

# Термодинамика одномерного обобщенного вигнеровского кристалла

В.В. Славин

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail:slavin@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 5 февраля 2003 г., после переработки 4 марта 2003 г.

Изучены термодинамические характеристики одномерного обобщенного вигнеровского кристалла при произвольных значениях температуры, концентрации частиц и характере потенциала парного межчастичного отталкивания. Предложен метод, позволяющий вычислять статистическую сумму системы с учетом взаимодействия между произвольным числом соседних частиц. Показано, что увеличение этого числа приводит к появлению все более и более мелких ступеней в низкотемпературной зависимости концентрации частиц от химического потенциала. Эти ступени являются остатками зависимости типа «чертова лестница», которая характерна для данного сорта систем при нуле температур.

Вивчено термодинамічні характеристики одновимірного узагальненого вігнерівського кристаллу при довільних значеннях температури, концентрації частинок і характері потенціалу парного міжчастинкового відштовхування. Запропоновано метод, що дозволяє обчислювати статистичну суму системи з урахуванням взаємодії між довільним числом сусідніх частинок. Показано, що збільшення цього числа частинок приводить до появи усе більш і більш дрібних ступеней у низкотемпературній залежності концентрації частинок від хімічного потенціалу. Ці ступені є залишками залежності типу «чортові сходи», яка характерна для даного сорту систем при нулі температур.

PACS: 05.10.-a, 05.20.-y

## 1. Введение

В последнее годы узкозонные низкоразмерные проводники с дальнедействующим потенциалом межчастичного отталкивания привлекают к себе повышенный интерес. Этот интерес во многом обусловлен достижениями в области технологий создания многослойных структур на основе металлооксидов (включая высокотемпературные сверхпроводники), а также одно- и двумерных искусственных проводящих систем — сверхрешеток.

В работах [1,2] показано, что если ширина зоны  $t \lesssim U$  ( $U \sim (a/R)E$  — характерное изменение энергии дальнедействующего потенциала межэлектронного отталкивания при электронном прыжке,  $a$  — межатомное расстояние подложки,  $R$  — среднее расстояние между электронами и  $E$  — кулоновская энергия на электрон), то происходит полное разрушение блоховских состояний и электроны становят-

ся локализованными в пределах квантовых ловушек атомного размера. Следует обратить внимание на тот факт, что в силу динамической природы локализации данное состояние, получившее название «замороженной электронной фазы» (ЗЭФ), качественно отличается от вигнеровского кристалла [1,3,4]. Например, нагрев ЗЭФ не приводит к делокализации электронов, и, следовательно, в отличие от вигнеровского кристалла ЗЭФ не превращается в ферми-жидкость ни при какой температуре (здесь и далее для краткости под термином ЗЭФ мы будем подразумевать систему, находящуюся в состоянии замороженной электронной фазы). Поведение ЗЭФ при не слишком малом отношении  $t/U$  оказывается весьма сложным [5], в связи с чем необходимо провести целый ряд дополнительных исследований, чтобы построить последовательную термодинамику и описать кинетику данных систем.

Представляется логичным начать изучение термодинамики ЗЭФ, пренебрегая всеми динамическими эффектами, порожденными конечностью ширины зон (т.е.  $t = 0$ ). Основное состояние таких систем, названных Хаббардом «обобщенным вигнеровским кристаллом», впервые было рассмотрено в [6]. Термодинамика одномерного обобщенного вигнеровского кристалла в рамках модели, пренебрегающей динамическими эффектами, порожденными конечностью ширины зон, построена в [5]. В этой модели было введено упрощающее предположение, что потенциал парного взаимодействия убывает настолько быстро, что можно пренебречь взаимодействиями между частицами, следующими за ближайшими. Тем не менее термодинамика, построенная в рамках даже этой упрощенной модели, демонстрирует ряд весьма интересных свойств. Так, например, было показано, что низкотемпературная зависимость концентрации частиц  $\nu$  от давления  $P$  представляет собой набор ступеней, соответствующих концентрациям вида  $\nu = 1/q$ ,  $q = 1, 2, 3, \dots$ . Эти ступени являются остатками «чертовой лестницы», которая характеризует зависимость  $\nu(P)$  при нуле температур. Каждой ступени соответствует электронный «кристалл» с периодом  $q$ . При конечной температуре в «кристалле» образуются дефекты — пары частиц с межчастичным расстоянием, отличным от  $q$ . Концентрация дефектов  $\rho_{\text{def}} = N'/N$  ( $N'$  — число пар частиц с межчастичным расстоянием, отличным от  $q$ ;  $N$  — число пар частиц с межчастичным расстоянием, равным  $q$ ) экспоненциально мала вблизи середин ступеней и оказывается близкой к единице вблизи границ интервалов, полностью разрушая данный электронный «кристалл».

