

Акустоэлектрическая трансформация на границе металла. Учет поверхностного рассеяния носителей

В. М. Гохфельд

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины
ул. Розы Люксембург, 7, г. Донецк, 83114, Украина
E-mail: gokhfeld@host.dipt.donetsk.ua

Статья поступила в редакцию 22 июля 2002 г.

Электрический потенциал, возникающий на деформированной ультразвуком поверхности металла, вычислен при диффузном отражении ею электронов проводимости. Полученные частотные зависимости коэффициентов трансформации (в случаях как свободной, так и закрепленной границы образца) сравниваются с результатами упрощенной теории, предполагавшей «зеркальное» отражение носителей поверхностью.

Електричний потенціал, що виникає на деформованій ультразвуком поверхні металу, розраховано при дифузному відбитті нею електронів провідності. Отримані частотні залежності коефіцієнтів трансформації (у випадках як вільної, так і фіксованої границі зразку) порівнюються з результатами спрощеної теорії, що припускала «дзеркальне» відбиття носіїв поверхнею.

PACS: 73.20.Mf

Введение

В [1,2] сообщалось о низкотемпературных измерениях электрического потенциала поверхности металла, возникающего при падении на нее (с противоположной грани образца) продольной звуковой волны.*

Эффект линеен по взаимодействию электронов с колебаниями кристаллической решетки и может быть использован для сравнительной оценки констант, характеризующих деформационный потенциал, в различных металлах, в том числе и в новых «синтетических» проводниках [3]. Однако теоретический анализ в [1,2] предполагал идеальную границу кристалла, зеркально отражающую электроны проводимости, что затрудняет осмысленное сопоставление данных для разных образцов. В реальных кристаллах рассеяние носителей заряда дефектами границы (более или менее сильное) всегда имеется, и его роль в поверхностных явлениях трудно оценить из общих соображений: так, для

скин-эффекта и циклотронного резонанса оно не слишком существенно [4,5], тогда как в проводимости тонких пленок либо при статическом скин-эффекте в магнитном поле может изменить порядки наблюдаемых величин [6,7]. Поэтому, хотя согласие теоретических и экспериментальных данных в [2] оказалось приемлемым, важно выяснить хотя бы тенденцию влияния поверхностной релаксации носителей на рассматриваемый эффект. С этой целью в настоящей работе предпринят расчет акустоэлектрического преобразования в металле в случае сильного, так называемого диффузного, поверхностного рассеяния электронов, полностью изотропизирующего распределение отраженных частиц. Как и в [2], мы предполагаем образец толстым по отношению к длине звуковой волны $2\pi s/\omega$ и свободного пробега носителей $l = v_F \tau$, так что математическая задача ставится для проводящего полупространства ($x \geq 0$) с заданным в нем полем гармонических продольных деформаций $u'(x)$ ** . Для ее решения выбран метод Винера — Хопфа.

* Разность потенциалов измеряли, контактным образом либо с помощью емкостной связи, между «звуковым пятном» на поверхности образца и удаленными ее точками, где деформации отсутствовали.

** Общий временной множитель $\exp(-i\omega t)$ здесь и ниже опущен.

Коэффициенты трансформации

Поскольку речь идет об ультразвуковых частотах, заведомо низких по сравнению с плазменной частотой «хорошего» металла, последний можно с высокой точностью считать электронейтральным, так что потенциал электрического поля $\varphi(x)$ следует определять из условия

$$\langle \psi \rangle \equiv 2(2\pi\hbar)^{-3} \int \psi dS_F / v = 0.$$

Функция распределения неравновесных носителей ψ удовлетворяет кинетическому уравнению

$$v_x(\psi - e\varphi)' - i\tilde{\omega}\psi = -i\omega\Lambda u', \quad (1)$$

где \mathbf{v} — скорость электрона на ферми-поверхности S_F ; $\tilde{\omega} \equiv \omega + i/\tau$; τ — время релаксации, характеризующее объемное рассеяние носителей; $\Lambda(\mathbf{p})$ — xx -компонента (приведенного) тензора деформационного потенциала; в случае квадратичного закона дисперсии носителей ее можно представить в виде $\Lambda(v_x) = L(3v_x^2/v_F^2 - 1)$ (см. [8]).

