

## Квантовый эффект Холла в неоднородных $2D$ электронных системах

В. Б. Шикин

*Институт физики твердого тела РАН, п. Черноголовка, Московск. обл., 142432, Россия*  
E-mail: shikin@issp.ac.ru

Статья поступила в редакцию 26 февраля 2001 г.

По своей природе квантовый эффект Холла (КЭХ) присущ однородным  $2D$  электронным системам. В то же время основные низкоразмерные проводящие системы при наличии металлических контактов являются регулярно неоднородными. Тем не менее КЭХ в них хорошо наблюдается. Очевидный парадокс разрешается нетривиальным способом. Регулярно неоднородные  $2D$  системы в условиях КЭХ допускают существование целочисленных (несжимаемых) каналов, определяющих проводящие свойства  $2D$  системы. Для описания такой разновидности КЭХ требуется специальный формализм, явно учитывающий свойства несжимаемых полосок. Целью работы является обсуждение причин возникновения регулярной неоднородности  $2D$  электронной плотности в типичных низкоразмерных системах и определение основных характеристик КЭХ для таких систем в терминах, относящихся к отдельным несжимаемым полоскам.

По своїй природі квантовий ефект Хола (КЕХ) є властивістю однорідних  $2D$  електронних систем. В той же час основні низькорозмірні провідні системи при наявності металевих контактів виявляються регулярно неоднорідними. Проте КЕХ в них добре спостерігається. Явний парадокс розв'язується нетривіальним способом. Регулярно неоднорідні  $2D$  системи в умовах КЕХ допускають існування цілочислових (нестисливих) каналів, які визначають провідні властивості  $2D$  системи. Для опису такого різновиду КЕХ потрібен спеціальний формалізм, який явно враховує властивості нестисливих смуг. Метою роботи є обговорювання причин появи регулярної неоднорідності  $2D$  електронної густини в типових низькорозмірних системах і визначення основних характеристик КЕХ для таких систем в термінах, які відносяться до окремих нестисливих смуг.

PACS: 73.20.Dx

Хорошо известно, что контакт двух трехмерных металлов с разными работами выхода  $W_i$  приводит к частичному переносу электронов из одного металла в другой для выравнивания их электрохимических потенциалов [1]. Соответствующее нарушение локальной нейтральности в хороших металлах происходит на масштабах порядка межатомных расстояний, а в образцах с бальмановской статистикой — на длине порядка дебаевского радиуса. Представляет интерес рассмотреть аналогичную задачу и для контактов между  $2D$  и  $3D$  проводящими системами. При этом выясняется, что в двумерных системах отсутствует характерный размер, на котором нарушена локальная нейтральность, т.е. возмущение электронной плотности контактного происхождения захватывает практически всю доступную пе-

ремещением зарядов двумерную область. Ниже такая деформация электронной плотности называется регулярно неоднородной (в отличие от возможных случайных флуктуаций плотности, среднее значение которых по образцу принято считать нулевым). Учитывая чувствительность многих двумерных задач, в частности КЭХ, к локальной плотности электронов, можно думать, что ее регулярная неоднородность контактного происхождения играет заметную роль в эффективном формировании холловских плато. Систематическое рассмотрение контактных явлений в  $2D$  системах и обсуждение деталей КЭХ при наличии контактных явлений составляют содержание настоящей работы.

1. Приступая к изложению конкретных результатов, напомним выводы классической электростатики для контакта двух металлов с разными объемными характеристиками, что эффективно учитывается введением контактной разности потенциалов  $\phi_{ab}$  [1]

$$e\phi_{ab} = W_a - W_b, \quad (1)$$

где  $W_i$  — работы выхода соответствующих металлов;  $e$  — элементарный заряд.

При контакте металлов  $A$  и  $B$  с открытыми гранями (см. рис. 1) в вакуумном промежутке между гранями  $AO$  и  $OB$  возникает электрическое поле с потенциалом  $\phi$  [1]

$$\phi(\theta) = \phi_{ab} \frac{\theta}{\alpha}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  — угол между гранями  $OA$  и  $OB$ .

Напряженность поля равна

$$E_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{\phi_{ab}}{\alpha r}, \quad E_r = 4\pi e \delta n(r) \quad (3)$$

и убывает обратно пропорционально расстоянию  $r$  до точки  $O$ . С этим полем связана поверхностная плотность заряда  $\delta n(r)$ , распределенная вдоль свободных граней  $OA$  и  $OB$ .

Пусть теперь роль луча  $OB$  играет  $2D$  электронная система и для простоты углы  $\alpha$  и  $\beta$  на рис. 1 равны между собой. При этом дополнительная поверхностная плотность заряда из (3) является одновременно и добавкой к однородной электронной плотности  $n_s$  этой системы. Другими

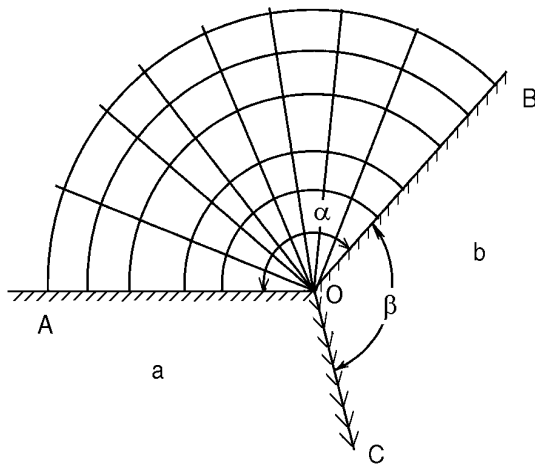


Рис. 1. Контакт двух металлических образцов со свободными границами.

