln(1/v_s - 1)]}{2T_c \ln(1/v_s - 1)} = 0. \quad (26)$$

Аналогичный результат был получен в [15] в приближении самосогласованного поля (ср. с (1)).

Однако, в силу того что диаграммы типа (23) и (25) характеризуются одинаковой расходимостью $\sim 1/T$ при $T \rightarrow 0$, для вычисления критической температуры необходимо провести одновременное суммирование этих диаграмм. Ситуация здесь аналогична так называемому «паркетному» приближению для одномерных систем, когда проводится суммирование всех логарифмически расходящихся диаграмм (см. [37–40]).

Интегральное уравнение для вершинной части (четырёхполюсника) электрон-электронного взаимодействия Γ_s на s -м УЛ, полученное с помощью суммирования расходящихся нуль-звуковых и куперовских диаграмм, представлено в графическом виде на рис. 6. Здесь $\Gamma_s^{(0)}$ — несингулярная при $T \rightarrow 0$ часть Γ_s , а $\Gamma_s^{(1)}$ и $\Gamma_s^{(2)}$ — неприводимые

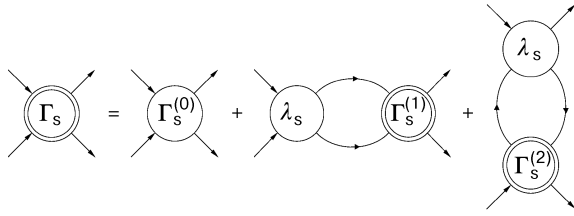


Рис. 6. Графический вид интегрального уравнения для вершинной части межэлектронного взаимодействия, полученного путем суммирования расходящихся при $T \rightarrow 0$ лестничных диаграмм в нуль-звуковом и куперовском каналах.

части Γ_s , соответствующие куперовскому и нуль-звуковому каналам. Ограничиваясь для простоты приближением локального взаимодействия, приходим к выражению для Γ_s , содержащему полюс по T :

$$\Gamma_s(T) = \frac{\Gamma_s^{(0)}}{1 - \lambda_s F_s(v_s)/T}, \quad (27)$$

где

$$\lambda_s = -2N_L [\tilde{W}_s(q_s) + \tilde{U}_s(q_s)]; \quad (28)$$

$$F_s(v_s) = \gamma_s^{(1)} \frac{\text{th} [1/2 \ln(1/v_s - 1)]}{2 \ln(1/v_s - 1)} - \gamma_s^{(2)} v_s (1 - v_s). \quad (29)$$

Здесь $\gamma_s^{(1)}$ и $\gamma_s^{(2)}$ — относительные вклады диаграмм куперовского и нуль-звукового типов, а q_s — передаваемый импульс, соответствующий максимальным значениям константы связи λ_s и критической температуры:

$$T_s(v_s) = \lambda_s F_s(v_s). \quad (30)$$

На рис. 7 показаны зависимости функции F_s от v_s , построенные, согласно (29), для разных соотношений между параметрами $\gamma_s^{(1)}$ и $\gamma_s^{(2)}$. Как видим, при условии $\gamma_s^{(1)} \geq \gamma_s^{(2)}$ функция $F_s(v_s)$ всегда положительна и имеет минимум в точке $v_s = 1/2$. В этом случае T_s равна критической температуре перехода в куперовскую фазу $T_c^{(s)}$ и отлична от нуля только при положительном значении константы связи $\lambda_s > 0$, которое соответствует максимальному электрон-электронному притяжению, т.е. отрицательному минимуму потенциала $\tilde{W}_s(q) + \tilde{U}_s(q)$ при передаваемом импульсе $q = q_s^{\min}$ (см. рис. 4, 5). Благодаря межэлектронному притяжению за счет ЭФВ и ЭПВ в области температур $0 < T < T_s \equiv T_c^{(s)}$ существует куперовская фаза с