Вводя $\alpha \equiv i\tilde{\omega}/|v_x|$ и разрешая уравнение (1) относительно функции $\Psi \equiv \psi - e\varphi$, имеем:

$$\Psi_{>}(x) = \Psi_{>}(0)e^{\alpha x} + \int_0^x dy e^{\alpha(x-y)} \alpha \left(e\varphi(y) - \frac{\omega}{\tilde{\omega}} \Lambda u'(y) \right),$$

$$v_x > 0;$$

$$\Psi_{<}(x) = \int_x^\infty dy e^{\alpha(y-x)} \alpha \left(e\varphi(y) - \frac{\omega}{\tilde{\omega}} \Lambda u'(y) \right), \quad v_x < 0. \quad (2)$$

В случае диффузного поверхностного рассеяния следует положить $\Psi_{>}(0) = \text{const}$, и из условия электронейтральности получаем следующее интегральное уравнение для потенциала $\varphi(x)$:

$$\varphi(x) \langle 1 \rangle + \left\langle \int_0^\infty dy e^{\alpha|x-y|} \alpha \left(\varphi(y) - \frac{\omega\Lambda}{\tilde{\omega}e} u'(y) \right) + Ce^{\alpha x} \right\rangle = 0. \quad (3)$$

Фурье-образы ядер уравнения (3) (деленные на энергетическую плотность состояний $\langle 1 \rangle$) легко вычисляются и равны

$$K_1(k) = \frac{k_0}{2k} \ln \frac{k_0 - k}{k_0 + k};$$

$$K_2(k) = \frac{\omega L}{\tilde{\omega}e} \left(1 + (1 + K_1) \left(3 \frac{k_0^2}{k^2} - 1 \right) \right); \quad k_0 \equiv \frac{\tilde{\omega}}{v_F}. \quad (4)$$

Однако уравнение (3) задано лишь на полуоси $x \geq 0$, и для преобразования Фурье следует, действуя методом Винера — Хопфа (см., например, [9]), доопределить входящие в него функции на отрицательные значения x , вводя ступенчатые, содержащие θ -функцию Хэвисайда, функции

$$\varphi_+(x) \equiv \theta(x) \frac{\tilde{\omega}e}{\omega L} \varphi(x), \quad \varphi_-(x) \propto \theta(-x),$$

нечетно продолжая свободный член на $x < 0$ и выбирая в качестве нового, более удобного ядра функцию

$$K(k) \equiv \left(1 - 3 \frac{k_0^2}{k^2} \right) (1 + K_1(k)). \quad (5)$$

В k -представлении получаем функциональное уравнение:

$$\left(ik \frac{C_1 + ik\varphi_+(k)}{k^2 - 3k_0^2} - D_+(k) \right) K(k) = \varphi_-(k) - D_+(k), \quad (6)$$

где C_1 — константа, пропорциональная C , а

$$D_+(k) = \frac{q^2 u_0 - ik u'_0}{k^2 - q^2}, \quad (7)$$

— изображение гармонического поля деформаций

$$D_+(x) \equiv \theta(x)(u'_0 \cos(qx) - qu_0 \sin(qx))$$

в полубесконечном образце с заданными граничными значениями смещений u_0 и их производных u'_0 ; $q \equiv \omega/s$ — волновое число, s — скорость звука; $k = k - i0$.

Далее в методе Винера — Хопфа фурье-образ ядра $K(k)$ разбивается на факторы $K_+(k)$ и $K_-(k)$, регулярные и не имеющие нулей соответственно в нижней и верхней полуплоскостях комплексных k , причем эти области пересекаются в полосе, перекрывающей всю вещественную ось*.

В результате уравнение (6) можно представить в виде равенства двух выражений, тоже обладающих такими свойствами и, следовательно, являющихся аналитическим продолжением друг друга**.

Иными словами, оба они равны целой функции, в данном случае — полиному, коэффициенты кото-

* Как видно из (4), функция (5) четна в плоскости комплексных k с разрезами вдоль лучей $k = \pm k_0 y$; $1 \leq y < \infty$; она регулярна и не имеет нулей в полосе $|\text{Im } k| < 1/l$, причем стремится к 1 как при больших, так и при малых значениях k .

** Первая и вторая части (8) одновременно аналитичны в полосе $-l^{-1} < \text{Im } k < +0$.

рого можно определить, используя асимптотики и частные значения функций, входящих в (6). В частности, из (4)–(6), очевидно, следует $\lim_{k \rightarrow 0} \varphi_- = 0$, т.е. «фиктивная» функция $\varphi_-(x)$ в среднем равна нулю.