Однако оставался открытым вопрос о влиянии структуры парного потенциала на термодинамические свойства системы. Целью данной статьи как раз является обобщение рассмотрения, проведенного в [5], на случай произвольного характера парного потенциала взаимного отталкивания частиц.

## 2. Модель

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}(l_1, l_2, \dots, l_N) = \frac{1}{2} \sum_{\substack{m, n=1 \\ m \neq n}}^N \varepsilon(l_m - l_n), \quad (1)$$

где дискретная независимая переменная  $l_m$  ( $m = 1, \dots, N$ ) — координата  $m$ -го электрона, измеренная в единицах  $a$ ;  $N$  — общее число электронов;  $\varepsilon(x)$  — дальнедействующий парный потенциал межчастичного отталкивания. Этот потенциал является выпуклой функцией непрерывного аргу-

мента  $x$ , которая убывает быстрее, чем  $x^{-1}$ , но в остальном является произвольной. Для начала необходимо исследовать особенности основного состояния гамильтониана (1). Такая работа впервые была проделана Хаббардом [6], предложившим строгую процедуру построения конфигурации основного состояния системы. Как позднее показал Синай в [7], алгоритм Хаббарда может быть описан простой формулой:

$$l_i = \left[ i \frac{1}{\nu} + \phi \right]. \quad (2)$$

Здесь  $\nu = N/N_0$  — электронная плотность (фактор заполнения),  $N_0$  — общее число узлов решетки ( $N_0$  — длина одномерной системы  $L$ , измеренная в единицах  $a$ ),  $1/\nu$  имеет смысл среднего межэлектронного расстояния; [...] означает целую часть числа и  $\phi$  — произвольная величина (начальная фаза). Далее мы будем изучать обычный термодинамический предел (т.е.  $N, N_0 \rightarrow \infty$  так, что концентрация  $\nu$  остается конечной).

Начнем с перечисления наиболее важных свойств обобщенного вигнеровского кристалла [7].

— При данном химическом потенциале  $\mu$  «выживают» только *рациональные* значения  $\nu = p/q$  ( $p, q$  — целые).

— Такой «кристалл» представляет собой периодическую электронную структуру с  $p$  частицами на ячейку и длиной периода, равной  $q$ .

— Последнее приводит к довольно специфической зависимости  $\nu$  от  $\mu$  — так называемой «чертовой лестнице» — хорошо развитой фрактальной структуре [6–8], в которой каждому рациональному значению  $\nu = p/q$  соответствует конечный интервал  $\Delta\mu$  химического потенциала  $\mu$ , в пределах которого  $\nu$  постоянна.

Следуя аргументации, приведенной в [8], находим

$$\Delta\mu = q \Delta\varepsilon(q), \quad (3)$$

где

$$\Delta\varepsilon(q) = \sum_{k=1}^{\infty} k (\varepsilon(qk+1) - 2\varepsilon(qk) + \varepsilon(qk-1)). \quad (4)$$

Граничные значения ( $\mu_d(p/q)$  и  $\mu_i(p/q)$ )  $\nu(\mu)$ -интервалов «чертовой лестницы» являются изменениями энергии основного состояния, возникающими при уменьшении и увеличении  $N$  на *одну частицу* соответственно. Основное состояние и его пространственная структура имеют универсальную природу для всех физически разумных парных потенциалов  $\varepsilon(x) > 0$ .

