
УДК 621.971.01:517

З. Х. Борукаев, канд. техн. наук,
В. Ф. Евдокимов, чл.-кор. НАН Украины, **С. З. Шихалиев**

Ин-т проблем моделирования
в энергетике им. Г. Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (044) 4241063, E-mail: ipme@ipme.kiev.ua)

Некоторые результаты компьютерного моделирования динамики взаимодействия сварочной дуги, вращающейся в радиальном магнитном поле, с трубчатым электродом

Сформулирована и численно решена осесимметричная нестационарная задача о взаимодействии электродуговой воздушной плазмы с трубчатым электродом. В основу численной модели положена начально-краевая задача для системы уравнений магнитной газодинамики с джоулевым нагревом плазмо-электродной системы установки для автоматической сварки труб кольцевого сечения. Рассчитана термогазодинамика дуги, вращающейся в поперечном магнитном поле.

Сформульовано та чисельно розв'язано осесиметричну нестационарну задачу про взаємодію електродугової повітряної плазми з трубчастим електродом. У фундамент чисельної моделі покладено початково-крайову задачу для систем рівнянь магнітної газодинаміки із джоулевим нагрівом плазмо-електродної системи установки для автоматичного зварювання труб кільцевого перетину. Розраховано термогазодинаміку дуги, що обертається у поперечному магнітному полі.

Ключевые слова: математическая модель, динамика, плазма, электрод, сварка.

Проблемам математического моделирования низкотемпературной плазмы (НТП) посвящены исследования многих академических и научно-производственных коллективов, что обусловлено востребованностью приложенных результатов этих исследований в самых различных отраслях промышленности и, прежде всего, в энергетике [1, 2]. В связи со сложностью математических моделей процессов, протекающих в НТП, их исследования проводятся, как правило, разностными методами. Особенно сложны математические модели динамики процессов в НТП [3]. Одна из таких моделей предложена в работе [4], в которой предпринята попытка средствами математического моделирования объяснить причины, самопроизвольного преждевременного обрыва дуги в установке для прессовой маг-

нито-дуговой сварки. Совершенствование этой установки техническими средствами с момента ее создания во второй половине 80-х годов [5] до наших дней [6] к радикальному решению проблемы не привело. Модель [4] позволила обнаружить факторы, которые могут способствовать появлению упомянутого выше дефекта установки.

В работе [4] приведены результаты расчета рассматриваемой плазменно-электродной системы (ПЭС) для фиксированного момента времени наблюдения $t = 1,001$ с, тогда как для приложений не менее интересны временные зависимости основных термогазодинамических характеристик плазменного потока. Такие результаты получены с помощью модели, описанной в [4].

Результативности вычислительных экспериментов с моделью, представленной в [4], способствовали следующие упрощения формулировки задачи:

предположение о локальном термодинамическом равновесии и электрической квазинейтральности дуговой плазмы на протяжении всего процесса наблюдения, включая начальный отрезок времени наблюдения — зажигание дуги;

представление реальной исходной задачи в виде осесимметричной — в цилиндрической системе координат Orz с радиальной r и аксиальной z независимыми пространственными переменными;

использование в расчете магнитного поля, создаваемого рабочим током дуги, модели канала;

замена катушек, создающих управляющее магнитное поле [7], постоянным магнитом и представление внешнего магнитного поля одной радиальной компонентой вектора магнитной индукции B_r .

Получены зависимости от времени искомым переменных: тангенциальной составляющей напряженности магнитного поля $H = H_\varphi$, создаваемой рабочим током дуги I_a ; температуры $\theta = \theta(r, z, t)$; скорости $V = (u, v, w)$ с аксиальной (параллельной оси Oz), радиальной (параллельной оси Or) и тангенциальной (вращения дуги) составляющими соответственно $u = u(r, z, t)$, $v = v(r, z, t)$ и $w = w(r, z, t)$; давления $p = p(r, z, t)$, а также плотности плазменного потока $\rho = \rho(r, z, t)$ в характерных точках моделируемой ПЭС.

Математическая формулировка задачи. В основу модели положена система разрешающих уравнений магнитной газодинамики (МГД-уравнений), представленная с учетом принятого предположения о цилиндрической симметрии задачи ($\partial a / \partial \varphi \equiv 0$).