словами, контакт двумерного электронного газа с подводящими электродами (двумерными или трехмерными) может и на больших расстояниях заметно нарушать пространственную однородность  $2D$  электронной плотности, если таковая и имелась в  $2D$  образце без контактов.

2. Расходимость поля  $E$  (3) на малых расстояниях и интегральная расходимость для полного эффективного поверхностного заряда, также следующая из (3), устраняются естественными средствами. Первая из особенностей исчезает при введении в задачу различных поправок к условию термодинамического равновесия. Так, если речь идет об аккумуляции электронов в  $2D$  электронном газе, то расходимость устраняется на боровских расстояниях учетом фермиевской энергии в полном балансе сил (см. [2–4]). Если же речь идет о другом знаке  $W$ , отвечающем обеднению  $2D$  системы, то результирующая задача о равновесии может содержать на концах  $2D$  системы так называемые слои обеднения, полностью лишённые свободных электронов. Этот вариант равновесия обсуждался в литературе весьма подробно, особенно в связи с созданием управляемых  $2D$  систем, геометрия которых контролируется внешними полями (см., например, [2,3,5–9]).

Устранение интегральной расходимости заряда достигается ограничением размеров двумерной системы. Варианты этой задачи весьма разнообразны. Ниже речь идет в основном о двух результатах: возмущение плотности  $\delta n_0(x)$  для квазиодномерного диска Корбино и аналогичная задача для вытянутого холловского образца в его центральной части, удаленной от металлических контактов.

Диск Корбино квазиодномерен, если  $(R_1 - R_2)/(R_1 + R_2) \ll 1$ , где  $R_1, R_2$  — внешний и внутренний радиусы диска. В этом случае неоднородная часть  $\delta n_0(x)$  электронной плотности контактного происхождения найдена в [3]

$$\delta n_0(x) = \frac{\kappa w \phi_{ab}}{\pi^2 e (\omega^2 - x^2)}, \quad -\omega \leq x \leq +\omega. \quad (4)$$

Здесь  $2\omega = R_2 - R_1$  — ширина  $2D$  области между металлическими берегами; ось  $x$  направлена в радиальном направлении; начало координат совпадает с серединой  $2D$  области;  $\kappa$  — диэлектрическая постоянная среды;  $\phi_{ab}$  — контактная разность потенциалов. В пределе  $a_B \ll \omega$  ( $a_B$  — эффективный боровский радиус) приближение (4) хорошо «работает» вдали от точек  $x = \pm\omega$ .

Для холловского образца контактная электростатическая задача пока не «освоена», и поэтому

имеет смысл привести детали ее решения. Исходное уравнение

$$e\varphi(x, y) = \frac{2e^2}{\kappa} \int_{-L}^{+L} d\sigma \int_{-w}^{+w} ds \frac{\delta n(s, \sigma)}{[(x-s)^2 + (y-\sigma)^2]^{1/2}} =$$

$$= \text{const} = W, \quad (5)$$

$$-w \leq x \leq +w; \quad -L \leq y \leq +L; \quad W \equiv W_a - W_b;$$

$$\varphi(x, y, z=0) = 0, \quad |y| > L; \quad \frac{\partial \varphi(x, y, 0)}{\partial z} = 0, \quad |x| > w.$$

Ось  $y$  направлена вдоль длинной стороны прямоугольника, электропотенциалы металлических контактов выбраны одинаковыми и нулевыми,  $W = e\phi_{ab}$ .

Фурье-преобразование (5) по переменной  $y$  дает

$$\varphi(x, q) = \text{const} = \frac{2e}{\kappa} \int_{-w}^{+w} \delta n(s, q) K_0(q|x-s|) ds,$$

$$(6)$$

$$2\pi/L \leq |q| \leq +\infty,$$

где  $K_0(x)$  — комплексная функция Бесселя.

В пределе малых  $x$  функция  $K_0(x)$  ведет себя по логарифмическому закону. Следовательно, если  $L \gg w$ , то вдали от контактов интегральное уравнение (6) принимает вид

$$e\varphi(x) = \frac{2e^2}{\kappa} \int_{-w}^{+w} \delta n(s) \ln \frac{L}{x-s} ds = \text{const}. \quad (7)$$

Решение этого уравнения относительно  $\delta n(x)$  имеет структуру

$$\delta n(x) \propto \frac{\text{const}}{\sqrt{w^2 - x^2}} \quad (8)$$

с величиной const, определяемой требованием

$$W = \frac{2e^2}{\kappa} \int_{-w}^{+w} \delta n(s) \ln(L/s) ds.$$

В результате имеем

$$n(x) = n_s + \delta n = n_s + \frac{\kappa W}{ce^2 \sqrt{w^2 - x^2}}, \quad c = 2\pi \ln \frac{L}{w}. \quad (9)$$

Предел  $q \rightarrow 0$ , использованный в (7), имеет место, если  $w \ll L$  и интересующие нас  $x$ -сечения холловского образца далеки от металлических контактов. Оба предположения ниже считаются выполненными.