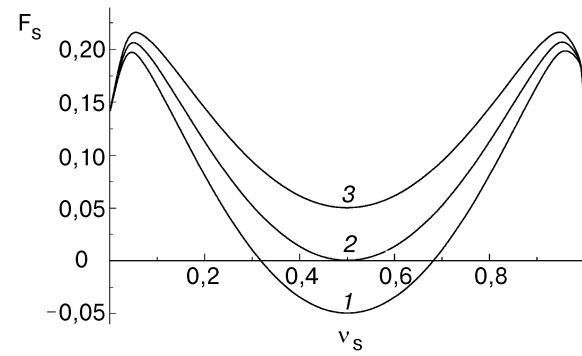


Рис. 7. Функция $F_s(v_s)$ для разных соотношений между параметрами $\gamma_s^{(1)}$ и $\gamma_s^{(2)}$: $\gamma_s^{(1)} < \gamma_s^{(2)}$ (1); $\gamma_s^{(1)} = \gamma_s^{(2)}$ (2); $\gamma_s^{(1)} > \gamma_s^{(2)}$ (3).

неравной нулю концентрацией связанных электронных пар и с конечной энергетической (куперовской) щелью в спектре элементарных возбуждений. Заметим, что при учете ЭПВ максимальное притяжение достигается при $q = 0$ (рис. 4), что соответствует пространственно однородной куперовской фазе. При этом, несмотря на то что энергия поверхностных плазмонов $\tilde{\omega}_{p1}(q)$ может превышать зеемановское расщепление УЛ (см. (16)), при условии $T_c^{(s)} \ll 2\mu_B H$ куперовское спаривание $2D$ электронов возможно только на одном частично заполненном спиновом УЛ и, следовательно, носит триплетный p -волновой характер.

При условии $\gamma_s^{(1)} < \gamma_s^{(2)}$ в окрестности точки $v_s = 1/2$ функция $F_s(v_s)$ становится отрицательной (рис. 7). В той области магнитных полей, где $F_s(v_s) < 0$, отличные от нуля значения T_s могут существовать только при $\lambda_s < 0$, что соответствует положительному максимуму потенциала $\tilde{W}_s(q) + \tilde{U}_s(q)$ в точке $q = q_s^{\max}$ (см. рис. 4, 5), т.е. электрон-электронному отталкиванию и электрон-дырочному притяжению. В этом случае T_s совпадает с критической температурой $T_{CDW}^{(s)}$ перехода в пространственно неоднородную экситонную фазу с квантовой ВЗП.

На рис. 8 показана фазовая диаграмма $2D$ электронной системы в КМП в переменных T и v_s в интервале $0 \leq v_s \leq 1$ при условии $\gamma_s^{(1)} < \gamma_s^{(2)}$. Как видим, критическая температура экситонной фазы $T_{CDW}^{(s)}$ максимальна в точке $v_s = 1/2$, так что при $T < T_{CDW}^{(s)\max}$ в относительно узких областях изменения напряженности поля H вблизи полуцелых значений полного фактора заполнения $\nu = (2n - 1)/2$ могут наблюдаться особенности R_{xx} и R_{yy} , связанные с рассеянием электронов на квантовых ВЗП [25,29–31], причем ширина этих областей должна возрастать с понижением T .

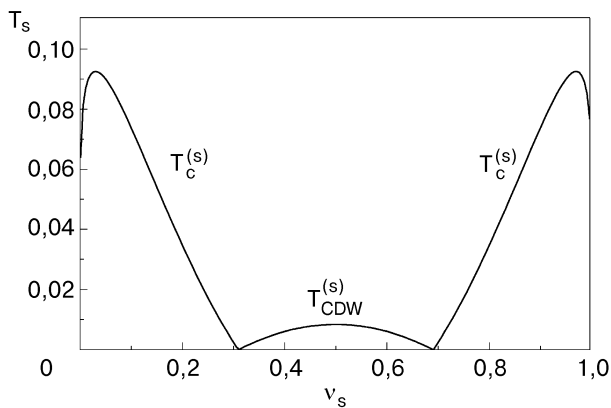
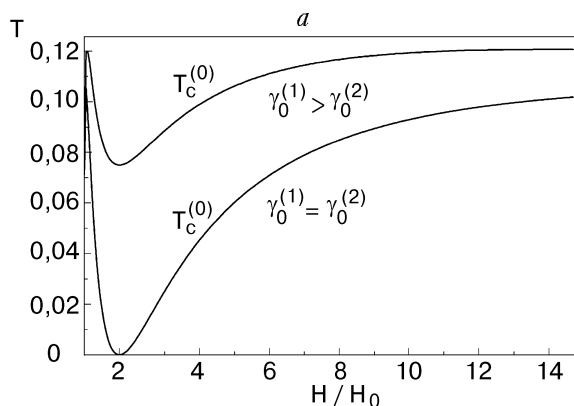