Разрешающие уравнения. Следствие уравнений Максвелла —

$$\mu_D \frac{\partial rH}{\partial t} = r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r\gamma} \frac{\partial rH}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\gamma} \frac{\partial rH}{\partial z}, \quad (1)$$

где $\mu = \mu_D(H)$ и $\gamma = \gamma(\theta)$ — соответственно динамическая магнитная проницаемость и удельная электропроводность среды;

неконсервативная форма уравнения сохранения энергии —

$$c_V \rho \left[\frac{\partial \theta}{\partial t} + (V \nabla) \theta \right] = \nabla (\lambda \nabla \theta) + \mathbf{j}^2 / \gamma, \quad (2)$$

где $c_V = c_V(\theta)$ — теплоемкость среды при постоянном объеме; $\mathbf{j} = (j_r, j_z)$ — вектор объемной плотности тока с радиальной j_r и аксиальной j_z компонентами;

уравнения количества движения, заимствованное из [8] и записанное в обозначениях цитируемой работы —

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} = -\nabla (\rho V V) - \nabla p - \nabla \tau, \quad (3)$$

где ρV — массовая скорость; τ — тензор напряжений, представленный трехмерным вектором $(\tau^z, \tau^r, \tau^\varphi)$ с двухкомпонентными составляющими $\tau^z = (\tau_{zz}, \tau_{zr})$, $\tau^r = (\tau_{rz}, \tau_{rr})$, $\tau^\varphi = (\tau_{\varphi z}, \tau_{\varphi r})$, удовлетворяющими соотношениям из [8], записанными с учетом предполагаемой осевой симметрии потока:

$$\begin{aligned} \tau_{zz} &= -\mu \left[2 \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{2}{3} (\nabla V) \right], \quad \tau_{zr} = -\mu \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right], \\ \tau_{rz} = \tau_{zr}, \quad \tau_{rr} &= -\mu \left[2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla V) \right], \quad \tau_{\varphi z} = -\mu \left[\frac{\partial w}{\partial z} \right], \quad \tau_{\varphi r} = -\mu \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right], \\ \nabla a &= \partial a / \partial z + (1/r) \partial (ra) / \partial r. \end{aligned}$$

Покомпонентная форма векторного уравнения (3) представлена в модели следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla (\rho u V) &= f^z, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla (\rho v V) &= f^r, \\ \frac{\partial \rho w}{\partial t} + \nabla (\rho w V) &= f^\varphi, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} f^\alpha &= f_p^\alpha + f_E^\alpha + f_\tau^\alpha, \quad f_p^\alpha = -\frac{\partial p}{\partial \alpha}, \quad f_\tau^\alpha = -\nabla \tau^\alpha, \quad \alpha = z, r, \varphi; \\ f_E^z &= j_r \cdot B_\varphi; \quad f_E^r = -j_z \cdot B_\varphi; \quad f_E^\varphi = -(j_z \cdot B_r - j_r \cdot B_z). \end{aligned}$$

В выражениях f^α ($\alpha = z, r$) отброшены r и z — составляющие лоренцевой силы (соответственно f_E^r и f_E^z) ввиду пренебрежимой малости тока переноса дуги (j_ϕ), вращающейся между торцами электродов под действием одной ее составляющей — f_E^ϕ , также представленной приближенно: отброшено второе слагаемое в скобках, поскольку внешнее магнитное поле предполагается строго радиальным ($B_z \equiv 0$).

Систему (1) — (3) замыкают уравнения непрерывности —

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho V) = 0$$

и состояния — $p = R\rho\theta$, где R — универсальная газовая постоянная.

Начальные условия для искомым переменных приняты тривиальными за исключением температуры и плотности. Начальное распределение температуры, вычисленное по методике, описанной в [9], для $t = t_1 = 1$ с изображено на рис. 1 (см. вклейку). На этом же рисунке представлено распределение вектора плотности тока, аксиальная компонента которого использована на первом шаге по времени в расчете скорости вращения дуги (см. уравнение (4)). Плотность воздушной плазмы при $t = t_1$ принята постоянной, $\rho(r, z, t_1) = 0,25$ кг/м³, на всей области задания искомым параметров плазменного потока, представленной на рис. 2.

Граничные условия. Продольная массовая скорость (ρu) по линиям

- A: $\partial \rho u / \partial z = 0$ (прямолинейность потока);
- B: $\partial \rho u / \partial r = 0$ (пространственная стабилизация потока);
- C, D, G, H и F: $\rho u = 0$ (условие прилипания);
- E: $\partial \rho u / \partial z = 0$ (пространственная стабилизация потока);
- I: $\partial \rho u / \partial r = 0$ (условие аксиальной симметрии потока).

Поперечная массовая скорость (ρv) по линиям

- A: $\rho v = 0$ (прямолинейность потока);
- B: $\partial \rho v / \partial r = 0$ (пространственная стабилизация потока);
- C, D, G, H и F: $\rho v = 0$ (условие прилипания);
- E: $\partial \rho v / \partial z = 0$ (пространственная стабилизация потока);
- I: $v = 0$ (прямолинейность линии тока).

