Физика низких температур, 2001, т. 27, № 8, с. 860–864

Фазовые состояния и спектры связанных магнитоупругих волн ферромагнетика с наклонной анизотропией

Л. Я. Арифов, Ю. А. Фридман, В. И. Бутрим, О. А. Космачев

Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского,
ул. Ялтинская,4, г. Симферополь, 95007, Украина
E-mail: MAN@expl.cris.crimea.ua

Статья поступила в редакцию 3 января 2001 г., после переработки 24 апреля 2001 г.

Определены спектры связанных магнитоупругих волн ферромагнетика с наклонной осью легкого намагничивания. Анализ полученных спектров показывает, что в такой системе, кроме ферромагнитной и угловой фаз, может реализовываться еще одна фаза. Эту фазу можно трактовать как неоднородную. Определена область полей и параметров магнитоупругой связи, при которых может реализовываться эта фаза.

Визначено спектри пов'язаних магнітопружних хвиль феромагнетика з похилою віссю легкого намагнічування. Аналіз отриманих спектрів показує, що в такій системі, крім феромагнітної і кутової фаз, може реалізовуватися ще одна фаза. Цю фазу можна трактувати як неоднорідну. Визначено область полів і параметрів магнітопружного зв'язку, при яких може реалізовуватися ця фаза.

PACS: **75.10.–b**, 75.30.Kz

1. Введение

Хорошо известно, что при микроскопическом описании магнитоупорядоченных диэлектриков в спиновом гамильтониане можно выделить слагаемые вида $S_n^i \beta_{ij} S_n^j$, отвечающие энергии одноионной анизотропии (ОА), обусловленной спин-орбитальным взаимодействием (S_n^i — i-я компонента спинового оператора в узле n) [1]. Аналогичные члены можно выделить также из магнитодипольной энергии, вклад которых, однако, в реальных кристаллах всегда много меньше ОА.

Представляет интерес ситуация, когда отличными от нуля являются только компоненты $\beta_{zz} = \beta_1$ и $\beta_{xz} = \beta_{zx} = \beta_2$. Такая модель описывает наклонную анизотропию в плоскости $X0Z$ с осью легкого намагничивания (ОЛН), ориентированной под углом φ_0 к оси $0Z$. Интерес к такой модели обусловлен тем, что она вполне адекватно описывает энергию анизотропии разориентированных пленок феррит гранатов. Так, например, в [2] показано, что в рамках двухпараметрической модели [3] в (111)-разориентированных пленках реализуется наклонно ориентированная ОЛН. Причем ОЛН лежит в той же плоскости, что и угол разориентации. В работе [2] это плоскость $(\bar{1}10)$. В [4] изучались процессы перемагничивания (112)-пленок (частный случай разориентированной (111)-пленки). В этой работе показано, что если внешнее магнитное поле приложено в плоскости $(\bar{1}10)$, то в этой же плоскости лежит и вектор намагниченности. Таким образом, если ввести в плоскости $(\bar{1}10)$ координаты X, Z, то можно показать, что энергия анизотропии (см. [4]) будет описываться двумя константами: β_1 и β_2 .

Теоретические исследования магнитоупорядоченных систем с наклонной анизотропией ограничивались до сих пор феноменологическим описанием однородных фаз и условий их существования. В связи с этим представляет интерес исследование спектров элементарных возбуждений в таких системах, а также возможных фазовых переходов в них. При этом кроме магнитной подсистемы будем учитывать и упругую подсистему, т.е. магнитоупругое (МУ) взаимодействие. Это, прежде всего, связано с тем, что учет МУ связи приводит к возникновению в системе гибридизованных элементарных возбуждений — связанных МУ волн, а также оказывает существенное влияние на динамику системы в окрестности фазовых переходов [5].