В принципе задача может быть решена для общего механического граничного условия, однако ради простоты рассмотрим лишь крайние случаи закрепленной и свободной границы. В первом из них $u_0 = 0$ (см. (7)), и для приведенных функций $\Phi_{\pm}(k) \equiv (u'_0)^{-1} \varphi_{\pm}(k)$ уравнение (6) принимает вид

$$\left(\frac{C_2 + ik\Phi_+}{k - k_0\sqrt{3}} (\bar{k}^2 - q^2) + k + k_0\sqrt{3} \right) K_+(k) = \left(1 + \Phi_- \frac{\bar{k}^2 - q^2}{ik} \right) \frac{k + k_0\sqrt{3}}{K_-(k)} = qB_0 + kB_1. \quad (8)$$

Полином здесь должен быть именно таким, поскольку при $k \rightarrow 0$ левая часть обращается в константу $C_2 q^2 / k_0 \sqrt{3} + k_0 \sqrt{3}$, а при $k \rightarrow \infty$ пределы функций $ik\Phi_+(k)$ и $ik\Phi_-(k)$ конечны (и равны граничным значениям оригиналов $\Phi_+(x)$ и $-\Phi_-(x)$). Далее, функция $\Phi_-(k)$, по определению, регулярна в точках $k = \pm q + i0$, так что коэффициенты в правой части (8) равны

$$B_0 = A(a) + S(a)\sqrt{3}/a; \quad B_1 = S(a) + A(a)\sqrt{3}/a,$$

где введены безразмерная переменная $z \equiv k/k_0$, зависящий от частоты параметр

$$a(\omega\tau) \equiv \frac{q}{k_0} \equiv \frac{v_F}{s} \frac{\omega\tau}{\omega\tau + i} \quad (9)$$

и (учитывая четность ядра) функции

$$A(z) \equiv [K_+(z) - K_-(z)]/2zK(z); \quad S(z) \equiv [K_+(z) + K_-(z)]/2K(z). \quad (10)$$

В результате фурье-образ решения дается выражением

$$ik\Phi_+(k) = \frac{k - k_0\sqrt{3}}{\bar{k}^2 - q^2} \left(\frac{qB_0 + kB_1}{K_+(k)} - k - k_0\sqrt{3} \right) - C_2 \quad (11)$$

с уже определенными коэффициентами B_0 , B_1 и C_2 ; его предел при $k \rightarrow \infty$ и дает, как известно, граничное значение оригинала $\Phi_+(x \rightarrow +0)$.*

* Как видно из (11), распределение электрического поля в ограниченном образце нетривиально: как и в «зеркальном» случае, помимо слагаемого, подобного полю деформаций («звуковые» полюса), имеется нелокальная часть, связанная с точкой ветвления $k = k_0$ функции K_+ . Это — вклад баллистического движения носителей, который может быть обнаружен в высокочастотных импульсных опытах как предвестник сигнала, пропорционального $u'(x)$ (см. [1]). Однако в настоящей работе нас интересует лишь значение потенциала на поверхности, измеряемое в эф- фективно монохроматическом режиме.

Возвращаясь к первоначальной искомой функции $\varphi(k)$, получаем интересующий нас потенциал деформированной поверхности образца; его можно представить в виде

$$e\varphi_{\text{fix}}(+0) = u'_0 L \frac{s}{v_F} F(a), \quad F(a) \equiv (3/a - a)(1 - S(a)). \quad (12)$$

Пусть теперь граница образца свободна, $u'_0 = 0$ (см. (7)). Опуская выкладки, аналогичные приведенным выше, выпишем их результат:

$$e\varphi_{\text{free}}(+0) = iqu_0 L \frac{s}{v_F} G(a), \quad G(a) \equiv (a^2 - 3)A(a) + 3A(0). \quad (13)$$

Факторы F и G можно назвать приведенными коэффициентами трансформации упругого поля в электрический потенциал, измеряемый на границе металла. При фиксированной силе звука в образце именно они — через параметр $a(\omega\tau(T))$, см. (9) — определяют частотную и температурную зависимости эффекта. Однако результаты (12) и (13) носят пока формальный характер: необходимо вычислить величины $A(0)$, $A(a)$ и $S(a)$ (см. (10)). Для этого можно применить стандартную общую процедуру факторизации ядра [9]; однако получающиеся при этом интегральные формулы довольно сложны и могут быть реально использованы лишь для численных расчетов. Тем не менее в предельных случаях, характеризующихся малыми и большими абсолютными значениями параметра a , оказывается возможной непосредственная факторизация предельных выражений функции $K(k)$; она и позволяет вычислить асимптотики поверхностного потенциала $\varphi_{\text{fix}}(+0)$ и $\varphi_{\text{free}}(+0)$ на низких и высоких частотах.