Как будет видно из дальнейшего рассмотрения, более удобными термодинамическими переменными

для нашего анализа являются не температура  $T$  и  $\mu$ , а  $T$  и  $P$ . В [5] показано, что зависимость  $\nu$  от  $P$  при  $T = 0$  также представляет собой «чертову лестницу», которая отличается от  $\nu(\mu)$  только ширинами «ступеней»  $\Delta P$ . Конечные точки этой «чертовой лестницы» —  $P_d(p/q)$  и  $P_i(p/q)$  — соответствуют изменению энергии основного состояния при уменьшении или увеличении длины системы  $L$  на *один шаг* при фиксированном  $N$  ( $P$  измеряется в энергетических единицах,  $P_i < P_d$ ):

$$\Delta P = p\Delta\mu/q = p\Delta\varepsilon(q). \quad (5)$$

Рассмотрим изменения энергии  $E(N, L)$  ( $\nu = N/L = p/q$ ), когда  $N$  и  $L$  уменьшаются или увеличиваются, изменяя число электронов на ячейку  $p$  или период такого кристалла на  $q$  соответственно. Принимая во внимание определения конечных точек ступенек «чертовой лестницы»  $P_i(\nu)$ ,  $P_d(\nu)$ , имеем

$$\begin{aligned} E(N, L - q) &= E(N, L) + qP_d, \\ E(N, L + q) &= E(N, L) - qP_i. \end{aligned} \quad (6)$$

С другой стороны, энергии  $E(N, L \pm q)$  могут выражаться в терминах конечных точек  $\nu(\mu)$  «чертовой лестницы» —  $\mu_i(\nu)$ ,  $\mu_d(\nu)$ :

$$\begin{aligned} E(N, L - q) &= E(N - p, L - q) + p\mu_i, \\ E(N, L + q) &= E(N + p, L + q) - p\mu_d. \end{aligned} \quad (7)$$

Одновременное увеличение (уменьшение)  $N$  на  $p$  и  $L$  на  $q$  эквивалентно добавлению (удалению) одной элементарной ячейки «кристалла». Следовательно,

$$E(N \pm pL \pm q) = E(N, L) \pm u(\nu), \quad (8)$$

где  $u(\nu)$  — энергия на ячейку обобщенного вигнеровского кристалла.

Объединяя (6), (7) и (8), можно легко показать, что

$$(\mu_i - \mu_d)p = (P_d - P_i)q.$$

Это равенство — та же формула (5), поскольку  $\Delta\mu = \mu_i - \mu_d$ ,  $\Delta P = P_d - P_i$ .

Следует особо выделить одно примечательное свойство выражений (3) и (5): интервалы ступенек «чертовой лестницы»  $\Delta\mu$  и  $\Delta P$  пропорциональны величине  $\Delta\varepsilon$  (4), которая определяется электрон-электронным взаимодействием на расстояниях  $\gtrsim q$ , *независимо от количества электронов  $p$  на ячейку*. Таким образом,  $\Delta\mu$  и  $\Delta P$  стремятся к нулю при

$q \rightarrow \infty$  как  $\partial^2\varepsilon(x)/\partial x^2|_{x=q}$ . Следовательно, чем больше «иррациональный» коэффициент  $p/q$ , тем меньше длины интервалов (3), (5). Это наводит на предположение, что при конечных температурах *все* пространственные структуры обобщенного вигнеровского кристалла с периодом  $q$ , удовлетворяющие условию  $\varepsilon(q) \gg T$ , лишь слегка возмущаются термическими колебаниями. И наоборот, если  $q$  удовлетворяет условию  $\varepsilon(q) \lesssim T$ , то соответствующие структуры, по существу, уничтожаются, сглаживая интервалы «чертовой лестницы»  $\Delta P(q)$  и  $\Delta\mu(q)$ \*.