2. Дисперсионное уравнение и фазовые состояния системы

Гамильтониан рассматриваемой системы можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\sum_{n,n'} J(n-n')\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n'} - \beta_1 \sum_n (S_n^z)^2 +$$

$$+ 2\beta_2 \sum_n (S_n^z S_n^x + S_n^x S_n^z) - H\sum_n S_n^z + \nu \sum_{n,i,j} S_n^i S_n^j u_{ij}(n) +$$

$$+ \int dr \left\{ \frac{\lambda+\eta}{2}\sum_i u_{ii}^2 + \eta \sum_{i\neq j} u_{ij}^2 + \lambda \sum_{i \neq j} u_{ii}\, u_{jj} \right\}. \quad (1)$$

Здесь $J(n-n') > 0$ — обменный интеграл; $\beta_1 < 0$, $\beta_2 > 0$ — константы ОА; H — внешнее магнитное поле, выраженное в энергетических единицах; ν — константа МУ связи; $u_{ij}(n) = ½\,[(\partial u_i/\partial x_j) + (\partial u_j/\partial x_i)]$ — симметричная часть компонент тензора деформаций; λ, η — упругие модули.

Первые три слагаемых в гамильтониане (1) описывают магнитную подсистему. Оператор энергии ОА выбран так, что при $H = 0$ равновесное направление намагниченности выходит из «легкой плоскости» на небольшой угол $\varphi_0 << 1$, определяемый соотношением $\mathrm{tg}\, 2\varphi_0 = -4\beta_2/\beta_1$. При этом предполагается, что $|\beta_1| > \beta_2$, а $\beta_i << J_0$, где J_0 — нулевая фурье-компонента обменного взаимодействия. Феноменологический анализ показывает, что в этом случае равновесный магнитный момент лежит в плоскости $Z0X$. Такое поведение равновесного магнитного момента позволяет назвать рассматриваемую систему ферромагнетиком с наклонной ОЛН.

Исследуем спектры связанных МУ волн системы, описываемой гамильтонианом (1). Для этого нам необходимо учесть влияние ОА и МУ взаимодействия. Наиболее точно это можно сделать, используя технику операторов Хаббарда [6]. Эти операторы строятся на базисе собственных функций одноузельного гамильтониана системы и описывают переход магнитного иона из состояния с магнитным квантовым числом M в состояние с магнитным квантовым числом M'. Техника операторов Хаббарда применима для систем с $S \geq 1$, поэтому в дальнейшем для упрощения вычислений будем считать $S = 1$. Кроме того, предположим, что магнитное поле достаточно велико, так что вектор намагниченности направлен вдоль поля.

Выделяя в обменной части (1) среднее поле, получаем одноузельный гамильтониан системы:

$$\mathcal{H}_0(n) = -\overline{H}S^z - \beta_1(S^z)^2 + 2\beta_2(S^zS^x + S^xS^z) + \nu S^iS^ju_{ij}, \quad (2)$$

где $\overline{H} = H + J_0\langle S^z\rangle$.

Решая одноионную задачу с гамильтонианом (2), определим энергетические уровни магнитного иона

$$E_1 = -\beta_1 - \chi + \frac{\nu}{2}(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)}) - 2\left(\beta_2 + \frac{\nu}{2}u_{xz}^{(0)}\right)^2 \times$$
$$\times \frac{\chi + (\nu/2)(u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)})}{\chi\,[\chi + \beta_1 + (\nu/2)(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} - 2u_{zz}^{(0)})]},$$

$$E_0 = \nu(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) + 4\left(\beta_2 + \frac{\nu}{2}u_{xz}^{(0)}\right)^2 \times$$
$$\times \frac{\beta_1 + \nu(u_{yy}^{(0)} - u_{zz}^{(0)})}{[\beta_1 + \nu(u_{yy}^{(0)} - u_{zz}^{(0)})]\,[\beta_1 + \nu(u_{xx}^{(0)} - u_{zz}^{(0)})] - \overline{H}^2}, \quad (3)$$

$$E_{-1} = -\beta_1 + \chi + \frac{\nu}{2}(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + 2u_{zz}^{(0)}) + 2\left(\beta_2 + \frac{\nu}{2}u_{xz}^{(0)}\right)^2 \times$$
$$\times \frac{\chi - (\nu/2)(u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)})}{\chi\,[\chi - \beta_1 - (\nu/2)(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} - 2u_{zz}^{(0)})]}$$