### Равновесные характеристики образца в режиме квантового эффекта Холла

Образование целочисленных холловских плато в неоднородных  $2D$  системах сопровождается перераспределением заряда в окрестности целочисленных точек на профиле электронной плотности  $n(x)$ . Следовательно, одно из основных свойств нормальных  $2D$  систем — эквипотенциальность — для состояний в режиме КЭХ оказывается нарушенным. Соответствующие предсказания теории проверяются наглядными экспериментами по измерению локальных электростатических полей (методики, использующие линейный электрооптический эффект приведены в [10–12], а микронзондирование — в [13,14]). Общие выводы, следующие из [10–14], свидетельствуют в пользу существования  $2D$  контактных явлений и, как следствие, целочисленных каналов в глубине  $2D$  систем.

Количественной основой для заключений данного раздела являются результаты Шкловского с коллегами [8,9] относительно свойств равновесных целочисленных каналов для  $2D$  образцов с плотностью  $n(x)$ . Так, для центрального канала при известной кривизне классического распределения электронной плотности в ее экстремальной точке  $n''(0)$  (точке с нулевой первой производной  $n'(0)$ ), распределение  $\varphi(x)$  по сечению канала с целочисленным фактором заполнения  $\nu_l = 1, 2, 3, \dots$  имеет вид

$$\varphi(x) = -\frac{\pi e n'' a^3}{3\kappa} (1 - x^2/a^2)^{3/2}, \quad (10)$$

причем ширина  $2a$  определяется из

$$n''(0)a^2/4 = [\nu(0) - \nu_l] n_H,$$

$$n''(0) = d^2 n(0)/dx^2, \quad (11)$$

$$\nu(0) = n(0)/n_H, \quad n_H^{-1} = \pi l_H^2, \quad l_H^2 = \frac{c\hbar}{eH}. \quad (12)$$

Здесь  $H$  — напряженность магнитного поля, нормального плоскости диска Корбино.

Ширина полосы довольно чувствительна к величине магнитного поля и изменяется от нуля при ее зарождении до критических размеров

$$a_{\max}^3 = \frac{3k\hbar\omega_c}{\pi e^2 |n''(0)|}, \quad (13)$$

когда с ростом магнитного поля максимальное значение потенциала (10) в центре канала достигает значения  $\hbar\omega_c$ , после чего полоска раздваивается (детали этого процесса см. в [9]).

Подставляя в определение (13) величину  $n''(0)$ , следующую из (4), имеем

$$(a_{\max}/w)^3 = \frac{3\pi\hbar\omega_c}{2e\phi_{ab}}. \quad (14)$$

Для холловского образца с  $n(x)$ , определенным в (9), имеем

$$(a_{\max}/w)^3 = \frac{3c\hbar\omega_c}{\pi W}. \quad (15)$$

Формулы (10)–(15) справедливы, если  $\hbar\omega_c \geq W$ . В обратном, вполне характерном предельном случае  $\hbar\omega_c \ll W$  становится возможным образование большого числа несжимаемых полосок и описание вида (10), (11) теряет смысл. Необходим адекватный формализм, учитывающий большое число полосок и их взаимодействие между собой. Такая возможность имеется, если учесть, что каждая полоска содержит на своих берегах разность потенциалов  $\hbar\omega_c$ . Следовательно, локальное значение электростатического потенциала в задаче с большим количеством полосок можно сконструировать в виде

$$e\phi(x) \approx \hbar\omega_c v(x), \quad v(x) = \pi l_H^2 n(x), \quad (16)$$

здесь  $v(x)$  — локальный фактор заполнения;  $l_H$  — магнитная длина.

Согласно (16), в пределе  $\hbar\omega_c \ll W$  электростатический потенциал воспроизводит в среднем локальное поведение электронной плотности.

Формула (16), как и выражения (4), (9), теряет смысл вблизи концов  $\pm w$ , где избыточная плотность электронов оказывается расходящейся (либо нулевой).

Располагая определениями (10)–(16), рассмотрим экспериментальные данные для равновесного распределения  $\phi(x)$  в прямоугольных образцах и дисках Корбино [11,12]. Наиболее важным результатом этих измерений является качественное

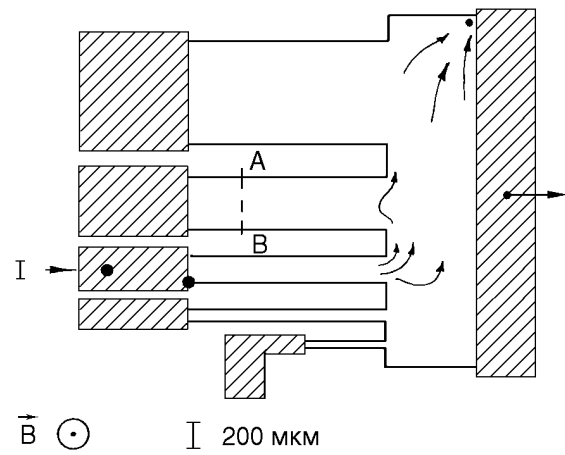


Рис. 2. Холловский образец из [11]; стрелками схематично указаны линии тока.