Окружная массовая скорость (ρw) по линиям

- A: $\partial \rho w / \partial z = 0$ (максимум скорости вращения);
- B: $\partial \rho w / \partial r = 0$ (пространственная стабилизация потока);
- C, D, G, H и F: $\rho w = 0$ (условие прилипания);
- E: $w = 0$ (воздушная масса не вращается).

Давление по линиям

- A, B и E: $\partial p / \partial n = 0$.

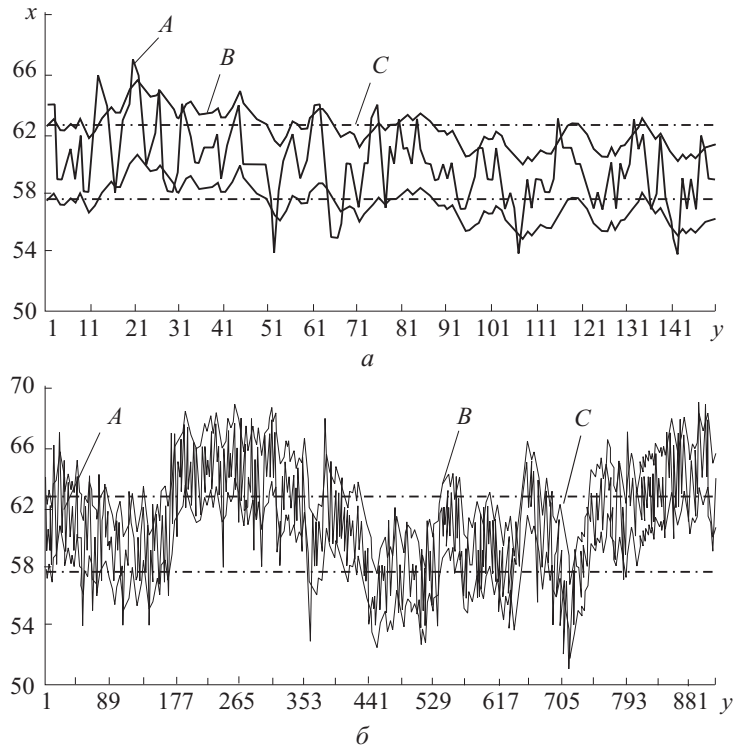


Рис. 2. Графики формирования границ туннеля (а) и динамической обработки трассы изображений ПЛП (б): А — изменение координаты центра ПЛП в трассе; В — динамическая граница туннеля; С — статическая граница туннеля

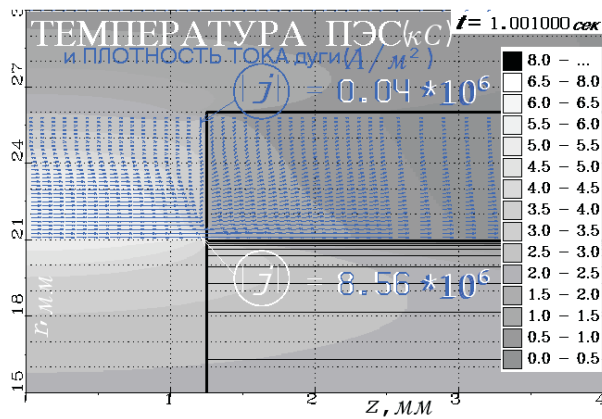
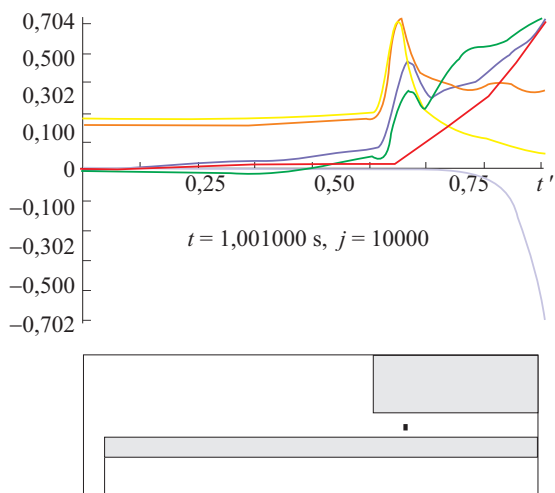
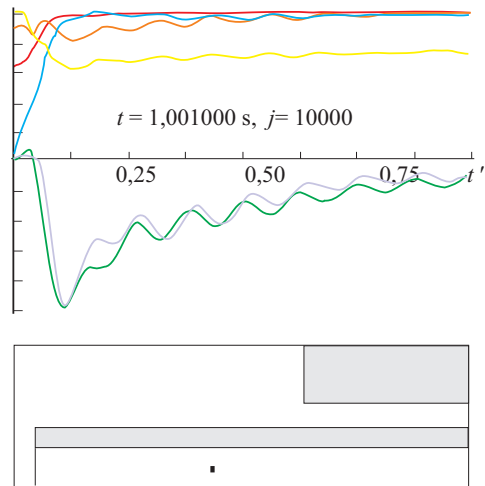
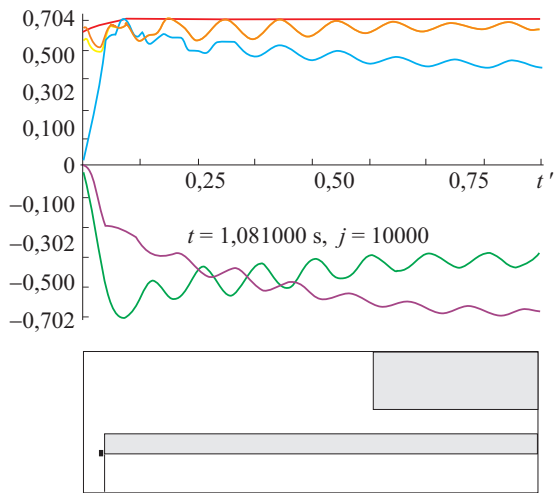