и собственные функции оператора (2)

$$\Psi(1) = (1 - \zeta^2p^2)|1\rangle + \sqrt{2}\,\zeta\, p|0\rangle - \zeta^2 f^2|-1\rangle,$$
$$\Psi(0) = \sqrt{2}\,\zeta\, p|1\rangle + [1 - \zeta^2(p^2 + \tilde{p}^2)]|0\rangle + \sqrt{2}\,\zeta\,\tilde{p}|-1\rangle,$$
$$\Psi(-1) = -\zeta^2\tilde{f}\,|1\rangle + \sqrt{2}\,\zeta\,\tilde{p}|0\rangle + (1 - \zeta^2\tilde{p}^2)|-1\rangle. \quad (4)$$

В выражениях (3) и (4) введены следующие обозначения: $\chi^2 = \overline{H}^2 + (\nu/4)\,(u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)})^2$; $u_{ij}^{(0)}$ — спонтанные деформации;

$$\zeta^2 = \frac{\beta_2^2}{\overline{H}(\overline{H}^2 - \beta_1^2)};\ p^2 = \frac{\overline{H}(\overline{H} - \beta_1)}{\overline{H} + \beta_1};$$

$$\tilde{p}^2 = \frac{\overline{H}(\overline{H} + \beta_1)}{\overline{H} - \beta_1};\ f^2 = \overline{H} - \beta_1;\ \tilde{f}^2 = \overline{H} + \beta_1;$$

$|M\rangle$ — собственные векторы оператора S^z.

Спонтанные деформации $u_{ij}^{(0)}$ определяются из минимума плотности свободной энергии и в случае низких температур ($T << T_c$), изучением которого мы и ограничимся, имеют вид

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = \frac{u_{zz}^{(0)}}{2} = -\frac{\nu}{2\eta}\ ,$$
$$u_{zx}^{(0)} = \frac{\nu\beta_2}{\eta(\bar{H} + \beta_1)}\ ,\ \ u_{yz}^{(0)} = u_{xy}^{(0)} = 0\ . \qquad (5)$$

На собственных функциях (4) одноузельного гамильтониана (2) построим операторы Хаббарда $X^{M'M} = |\Psi(M')\rangle\langle\Psi(M)|$, которые связаны со спиновыми операторами соотношениями

$$S^+ = 2\zeta\left[pH^1 + (p+\tilde{p})(H^0 + X^{1-1}) + \tilde{p}H^{-1}\right] +$$
$$+\sqrt{2}\,\zeta^2\left[(2p^2 - f^2)X^{01} + (2\tilde{p}^2 - \tilde{f}^2)X^{-10}\right] +$$
$$+\sqrt{2}\,[1 - \zeta^2(p-\tilde{p})^2](X^{10} + X^{0-1}),\ \ S^- = (S^+)^+\ ,$$
$$S^z = H^1 - H^{-1} - 2\zeta^2\left[p^2H^1 - (p^2 - \tilde{p}^2)H^0 - \tilde{p}^2H^{-1}\right] +$$
$$+\zeta^2(f^2 - \tilde{f}^2)(X^{1-1} + X^{-11}) + \sqrt{2}\,\zeta\, p(X^{10} + X^{01}) -$$
$$-\sqrt{2}\,\zeta\,\tilde{p}(X^{-10} + X^{0-1})\ . \qquad (6)$$

В выражениях (6) $H^M \equiv X^{MM}$ — диагональные операторы Хаббарда.

Представим компоненты тензора деформаций в виде $u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + u_{ij}^{(1)}$, где $u_{ij}^{(1)}$ — динамическая часть тензора деформаций, описывающая колебания магнитного иона около положения равновесия. Квантуя динамическую часть $u_{ij}^{(1)}$ стандартным образом [7], получаем гамильтониан трансформаций магнонов в фононы и обратно:

$$\mathcal{H}_{\rm tr} = \sum_n \left\{\sum_M \mathcal{P}_M H_n^M + \sum_\alpha \mathcal{P}_\alpha X_n^\alpha\right\}.$$

Здесь $\quad \mathcal{P}_{M(\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k,\lambda} (b_{k,\lambda} + b_{-k,\lambda}^+)\, T_n^{M(\alpha)}(k,\lambda),$

где $b_{k,\lambda}^+$ ($b_{k,\lambda}$) — операторы рождения (уничтожения) λ-поляризованных фононов; $T^{M(\alpha)}(k,\lambda)$ — амплитуды трансформаций магнонов в фононы и обратно; N — число узлов кристаллической решетки; α — корневые векторы, определяемые алгеброй операторов Хаббарда.