### 3. Термодинамический потенциал

В основе предлагаемого метода построения термодинамики лежит вывод рекуррентных соотношений для статистической суммы рассматриваемой системы. При выводе мы будем учитывать взаимодействия между  $\mathcal{K}$  ( $\mathcal{K} = 1, 2, 3, \dots$ ) ближайшими соседями.  $\mathcal{K} = 1$  соответствует приближению ближайших соседей, рассмотренному в [5]; при  $\mathcal{K} = 2$  учитываются взаимодействия между ближайшими соседями и следующими за ними и т.д. Введем частичную статистическую сумму одномерной решеточной системы из  $N$  частиц и  $L$  узлов, в которой последний узел занят частицей. Кроме того, пусть  $i_1, i_2, i_{\mathcal{K}-1}$  — координаты последних  $\mathcal{K} - 1$  частиц. Обозначим такую статистическую сумму  $S(N, i_1, i_2, i_{\mathcal{K}-1}, L)$ . Очевидно, что полная статистическая сумма системы  $Z(N, L)$  равна

$$Z(N, L) = \sum_{i_{\mathcal{K}}=N}^L \sum_{i_{\mathcal{K}-1}=1}^{i_{\mathcal{K}}-1} \dots \sum_{i_1=1}^{i_2-1} S(N, i_1, i_2, i_{\mathcal{K}-1}, i_{\mathcal{K}}). \quad (9)$$

Рассмотрим теперь статистическую сумму одномерной системы из  $N$  частиц и  $L+1$  узлов. Очевидно, что если добавленный узел не будет занят частицей, то  $Z(N, L+1) = Z(N, L)$ . Если же одна из частиц займет  $L+1$  узел, то

$$\begin{aligned} Z(N, L+1) &= \sum_{i_{\mathcal{K}}=1}^L \sum_{i_{\mathcal{K}-1}=1}^{i_{\mathcal{K}}-1} \dots \sum_{i_1=1}^{i_2-1} S(N-1, i_1, i_2, i_{\mathcal{K}-1}, i_{\mathcal{K}}) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{\varepsilon(L+1-i_1)}{T}\right) \dots \exp\left(-\frac{\varepsilon(L+1-i_{\mathcal{K}-1})}{T}\right) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{\varepsilon(L+1-i_{\mathcal{K}})}{T}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Следовательно,

\* Действительно, во Введении уже указывалось, что в случае достаточно быстрого убывания потенциала парного взаимодействия низкотемпературная зависимость  $\nu(P)$  имеет вид ступеней, соответствующих концентрациям  $\nu = 1/q, q = 1, 2, \dots$  [5].

$$\begin{aligned}
 Z(N, L + 1) &= Z(N, L) + \\
 &+ \sum_{i_{\mathcal{K}}=1}^L \sum_{i_{\mathcal{K}-1}=1}^{i_{\mathcal{K}}-1} \dots \sum_{i_1=1}^{i_2-1} S(N-1, i_1, i_2, i_{\mathcal{K}-1}, i_{\mathcal{K}}) \times \\
 &\times \exp\left(-\frac{\varepsilon(L+1-i_1)}{T}\right) \dots \exp\left(-\frac{\varepsilon(L+1-i_{\mathcal{K}-1})}{T}\right) \times \\
 &\times \exp\left(-\frac{\varepsilon(L+1-i_{\mathcal{K}})}{T}\right). \quad (11)
 \end{aligned}$$

С другой стороны,

$$\begin{aligned}
 Z(N, L + 1) - Z(N, L) &= \\
 &= \sum_{i_{\mathcal{K}-1}=1}^L \sum_{i_{\mathcal{K}-2}=1}^{i_{\mathcal{K}-1}-1} \dots \sum_{i_1=1}^{i_2-1} S(N, i_1, i_2, i_{\mathcal{K}-1}, L + 1). \quad (12)
 \end{aligned}$$

Объединяя (11) с (12), получаем

$$\begin{aligned}
 S(N, i_1, i_2, i_{\mathcal{K}-1}, L + 1) &= \prod_{m=1}^{\mathcal{K}} \exp\left(-\frac{\varepsilon(L+1-i_m)}{T}\right) \times \\
 &\times \sum_{j=1}^{i_1-1} S(N-1, j, i_1, i_2, i_{\mathcal{K}-1}) \exp\left(-\frac{\varepsilon(L-j)}{T}\right). \quad (13)
 \end{aligned}$$