Рис. 1. Начальные распределения температуры и вектора объемной плотности тока



Зависимости от времени $t' = (t - t_1) / (T - t_1)$ параметров плазменного потока $f = f(t) = a(t) / \max_{t_1 \leq t \leq T} |a(t)|_{\text{сгсв}^1}$

$a =$ $\begin{cases} \text{температуры } (\Theta), \\ \text{давления } (p), \\ \text{r-скорости } (v_r), \\ \text{z-скорости } (v_z), \\ \text{φ-скорости } (v_\varphi), \\ \text{плотности } (\rho). \end{cases}$

Рис. 3. Зависимости от времени t' параметров плазменного потока f при различном расположении точек наблюдения

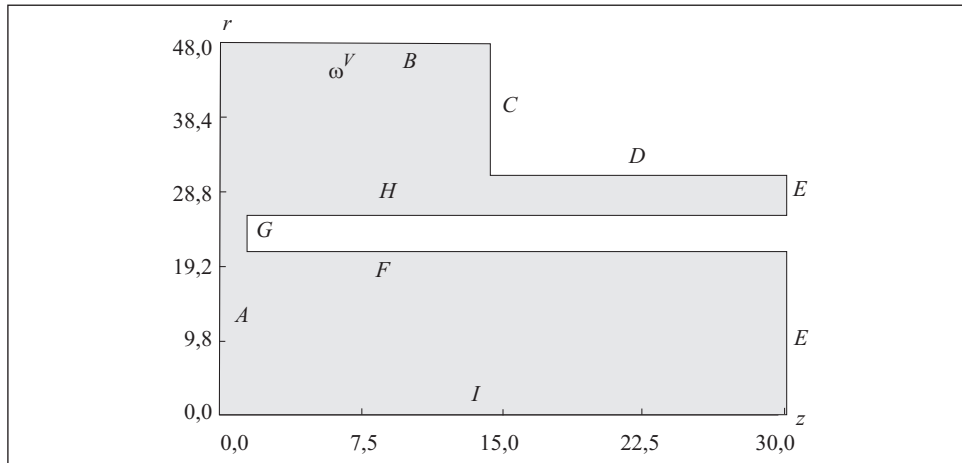


Рис. 2. Область задания параметров газового потока

Методика, методы решения задачи и сеточные параметры. Результативности компьютерных экспериментов, кроме перечисленных выше упрощений задачи, в большой мере способствовали методика решения задачи, методы вычисления начального распределения температуры [9] и компонент вектора объемной плотности тока [10].

Операторы, обеспечивающие расчет процессов диффузии, аппроксимировались интегро-интерполяционным методом 1-го порядка [11], а операторы, обеспечивающие расчет процессов массопереноса — «второй схемой с разностями против потока» [12, с. 113]. При этом использованы существенно неравномерные сетки ячеистой структуры, содержащие $157 (n_r) \times 129 (n_z)$ ячеек с разнесением значений переменных в соответствии с методикой, принятой в вычислительной гидродинамике [12]; интегрирование по времени осуществлялось явным методом 1-го порядка с шагом $\tau = 10^{-7}$ с.

