Физика низких температур, 2002, т. 28, №11, с. 1115–1125

Распространение звука в пористой среде, заполненной сверхтекучим гелием

Ш. Е. Кекутия, Н. Д. Чхаидзе

Институт кибернетики АН Грузии, ул. С. Эули, 5, г. Тбилиси, 380086, Грузия
E-mail: kekuka@yahoo.com

Статья поступила в редакцию 10 сентября 2001 г., после переработки 17 июня 2002 г.

Развита теория распространения акустических волн в пористой среде, заполненной сверхтекучим гелием. Упругие коэффициенты, содержащиеся в системе уравнений, выражены через физически измеряемые величины. Полученные уравнения описывают все объемные моды, которые распространяются в пористой среде, насыщенной сверхтекучим гелием. Вычислены скорости распространения продольных и поперечных волн в пределе как высоких, так и низких частот колебаний термодинамических величин.

Розвинуто теорію розповсюдження акустичних хвиль у пористому середовищі, яке заповнено надплинним гелієм. Пружні коефіцієнти, які містяться у системі рівнянь, виражено через вимірювані величини. Одержані рівняння описують усі об'ємні моди, які розповсюджуються у пористому середовищі, яке насичене надплинним гелієм. Обчислено швидкості розповсюдження поздовжніх та поперечних хвиль у границях як високих, так і низьких частот коливань термодинамічних величин.

PACS: 67.40.Pm

Распространение звука в пористой среде, заполненной жидкостью, исследуется с теоретической и экспериментальной точек зрения на протяжении длительного периода времени.

К пористым средам относятся тела, содержащие достаточно большое количество пустот, размер которых мал по сравнению с характерным размером исследуемого тела. Эти пустоты распределены внутри тела упорядоченным или неупорядоченным образом, и соединяющие их каналы искривлены. Если путь, проходимый частицами жидкости, больше длины образца, то полезно ввести понятие извилистости, определенной как отношение средней длины траектории частицы жидкости в образце к длине образца. Наличие пустот приводит к определению пористости φ пористого материала как доли его общего объема, приходящегося на поры. Свойство пористого тела, характеризующее его способность пропускать жидкость под действием приложенного градиента давления, описывается проницаемостью. Рассмотренные в настоящей работе макроскопические характеристики системы играют важную роль при описании движения жидкостей в пористых средах.

В настоящее время существует три основных подхода к изучению распространения звука в исследуемой физической системе — He II в пористой среде. В первом из них сверхтекучий гелий заполняет пористое твердое тело, которое можно считать абсолютно жестким, т.е. твердое тело не принимает участия в колебательном движении жидкости. Начало этого направления исследования было заложено еще в 1948 г. в работе [1], в которой впервые обратили внимание на то обстоятельство, что можно существенно изменить характер распространения звука в сверхтекучем гелии, затормозив в нем движение нормальной компоненты. В этом случае распространяется четвертый звук [2]. Первые результаты экспериментов [3,4] по измерению скорости распространения четвертого звука хорошо описывались формулой, полученной из двухскоростной линеаризованной системы уравнений гидродинамики, в которой скорость нормальной компоненты жидкости была положена равной нулю и было исключено уравнение, описывающее закон сохранения импульса. Эти эксперименты были проведены на сложной системе разветвленных капилляров и, естественно, что теоретическое исследование такой системы весьма затруднительно. Достаточно полная теория распространения звука в пористой среде была построена в работах [5,6], где изучалось распространение звука в изолированном капилляре и в системе одинаковых параллельных друг другу капилляров. Результаты экспериментов, хорошо согласующиеся с этой теорией, опубликованы в работах [7,8].

Второе направление исследований — более молодое и возникло после первых экспериментов по распространению звука в легко увлекаемой пористой среде, которой является аэрогель [9–11]. Аэрогель привлекает внимание вследствие своих уникальных акустических, механических и электрохимических свойств. Например, он обладает высокой акустической изоляцией — скорость звука через аэрогель составляет всего 100 м/с.

Третье направление основано на работах Био [12,13] для классических жидкостей, заполняющих «частично увлекаемую» пористую среду. Наша работа относится к этому более общему направлению, частными случаями которого являются первые два. Теория Био предсказывает распространение двух различных объемных продольных волн и одной сдвиговой волны. Эти волны являются решениями двух связанных дифференциальных уравнений, которые описывают движение двухкомпонентной системы. Параметры теории Био — пористость φ, извилистость α, плотность жидкости ρ_f и твердого тела $\rho_{\rm sol}$, объемные модули жидкости K_f и твердого тела $K_{\rm sol}$, объемный K_b и сдвиговые N модули «сухого» образца [14,15]. Следует отметить, что в случае очень жесткого каркаса твердого тела, т.е. когда $K_b, N >> K_f$, фазовая скорость медленной продольной моды $C = V_f / \sqrt{\alpha_\infty}$, где $V_f = \sqrt{K_f / \rho_f}$ — скорость звука в жидкости, а α_∞ — значение извилистости при высоких частотах колебаний. В этом пределе медленная волна совпадает с волной, распространяющейся в жидкости, с той разницей, что из-за искривленности канала она претерпевает модификацию. Впервые о ее регистрации в пористой среде, образованной спеченными стеклянными шариками (консолидированная пористая среда), заполненными водой, сообщалось в работе [16]. Пористость образцов составляла от 7,5 до 28,3%; измерения проведены по технике преобразования ультразвуковой моды.

Развитая Био теория распространения волн в пористой среде, заполненной жидкостью, в работе [17] использована при изучении распространения сверхтекучего ^{4}He в пористой среде. В [17] предполагалось, что при T < 1 К, когда плотность нормальной компоненты He II можно положить равной нулю, четвертый звук в гелии соответствует медленной продольной волне, возникающей в теории Био. При этом коэффициент n, обусловленный многократным рассеянием звука в пористой среде и играющий существенную роль при описании экспериментов по измерению скорости звука, связан со структурным фактором α_∞ в теории Био соотношением $n^2 = \alpha_\infty$. На основании результатов, полученных при экспериментальном изучении волн Био в воде, заполняющей пористую структуру, предсказаны значения скорости соответствующих волн в He II. При этом скорость медленной продольной волны хорошо согласуется со скоростью четвертого звука.