различие в поведении равновесной величины  $\phi(x)$  по сечению образца в нормальном и «промежуточном» состояниях, когда система содержит целочисленные каналы. В первом случае, как и следовало ожидать,  $\phi(x) = \text{const}$  вдоль  $2D$  системы. Что касается «полосатой» системы, содержащей один или несколько целочисленных каналов, то здесь относительная величина  $\phi(x)$  убывает к центру сечения. Отметим, что имеющиеся данные о «промежуточном» состоянии не дают абсолютных значений  $\phi(x)$ , констатируя лишь факт его немонотонности.

Приступая к обсуждению экспериментов, начнем с результатов, приведенных в [11], свидетельствующих о неоднородности в распределении  $\phi(x)$  по сечению холловского образца в условиях КЭХ. К сожалению, данные [11] содержат неопределенности, мешающие их интерпретации: так, на рис. 2, взятом из работы [11], отчетливо видна асимметрия, обусловленная, по-видимому, влиянием соседних каналов; кроме того, положение самого сечения  $AB$ , выбранное авторами из гидродинамических соображений (уменьшение по возможности транспортного тока через этот «мертвый» канал), находится на близком и плохо определенном расстоянии от торцов этой части сложной конфигурации, что усложняет описание деталей  $\phi(x)$ . Тем не менее функция  $\phi(x) \propto (1 - x^2/a^2)^{3/2}$ , или, точнее, ее изображение

$$\phi(x) = \frac{1}{2R} \int_{x-R}^{x+R} \phi(s) ds, \quad (17)$$

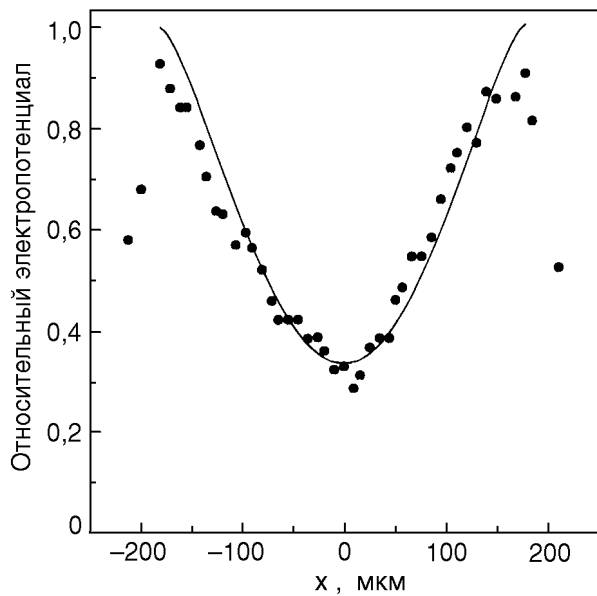


Рис. 3. Распределение электростатического потенциала по сечению  $AB$  (см. рис. 2) на так называемом «мертвом» конце (транспортный ток через сечение отсутствует). Сплошная линия — расчет по формулам (9), (10), (17) с  $R = 50$  мкм,  $a = 160$  мкм.

представленное сплошной линией на рис. 3, хорошо аппроксимирует данные работы [11] для центральной части образца. Здесь  $R = 50$  мкм — радиус лазерного пучка, используемого в экспериментах [11, 12].

Более «прозрачна» информация для диска Корбино. Сравнение данных [12] с двумя вариантами распределения  $\phi(x)$  — многоканальным (16)

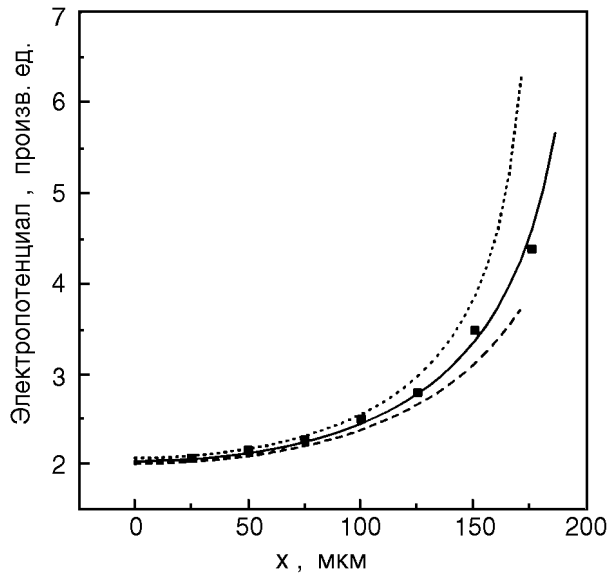


Рис. 4. Координатная зависимость изображения (4), (16), (17) для диска Корбино. Сплошная линия отвечает параметрам  $R = 50$  мкм,  $w = 250$  мкм. Экспериментальные точки из [12]. Степень чувствительности потенциала (16), (17) к вариациям радиуса  $R$  иллюстрируется двумя дополнительными кривыми:  $R = 75$  мкм (---),  $R = 5$  мкм (···).