Результаты решения задачи. Для наблюдения динамики поведения дуговой плазмы осуществлена программная визуализация значений газодинамических переменных в различных точках области задания газового потока.

На рис. 3 (см. вклейку) представлены зависимости

$$f = f(t) = a(t) / \max_{t_1 < t < T} |a(t)|,$$

от времени $t' = (t - t_1) / (T - t_1)$ на интервале [1, 1.001] в трех точках плазменного потока, полученные для следующих параметров процесса a : температуры θ , давления p , скорости v_r, v_z, v_ϕ , плотности ρ . Под кривыми указано расположение точки наблюдения.

Вывод. Таким образом, решена нестационарная задача взаимодействия НТП с металлическими трубчатыми электродами. Результаты компьютерного моделирования, представленные на мониторе временными зависимостями основных параметров газового потока в некоторых характерных точках области его задания, свидетельствуют о колебательном характере газодинамических параметров ПЭС.

An axisymmetric nonstationary problem on interaction of the electric arc air plasma with a tubular electrode has been formulated and solved numerically. The numerical model is based on an initial-boundary value problem for the system of equations of magnetic gas dynamics with Joule heating of the plasma-electrode system of a unit for automatic welding of tubes with a ring section. Thermal gas dynamics of the arc rotating in the transversal magnetic field has been calculated.

1. *Низкотемпературная плазма.* Под ред. Жукова М. Ф. Т. I. Теория столба электрической дуги. /В.С. Энгельшт, В.И. Гурович, Г.А. Десятков и др. — Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1990. — 376 с.
2. *Фортв В. Е., Старостин А. Н., Иосилевский И. Л.* Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Термодинамические свойства низкотемпературной плазмы. Т. I — III. — М. : Наука, 2004. — 536 с.
3. *Низкотемпературная плазма.* Т.2. Математические методы исследования динамики и проблемы управления низкотемпературной плазмы. /Жуков М. Ф. — Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1991. — 256 с.
4. *Евдокимов В. Ф., Борукаев З. Х., Шихалиев С. З.* Некоторые результаты моделирования взаимодействия равновесной дуговой плазмы с металлическим электродом / Сб. тр. конф. «Моделирование-2006». — Киев : ИПМЭ НАНУ. — 2006. — С. 7—10.
5. *Кучук-Яценко С. И., Кузнецов П. В., Игнатенко В. Ю., Котерев С. А.* Управление дугой, движущейся в узком зазоре под действием магнитного поля при сварке труб// Автоматическая сварка. — 1987. — № 10. — С. 27—31.
6. *Кучук-Яценко С. И., Кузнецов П. В., Игнатенко В. Ю.* Прессовая сварка с нагревом дугой, управляемой магнитным полем, толстостенных труб// Там же. — 2002. — № 7. — С. 22—28.
7. *Борукаев З. Х., Зубко В. П., Шихалиев С. З.* Численная модель управляющего магнитного поля в установке для прессовой сварки труб // Электрон. моделирование. — 1994. — **16**, № 3. — С. 83—87.
8. *Берд Р., Стюарт В., Лайтфут Е.* Явления переноса. — М. : Химия, 1974. — 688 с.
9. *Шихалиев С. З.* Сравнение эффективности неявного локально-одномерного $T_{230,15}$ и чебышевского методов с помощью расчета термодиффузии в плазмoeлектродной системе с неподвижной дугой//Электрон. моделирование. — 2010. — **32**, № 1. — С. 15—22.
10. *Шихалиев С. З.* Регуляризация разностных моделей систем с распределенными параметрами на основе метода потоковой прогонки // Там же. — 1993. — **15**, № 4. — С. 60—63.
11. *Самарский А. А.* Теория разностных схем/ Учеб. пособие. — М. : Наука, 1977. — 656 с.
12. *Роуч П. Д.* Вычислительная гидродинамика. — М. : Мир, 1980. — 616 с.

Поступила 22.10.09

БОРУКАЕВ Зелим Харитонович, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., зав. отделом Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1971 г. окончил Ростовский госуниверситет. Область научных исследований — математическое моделирование физических полей и процессов, моделирование информационных процессов и систем.

ЕВДОКИМОВ Виктор Федорович, чл.-кор. НАН Украины, директор Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1963 г. окончил Харьковский политехнический ин-т. Область научных исследований — методы и устройства для математического моделирования, математическое и компьютерное моделирование энергетических систем.

ШИХАЛИЕВ Сабир Завурович, науч. сотр. Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1967 г. окончил Киевский ин-т инженеров гражданской авиации. Область научных исследований — вычислительная физика.