Дисперсионное уравнение связанных МУ волн строится из уравнения типа Ларкина для полной функции Грина системы [8]. Это уравнение можно представить в виде

$$\det|\delta_{ij} + x_{ij}| = 0\ , \qquad (7)$$

где

$$x_{ij} = G_0^\alpha(\omega)b(\alpha)c_{ij}(\alpha) + B_0(k,\lambda,\lambda')G_0^\alpha(\omega)b(\alpha)\times$$
$$\times T^{-\alpha}(k,\lambda)G_0^\beta(\omega)b(\beta)T^\beta(-k,\lambda')c_{ij}(\alpha,\beta)\ ;$$

$$B^0(k,\lambda,\lambda') = \frac{D_\lambda(k,\omega_n)}{1 - Q_{\lambda\lambda'}D_\lambda(k,\omega_n)}\ ;$$

$$Q_{\lambda\lambda'} = T^\alpha(-k,\lambda)G_0^\alpha(\omega_n)T^{-\alpha}(k,\lambda')\ ;$$

$$b(\alpha) = \langle\alpha\mathbf{H}\rangle_0\ ;\ \ D_\lambda(k,\omega_n) = \frac{2\omega_\lambda(k)}{\omega_n^2 - \omega_\lambda^2(k)}$$

— функция Грина свободного λ-поляризованного фонона; $G_0^\alpha(\omega) = \{\omega + (\alpha\mathbf{E})\}^{-1}$ — нулевая функция Грина; $c_{ij}(\alpha,\beta)$ — элементы матрицы взаимодействия, явный вид которых приведен в [9]. Уравнение (7) справедливо при произвольных температурах и произвольных соотношениях между материальными константами.

Исследуем спектры связанных магнитоупругих волн рассматриваемой системы. Будем считать, что волновой вектор **k** параллелен оси $0Z$. В этом случае отличными от нуля компонентами единичного вектора поляризации являются e_τ^x, e_t^y, e_l^z, а амплитуды трансформаций, не равные нулю, запишем в виде

$$T^{10}(k,\tau) = T^{01}(k,\tau) = i\,\frac{\nu}{2\sqrt{2}}\,T^0(k,\tau)e_\tau^x k\ ;$$

$$T^{10}(k,t) = -T^{01}(k,t) = \frac{\nu}{2\sqrt{2}}\,T^0(k,t)\,e_t^y k\ ;$$

$$T^0(k,\lambda) = \frac{e^{i\mathbf{kn}}}{\sqrt{2m\omega_\lambda(k)}}\ .$$

Из уравнения (7) следует, что с магнитной подсистемой активно взаимодействуют t- и τ-поляризованные квазифононы, а продольно поляризованные акустические возбуждения с магнитной подсистемой не взаимодействуют. Спектры же t- и τ-поляризованных квазифононов соответственно имеют вид

$$
\begin{aligned}
\omega_1^2(k) &= \omega_\tau^2(k)\,\frac{E_{1-1}[E_{10}+J(k)+a_0]+2J(k)\,\zeta^2[E_{10}(p+\tilde p)^2+E_{1-1}(2p^2-\tilde p^2+2p\tilde p-f^2)]}{E_{1-1}[E_{10}+J(k)]+2J(k)\,\zeta^2[E_{10}(p+\tilde p)^2+E_{1-1}(2p^2-\tilde p^2+2p\tilde p-f^2)]}\,,\\
\omega_2^2(k) &= \omega_t^2(k)\,\frac{E_{1-1}[E_{10}+J(k)+a_0]+2J(k)\,\zeta^2[E_{10}(p+\tilde p)^2-E_{1-1}(4p^2+\tilde p^2-2p\tilde p-f^2)]}{E_{1-1}[E_{10}+J(k)]+2J(k)\,\zeta^2[E_{10}(p+\tilde p)^2-E_{1-1}(4p^2+\tilde p^2-2p\tilde p-f^2)]}\,,
\end{aligned}
\tag{8}
$$