Возможность существования второго звука в свободном He II предсказана Ландау [18], а его распространение впервые было осуществлено Пешковым [19]. В работе Сингера и др. [20] в интервале температур 1,3–T_λ проведено экспериментальное исследование второго звука в He II, заполняющем каналы пористой среды. Пористая среда состоит из спеченных стеклянных частиц размером 180–210 мкм с пористостью от 16 до 33%. Излучателем и приемником второго звука служили конденсаторные датчики с колеблющейся пористой мембраной. Показано, что скорость второго звука в пористой среде уменьшается по сравнению со скоростью в объеме, причем тем сильнее, чем меньше пористость. Из этих данных в [20] был определен параметр n.

Исследованы также ультразвуковые свойства неконсолидированной (в идеальном случае суспензия) и консолидированной пористых сред, насыщенных водой [21]. В первом случае наблюдалась только одна волна, тогда как во втором распространялась как медленная, так и быстрая волна. Для возбуждения объемных мод в твердом слое материала использована техника излучения ультразвука, основанная на концепции взаимного превращения и рефракции на поверхности раздела жидкость—твердое тело. Проведен анализ акустики He II, заполняющего пористую среду, образованную стеклянными зернами сферической формы с пористостью 38%. Полученные в [21] результаты для сверхщели, состоящей из спрессованного порошка Al_2O_3 с пористостью 65% и заполненной He II, согласуются с предположениями, сделанными в работе [17].

Очень информативно исследование поперечных волн в системе пористое твердое тело—жидкость. Авторами статьи [22] проведено зондирование различных керамических материалов сверхтекучим гелием. Пористость образцов составляла 44, 45 и 92 %. Разные размеры пор и широкий спектр величин проницаемости позволили провести измерения как в высокочастотном, так и в низкочастотном пределах колебаний термодинамических величин. Ультразвуковые измерения были проведены с использованием фазочувствительной импульсной техники. Полученные результаты дали возможность определить структурные параметры пористой среды: извилистость, проницаемость и эффективный размер пор. В [22] рассмотрены конкретные пористые среды, заполненные He II, и для того чтобы исследовать одновременно распространяющиеся в таких системах поперечные и продольные волны, необходимо использование подхода Био.

Приведенные выше экспериментальные и теоретические работы указывают на необходимость обобщения результатов теории Био на случай насыщения пористой среды сверхтекучим гелием. В сверхтекучей жидкости, в отличие от обычной, распространяется несколько волн. В предлагаемой статье изучено распространение волн в трехкомпонентной системе пористая среда—сверхтекучая и нормальная жидкости в широком диапазоне значений пористости. Это дало возможность более детально изучить свойства пористой среды [22,23]. Задачу статьи составляет получение уравнений распространения звука в консолидированной пористой среде, заполненной сверхтекучим ^{4}He, определение входящих в уравнение упругих коэффициентов через физически измеряемые величины и вычисление скорости распространения поперечных и продольных волн при высоких и низких частотах колебаний.

Соотношения между тензорами напряжения и деформации

Введем прямоугольную систему координат и рассмотрим содержащий большое количество пор куб единичного объема, ребра которого параллельны координатным осям. При механическом равновесии системы пористое тело—сверхтекучая жидкость в этом выделенном внутри системы объеме равнодействующая всех сил, которые действуют на этот объем, равна нулю. При деформации система выходит из состояния равновесия, в котором она находилась первоначально. При этом в ней возникают внутренние напряжения. Нормальные и тангенциальные напряжения исследуемой системы можно определить следущим образом [12,13]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x + s' + s'' & \tau_z & \tau_y \\ \tau_z & \sigma_y + s' + s'' & \tau_x \\ \tau_y & \tau_x & \sigma_z + s' + s'' \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где σ_x, σ_y, σ_z и τ_x, τ_y, τ_z — нормальные и тангенциальные силы, действующие на элемент твердой поверхности с соответствующей ориентацией; s' и s'' — силы, действующие на жидкостную часть грани, соответствующие сверхтекучей и нормальной компонентам жидкости, при этом

$$s' = -\varphi\, p^s, \quad s'' = -\varphi\, p^n \,. \quad (2)$$

Здесь $p^s = \rho^s \mu$, $p^s + p^n = p$ [15], где μ — химический потенциал, а p — давление жидкости. Таким образом, нами учтено то обстоятельство, что для ускорения движения сверхтекучей и нормальной компонент жидкости, в отличие от обычной жидкости, существования градиента давления не достаточно.

Следуя Био, тензор деформации твердого тела запишем в виде

$$\begin{pmatrix} e_x & \frac{1}{2}\gamma_z & \frac{1}{2}\gamma_y \\ \frac{1}{2}\gamma_z & e_y & \frac{1}{2}\gamma_x \\ \frac{1}{2}\gamma_y & \frac{1}{2}\gamma_x & e_z \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где

$$e_x = \frac{\partial u_x}{\partial x},\ e_y = \frac{\partial u_y}{\partial y},\ e_z = \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

$$\gamma_x = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}, \gamma_y = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}, \gamma_z = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x};$$

u_x, u_y, u_z — компоненты вектора смещения твердого тела. Поскольку рассматриваемая система представляет собой пористую структуру, считаем, что размеры единичного элемента намного больше размеров пор. Вектор смещения **u** определяем как смещение твердого тела, усредненное по объему элемента.

Таким же образом можно определить средний вектор смещения **U** жидкостной части куба, который определяет поток жидкости. Поскольку в He II возможны два типа движения, **U** состоит из суммы двух частей:

$$\mathbf{U} = \frac{\rho^s}{\rho}\mathbf{U}^s + \frac{\rho^n}{\rho}\mathbf{U}^n, \quad (4)$$

соответствующих смещению сверхтекучей и нормальной компонент; здесь ρ^s, ρ^n — плотности сверхтекучей и нормальной компонент жидкости, а ρ — полная объемная плотность сверхтекучей жидкости. Таким образом, деформацию жидкости можно определить следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{\rho^s}{\rho}\nabla \mathbf{U}^s + \frac{\rho^n}{\rho}\nabla \mathbf{U}^n. \qquad (5)$$

Установим соотношения между компонентами тензоров напряжения и деформации, которые были определены выше. На время отвлечемся от диссипативных сил и допустим, что рассматриваемая система находится в равновесии. В этом случае любая деформация есть отклонение от состояния с минимальной потенциальной энергией. Следовательно, в первом приближении потенциальная энергия представляет собой положительно определенную квадратичную форму

$$2E_p = \sigma_x e_x + \sigma_y e_y + \sigma_z e_z +$$
$$+ \tau_x \gamma_x + \tau_y \gamma_y + \tau_z \gamma_z + s' \varepsilon^s + s'' \varepsilon^n. \qquad (6)$$