Это и есть конечное рекуррентное выражение, связывающее частичную статистическую сумму системы из  $N$  частиц с таковой для системы из  $N-1$  частиц. Для вычислений нам необходимо дополнить (13) «начальным условием» — выражением для  $S(\mathcal{K}+1, i_1, i_2, \dots, i_{\mathcal{K}})$ . Очевидно, что

$$\begin{aligned}
 S(\mathcal{K}+1, i_1, i_2, \dots, i_{\mathcal{K}}) &= \exp\left(-\frac{E(i_1, i_2, \dots, i_{\mathcal{K}})}{T}\right) \times \\
 &\sum_j \prod_{m=1}^{\mathcal{K}} \exp\left(-\frac{\varepsilon(i_m - j)}{T}\right). \quad (14)
 \end{aligned}$$

Здесь  $E(i_1, i_2, \dots, i_{\mathcal{K}})$  — сумма парных энергий  $\mathcal{K}$  частиц с координатами  $i_1, i_2, \dots, i_{\mathcal{K}}$ .

Рассмотрим весьма интересные случаи  $\mathcal{K}=1$  и  $\mathcal{K}=2$ . Как уже указывалось,  $\mathcal{K}=1$  соответствует учету взаимодействия только между ближайшими соседями, а при  $\mathcal{K}=2$  учитываются взаимодействия между ближайшими и следующими за ними соседями.

В первом случае выражения (9) и (13) приобретают простой вид:

$$Z(N, L) = \sum_{i=N}^L S(N, i), \quad (15)$$

$$S(N, L + 1) = \sum_{i=N}^L S(N-1, i) \exp\left(-\frac{\varepsilon(L+1-i)}{T}\right). \quad (16)$$

Здесь  $S(N, i)$  — статистическая сумма системы из  $N$  частиц и  $i$  узлов, в которой последний ( $i$ -й) узел занят частицей.

Произведем в (16) дискретное преобразование Лапласа, введя параметр  $\gamma = P/T$ :

$$F(\gamma) = \sum_{i=1}^{\infty} f(i) \exp(-\gamma i).$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 \sum_{L=1}^{\infty} S(N, L + 1) \exp(-\gamma L) &= S(N, \gamma) = \\
 &= \sum_{L=1}^{\infty} \exp(-\gamma L) \sum_{i=N}^L S(N-1, i) \exp\left(-\frac{\varepsilon(L-i)}{T}\right).
 \end{aligned}$$

Используя теорему о преобразовании Лапласа для свертки [9], получаем

$$S(N, \gamma) = S(N-1, \gamma) G(\gamma),$$

где  $G(\gamma) = \sum_{i=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\varepsilon(i) + iP}{T}\right)$ . Заменяя в термодинамическом пределе  $S(N, \gamma) = \exp(Nf(\gamma))$ , получаем

$$\exp(Nf(\gamma)) = \exp((N-1)f(\gamma)) G(\gamma).$$

Отсюда

$$Z(N, P) = \exp\left(N \ln \left( \sum_{i=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\varepsilon(i) + iP}{T}\right) \right)\right),$$

следовательно,

$$\begin{aligned}
 \Phi(N, P, T) &= -T \ln(Z(N, P)) = \\
 &= -TN \ln \left( \sum_{i=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\varepsilon(i) + iP}{T}\right) \right). \quad (17)
 \end{aligned}$$

Как и ожидалось, (17) совпадает с выражением для термодинамического потенциала, полученным в [5] при учете взаимодействия между ближайшими соседями.

В случае  $\mathcal{K}=2$  выражение (9) приобретает вид

$$Z(N, L) = \sum_{i=N}^L \sum_{j=1}^{i-1} S(N, j, i). \quad (18)$$

Здесь  $S(N, j, i)$  — статистическая сумма системы из  $N$  частиц и  $i$  узлов, в которой последний ( $i$ -й) узел занят частицей, а предпоследняя частица

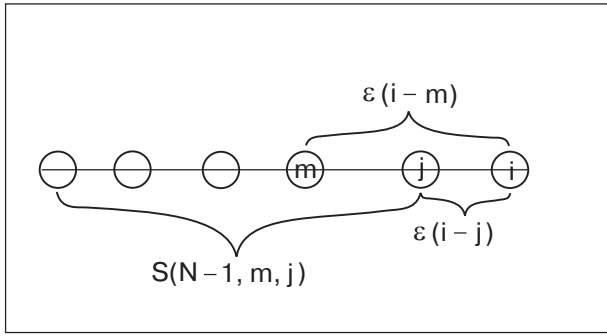


Рис. 1. Частичная статистическая сумма  $S(N, j, i)$  системы из  $N$  частиц и  $i$  узлов, в которой последний ( $i$ -й) узел занят частицей, а предпоследняя частица имеет координату  $j$ .