Асимптотическая факторизация

Рассмотрим вначале так называемый локальный предел $|a| \ll 1$ ($ql \ll 1$). Используя разложение в ряд функции (5), при малых значениях аргумента представим ее в нужном виде:

$$K(z) \cong 1 + \frac{4}{15} z^2 + \dots = \prod_{\pm} \left(1 \pm \frac{2i}{\sqrt{15}} z \right) \equiv K_+(z)K_-(z),$$

где знаки выбираются так, чтобы (согласно определению) корень $K_+(k)$ лежал в верхней, а $K_-(k)$ — в нижней полуплоскости k . В таком случае искомые значения функций (10) равны

$$\begin{aligned} A(0) &= 2i/\sqrt{15}; \\ A(a) &\cong A(0)(1 - 4a^2/15); \\ S(a) &\cong 1 - 4a^2/15. \end{aligned} \quad (15)$$

Приближенная факторизация ядра столь же очевидна и при больших аргументах: с точностью до поправок $\propto z^{-2}$ можно написать

$$K(z) \cong \left(1 + \frac{\ln(1-z)}{2z}\right) \left(1 - \frac{\ln(1+z)}{2z}\right) \cong K_+(z)K_-(z)$$

(см. (4), (5)), так что в нелокальном пределе при $|a| \gg 1$ ($ql \gg 1$)

$$S(a) \cong 1 - \frac{1}{4a} \ln \frac{1-a}{1+a}; \quad A(a) \cong \frac{1}{4a^2} \ln(1-a^2). \quad (16)$$

Результаты и их обсуждение

Подставляя (15) в общие формулы (12), (13), в локальном диапазоне находим

$$F(a) \cong \frac{4}{5}a; \quad G(a) \cong \frac{6}{5}\sqrt{\frac{3}{5}}ia^2, \quad |a| \cong \left| \frac{v_F}{s} \frac{\omega\tau}{\omega\tau + i} \right| \ll 1. \quad (17)$$

При той же интенсивности звука в образце, т.е. при сравнимых абсолютных величинах u'_0 и qu_0 , второе выражение содержит дополнительный малый множитель $ia \approx ql$: в низкочастотной области потенциал закрепленной границы значительно выше, чем свободной.

В нелокальной же области частот из формул (12), (13) и (16) следует

$$\begin{aligned} F(a) &\cong \frac{1}{4} \ln \frac{1+a}{1-a}; & G(a) &\cong \frac{\ln(1-a^2)}{4} + 2i\sqrt{\frac{3}{5}}, \\ & & & |a| \gg 1. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь, напротив, при достаточно больших $|a|$ коэффициент трансформации заметно больше (по модулю) для случая свободной границы (см. рис. 1). Следовательно, в общем случае, т.е. при конечной величине $|qu_0/u'_0|$, характеризующей степень подвижности границы, с ее ростом эффект должен ослабляться на низких и усиливаться на высоких частотах.

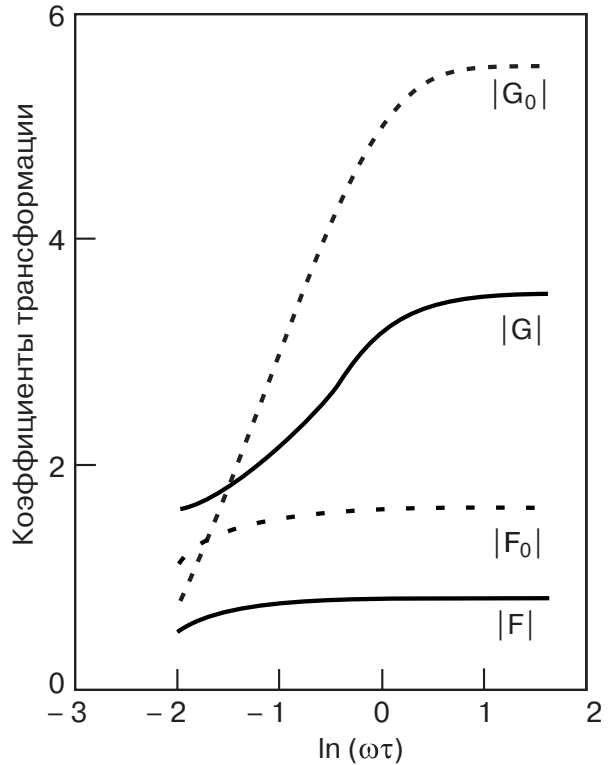


Рис. 1. Сравнение (по абсолютной величине) высокочастотных зависимостей коэффициентов трансформации при диффузном (—) и зеркальном (---) отражении носителей поверхностью образца. F соответствует закрепленной, G — механически свободной поверхности; $\omega\tau \gg s/v_F$; параметр $s/v_F = 0,005$.