Здесь восемь компонент тензора напряжения $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_x, \tau_y, \tau_z, s'$ и s'' являются линейными комбинациями восьми компонент тензора деформации $e_x, e_y, e_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z, \varepsilon^s, \varepsilon^n$. Линейные соотношения между восемью деформациями и восемью независимыми напряжениями (закон Гука) определяются модулями упругости из 64 составляющих. Поскольку потенциальная энергия — вещественная величина, эти коэффициенты должны быть симметричными. Таким образом, для наиболее общего случая с наименьшей симметрией остается только 36 независимых модулей упругости. При дальнейшем упрощении будем рассматривать статически изотропную систему. Действительно, рассмотрим, например, соотношение

$$\sigma_x = a_{11} e_x + a_{12} e_y + a_{13} e_z +$$
$$+ a_{14} \gamma_x + a_{15} \gamma_y + a_{16} \gamma_z + a_{17} \varepsilon^s + a_{18} \varepsilon^n. \qquad (7)$$

Из статической изотропности рассматриваемой системы следует, что все направления в нем равноправны, поэтому $a_{12} = a_{13}$, т.е. одинаковые деформации твердого тела вдоль y- и z-направлений влекут за собой одинаковые напряжения в x-направлении. Можно также считать, что $a_{14} = a_{15} = a_{16} = 0$, т.е. напряжения вдоль x-направления не должны вызывать сдвиги. Вследствие аналогичных соображений $a_{11} = a_{22} = a_{33}$, $a_{44} = a_{55} = a_{66}$.

При этом соотношения между напряжениями и деформациями имеют вид

$$\begin{aligned} &\sigma_x = (a_{11} - a_{12}) e_x + a_{12} e + a_{17} \varepsilon^s + a_{18} \varepsilon^n; \\ &\sigma_y = (a_{11} - a_{12}) e_y + a_{12} e + a_{17} \varepsilon^s + a_{18} \varepsilon^n; \\ &\sigma_z = (a_{11} - a_{12}) e_z + a_{12} e + a_{17} \varepsilon^s + a_{18} \varepsilon^n; \\ &\tau_x = a_{44}\gamma_x, \quad \tau_y = a_{44}\gamma_y, \quad \tau_z = a_{44}\gamma_z; \\ &s' = a_{17} e + a_{77} \varepsilon^s + a_{78} \varepsilon^n; \\ &s'' = a_{18} e + a_{78} \varepsilon^s + a_{88} \varepsilon^n, \end{aligned} \qquad (8)$$

Где $e = e_x + e_y + e_z$ характеризует объемное расширение (или соответственно сжатие) вследствие деформации и является инвариантом. Составление остальных инвариантов из $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_x$, τ_y и τ_z устанавливает связь между $a_{11} - a_{22}$ и a_{44}. Действительно, можно записать

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + 2(\tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2) = \mathrm{inv}; \qquad (9)$$

$$e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 + 2\left[\left(\frac{1}{2}\gamma_x\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\gamma_y\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\gamma_z\right)^2\right] = \mathrm{inv}. \qquad (10)$$

Используя (8), получаем

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 = (a_{11} - a_{12})^2 (e_x^2 + e_y^2 + e_z^2) +$$
$$+ 2(a_{11} - a_{12})(e_x + e_y + e_z) B + 3B, \qquad (11)$$

где

$$B = a_{12} e + a_{17} \varepsilon^s + a_{18} \varepsilon^n = \mathrm{inv};$$
$$2(\tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2) = 2a_{44}^2 (\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2). \qquad (12)$$

Учитывая, что $e_x + e_y + e_z = \mathrm{inv}$ и принимая во внимание (9), запишем

$$(a_{11} - a_{12})^2 (e_x^2 + e_y^2 + e_z^2) +$$
$$+ 2a_{44}^2 (\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2) = \mathrm{inv}. \qquad (13)$$

Сравнивая (10) и (13), делаем вывод, что $a_{11} - a_{12} = 2a_{44}$. Поэтому, вводя обозначения

$$a_{44} = N; \quad a_{12} = A; \quad a_{17} = Q^s; \quad a_{18} = Q^n;$$
$$a_{77} = R^s; \quad a_{88} = R^n; \quad a_{78} = R^{sn},$$

вместо (8) запишем

$$\sigma_x = 2Ne_x + Ae + Q^s \varepsilon^s + Q^n \varepsilon^n;$$
$$\sigma_y = 2Ne_y + Ae + Q^s \varepsilon^s + Q^n \varepsilon^n;$$
$$\sigma_z = 2Ne_z + Ae + Q^s \varepsilon^s + Q^n \varepsilon^n;$$
$$\tau_x = N\gamma_x, \; \tau_y = N\gamma_y, \; \tau_z = N\gamma_z;$$

$$s' = Q^s e + R^s \varepsilon^s + R^{sn} \varepsilon^n;$$
$$s'' = Q^n e + R^n \varepsilon^n + R^{sn} \varepsilon^s. \qquad (14)$$

Поскольку в He II сверхтекучую и нормальную компоненты физически разделить нельзя и не имеет смысла говорить о принадлежности отдельных атомов жидкости к свертекучей или нормальной компонентам, должно выполняться соотношение

$$Q^s \varepsilon^s + Q^n \varepsilon^n = Q\,\varepsilon, \qquad (15)$$

откуда следует, что

$$Q^s = \frac{\rho^s}{\rho} Q, \qquad Q^n = \frac{\rho^n}{\rho} Q,$$

$$s' + s'' = (Q^s + Q^n)\, e + (R^s + R^{sn})\, \varepsilon^s +$$
$$+ (R^n + R^{sn})\, \varepsilon^n = Qe + R\varepsilon. \qquad (16)$$

Соответственно, деформации нормальной и сверхтекучей компонент He II равны

$$\varepsilon^s = \operatorname{div} \mathbf{U}^s, \quad \varepsilon^n = \operatorname{div} \mathbf{U}^n. \qquad (17)$$

Постоянные A и N соответствуют хорошо известным коэффициентам Ламэ в теории упругости и положительны, а Q и R введены Био [12,14]; $R^s(R^n)$ — мера напряжения, возникающего в сверхтекучей (нормальной) компоненте при сжатии ее единичного объема без сжатия нормальной (сверхтекучей) компоненты и пористой среды. Коэффициент R^{sn} определяет напряжения, возникающие в сверхтекучей компоненте при сжатии нормальной компоненты без сжатия сверхтекучей компоненты и пористой среды, и наоборот.