имеет координату  $j$  (см. рис. 1). В этом случае выражения (13) и (14) преобразуются к виду

$$S(N, i, L) = \exp\left(-\frac{\varepsilon(L-i)}{T}\right) \times \sum_{j=N-1}^{i-1} S(N-1, j, i) \exp\left(-\frac{\varepsilon(L-j)}{T}\right), \quad (19)$$

$$S(3, j, i) = \exp\left(-\frac{\varepsilon(i-j)}{T}\right) \times \sum_{m=1}^{j-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon(j-m)}{T}\right) \exp\left(-\frac{\varepsilon(i-m)}{T}\right). \quad (20)$$

Расчет термодинамического потенциала  $F(N, L, T)$  при помощи (9), (19) и (20) проводился на компьютере при  $N, L \gtrsim 100$ . Оказалось, что таких значений длины системы и числа частиц достаточно, чтобы эффекты, связанные с конечностью размеров системы,

стали пренебрежимо малыми. Зависимость строилась следующим образом. Термодинамический потенциал  $F(N, L, T)$  вычислялся при различных значениях  $N, L$ . Для каждой пары  $N, L$  вычислялись  $P(N/L)_- = F(N, L, T) - F(N, L+1, T)$  и  $P(N/L)_+ = F(N, L-1, T) - F(N, L, T)$ , которые являются границами интервала «чертовой лестницы», соответствующей концентрации  $\nu = N/L$ . Результаты вычисления  $\nu(P)$ , проведенные для  $\mathcal{K}=1$  и  $\mathcal{K}=2$  с помощью (17), (19) и (20), представлены на рис. 2. Видно, что учет взаимодействия «через один» приводит к появлению новых, более слабых ступеней, соответствующих концентрациям частиц типа  $2/(2i+1)$ , где  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Ширины этих ступеней пропорциональны  $\varepsilon''(2i+1)$  [7] и, следовательно, много меньше ширин ступеней, соответствующих электронным кристаллам с близкими концентрациями, но принадлежащих классу  $\nu = 1/i$ . Этот факт имеет достаточно наглядное физическое объяснение. Изучаемую систему удобно рассматривать как набор пар соседних электронов, находящихся на расстоянии  $l = 1, 2, 3, \dots$  друг от друга. Будем называть такие пары  $l$ -парами. В приближении ближайших соседей расположение  $l$ -пар внутри элементарной ячейки, содержащей две и более частицы, является вырожденным. Например, конфигурации с  $\nu = 2/7$  в основном состоянии соответствует расположение  $l$ -пар вида  $3-4-3-4-\dots$ . В приближении ближайших соседей эта конфигурация эквивалентна  $3-3-4-4-\dots$ . Учет взаимодействия «через один» снимает вырождение. Действительно, для конфигурации  $3-4-3-4-\dots$  энергия системы на ячейку равна  $2(\varepsilon(3) + \varepsilon(4) + \varepsilon(7))$ , в то время как для конфигурации  $3-3-4-4-\dots$  эта энергия равна  $2(\varepsilon(3) + \varepsilon(4)) + \varepsilon(6) + \varepsilon(8)$ . В силу свойств парного потенциала, о которых подробно говорилось выше,  $2\varepsilon(7) < \varepsilon(6) + \varepsilon(8)$ . Таким образом, взаимодействие «через один» как бы стабилизирует электронные «кристаллы» с двумя частицами на элементарную ячейку. С другой стороны, эффективная энергия вырождения  $\bar{E} \sim 2\varepsilon(7) - (\varepsilon(6) + \varepsilon(8))$  много меньше энергий, соответствующих электронным «кристаллам», содержащим одну частицу на ячейку и имеющим ближайшие концентрации (для  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 1/4$  это  $\varepsilon(3)$  и  $\varepsilon(4)$  соответственно). Данная иерархия энергий и отражается в зависимости  $\nu(P)$  в виде малого участка, соответствующего  $\nu = 2/7$ , между мощными отрезками, соответствующими  $\nu = 1/3$  и  $\nu = 1/4$ . Очевидно, что учет взаимодействия между следующими соседями приводит к стабилизации структур с тремя частицами на ячейку и т.д.