Рис. 8. Зависимости от ν_s критических температур $T_c^{(s)}$ и $T_{CDW}^{(s)}$, нормированных на величину $\lambda_s \gamma_s^{(1)}$, при $\gamma_s^{(1)} < \gamma_s^{(2)}$. Значение λ_s для куперовской фазы выбиралось в точке максимума межэлектронного притяжения ($q = 0$) за счет ЭФВ и ЭПВ, а для экситонной фазы — в точке максимального отталкивания ($q_1^{\max} \approx 1,7l_H^{-1}$) при $s = 1$ и $\beta = 2$ (рис. 4, б).

Тот факт, что особенности R_{xx} и R_{yy} не наблюдаются при заполнении двух нижайших УЛ, когда $\nu = 1/2, 3/2$ [25], может быть связан либо с недостаточно низкой температурой измерений, либо с тем, что в этих случаях выполняется неравенство $\gamma_s^{(1)} > \gamma_s^{(2)}$. При этом $T_{CDW}^{(s)} = 0$, а $T_c^{(s)} > 0$ во всем интервале $0 \leq \nu_s \leq 1$, т.е. при понижении T возможен переход только в куперовскую фазу.

Следует заметить, что когерентное состояние куперовских пар в КМП, аналогичное куперовскому конденсату в сверхпроводниках [41], может возникать только при достаточно сильном перекрытии их волновых функций, т.е. при условии, что среднее расстояние между парами $\bar{r}_p \geq (2/\pi N)^{1/2}$ меньше длины локализации $2l_H$ электронных волновых функций. Это соответствует значениям полного фактора заполнения $\nu = N/N_L = 4l_H^2/\bar{r}_p^2 > 1$.



4. Куперовское спаривание 2D электронов и фазовая диаграмма в ультраквантовом пределе

Особый интерес представляет вопрос о куперовском спаривании 2D электронов в ультраквантовом пределе ($s = 0$), когда фактор заполнения ν_0 нижайшего спинового УЛ равен $\nu = 2\pi l_H^2 N < 1$, так что среднее расстояние между электронами $\bar{r}_e = (\pi N)^{-1/2} > l_H \sqrt{2}$.

В этом случае фазовая диаграмма 2D системы может быть представлена в переменных $T-H$, поскольку $\nu = H_0/H$, где $H_0 = N\Phi_0$, а Φ_0 — квант магнитного потока. На рис. 9 показаны фазовые диаграммы, соответствующие условиям $\gamma_0^{(1)} > \gamma_0^{(2)}$ (а) или $\gamma_0^{(1)} < \gamma_0^{(2)}$ (б) для тех же значений параметров, что и на рис. 8. В областях температур под кривыми $T_c^{(0)}(H)$ существует куперовская фаза, а под кривой $T_{CDW}^{(0)}(H)$ на рис. 9, б — экситонная фаза. По аналогии со сверхпроводниками [41] естественно предположить, что в куперовской фазе в области $0 < T < T_c^{(0)}$ сосуществуют связанные электронные пары и несвязанные 2D электроны, тогда как при $T \rightarrow 0$ все электроны связываются в куперовские пары, а при $T \geq T_c^{(0)}$ все электроны являются неспаренными и образуют «несжимаемую» лафлиновскую 2D жидкость [5].