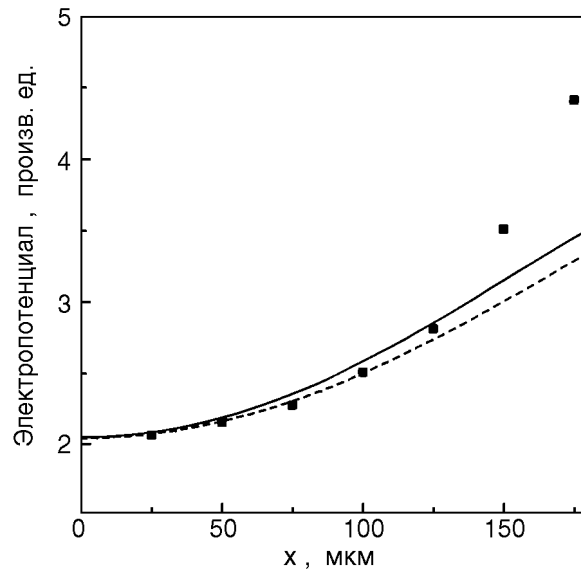


Рис. 5. Зависимость  $\psi(x)$  (10), (17) для диска Корбино.  $R = 50$  мкм,  $a = 230$  мкм (сплошная линия),  $R = 50$  мкм,  $a = 250$  мкм (штриховая).

и одноканальным (10) — приведено на рис. 4, 5. Расчетные кривые  $\phi(x)$  построены с помощью алгоритма (17). Кривые «привязывались» к минимуму  $\phi(0)$ , варьировались параметры  $R$  и геометрические размеры, содержащиеся в определениях (10), (16). Так, сплошная линия на рис. 4 отвечает значениям  $R = 50$  мкм,  $w = 250$  мкм. Дополнительные линии на этом рисунке иллюстрируют влияние радиуса лазерного пучка  $R$  на поведение  $\phi(x)$ . На рис. 5 к тем же точкам «примеряется» зависимость  $\phi(x)$  (10) с двумя разными значениями  $a$  ( $R = 50$  мкм).

Следует отметить, что для получения экспериментальных точек на рис. 4, 5 пришлось сканировать рис. 1 и 2 из [12]. После этого, используя рис. 9 из [11], идентичный рис. 1 из [12], можно пересчитать результаты сканирования рис. 2 из [12] на соответствующие числа для  $\phi(x)$ .

Резюмируя, можно заключить, что холловские образцы, исследованные в [11], хорошо описываются в одноканальном приближении (10). Что касается диска Корбино, то экспериментальные данные [12] лучше описываются многоканальным распределением  $\phi(x)$  (16).

### Холловский транспорт в неоднородных образцах

Феноменологическая теория [8,9] целочисленных холловских каналов в неоднородных  $2D$  электронных системах развита для равновесных условий, когда электрохимический потенциал  $\mu$  постоянен вдоль образца. Вместе с тем большое

число экспериментов с неоднородными образцами и, в частности, практически все измерения локальных характеристик различных 2D систем (см. [10–14]) выполнены в транспортном режиме, когда на границах образца имеется «тянущая» разность потенциалов  $V_H$ . Возникает проблема влияния  $V_H \neq 0$  на характеристики отдельных целочисленных (несжимаемых) каналов. Речь идет об изменении ширины полосок  $2a$ , а также смещении их положения  $\Delta$  (по сравнению с равновесным) под влиянием  $V_H$ . В данном разделе эта задача решается для центрального несжимаемого канала в неоднородной 2D электронной системе, имеющей одномерный и симметричный относительно ее центра профиль электронной плотности  $n(x)$ . Кроме одномерности задачи мы используем (как и в [8,9]) дополнительные упрощения, а именно: поперечные размеры  $2w$  двумерной системы достаточно велики (по сравнению с боровским радиусом и магнитной длиной), экранирующие электроды отсутствуют, температура мала, но конечна (чтобы избежать корреляционных эффектов, ведущих к дробному квантовому эффекту Холла), холловская разность потенциалов  $V_H$  меньше или сравнима с циклотронной энергией, т.е.  $V_H \ll \hbar\omega_c$ , где  $\omega_c$  — циклотронная частота.

Общие результаты для зависимостей  $\Delta(V_H)$ ,  $a(V_H)$  используются далее в интерпретации наблюдаемых в [14] деталей локальных характеристик холловских образцов с неоднородным профилем  $n(x)$  контактного происхождения.

1. Начнем с электрохимического потенциала  $\mu$ . В неравновесных условиях эта величина уже не постоянна вдоль двумерной системы. Ее поведение следует из требований

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{j} = 0, \quad (18)$$

$$j_i = e^{-1} \sigma_{ik} \partial \mu / \partial x_k, \quad (19)$$

где  $\sigma_{ik}$  — тензор проводимости (в работах [9] (см. формулу (56)) и [15] вместо  $\mu$  закон Ома содержит электропотенциал  $\phi$ ). Комбинация (18), (19) ведет к уравнению

$$\Delta \mu = 0 \quad (20)$$

даже если  $\sigma_{xx} \rightarrow 0$  (заметим, что авторы [15] не разделяют этой точки зрения).

Используя (20) и неравенство  $w \ll L$ , где  $L$  — длина холловского образца, нетрудно видеть, что в присутствии холловского напряжения  $V_H$  функция  $\mu(x)$  для образца вдали от контактов является линейной функцией координаты  $x$ :

$$\mu(x) = e V_H (x + \Delta + a) / 2, \quad (21)$$

$$\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}, \quad -a + \Delta \leq x \leq +a + \Delta, \quad a < w$$

(параметр  $\Delta$  определяем ниже).