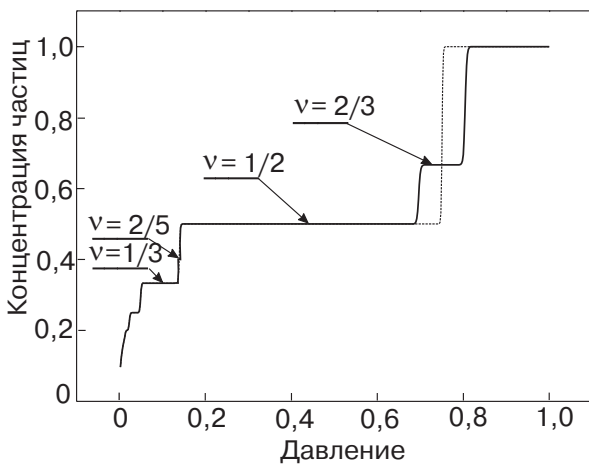


Рис. 2. Зависимость  $\nu(P)$ , рассчитанная при помощи (19) и (20). Пунктирной линией отображена аналогичная зависимость, полученная в приближении ближайших соседей (17).

#### 4. Заключение

Предложен метод, позволяющий вычислять термодинамические характеристики одномерного

обобщенного вигнеровского кристалла при произвольных значениях температуры, концентрации частиц и характере потенциала парного межчастичного отталкивания. Показано, что при конечной температуре основную роль в формировании термодинамики изучаемой системы при  $P/T \gg 1$  играют электронные «кристаллы» с  $\nu = 1/i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Учет взаимодействия между соседями, следующими за ближайшими, приводит к слабой модификации зависимостей  $\nu(P)$  и  $\nu(\mu)$  благодаря появлению более «тонких» деталей в зависимости  $\nu(P)$ , которые соответствуют электронным «кристаллам» с фактором заполнения вида  $2/(2i + 1)$ , где  $i = 1, 2, 3, \dots$

В заключение автор выражает искреннюю благодарность А.А. Слуцкину за плодотворные обсуждения в процессе написания статьи.

1. А.А. Slutskin, in: *General Conf. Europhys. Soc.* **A17**, Regensburg (1993), p. 1085.
2. А.А. Слуцкий, Л.Ю. Горелик, *ФНТ* **19**, 1199 (1993).
3. E. Wigner, *Phys. Rev.* **46**, 1002 (1934).
4. D. Pines, *Elementary Excitations in Solids*, New York (1963).
5. V.V. Slavin and A.A. Slutskin, *Phys. Rev.* **B54**, 8095 (1996).
6. J. Hubbard. *Phys.Rev.* **B17**, 494 (1978).

7. Я.Г. Синай, С.Е. Бурков, *Успехи математических наук* **38**, 205 (1983).
8. P. Bak and R. Bruinsma, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 249 (1982).
9. А.Д. Свешников, А.Н. Тихонов, *Теория функции комплексной переменной*, Наука, Москва (1970).

### Thermodynamics of one-dimensional generalized Wigner lattice

V.V. Slavin

The thermodynamic characteristics of Generalized Wigner Lattice has been studied at arbitrary temperature, particle concentration and structure of interparticle repulsion potential. The method of big sum calculation taking into account the interactions among an arbitrary number of nearby particles is proposed. It is shown that the increase of this number leads to the appearance of more and more fine stairs in the low-temperature dependence of filling factor on chemical potential. These stairs are remnants of the «devil staircase» which characterizes a zero temperature dependence for such a kind of systems.