Рассмотрим гипотетические эксперименты, которые позволят определить обобщенные упругие коэффициенты через измеряемые коэффициенты K_s, K_f, K_b и N. Такой подход был предложен в работе [25] для нормальной жидкости.

В первом эксперименте пористый образец помещали в сверхтекучую жидкость, к которой приложено давление p'. Под воздействием давления жидкость полностью проникает в поры и измеряют величины e и ε. Следовательно, K_s и K_f можно определить следующим образом:

$$\frac{1}{K_s} = -\frac{e}{p'}, \quad \frac{1}{K_f} = -\frac{\varepsilon}{p'} \qquad (18)$$

и, согласно (14), записать

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -\left(1 - \varphi\right) p';$$
$$s' = -\varphi\, \frac{\rho^s}{\rho} p'; \quad s'' = -\varphi\, \frac{\rho^n}{\rho} p'. \qquad (19)$$

Примем во внимание также условия $\varepsilon^s = \varepsilon^n = \varepsilon$. При этом соотношения (19) преобразуем в следующие:

$$\frac{2}{3} Ne + A\, e + Q\, \varepsilon = -\left(1 - \varphi\right) p';$$
$$\frac{\rho^s}{\rho} Q\, e + (R^s + R^{sn})\, \varepsilon = -\varphi\, \frac{\rho^s}{\rho} p'; \qquad (20)$$
$$\frac{\rho^n}{\rho} Q\, e + (R^n + R^{sn})\, \varepsilon = -\varphi\, \frac{\rho^n}{\rho} p'.$$

Два последних уравнения дают

$$R^s + R^{sn} = K_f \frac{\rho^s}{\rho} \left(\varphi - \frac{Q}{K_f}\right);$$
$$R^n + R^{sn} = K_f \frac{\rho^n}{\rho} \left(\varphi - \frac{Q}{K_f}\right). \qquad (21)$$

Во втором эксперименте пористый твердотельный образец заключен в тонкую непроницаемую оболочку и подвергнут действию давления жидкости p'. Для обеспечения постоянного давления внутри жидкости она должна вытекать через трубку во внешний резервуар. Так что $\varepsilon^s = \varepsilon^n = \varepsilon$ и K_b определяется из соотношения

$$\frac{1}{K_b} = -\frac{e}{p'}. \qquad (22)$$

В этом эксперименте выполняются равенства

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p',$$
$$s' = s'' = 0 \qquad (23)$$

или

$$\left(\frac{2}{3} N + A\right) \frac{1}{K_b} - Q \frac{\varepsilon}{p'} = 1;$$
$$\frac{\rho^s}{\rho K_b} Q - \left(R^s + R^{sn}\right) \frac{\varepsilon}{p'} = 0; \qquad (24)$$
$$\frac{\rho^n}{\rho K_b} Q - \left(R^n + R^{sn}\right) \frac{\varepsilon}{p'} = 0,$$

откуда следует, что

$$\rho^n (R^s + R^{sn}) = \rho^s (R^n + R^{sn}). \qquad (25)$$

Из (20), (21) и (24) нетрудно показать, что [25]

$$Q = \frac{\varphi K_s\left(1-\varphi-\dfrac{K_b}{K_s}\right)}{1-\varphi+\varphi\dfrac{K_s}{K_f}-\dfrac{K_b}{K_s}};$$
$$\frac{2}{3}N + A = K_s\frac{(1-\varphi)\left(1-\varphi-\dfrac{K_b}{K_s}\right)+\varphi\dfrac{K_s}{K_f}}{1-\varphi+\varphi\dfrac{K_s}{K_f}-\dfrac{K_b}{K_s}}. \qquad (26)$$

В третьем эксперименте связь с резервуаром обеспечивает сверхщель, которая пропускает только сверхтекучую компоненту, поэтому

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -(1-\varphi)p'; \quad s' = 0; \quad s'' = -\varphi p' \qquad (27)$$

или

$$\left(\frac{2}{3}N + A\right)e + \frac{\rho^s}{\rho}Q\varepsilon^s + \frac{\rho^n}{\rho}Q\varepsilon^n = -(1-\varphi)p';$$
$$\frac{\rho^s}{\rho}Qe + R^s\varepsilon^s + R^{sn}\varepsilon^n = 0; \qquad (28)$$
$$\frac{\rho^n}{\rho}Qe + R^n\varepsilon^n + R^{sn}\varepsilon^s = -\varphi p'.$$

В данном случае связь между ε^s и ε^n можно получить, используя закон сохранения массы и энтропии. Тогда имеем

$$\varepsilon^s - \varepsilon^n = \frac{C_{\mathrm{He}}\, p'}{\rho^s\sigma^2 T}, \qquad (29)$$

здесь C_{He} и σ — теплоемкость и энтропия на единицу массы He II. Наконец, после громоздких вычислений находим искомые выражения:

$$R^{sn} = \frac{\rho^s\rho^n}{\rho^2}R - \frac{\varphi(\rho^s)^2 T\sigma^2}{\rho\, C_{\mathrm{He}}};$$
$$R^s = \frac{(\rho^s)^2}{\rho^2}R + \frac{\varphi(\rho^s)^2 T\sigma^2}{\rho\, C_{\mathrm{He}}}; \qquad (30)$$
$$R^n = \frac{(\rho^n)^2}{\rho^2}R + \frac{\varphi(\rho^s)^2 T\sigma^2}{\rho\, C_{\mathrm{He}}},$$

где коэффициент Био–Уиллиса R равняется [25]

$$R = \frac{\varphi^2 K_s}{1-\varphi+\varphi\dfrac{K_s}{K_f}-\dfrac{K_b}{K_s}}. \qquad (31)$$

Еще раз отметим, что коэффициенты K_f, K_s, K_b и N — экспериментально измеряемые величины.