Выражение (21) и определение  $\mu(x)$  для электронов в магнитном поле являются основой для постановки задачи о свойствах несжимаемых полос при наличии транспорта. В упрощенном варианте решения этой задачи предлагается (по аналогии с [8,9]) начинать с моделирования внутри несжимаемой полоски электронной плотности  $\delta n(x)$ , такой, чтобы ее эффективная величина оказалась константой, отвечающей целочисленному фактору заполнения. Располагая  $\delta n(x)$ , восстанавливаем распределение  $\phi(x)$  с дополнительными требованиями обращения в нуль касательных электрических полей на границах полоски. «Привязка»  $\phi(x)$  к поведению  $\mu(x)$  происходит на этих же концах. Задача с  $V_H \neq 0$  позволяет использовать такой алгоритм лишь для центральной полосы. Что касается «боковых» каналов, то в транспортном варианте развитие идеологии [8,9] наталкивается на трудности, требующие специального обсуждения.

Итак, полагаем

$$\begin{aligned} \delta n(x) &= (v_\Delta - l)n_H + n'_\Delta \xi + n''_\Delta \xi^2 / 2, \quad \xi = x + \Delta, \\ l &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (22)$$

$$v(x) = \pi l_H^2 n(x), \quad n_H = 1 / (\pi l_H^2), \quad -a + \Delta \leq x \leq +a + \Delta,$$

где  $l_H$  — магнитная длина;  $\Delta$  — общий сдвиг центральной полоски относительно начала координат;  $v_\Delta \equiv v(x = \Delta)$ . В пределе  $\Delta \rightarrow 0$  выражение (22) совпадает с  $\delta n(x)$  из [9].

Соответствующее распределение  $E_x(x)$  следует из уравнения Пуассона, записанного в форме, учитывающей постоянство электрохимического потенциала за пределами целочисленной полоски

$$e \delta n(\xi) = - \frac{\kappa}{2\pi^2} \int_{-a}^{+a} ds \frac{E_x(s)}{\xi - s}.$$

В результате

$$E_x \sqrt{(1 - \xi^2/a^2)} = \frac{2\pi e}{\kappa} \left\{ \left[ (v_\Delta - l)n_H T_1 \left( \frac{\xi}{a} \right) + \right. \right.$$

$$+ n'_\Delta a T_2 \left( \frac{\xi}{a} \right) + \frac{n''_\Delta a^2}{8} \left[ T_3 \left( \frac{\xi}{a} \right) + T_1 \left( \frac{\xi}{a} \right) \right] \Big\} + E_H, \quad (23)$$

где  $T_i(s)$  — полиномы Чебышева [16], константа  $E_H$  пока произвольна и ниже будет связана с  $V_H$ .

Обращение поля (23) в нуль на концах  $\xi = \pm a$  возможно, если

$$2\pi e n'_\Delta a + \kappa E_H = 0, \quad (24)$$

$$a^2 = -4 [v_\Delta - l] n_H / (n''_\Delta), \quad l = 1, 2, 3, \dots, \quad (25)$$

здесь  $n(x)$  — равновесный профиль электронной плотности. Разница между (25) и определением  $a^2$  из [9] заключается лишь в том, что величина  $v_\Delta$  и производная  $n''_\Delta$  вычисляются нами не в нуле, а в точке  $x = \Delta$ .

Потенциал  $\varphi(\xi)$  получается из (23) однократным интегрированием. Учитывая дополнительно (24), (25), имеем

$$\varphi(\xi) = \frac{V_H}{\pi} \left( \zeta \sqrt{1 - \zeta^2} + \frac{\pi}{2} + \arcsin \zeta \right) + \frac{2\pi e n''_\Delta a^2 (1 - \zeta^2)^{3/2}}{6\kappa}, \quad \zeta = \xi/a, \quad (26)$$

причем

$$-\pi^2 e n'_\Delta a^2 / \kappa = V_H. \quad (27)$$

Требования (27) и (24) определяют константу  $E_H = 2V_H/\pi a$  в (24). Формулы (24)–(27) завершают решение задачи о поведении основного канала вблизи экстремума электронной плотности с четным профилем  $n(x)$  при наличии  $V_H \neq 0$ .

2. Недавние эксперименты с холловскими образцами в условиях КЭХ с использованием сканирующего потенциального микроскопа [13,14] свидетельствуют о неоднородном, но регулярном распределении в них равновесной электронной плотности, имеющей структуру вида  $n(x)$  ( $x$  — координата по сечению образца, нормально линиям тока). Причиной неоднородности  $n(x)$  являются контактные явления, с большой вероятностью присутствующие в обсуждаемых экспериментах. В этом случае для холловских образцов  $2w2L$  ( $L \gg w$ ) вдали от контактов распределение  $n(x)$  имеет вид (9). Используя эту информацию, перепишем ряд общих определений. Величина  $\Delta$  равна

$$\Delta = -\frac{c}{\pi^2} \frac{eV_H}{W} \frac{w^3}{a^2}. \quad (28)$$

Кроме того, отметим, что

$$\delta\varphi = \varphi(x, V_H) - \varphi(x) = V_H \frac{(x + \Delta) + a}{2}, \quad (29)$$

$$-a + \Delta \leq x \leq +a + \Delta$$

ведет себя примерно линейным образом по сечению центральной полоски между значениями 0,  $V_H$ .