ности границы, с ее ростом эффект должен ослабляться на низких и усиливаться на высоких частотах.

Сравним эти асимптотики с результатами, полученными в пренебрежении поверхностным рассеянием носителей [1,2]*.

В наших нынешних обозначениях они выглядят так:

$$\begin{aligned} F_0(a) &= \frac{a}{1 + K_1(a)} + \frac{3}{a} - a; \\ G_0(a) &= \int_1^\infty \frac{4a^2}{a^2 - z^2} \frac{zdz}{\left(2z + \ln \frac{z-1}{z+1}\right)^2 + \pi^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

При малых $|a|$ коэффициенты трансформации приближенно равны $F_0 \cong (4/5)a$ для фиксированной и $G_0 \cong -0,345a^2$ для свободной границы, т.е. «функционально» совпадают с асимптотиками (17);

* В подходе, принятом в настоящей работе, к ним приводит подстановка в (2) «зеркального» граничного условия $\Psi_>(0) = \Psi_<(0)$. Тогда интегральное уравнение электронейтральности имеет более симметричный вид, чем (3), и после четного продолжения функций и ядер на полюсь $x < 0$ непосредственно решается методом Фурье.

однако во втором случае численный коэффициент в (17) значительно отличается по величине (0,93) и фазе.

Высокочастотные же асимптотики выражений (19) равны

$$F_0(a) \cong \frac{1}{2} \ln \frac{1+a}{1-a} \approx -\frac{i\pi}{2}$$

и $G_0(a) \cong \frac{1}{2} \ln(1-a^2) \approx \frac{i\pi}{2} + \ln|a| \quad (|a| \gg 1);$

при $|a| \rightarrow \infty$ это было бы ровно вдвое больше соответствующих «диффузных» коэффициентов (18).

Итак, можно заключить, что при обоих рассмотренных типах механических граничных условий учет поверхностного рассеяния электронов *качественно* не меняет характер зависимостей от частоты абсолютных величин коэффициентов трансформации (рис. 1). Тем не менее *численно* эффект должен (в случае свободной границы) заметно увеличиваться на низких и (в обоих случаях) уменьшаться на высоких частотах по сравнению с идеальной ситуацией зеркального поверхностного отражения носителей. Это согласуется с тенденцией, наблюдавшейся в Ga при $\omega\tau \sim 5$: «Максимальный отклик при заданной мощности возбуждения удавалось получить только со свежепритертых поверхностей; при длительном хранении образца амплитуда сигнала падала, по-видимому, из-за диффузии примесей в приповерхностную область» [2].

Кроме того, при свободной границе коэффициенты трансформации (G) в (17) и (18) отличаются по фазе от соответствующих асимптотик «зеркального» выражения (19), т.е. поверхностное рассеяние, вообще говоря, влияет на фазовые соотношения между звуковыми и порождаемыми ими электрическими колебаниями.

Автор признателен В. Г. Песчанскому и В. Д. Филю за плодотворные обсуждения, стимулировавшие эту работу.

1. В. М. Гохфельд, В. Д. Филь, *ФТВД* **11**, №4, 76 (2001).
2. Ю. А. Авраменко, Е. В. Безуглый, Н. Г. Бурма, В. М. Гохфельд, И. Г. Колобов, В. Д. Филь, О. А. Шевченко, *ФНТ* **28**, 469 (2002).
3. J. Vosnitzer, *Fermi Surfaces of Low-Dimensional Organic Metals and Superconductors*, Springer Tracts of Modern Physics **134** (1996).
4. G. E. Reuter and E. H. Sondheimer. *Proc. R. Soc. Ser. A* **VA195**, 336 (1948).
5. L. E. Hartmann and J. M. Luttinger, *Phys. Rev.* **151**, 430 (1966).
6. K. Fuchs. *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **34**, 100 (1938).
7. В. Г. Песчанский, *Письма в ЖЭТФ* **7**, 489 (1968).
8. В. М. Конторович, *УФН* **142**, 265 (1984).
9. *Methods Based on the Wiener–Hopf Technique by V. Noble*, Pergamon Press (1958); Б. Нобл, *Метод Винера–Хопфа*, Изд-во иностр. лит., Москва (1962).

Acousto–electric transformation at the metal boundary. The role of surface scattering of charge carriers

V. M. Gokhfeld

The electric potential that appears on a metal surface distorted by ultrasound wave is calculated under conditions of diffuse surface scattering of conduction electrons. The frequency dependences of transformation coefficients obtained (for free and fixed boundaries of the sample) are compared with the results of the simplified theory based on the assumption of «specular» reflection of carriers by metal surface.