Возможность сосуществования связанных пар и неспаренных электронов в 2D системе в ультраквантовом пределе рассматривалась в [32] без конкретизации механизма спаривания. С помощью многочастичной вариационной волновой функции полиномиального типа [5,27], которая является симметричной относительно перестановок пар (бозонов) и антисимметричной относительно перестановок свободных электронов (фермионов), в работе [32] было показано, что суперпозиция состояний N_p связанных пар и N_e несвязанных 2D электронов должна приводить к

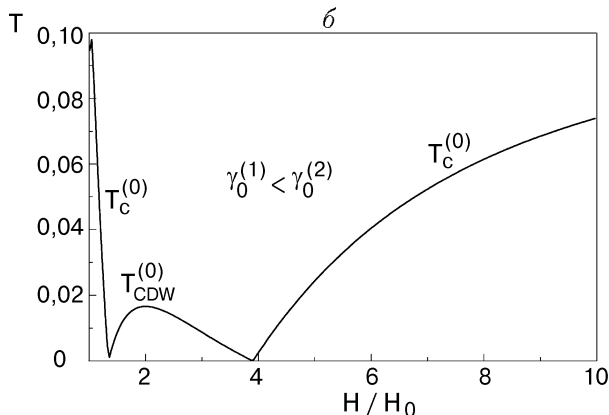


Рис. 9. Фазовая диаграмма 2D системы в переменных T и H , нормированных на $\lambda_0 \gamma_0^{(1)}$ и H_0 , в ультраквантовом пределе ($s = 0$) при $\gamma_0^{(1)} \geq \gamma_0^{(2)}$ (а) и $\gamma_0^{(1)} < \gamma_0^{(2)}$ (б) для $\beta = 2$ (рис. 4, а).

квантовым особенностям холловского R_H и транспортного R_{xx} сопротивлений в режиме ДКЭХ при значениях фактора заполнения $\nu = N/N_\phi$ (где $N = N_e + 2N_p$ — полная концентрация $2D$ электронов, а $N_\phi = H/\Phi_0$ — число квантов потока Φ_0 на единицу площади), которые определяются соотношением

$$\nu = \frac{4m + p - 4r}{mp - r^2}, \quad (31)$$

где m — положительное нечетное число ($m \geq 3$), p — четное число ($p \geq 4$), а r — число произвольной четности ($r \geq 2$). При этом относительные числа неспаренных $2D$ электронов и связанных (куперовских) пар равны

$$\begin{aligned} \nu_e &= \frac{N_e}{N_e + 2N_p} = \frac{p - 2r}{4m + p - 4r}; \\ \nu_p &= \frac{N_p}{N_e + 2N_p} = \frac{2m - r}{4m + p - 4r}. \end{aligned} \quad (32)$$

При условии $r = 2m$ из соотношения Гальперина (31) для любых m и p (включая точку $p = 2r = 4m$, в которой возникает неопределенность типа $0/0$) следуют простые дроби $\nu = 1/m$ ($m = 3, 5, 7, \dots$). Заметим, что условие $r = 2m$, согласно (32), соответствует состоянию с нулевой концентрацией куперовских пар ($\nu_p = 0, \nu_e = 1$), т.е. «нормальной» лафлиновской жидкости [5] в области температур $T \geq T_c^{(0)}$. Однако дроби $\nu = 1/m$ могут содержаться в соотношении (31) и при конечных значениях $\nu_p \neq 0$, т.е. в куперовской фазе $T < T_c^{(0)}$. Так, например, дробь $\nu = 1/3$ реализуется, согласно (31), при $m = 7, p = 16, r = 2$ ($\nu_e = \nu_p = 1/3$), дробь $\nu = 1/5$ — при $m = 7, p = 22, r = 8$ (или $r = 12$) либо при $m = 7, p = 28, r = 6$ ($\nu_e = 2\nu_p = 1/2$), а дробь $\nu = 1/7$ — при $m = 9, p = 46, r = 8$ ($\nu_e = 3/5, \nu_p = 1/5$).

С другой стороны, при $p = 2r$ (но $r \neq 2m$) из (31) для любых m следует ряд дробных значений $\nu = 2/r$, который для нечетных значений $r = (2n + 1)$ при $n \geq 1$ соответствует экспериментально наблюдаемой последовательности дробей $\nu = 2/3, 2/5, 2/7$ и т.д., а для четных $r = 2(2n + 1)$ сводится к лафлиновским дробям $\nu = 1/(2n + 1)$. Заметим, что дроби $\nu = 2/7, 2/9, 2/11$ и т.д. не описываются моделью составных фермионов [9], в рамках которой $\nu = n/(2n \pm 1)$ при $n \geq 2$.