Обращаясь к экспериментам, прокомментируем наиболее полные холловские данные, приведенные в [14] (см. рис. 2 этой работы) для распределения  $\delta\varphi(x)$  по сечению холловского образца шириной  $2w = 10$  мкм в его средней части при разных магнитных полях. Эксперимент выполнен с использованием сканирующего микроскопа, что позволило работать в линейной области  $eV_H \leq \hbar\omega_c$ . Однако туннельная техника оказалась мало пригодной для равновесных измерений (как это имело место в [11,12]). В результате авторы [14] публикуют лишь разностные данные для  $\delta\varphi(x)$ , аналогичные разности (29). Эти зависимости воспроизводятся нами на рис. 6. Цифры 1–11 в правой части рисунка перечисляют номера записей  $\delta\varphi(x)$  для разных значений магнитного поля. Эти же цифры выборочно указаны на вставке, дающей представление о поведении  $R_{xy}$  данного образца в окрестности холловского плато.

Числа в левой части рисунка определяют локальные значения фактора заполнения  $\nu(0)$  на каждой  $i$ -й линии. Эти цифры отличаются от приведенных в [14] линейной сдвижкой и выбраны из соображений самосогласованности контактного сценария. В нашей версии развития событий зарождение квазисимметричной несжимаемой полосы происходит в окрестности линии 2 (линия 1 не содержит никаких намеков на существование полосы, а на линии 3 эта полоска уже имеет конечную ширину). Следовательно, на этой линии величина  $\nu(0)$  должна принимать значение 2, что и взято за основу нормировки значений  $\nu(0)$ . С ростом номера  $i$  магнитное поле уменьшается, а ширина центральной полосы растет. Такое поведение  $a(H)$  возможно лишь в том случае, если локальная плотность  $n(x)$  уменьшается при удалении от середины образца. Другими словами, данные о поведении  $a(H)$  на линиях 2–6 свидетельствуют о варианте контактного взаимодействия, ведущего к обеднению  $2D$  системы. Положения границ  $\pm a(H)$  с изменением поля в приближении (14) нанесены стрелками на линии

ях 3–6. При этом свободный параметр  $W/\hbar\omega_c$  выбирается таким, чтобы в условиях, отвечающих распаду центральной полосы на два сателлита, величина  $a_{\max}$  (15) равнялась бы (как видно на рис. 6) примерно половине  $\omega$  (линия 6). Отсюда и из (15) следует, что

$$\frac{W}{\hbar\omega_c} = \frac{3c}{\pi} \left( \frac{w}{a_{\max}} \right)^3 = \frac{24c}{\pi}. \quad (30)$$

Наблюдаемое в [14] изменение  $\delta\varphi(x)$  приходится ориентировочно на области между стрелками (см. рис. 6). Как и следует из (29), это распределение примерно линейно между берегами полосы. Небольшая асимметрия обусловлена влиянием на границы центральной несжимаемой полосы холловского напряжения. Для ее оценки использована величина  $\Delta$  (28). С учетом (30), масштаба циклотронной энергии на линии 5 и экспериментального значения  $eV_H = 0,01 eV \leq \hbar\omega_c^{(5)}$  (см. [14]) имеем для  $\Delta$

$$\Delta^{(5)} \leq 0,1 w. \quad (31)$$

Скорректированное на  $\Delta$  положение границ центральной полоски на линиях 3–6 отмечено на рисунке двойными стрелками.

Особенно заметна токовая асимметрия на линиях 7–11. Здесь центральная часть перешла в «нормальное» состояние, т.е. эквипотенциальна. А несжимаемые сателлиты асимметрично прижаты к границам холловского образца. К сожалению, равновесное рассмотрение [9] не допускает обобщения на случай боковых сателлитов при  $V_H \neq 0$ . Это обстоятельство отмечалось и выше, так что комментарии к интересным данным о расщеплении центрального канала (линии 7–11) приходится обрывать.

Таким образом, в работе предлагается формализм, обобщающий результаты работ [8,9] для целочисленных (несжимаемых) полосок в неоднородных  $2D$  системах на случай конечного холловского напряжения  $V_H \neq 0$ . Результаты теории использованы для интерпретации данных, полученных в [11,12,14], с привлечением гипотезы о контактном происхождении неоднородности холловского образца. Эта гипотеза вполне продуктивна при обсуждении равновесных свойств неоднородных дисков Корбино с целочисленными полосками (см. рис. 3, 4). Вполне естественно появление таких же каналов и в холловских образцах.