Уравнения движения

Для нахождения уравнений движения системы пористое твердое тело—сверхтекучая жидкость воспользуемся формализмом Лагранжа. Для составления искомых уравнений необходимо, выбрав обобщенные координаты, определить кинетическую энергию системы. Предполагаем, что физической точкой является область, размер которой намного больше размеров пор и намного меньше характерных длин задачи (например, длины волны при рассмотрении волновых процессов). В качестве обобщенных координат системы выберем девять компонент векторов смещения жидкости и твердого тела, усредненных по объему области выбранной физической точки: u_x, u_y, u_z, U_x^s, U_y^s, U_z^s, U_x^n, U_y^n, U_z^n. Тогда кинетическую энергию T единицы объема можно представить в виде

$$2T = \rho_{11}\left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial t}\right)^2\right] + 2\rho_{12}^s\left[\frac{\partial u_x}{\partial t}\frac{\partial U_x^s}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial t}\frac{\partial U_y^s}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial t}\frac{\partial U_z^s}{\partial t}\right] +$$
$$+ 2\rho_{12}^n\left[\frac{\partial u_x}{\partial t}\frac{\partial U_x^n}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial t}\frac{\partial U_y^n}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial t}\frac{\partial U_z^n}{\partial t}\right] + 2\rho_{22}^s\left[\left(\frac{\partial U_x^s}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_y^s}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_z^s}{\partial t}\right)^2\right] +$$
$$+ 2\rho_{22}^n\left[\left(\frac{\partial U_x^n}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_y^n}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_z^n}{\partial t}\right)^2\right]. \qquad (32)$$

Форма выражения (32) подразумевает статистическую изотропность системы. В массовых коэффициентах ρ_{11}, $\rho_{12}^{s(n)}$ и $\rho_{22}^{s(n)}$ учтено дополнительное движение, приобретенное твердым телом и жидкостью [12,26]. Следовательно, по аналогии с работой [12], нетрудно получить

$$\varphi\,\rho^{s}=\rho_{22}^{s}+\rho_{12}^{s},\quad \varphi\,\rho^{n}=\rho_{22}^{n}+\rho_{12}^{n},\qquad\qquad (33)$$
$$(1-\varphi)\,\rho_{\mathrm{sol}}=\rho_{11}+\rho_{12}^{s}+\rho_{12}^{n}.$$

Здесь

$$\rho_{12}^{s}<0,\quad \rho_{12}^{n}<0 \qquad (34)$$

— массовые параметры, характеризующие увеличение инертной массы, и, как обычно, это приращение инертной массы называют присоединенной массой. По Берриману [27] тензор присоединенных масс определяется следующим образом:

$$\rho_{12}^{s(n)}=-(\alpha_{\infty}-1)\,\varphi\,\rho^{s(n)}, \qquad (35)$$

где $\alpha_{\infty}\ge 1$ — геометрическая величина, не зависящая ни от плотности твердого тела, ни от плотности жидкости, которая может изменяться от единицы (для плоскопараллельных капилляров) до бесконечности (для изолированных пор или пор, расположенных перпендикулярно движению).

Обозначим через q_x полную силу, действующую на твердую часть единичного объема, а через Q_x^s и Q_x^n — полные силы, действующие на сверхтекучую и нормальную компоненты в единичном объеме. Тогда уравнения Лагранжа имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_x}\right)=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}u_x+\rho_{12}^{s}U_x^{s}+\rho_{12}^{n}U_x^{n})=q_x;$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{U}_x^{s}}\right)=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}^{s}u_x+\rho_{22}^{s}U_x^{s})=Q_x^{s}; \quad (36)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{U}_x^{n}}\right)=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}^{n}u_x+\rho_{22}^{n}U_x^{n})=Q_x^{n}.$$

Не нарушая общности рассмотрения, выпишем уравнения для движения только вдоль x-направления. Выражая эти силы через тензор напряжения

$$q_x=\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_z}{\partial y}+\frac{\partial\tau_y}{\partial z},\quad Q_x^{s}=\frac{\partial s'}{\partial x},\ Q_x^{n}=\frac{\partial s''}{\partial x}, \quad (37)$$

получим динамические уравнения

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_z}{\partial y}+\frac{\partial\tau_y}{\partial z}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}u_x+\rho_{12}^{s}U_x^{s}+\rho_{12}^{n}U_x^{n});$$

$$\frac{\partial s'}{\partial x}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{22}^{s}U_x^{s}+\rho_{12}^{s}u_x);$$
$$\frac{\partial s''}{\partial x}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{22}^{n}U_x^{n}+\rho_{12}^{n}u_x). \qquad (38)$$

Аналогичные уравнения можно получить для движения вдоль y- и z-направлений.

После подстановки (14) в (38) нетрудно получить уравнение в векторной форме:

$$N\nabla^2\mathbf{u}+(A+N)\,\mathrm{grad}\,e+\frac{\rho^{s}}{\rho}Q\,\mathrm{grad}\,\varepsilon^{s}+\frac{\rho^{n}}{\rho}Q\,\mathrm{grad}\,\varepsilon^{n}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\mathbf{u}+\rho_{12}^{s}\mathbf{U}^{s}+\rho_{12}^{n}\mathbf{U}^{n});$$
$$\frac{\rho^{s}}{\rho}Q\,\mathrm{grad}\,e+R^{s}\,\mathrm{grad}\,\varepsilon^{s}+R^{sn}\,\mathrm{grad}\,\varepsilon^{n}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}^{s}\mathbf{u}+\rho_{22}^{s}\mathbf{U}^{s});$$
$$\frac{\rho^{n}}{\rho}Q\,\mathrm{grad}\,e+R^{n}\,\mathrm{grad}\,\varepsilon^{n}+R^{sn}\,\mathrm{grad}\,\varepsilon^{s}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}^{n}\mathbf{u}+\rho_{22}^{n}\mathbf{U}^{n}). \qquad (39)$$