Условие $p = 2r$, согласно (32), соответствует состоянию с нулевой концентрацией свободных $2D$ электронов ($\nu_e = 0, \nu_p = 1/2$), т.е. куперовской фазе при $T = 0$, когда все электроны на

нижайшем спиновом УЛ связаны в триплетные пары со спином 1. Однако дроби типа $\nu = 2/(2n + 1)$ содержатся в соотношении (31) и при $\nu_e \neq 0$. Так, например, дробь $\nu = 2/5$ реализуется при $m = 7, p = 12, r = 2$ ($\nu_e = \nu_p = 1/3$), дробь $\nu = 2/7$ — при $m = 3, p = 6, r = 9$ ($\nu_e = 2/3, \nu_p = 1/6$) либо при $m = 7, p = 20, r = 8$ ($\nu_e = 1/4, \nu_p = 3/8$), дробь $\nu = 2/9$ — при $m = 5, p = 20, r = 2$ (или $r = 8$) либо при $m = 7, p = 28, r = 4$ ($\nu_e = 2\nu_p = 1/2$), а дробь $\nu = 2/11$ — при $m = 7, p = 28, r = 8$ ($\nu_e = 2\nu_p = 1/2$).

Соотношение (31) содержит также другие экспериментально наблюдаемые дробные значения фактора заполнения, несодержащиеся в модели составных фермионов. Например, дробь $\nu = 3/11$ следует из (31) при $m = 3, p = 4, r = 10$ ($\nu_e = \nu_p = 1/3$) либо при $m = 7, p = 18, r = 4$ ($\nu_e = 2\nu_p = 1/2$); дробь $\nu = 4/11$ — при $m = 3, p = 20, r = 4$ ($\nu_e = 3/4, \nu_p = 1/8$) или $m = 3, p = 12, r = 5$ ($\nu_e = 2\nu_p = 1/2$); либо при $m = 5, p = 12, r = 4$ ($\nu_e = 1/4, \nu_p = 3/8$), а дробь $\nu = 3/13$ — при $m = 7, p = 20, r = 6$ ($\nu_e = \nu_p = 1/3$). Заметим, что по мере понижения T в куперовской фазе должны реализовываться состояния с более высокой концентрацией связанных электронных пар.

Кроме того, в соотношении (31) при условии $p = 2r = 4n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) содержатся дроби с четными знаменателями $\nu = 1/2, 1/4, 1/6$ и т.д., которые, как правило, не наблюдаются в экспериментах [3,4]. Если предположить, что для нижайшего УЛ ($s = 0$) выполняется условие $\gamma_0^{(1)} = \gamma_0^{(2)}$, то в соответствии с (29) получаем $T_{CDW}^{(0)} = 0$ во всем интервале $0 \leq \nu_0 \leq 1$ и $T_c^{(0)} = 0$ в точке $\nu_0 = 1/2$ (см. рис. 9,а). Это означает, что в режиме ДКЭХ в окрестности $\nu \equiv \nu_0 = 1/2$ исключаются квантовые состояния с куперовской щелью и, следовательно, должны отсутствовать те особенности R_H и R_{xx} , которые определяются соотношением (31), а также особенности R_{xx} и R_{yy} , связанные с квантовой ВЗП. Тем не менее в туннельных экспериментах [42] наблюдалась псевдощель при $\nu = 1/2$.

В то же время благодаря межэлектронному притяжению за счет ЭФВ и ЭПВ с поверхностными фононами и плазмонами при достаточно низких температурах, в принципе, возможно триплетное куперовское спаривание композитных фермионов, которое может сопровождаться появлением квантовой особенности при $\nu = 5/2$ [14].