а спектр квазимагнонов можно представить как

$$
\varepsilon^2(k) = (E_{10}+J(k))\times
$$

$$
\times\left(E_{10}+J(k)+4J(k)\,\zeta^2\,\frac{4J(k)-E_{-10}(p-\tilde p)^2}{E_{-10}+J(k)}\right). \tag{9}
$$

В формулах (8) и (9) введены следующие обозначения: $E_{ij}=E_i-E_j$, $a_0=\nu^2/2\eta$ — параметр магнитоупругой связи.

Из (8) получаем спектры квазифононных возбуждений как функции внешнего поля и материальных констант системы:

$$
\omega_1^2(k)=\omega_\tau^2(k)\,\frac{2J_0\alpha k^2+H-H_{c1}}{2J_0\alpha k^2+H-H_{c1}+2J_0a_0}\,. \tag{10}
$$

$$
\omega_2^2(k)=\omega_t^2(k)\,\frac{2J_0\alpha k^2+H-H_{c2}}{2J_0\alpha k^2+H-H_{c2}+2J_0a_0}\,. \tag{11}
$$

В выражениях (10) и (11) $\alpha=J_0R_0^2$, R_0 — радиус взаимодействия, а поля H_{c1} и H_{c2} имеют вид

$$
H_{c1}=|\beta_1|+\frac{6\beta_2^2}{J_0}\,,\ H_{c2}=|\beta_1|-\frac{2\beta_2^2}{J_0}\,.
$$

Эти поля можно трактовать как поля переориентационных фазовых переходов, поскольку состояние системы становится неустойчивым, а спектры t- и τ-поляризованных квазифононов (в длинноволновом пределе ($\alpha k^2 << a_0$)) «размягчаются» соответственно при $H=H_{c1}$ и $H=H_{c2}$ и имеют вид

$$
\omega_1^2(k)=\omega_\tau^2(k)\,\frac{\alpha k^2}{a_0}\,,\ \ \omega_2^2(k)=\omega_t^2(k)\,\frac{\alpha k^2}{a_0}\,.
$$

Кроме того, при этих полях в спектре квазимагнонов появляются МУ щели:

$$
\varepsilon_1^2(0)=\left[a_0+2\,\frac{4\beta_2^2(J_0+|\beta_1|)^2+\beta_2^2|\beta_1|J_0}{J_0(J_0+|\beta_1|)(J_0+2|\beta_1|)}\right]\left[a_0+2\,\frac{\beta_2^2(7J_0+8|\beta_1|)|\beta_1|}{J_0(J_0+|\beta_1|)(J_0+2|\beta_1|)}\right], \tag{12}
$$

$$
\varepsilon_2^2(0)=\left[a_0-2\,\frac{4\beta_2^2(J_0+|\beta_1|)^2+\beta_2^2|\beta_1|J_0}{J_0(J_0+|\beta_1|)(J_0+2|\beta_1|)}\right]\left[a_0-2\,\frac{\beta_2^2(7J_0+8|\beta_1|)|\beta_1|}{J_0(J_0+|\beta_1|)(J_0+2|\beta_1|)}\right]. \tag{13}
$$