В уравнениях (39) мы пренебрегали диссипативными процессами. Для их учета предполагаем, что основным механизмом диссипации в системе пористое твердое тело—сверхтекучая жидкость является торможение нормальной компоненты сверхтекучей жидкости стенками пор. Поскольку все деформации предполагаются малыми, рассматриваемые в теории макроскопические движения представляют собой малые упругие колебания или волны. Поэтому, как и в большинстве физических систем, силы трения пропорциональны скоростям движущихся физических точек и могут быть описаны с помощью диссипативной функции. Диссипативная функция, по определению, представляет собой однородную квадратичную функцию обобщенных скоростей. Тогда в уравнениях движения твердого тела и нормальной компоненты сверхтекучей жидкости аналогично процедуре Био для диссипативных членов будем иметь:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\mathbf{u}+\rho_{12}^s\mathbf{U}^s+\rho_{12}^n\mathbf{U}^n)+bF(w)\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u}-\mathbf{U}^n)=N\nabla^2\mathbf{u}+\left(A+N\right)\operatorname{grad}e+\frac{\rho^s}{\rho}Q\operatorname{grad}\varepsilon^s+\frac{\rho^n}{\rho}Q\operatorname{grad}\varepsilon^n;$$
$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{22}^n\mathbf{U}^n+\rho_{12}^n\mathbf{u})-bF(w)\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u}-\mathbf{U}^n)=\frac{\rho^n}{\rho}Q\operatorname{grad}e+R^n\operatorname{grad}\varepsilon^n+R^{sn}\operatorname{grad}\varepsilon^s. \quad (40)$$

Комплексная функция $F(w)$ отражает отклонение от пуазейлевского течения, учитывая геометрические особенности пористого материала [23], коэффициент $b=\eta\varphi^2/k_0$ — отношение полной силы трения к усредненной относительно твердого тела скорости нормальной компоненты, где η — вязкость жидкости, а k_0 — проницаемость [13]. В работе [23] проведен теоретический анализ возможностей использования акустики сверхтекучей жидкости для изучения различных параметров пористых материалов. Для этой цели функция $F(w)$ выражена через ключевые параметры: коэффициенты извилистости и проницаемости, а также динамический параметр размерности длины и пористость. Некоторые из них получены из решения задачи об электропроводности пористой среды, состоящей из изоляционного пористого материала и заполненной проводящей жидкостью. Вычислена реакция жесткой пористой среды. Полученные результаты позволяют исследовать особенности двухжидкостной гидродинамики He II в жесткой пористой среде и определить параметры среды из экспериментальных данных для скоростей первого, второго и четвертого звуков.

Распространение волн в пределе высоких частот колебаний

Твердые тела, в отличие от жидкостей, наряду с обычной упругостью характеризуются также упругостью по отношению к сдвиговым деформациям. Уже в неограниченной твердой среде могут существовать не только продольные, но и поперечные волны [14]. Поэтому картина распространения волн в исследуемой нами системе значительно богаче, чем в твердом теле и в сверхтекучей жидкости, взятых в отдельности. С другой стороны, возможны два важных предельных случая. Глубина проникновения вязкой волны может быть велика или мала по сравнению с размерами пор. Первый случай соответствует низким частотам колебаний термодинамических величин, а второй — высоким.

В пределе высоких частот можно пренебречь диссипативными членами и для исследования распространяющихся волн воспользоваться системой уравнений (39). Применив к обеим сторонам этих уравнений операцию rot, получим

$$N\nabla^2\Omega^2=\rho_{11}\frac{\partial^2\mathbf{\Omega}}{\partial t^2}+\rho_{12}^s\frac{\partial^2\boldsymbol{\omega}_s}{\partial t^2}+\rho_{12}^n\frac{\partial^2\boldsymbol{\omega}_n}{\partial t^2};$$

$$\rho_{12}^n\mathbf{\Omega}+\rho_{12}^n\boldsymbol{\omega}_n=0;\ \rho_{12}^{ns}\mathbf{\Omega}+\rho_{22}^s\boldsymbol{\omega}_n=0, \quad (41)$$

где $\mathbf{\Omega}=\operatorname{rot}\mathbf{u}$, $\boldsymbol{\omega}_n=\operatorname{rot}\mathbf{U}^n$, $\boldsymbol{\omega}_s=\operatorname{rot}\mathbf{U}^s$.

Уравнения (41) показывают, что завихренность движения твердого тела и сверхтекучей жидкости взаимосвязаны. Из системы уравнений (41), используя выражения (33) и (35), легко получить выражение для скорости поперечного звука [10]:

$$C_t^2=\frac{N}{\rho_{sc}+(1-\frac{1}{\alpha_\infty})\varphi\rho}. \quad (42)$$

Здесь $\rho_{sc}=(1-\varphi)\rho_{\mathrm{sol}}$. В выражении (42) уменьшение скорости по сравнению с «сухим» материалом происходит за счет увлечения части жидкости $(1-\alpha_\infty^{-1})$ «скелетом» пористого тела из-за извилистости и связанным с ним увеличением эффективной плотности. В этой волне сверхтекучая и нормальная компоненты движутся как единое целое:

$$\boldsymbol{\omega}_n=\boldsymbol{\omega}_s=\frac{\alpha_\infty-1}{\alpha_\infty}\mathbf{\Omega}, \quad (43)$$

и направления вращения жидкости и твердого тела совпадают.

Ландау всегда дополнял гидродинамические уравнения движения сверхтекучей жидкости требованием, чтобы сверхтекучее движение было потенциальным: $\operatorname{rot}\mathbf{V}^s=0$. То есть сверхтекучая компонента не может совершать твердотельное вращение. Если бы в нашей теории смещение (вектор деформации) сверхтекучей компоненты $\mathbf{U}^s$ совершалось в области, размер которой превосходит размер атомов, но намного меньше, чем расстояние между порами, то в этом случае выполнялось бы условие Ландау. Однако в предложенной нами теории $\mathbf{U}^s$ представляет собой смещение сверхтекучей компоненты, усредненное по элементу, размер которого намного превышает размер пор. Поэтому нет необходимости требовать, чтобы движение было безвихревым. По этой причине смещения $\mathbf{U}^s$ и $\mathbf{U}^n$ входят в уравнения как равноценные величины. Различие между ними состоит только в том, что сверхтекучее движение происходит без переноса энтропии. Заметим, что в этой работе вихревое движение сверхтекучей жидкости (43) не представляет собой сложного вращения вокруг вихревых сингулярностей, а связано с тем, что твердое тело вызывает частичное вовлечение жидкости в вихревое движение.