5. Обсуждение результатов и сравнение с экспериментом

Рассмотренный в данной работе механизм куперовского спаривания $2D$ электронов в КМП,

обусловленный их взаимодействием с локализованными вблизи поверхности раздела кристаллов $2D$ фононами и $2D$ плазмонами, позволяет в рамках единого подхода, с учетом степенной расходимости куперовских и нуль-звуковых диаграмм при $T \rightarrow 0$, описать квантовые особенности транспортногo и холловского сопротивлений в режимах ЦКЭХ и ДКЭХ. Суммирование расходящихся лестничных диаграмм термодинамической теории возмущений в нуль-звуковом и куперовском каналах в локальном приближении приводит к выражению для вершинной части с полюсом при некоторой температуре, зависящей от степени заполнения верхнего УЛ. Это позволяет построить фазовую диаграмму $2D$ системы в КМП, которая в случае преобладающего вклада электрон-дырочных процессов содержит как куперовскую, так и экситонную фазы (рис. 8). Последняя локализована вблизи полуцелых значений фактора заполнения $\nu = (2n - 1)/2$, что качественно согласуется с экспериментальными данными [25] по наблюдению анизотропных особенностей транспортногo сопротивления, связанных с рассеянием $2D$ электронов на квантовых ВЗП [29–31]. Отсутствие таких особенностей при $n = 1$ и 2 может быть обусловлено усилением вклада электрон-электронных процессов на нижайших УЛ, когда главным эффектом становится куперовское спаривание $2D$ электронов. При этом суперпозиция связанных электронных пар и неспаренных электронов в куперовской фазе в ультраквантовом пределе приводит к появлению новых особенностей холловского и транспортногo сопротивлений при дробных значениях ν , которые не описываются моделью композитных фермионов.

Интересно сопоставить приведенную на рис. 9,а теоретическую фазовую диаграмму $2D$ системы в режиме ДКЭХ для куперовской фазы при условии $\gamma_1^{(0)} = \gamma_2^{(0)}$ с экспериментальной фазовой диаграммой, построенной в [43,44] на основе магнитооптических измерений (рис. 10). Такая эмпирическая фазовая диаграмма интерпретировалась в [43,44] как результат вигнеровской кристаллизации $2D$ электронов в КМП при понижении T . Однако, как отмечалось в [43], измеренная температура перехода жидкость–кристалл оказалась гораздо ниже классической температуры плавления $2D$ вигнеровского кристалла при соответствующей электронной концентрации. Кроме того, указанная в [43,44] условная граница области существования вигнеровского кристалла ($\nu_c = 0,26$) не совпадает с данными по изучению нелинейных магнитотранспортных явлений ($\nu_c = 0,22$)

и связана, скорее всего, с точностью соответствующих экспериментальных методов.

В «твердой» фазе, которая сопоставлялась в [43,44] с поведением слабозатухающей линии в спектре рекомбинационного излучения, в режиме ДКЭХ (в том числе при $\nu < \nu_c$) наблюдались квантовые особенности при значениях фактора заполнения $\nu = 2/3, 2/5, 2/7, 2/9, 2/11$, которые характерны для куперовской фазы (см. разд. 4) и содержатся в соотношении Гальперина (31). В связи с этим можно предположить, что слабозатухающая линия в спектре люминесценции $2D$ системы может быть связана не с вигнеровской кристаллизацией, а с куперовским спариванием $2D$ электронов, поскольку куперовская фаза в режиме ДКЭХ ($\nu < 1$) может быть предвестником СП когерентной фазы в режиме ЦКЭХ ($\nu > 1$).

Дополнительным аргументом в пользу такого предположения может служить качественное сходство между теоретической зависимостью $T_c^{(0)}(H)$ на рис. 9,а и огибающей линии раздела фаз на рис. 10. Что же касается «тонкой структуры» эмпирической фазовой диаграммы, которая проявляется в существовании узких провалов на полевой зависимости критической температуры вблизи дробных значений $\nu = 1/5, 1/7$ и т.д., то естественное объяснение этого эффекта (так же, как и для случая вигнеровского кристалла [43,44]) заключается в том, что энергия основного состояния лафлиновской жидкости [5] имеет глубокие минимумы при $\nu = 1/(2n + 1)$, которые лежат ниже свободной энергии куперовской фазы при тех же значениях ν .