Качественно возникающая картина достаточно близка наблюдениям, объясняя многие из имеющихся здесь деталей. В частности, определен знак

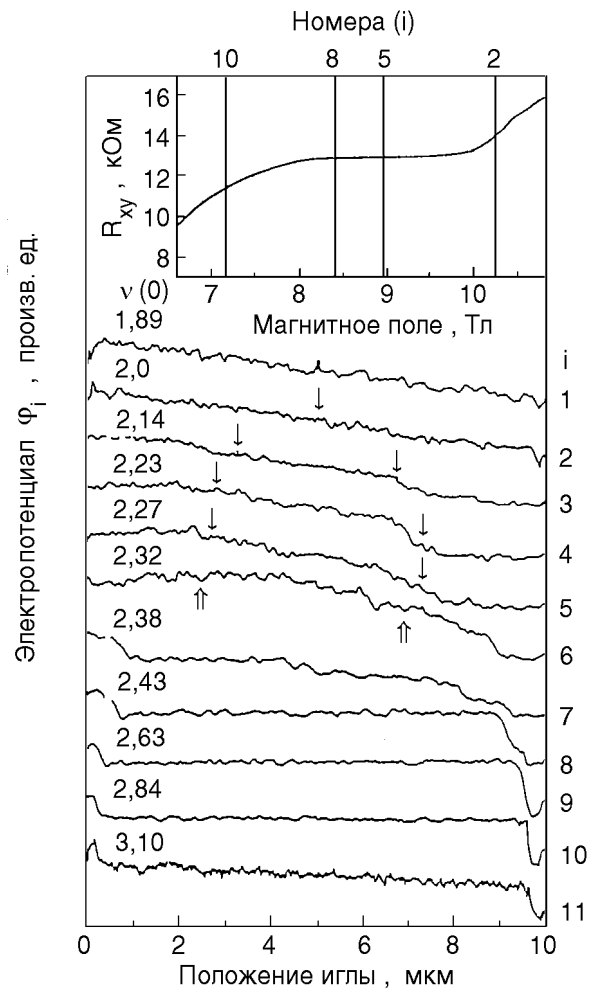


Рис. 6. Записи [14] локальных значений электропотенциала вдоль одного из холловских сечений в средней части образца для различных магнитных полей. Цифрами справа нумеруются записи, слева приведены локальные значения фактора заполнения  $\nu(0)$  в точке максимального значения электронной плотности в предположении, что на линии 2  $\nu(0) = 2$  и холловское напряжение достаточно мало. Стрелки на линиях 2–5 отмечают рассчитанные с помощью (12) границы центральной несжимаемой полоски в отсутствие транспортного тока. Двойные стрелки на линии 6 дают представление о масштабе асимметрии в положении границ под влиянием транспортного тока. На вставке: зависимость холловского сопротивления образца от магнитного поля в окрестности исследуемого квантового плато [14]. Здесь же выборочно представлены линии 1–11 основного рисунка, что позволяет судить о связи между «качеством» плато и шириной несжимаемых полосок, отвечающих этим линиям.

контактной энергии для образцов из [14], отвечающий обеднению  $2D$  области, и ее масштаб, намного превышающий циклотронную энергию (см. определение  $w$  (30)). Дано объяснение сдвигу  $\Delta$  центральной полоски под действием  $V_H \neq 0$  (формулы (28), (31)), а также не имеющему пока



четкой реализации сдвигу экстремума  $\Phi(x)$  под действием  $V_H \neq 0$ .

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, Грант 01 02 16467.

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
2. S. Petrosian and A. Shik, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **96**, 2229 (1989).
3. A. Shik, *Fiz. Tekh. Poluprovodn.* **29**, 1345 (1995).
4. В. Шикин, Н. Шикина, *Письма ЖЭТФ* **62**, 879 (1995).
5. S. Laux, D. Frank, and F. Stern, *Surf. Sci.* **196**, 101 (1988).
6. В. Шикин, *ЖЭТФ* **96**, 1406 (1989).
7. I. Larkin and V. Shikin, *Phys. Lett.* **A151**, 335 (1990).
8. D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii, and L. I. Glazman, *Phys. Rev.* **B46** 4026 (1992).
9. D. B. Chklovskii, K. F. Matveev, and B. I. Shklovskii, *Phys. Rev.* **B47**, 12605 (1993).
10. P. Fonten, P. Hedriks, F. Blom, J. Wolter, L. Giling, and C. Beenakker, *Surf. Sci.* **263**, 91 (1992).
11. R. Knott, W. Dietsche, K. von Klitzing, K. Ploog, and K. Eberl, *Semic. Sci. Technol.* **10**, 117 (1995).
12. W. Dietsche, K. von Klitzing, and K. Ploog, *Surf. Sci.* **361**, 289 (1996).
13. K. McCormick, M. Woodside, M. Huang, M. Wu, P. McEuen, C. Duruo, and J. Harris, Jr. *Phys. Rev.* **B59**, 4654 (1999).
14. P. Weitz, E. Ahlswede, J. Weis, K. V. Klitzing, and K. Eberl, *Physica* **E6**, 247 (2000).

15. A. H. MacDonald, T. M. Rice, and W. F. Brinkman, *Phys. Rev.* **B28**, 3648 (1983).

16. И. Градштейн, И. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Наука, Москва (1971).

## Quantum Hall effect in nonuniform 2D electron systems

V. B. Shikin

The quantum Hall effect (QHE) by its nature is inherent in nonuniform 2D electron systems. At the same time the typical low-dimensional conducting systems with metal terminals are regularly nonuniform. Nevertheless, they exhibit a distinct QHE. Such a paradox is resolved in an unconventional way. The regular nonuniform 2D systems allow for the existence of integral (noncompressible) strips responsible for the 2D system conductivity. To describe this variation of QHE, a special formalism is required which explicitly includes the properties of noncompressible strips. The paper is aimed at considering the reasons of regular nonuniformity of the 2D electron density in conventional; low-dimensional samples and at determining the main QHE characteristics in terms related to individual noncompressible strips.