Для изучения продольных волн рассмотрим все смещения как градиент от некоторой скалярной функции. Тогда из систем уравнений (39) получим следующее дисперсионное уравнение:

$$(\alpha_\infty\varphi\,\rho^s C^2 + \frac{\rho^s}{\rho^n}R^{sn} - R^s)\{[(\rho_{sc}+\varphi\rho)\alpha_\infty - \varphi\rho]\,\varphi\rho^n C^4 - \rho^n C^2[(\rho_{sc}/\rho+\varphi)R - 2\varphi(\Omega+R) + \\ + \alpha_\infty\varphi\,(A+2N+2Q+R)] + R(A+2N) - Q^2\} = 0. \tag{44}$$

Одним из решений этого дисперсионного уравнения является второй звук (температурная волна) в пористой среде [8]:

$$C^2 = \frac{C_2^2}{\alpha_\infty}, \tag{45}$$

где C_2 — скорость второго звука в неограниченном гелии. Кроме этого решения, уравнение (44) имеет еще два решения, которые аналогичны быстрой и слабой волнам в пористой среде, заполненной обычной классической жидкостью.

В случае неконсолидированной пористой среды ($K_b = N = 0$) скорость медленной волны, так же как и скорость сдвиговой волны, даже в пределе высоких частот колебаний тождественно равна нулю [21]:

$$C_{\text{slow}}^2(K_b = N = 0) = 0. \tag{46}$$

И наконец, скорость быстрой, сжимаемой волны имеет вид [21]:

$$C_{\text{fast}}^2(K_b = N = 0) = \\ = \frac{\alpha_\infty + \varphi\left(\dfrac{\rho_{sc}}{\rho} + \varphi - 2\right)}{[(\rho_{sc}+\varphi\rho)\alpha_\infty - \varphi\rho]\left(\dfrac{1-\varphi}{K_s} + \dfrac{\varphi}{K_f}\right)}. \tag{47}$$

Для жесткой пористой среды имеем $K_f \ll K_b$, $N \ll K_s$. В этом случае для быстрой и медленной мод из уравнения (44) получаем хорошо известные выражения [21]:

$$C_{\text{fast}}^2 = \frac{K_b + \frac{4}{3}N}{\rho_{sc} + \varphi\rho(1-\alpha_\infty^{-1})}; \tag{48}$$

$$C_{\text{slow}}^2 = \frac{C_1^2}{\alpha_\infty}, \tag{49}$$

где $C_1 = (\partial p/\partial\rho)^{1/2}$ — объемная скорость распространения первого звука в He II.

Распространение волн в низкочастотном пределе

Поскольку в пределе низкой частоты колебаний глубина проникновения вязкой волны становится большой, нормальная компонента сверхтекучей жидкости полностью прилипает к матрице пористой среды, вследствие чего «скелет» твердого тела и нормальная жидкость движутся с одинаковой скоростью $\mathbf{V}^n \neq 0$. Для того чтобы рассмотреть эту ситуацию, естественно, необходимо исключить силу трения в уравнениях (40) и в полученных двух уравнениях положить $\mathbf{U}^n = \mathbf{u}$. Проделав эту процедуру, получим

$$N\nabla^2\mathbf{u}^n + (A + N + 2\frac{\rho^n}{\rho}Q + R^n)\,\text{grad div}\,\mathbf{u}^n + (\frac{\rho^s}{\rho}Q + R^{sn})\,\text{grad div}\,\mathbf{u}^s = \\ = \frac{\partial^2}{\partial t^2}[(\rho_{11} + 2\rho_{12}^n + \rho_{22}^n)\,\mathbf{u}^n + \rho_{12}^s\mathbf{u}^s],$$

$$(\frac{\rho^s}{\rho}Q + R^{sn})\text{grad div}\,\mathbf{u}^n + R^s\text{grad div}\,\mathbf{u}^s = \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}^s\mathbf{u}^s + \rho_{22}^s\mathbf{u}^s). \tag{50}$$

Из (50) аналогично тому, как это было проведено в предыдущем разделе, вычисляем скорость поперечной волны в пределе низких частот колебаний [22]:

$$C_t^2 = \frac{N}{(\rho_{sc} + \varphi\,\rho^n) + (1-\alpha_\infty^{-1})\,\varphi\,\rho^s}. \qquad (51)$$

При низких частотах колебаний скорость поперечной волны уменьшается по сравнению с «сухим» материалом еще больше, чем при высоких частотах. Это связано с тем, что нормальная компонента He II теперь полностью прилипает к «скелету» пористого тела из-за вязкости, в то время как сверхтекучая компонента увлекается только частично из-за извилистости, как и при высоких частотах. Формула (51) дает возможность непосредственно определить параметр α_∞ [22]. В этом случае для поперечной волны имеем соотношение

$$\omega^s = \frac{\alpha_\infty - 1}{\alpha_\infty}\,\omega^n. \qquad (52)$$

Для продольных волн получаем следующее уравнение:

$$\varphi\,\rho^s\,[\alpha_\infty\rho_{sc} + \varphi\,(\alpha_\infty\rho - \rho^s)]\,C^4 - C^2\,[R^s(\rho_{sc} + \varphi\,\rho) + \varphi\,\rho^s\alpha_\infty(A + 2N + 2Q + R) -$$
$$- 2\varphi\,\rho^s\,(\frac{\rho^s}{\rho}Q + R^s + R^{sn})] + R^s(A + 2N + 2Q + R) - (\frac{\rho^s}{\rho}Q + R^s + R^{sn})^2 = 0. \qquad (53)$$

Два решения этого уравнения в низкочастотном пределе являются скоростями быстрой и медленной волн. Для аэрогелей или, что эквивалентно, для открытой геометрии $\varphi \simeq 1$ и $K_b >> K_s$. В этих условиях дисперсионное уравнение (53) с учетом того факта, что в незаполненном жидкостью «скелете» скорость продольной волны равна $C_{sc}^2 = \dfrac{K_b + 4/3\,N}{\rho_{sc}}$, совпадает с дисперсионным уравнением, полученным в [9,10].