Таким образом, не исключено, что в магнитооптических экспериментах [43,44] наблюдалась не «твердая» вигнеровская фаза, а «жидкая» ку-

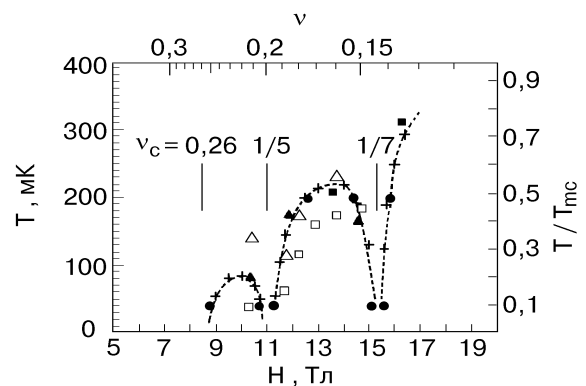


Рис. 10. Экспериментальная фазовая диаграмма $2D$ системы в режиме ДКЭХ, полученная в [44] на основании результатов магнитооптических измерений на разных образцах: +, • — $N = 5,3 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$; ■ — $N = 5,2 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$; ▲ — $N = 6,1 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$; □ — результаты [45]; ▲ — результаты [46,47].

перовская фаза, возникающая за счет межэлектронного притяжения, обусловленного ЭФВ и ЭПВ с поверхностными фононами и плазмонами. В окрестности $\nu = 1/2$, где $T_c^{(0)} \approx 0$ при $\gamma_1^{(0)} \approx \gamma_2^{(0)}$, такое притяжение при низких T может способствовать триплетному куперовскому спариванию композитных фермионов [14] и появлению квантовой особенности при $\nu = 5/2$ [11–13].

В заключение выражаю благодарность Ю. А. Бычкову и И. Б. Левинсону, В. Б. Тимофееву и И. В. Кукушкину за полезные дискуссии.

Данная работа посвящается столетию со дня рождения выдающегося физика-экспериментатора Льва Васильевича Шубникова — одного из первооткрывателей квантовых эффектов в сильных магнитных полях, к числу которых относится и квантовый эффект Холла в $2D$ системах.