Заключение

Анализ спектров связанных МУ волн позволяет сделать следующие выводы о фазовых состояниях и динамических свойствах ферромагнетика с наклонной анизотропией. При полях $H > H_{c1}$ система находится в ферромагнитной фазе. При уменьшении поля до H_{c1} система испытывает, как следует из «размягчения» τ-поляризованной квазифононной моды, фазовый переход. Дальнейшее уменьшение магнитного поля до величины H_{c2} вновь приводит к фазовому переходу, протекающему по t-поляризованной квазифононной моде. При полях $H < H_{c2}$ система переходит в угловую фазу с непрерывным изменением направления намагниченности от нуля до $\operatorname{tg} 2\varphi_0 = 4\beta_2/|\beta_1|$ (при $H=0$). Таким образом, анализ спектров связанных магнитоупругих волн свидетельствует о том, что в системе могут реализовываться три фазы: ферромагнитная (при $H > H_{c1}$), угловая (при $H < H_{c2}$) и в интервале полей $H_{c2} \le H \le H_{c1}$ еще одна фаза. К сожалению, математический аппарат, используемый в настоящей работе, не позволяет описать состояние системы в этой фазе. Однако сравнение полученных нами данных с экспериментальными результатами [2,10,11] позволяет предположить, что в этой фазе может реализовываться, например, доменная структура, область существования которой определяется простым соотношением $\Delta H = H_{c1} - H_{c2} = 8(\beta_2^2/J_0)$. Из этого соотношения следует, что при $\beta_2 = 0$ неоднородная фаза исчезает, и в системе реализуется обычная ситуация: в ферромагнетике существуют две фазы (ферромагнитная и угловая), а фазовый переход протекает по τ-поляризованной квазифононной ветви при $H_c = |\beta_1|$ (см., например, [8]).

Кроме того, из выражения (13) следует, что при определенных соотношениях между параметром МУ связи, константами ОА и обменным взаимодействием $\left(2\,\dfrac{\beta_2^2|\beta_1|(7J_0 + 8|\beta_1|)}{J_0(J_0 + |\beta_1|)(J_0 + 2|\beta_1|)} < a_0 < 2\,\dfrac{4\beta_2^2(J_0 + |\beta_1|)^2 + \beta_2^2|\beta_1|J_0}{J_0(J_0 + |\beta_1|)(J_0 + 2|\beta_1|)}\right)$ МУ щель в спектре квазимагнонов (при $H = H_{c2}$) становится отрицательной. В этом случае, как и при $\beta_2 = 0$, в системе не реализуется неоднородная фаза. Таким образом, в определенной выше области параметров системы магнитоупругое взаимодействие компенсирует влияние наклонной ОА. Этот факт совершенно понятен, поскольку МУ взаимодействие играет роль «эффективной» анизотропии.

1. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Мир, Наука (1967).
2. Ю. А. Бурым, С. В. Дубинко, Ю. Н. Мицай, Л. Н. Боровицкая, А. Р. Прокопов, *УФЖ* **37**, 777 (1992).
3. E. M. Gyorgy, A. Rosencwaig, E. J. Blount, W. J. Tabor, and M. E. Lanes, *Appl. Phys. Lett.* **18**, 479 (1971).
4. Ю. А. Бурым, С. В. Дубинко, Ю. Н. Мицай, *Препринт ИМФ* **48.89**, Киев (1989).
5. Е. А. Туров, В. Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
6. Р. О. Зайцев, *ЖЭТФ* **68**, 207 (1975).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика. Часть I*. Мир, Наука (1976).
8. Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, *ТМФ* **81**, 263 (1989).
9. Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, О. В. Кожемяко, О. А. Космачев, *ФНТ* **25**, 690 (1999).
10. А. Р. Прокопов, С. В. Дубинко, А. О. Хребтов, М. И. Еремина, *ФТТ* **39**, 1415 (1997).
11. М. Б. Сагдаткиреева, А. Р. Мухутдинова, 17-я Междунар. школа-семинар «*Новые магнитные материалы микроэлектроники*», Москва (2000).

Phase states and spectra of coupled magnetoelastic waves in the ferromagnet with inclined anisotropy

L. Ya. Arifov, Yu. A. Fridman, V. I. Butrim, and O. A. Kosmachev

The spectra of coupled magnetoelastic waves of a ferromagnet with inclined easy-axis magnetization are specified. The analysis of the spectra indicates that except for ferromagnetic and angular phases, one more phase is realized in such a system. This phase can be treated as nonuniform one. The values of fields and parameter of magnetoelastic coupling at which this phase is realized are obtained.