Теория, развитая в настоящей статье, дает возможность находить соотношения между величинами, которые колеблются в волнах. А именно, колебания температуры и давления связаны с вектором смещения следующими формулами:

$$T' = \frac{\sigma\rho^s T}{\rho C_{\mathrm{He}}}\,\mathrm{div}\,(\mathbf{U}^s - \mathbf{U}^n);$$
$$p' = -\frac{K_f}{\rho}\,\mathrm{div}\,(\rho^n\mathbf{U}^n + \rho^s\mathbf{U}^s). \qquad (54)$$

С помощью этих выражений при низких частотах для аэрогелей имеем

$$\frac{p'}{T'} = \frac{K_f C_{\mathrm{He}}}{\sigma\,T}\,\frac{\rho^n(C^2 - C_2^2)}{\rho^s(C^2 - C_1^2)}. \qquad (55)$$

Согласно этим формулам, в быстрой и медленной волнах колеблются как давление, так и температура [11]. Однако необходимо заметить, что в быстром звуке основной колеблющейся величиной является давление, а в медленном – температура. Действительно, при одинаковых колебаниях температуры получаем

$$\frac{p'_{\mathrm{fast}}}{p'_{\mathrm{slow}}} = \frac{C_{\mathrm{fast}}^2 - C_2^2}{C_{\mathrm{fast}}^2 - C_1^2}\,\frac{C_{\mathrm{slow}}^2 - C_1^2}{C_{\mathrm{slow}}^2 - C_2^2} \approx \frac{C_1^2}{C_{\mathrm{slow}}^2} >> 1, \qquad (56)$$

а при одинаковых колебаниях давлений в волнах для отношения колебательных значений температур следует $(T'_{\mathrm{slow}}/p'_{\mathrm{slow}}) >> 1$. Также можно заметить, что отношения $(p'/T')_{\mathrm{slow}}$ и $(T'/p')_{\mathrm{fast}}$ в аэрогелях гораздо больше, чем соответствующие отношения в случае чистого гелия. Это указывает на то обстоятельство, что в аэрогелях, заполненных сверхтекучим гелием, колебание температуры в первом звуке и колебание давления во втором звуке гораздо сильнее, чем в чистом гелии. Хорошо известно, что аналогичное явление наблюдается в слабых растворах ^{3}He в ^{4}He, что обусловлено конечным значением $\partial\rho/\partial c$ (c — концентрация). Это приводит к особенностям в их способе возбуждений. Впервые как теоретически, так и экспериментально это явление было изучено в [8] и более детально рассмотрено в статье [11].

Одно из решений для жесткого твердого тела, соответствующего распространяющейся в «скелете» волне, модифицировано из-за прилипания нормальной компоненты к «скелету» и наличия безвязкостной сверхтекучей компоненты. Оно выражается следующим образом:

$$C_{\mathrm{fast}}^2 = \frac{K_b + \dfrac{4}{3}N}{\rho_{sc} + \varphi\,\rho - \varphi\,\alpha_\infty^{-1}\rho^s}. \qquad (57)$$

Вторым решением является четвертый звук в пористой среде [28]:

$$C^2_{\mathrm{slow}} = \frac{C^2_4}{\alpha_\infty}. \qquad (58)$$

В работе [28] для определения скорости четвертого звука вводили поправочный коэффициент n, равный отношению истинной скорости четвертого звука к измеренной, а для наблюдения звука использовали фильтр, образованный плотно спрессованным порошком Fe_2O_3.

Таким образом, нами получены гидродинамические уравнения для трехкомпонентной системы пористое тело — сверхтекучая жидкость ^{4}He, с помощью которых возможно проанализировать распространение продольных и поперечных волн как в низкочастотном, так и в высокочастотном пределах для любых значений пористости и коэффициентов упругости. Входящие в уравнения коэффициенты упругости выражены через физически измеряемые величины.

1. J. Pellam, *Phys. Rev.* **73**, 608 (1948).
2. K. R. Atkins, *Phys. Rev.* **113**, 962 (1959).
3. I. Rudnick and K. Shapiro, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 191 (1962).
4. G. Pollack and J. Pellam, *Phys. Rev.* **137**, A1676 (1965).
5. Д. Саникидзе, И. Адаменко, М. Каганов, *ЖЭТФ* **52**, 584 (1967).
6. И. Адаменко, М. Каганов, *ЖЭТФ* **53**, 615 (1967).
7. Н. Дюмин, Б. Есельсон, Э. Рудавский, И. Сербин, *ЖЭТФ* **59**, 88 (1970).
8. Л. Дикина, Э. Рудавский, И. Сербин, *ЖЭТФ* **58**, 843 (1970).
9. M. J. Mackenna, T. Slawecki, and J. D. Maynard, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1878 (1991).
10. D. A. Geller, A. Golov, N. Mulders, M. H. W. Chan, and J. M. Parpia, *J.Low Temp.Phys.* **113**, 339 (1998).
11. Peter Brusov, J. M. Parpia, Paul Brusov, and G. Lawes, *Phys. Rev.* **B63**, 140507 (2001).
12. M. A. Biot, *J. Acoust. Soc. Am.* **28**,168 (1956).
13. M. A. Biot, *J. Acoust. Soc. Am.* **28**, 179 (1956).
14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория упругости*, Наука, Москва (1965).
15. D. L. Johnson, T. J. Plona, and C. Scala, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1840 (1982).
16. T. J. Plona, *Appl. Phys.* **36**, 259 (1980).
17. D. L. Johnson, *Appl. Phys. Lett.* **37**, 1065 (1980).
18. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **11**, 592 (1941).
19. В. П. Пешков, *ЖЭТФ* **16**, 1000 (1946).
20. D. Singer, F. Pasierb, R. Ruel, and H. Kojima, *Phys. Rev.* **B30**, 2909 (1984).
21. D. L. Johnson and T. J. Plona, *J. Acoust. Soc. Am.* **72**, 556 (1982).
22. K. Werner and J. R. Beamish, *Phys. Rev.* **B50**, 15896 (1994).
23. D. L. Johnson, J. Koplik, and R. Dashen, *J. Fluid Mech.* **176**, 379 (1987).
24. С. Паттерман, *Гидродинамика сверхтекучей жидкости*, Мир, Москва (1978).
25. M. A. Biot and D. G. Willis, *J. Appl. Mech.* **24**, 594 (1957).
26. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика,* Наука, Москва (1986).
27. J. G. Berryman, *Appl. Phys. Lett.* **37**, 382 (1980).
28. И. Е. Дюмин, Э. Я.Рудавский, *ФНТ* **1**, 521 (1975).

Sound propagation in a porous medium filled with superfluid helium

Sh. E. Kekutiya and N. D. Chkhaidze

A theory of acoustic wave propagation through porous media filled with superfluid helium is developed. The elastic coefficients, the theory contains, are expressed by physically measured quantities. The equations derived can predict all bulk modes that propagate in superfluid saturated porous media. The velocities of longitudinal and transverse wave propagation at high and low frequencies are calculated.