1. K. Von Klitzing, C. Dorda, and M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
2. D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1559 (1982).
3. X. Штермер, *УФН* **170**, 304, (2000).
4. Д. Цуй, *УФН* **170**, 320, (2000).
5. R. B. Laughlin, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1395 (1983); *Science* **242**, 525 (1988); *УФН* **170**, 294 (2000).
6. F. D. M. Haldane, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 605 (1983).
7. B. I. Halperin, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 1583 (1984).
8. F. D. M. Haldane and E. H. Rezayi, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 237 (1985).
9. J. K. Jain, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 199 (1989).
10. B. I. Halperin, P. A. Lee, and N. Read, *Phys. Rev.* **B47**, 7312 (1993).
11. E. Mendez, L. I. Chang, C. A. Chang, L. F. Alexander, and L. Esaki, *Surf. Sci.* **142**, 215 (1984).
12. R. Willett, J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, D. C. Tsui, A. C. Gossard, and J. H. English, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1776 (1987).
13. W. Pan, J. S. Xia, V. Shvarts, D. E. Adams, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldein, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3530 (1999).
14. V. W. Scarola, K. Park, and J. K. Jain, *Nature* **406**, 863 (2000).
15. А. Л. Касаткин, Э. А. Пашицкий, *УФЖ* **22**, 467 (1977).
16. F. D. M. Haldeine and E. Rezayi, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 956 (1988).
17. T. Maniv, A. I. Room, I. D. Vagner, P. Wyder, et al., *Phys. Rev.* **B46**, 8360 (1992).
18. Э. А. Пашицкий, *ФНТ* **25**, 920 (1999).
19. Z. V. Popovic, M. Cardona, E. Richter, D. Strauch, L. Tapfer, and K. Ploog, *Phys. Rev.* **B41**, 5904 (1990).
20. C. Trallero-Ginev F. Garcia-Moliner, V. R. Velasco, and M. Cardona, *Phys. Rev.* **B45**, 11944 (1992).
21. D. Simonyan, S. V. Kravchenko, M. P. Sarachik, and V. M. Pudalov, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2304 (1997).
22. Э. А. Пашицкий, *ЖЭТФ* **56**, 662 (1969).
23. А. М. Габович, Д. П. Монсеев, Э. А. Пашицкий, С. К. Уварова, *ФНТ* **1**, 984 (1975).
24. P. Phillips, S. Knysh, and D. Davidovich, *Nature* **395**, 253 (1998).
25. M. R. Lilly, R. B. Cooper, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 394 (1999).
26. H. Fukuyama, P. M. Platzman, and P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **B19**, 5211 (1979).
27. Ю. А. Бычков, С. В. Иорданский, Г. М. Элиашберг, *Письма в ЖЭТФ* **33**, 152 (1981); *Поверхность: физика, химия, механика* № 10, 33 (1982).
28. Ю. А. Бычков, Э. И. Рашба, *Письма в ЖЭТФ* **38**, 195 (1983); *ЖЭТФ* **85**, 1826 (1983).
29. A. A. Kulakov, M. M. Fogler, and B. I. Shklovskii, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 499 (1996).
30. M. M. Fogler, A. A. Kulakov, and B. I. Shklovskii, *Phys. Rev.* **B54**, 1853 (1996).
31. R. Moess and J. T. Chalker, *Phys. Rev.* **B54**, 5006 (1996).
32. B. I. Halperin, *Helvetica Physica Acta* **56**, 75 (1983).
33. Ю. А. Бычков, *ФТТ* **31**, 56 (1989).
34. В. Ф. Гантмахер, И. В. Левинсон, *Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках*, Наука, Москва (1984).
35. Л. Г. Ильченко, Э. А. Пашицкий, *ФТТ* **22**, 3395 (1980).
36. A. V. Andreev and Yu. A. Bychkov, *Phys. Rev.* **B45**, 1443 (1992).
37. Ю. А. Бычков, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **50**, 738 (1966).
38. И. Е. Дзялошинский, А. И. Ларкин, *ЖЭТФ* **61**, 791 (1971).
39. Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **67**, 397 (1974).
40. А. Т. Zheleznyak, V. M. Yakovenko, and I. E. Dzyaloshinskii, *Phys. Rev.* **B55**, 3200 (1997).
41. Дж. Шриффер, *Теория сверхпроводимости*, Наука, Москва (1970).
42. K. M. Brow, N. Turner, J. T. Nicholls, E. H. Linfield, M. Pepper, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones, *Phys. Rev.* **B50**, 15465, (1994).
43. И. В. Кукушкин, В. Б. Тимофеев, *УФН* **163**, 1 (1993).
44. I. V. Kukushkin and V. B. Timofeev, *Adv. Phys.* **45**, 147 (1996).
45. V. I. Goldman, M. Santos, M. Shayagan, and J. E. Cunningham, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2198 (1990).
46. M. A. Paalanen, R. L. Willett, P. Littlewood, R. P. Ruel, K. W. West, L. N. Pfeiffer, and D. J. Bishop, *Phys. Rev.* **B45**, 11342 (1992).
47. M. A. Paalanen, R. L. Willett, P. R. Ruel P. Littlewood, K. W. West, and L. N. Pfeiffer, *Phys. Rev.* **B45**, 11784 (1992).

About the nature of the half-integer quantum features of transport and Hall resistance of $2D$ electron system in quantizing magnetic fields

E. A. Pashitskii

It is shown that in two-dimensional ($2D$) electronic system in quantizing magnetic fields the coexistence of the electron-hole (exitonic) pairing due to the Coulomb interaction, on the one hand, and the Cooper pairing of $2D$ electrons due to their interaction with $2D$ phonons and $2D$ plasmons localized on the interface in semiconducting heterostructures, on the other hand, is possible. The critical temperatures of transition to exitonic and Cooper phases are obtained by summing up the divergent at $T \rightarrow 0$ — ladder type diagrams in the Cooper and zero sound channels. It is shown that the exitonic phase exists

only in narrow regions nearby the half-integer values of the filling factor $\nu = (2n - 1)/2$; $n = 1, 2, 3, \dots$, in qualitative agreement with the experimentally observed anisotropic features in the transport resistance of 2D system in the integer Hall effect regime. The superposition of bound electron pairs and unpaired 2D electrons in the Cooper phase allows one to describe almost all the quantum features in the fractional Hall effect regime, including those values of ν which cannot be described by the composite fer-

mions model. At the same time the interelectron attraction can lead to a triplet Cooper pairing of composite fermions which is followed by the appearance of «exotic» quantum features of the Hall resistance at $\nu = 5/2$. The arguments in favour of a possible experimental observation of the Cooper phase are presented.