Low Temperature Physics/Физика низких температур, 2015, т. 41, № 9, с. 938–941

Релаксация магнитной системы после мгновенного включения магнитного поля

А.А. Звягин

Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: zvyagin@ilt.kharkov.ua

Max-Planck-Institut für Physik Komplexer Systeme, Noethnitzer Str., 38, D-01187, Dresden, Germany

Статья поступила в редакцию 18 мая 2015 г., опубликована онлайн 24 июля 2015 г.

В магнитной системе, в которой не сохраняется проекция полного спинового момента системы, параллельная внешнему магнитному полю, внезапное изменение такого поля вызывает осцилляции намагниченности. Амплитуда и частота этих осцилляций нелинейным образом существенно зависят от величины изменения поля. Учет релаксации в магнитной системе в форме Ландау–Лифшица приводит к нелинейной зависимости амплитуды и частоты осцилляций от параметра релаксации, а также к зависимости скорости затухания от параметров энергии магнетика и амплитуды скачка внешнего магнитного поля.

В магнітній системі, в якій не зберігається проекція повного спінового моменту системи, паралельна зовнішньому магнітному полю, раптова зміна такого поля викликає осциляції намагніченості. Амплітуда та частота цих осциляцій нелінійним чином суттєво залежать від величини зміни поля. Урахування релаксації в магнітній системі в формі Ландау–Ліфшиця призводить до нелінійної залежності амплітуди й частоти осциляцій від параметра релаксації, а також до залежності швидкості згасання від параметрів енергії магнетика та амплітуди стрибка зовнішнього магнітного поля.

PACS: **75.10.–b** Общая теория и модели магнитного упорядочения;
75.30.Ds Спиновые волны;
75.40.Gb Динамические свойства (динамическая чувствительность, спиновые волны, спиновая диффузия, динамический скейлинг и т.д.).

Ключевые слова: уравнение Ландау–Лифшица, мгновенное включение.

Изучение динамических свойств квантовых систем многих тел дает возможность принципиального понимания природы установления равновесия под действием унитарной временной эволюции [1,2]. В квантовой механике, в отличие от классической, временная эволюция наблюдаемых величин может быть описана двояко: 1) временная зависимость оператора находится из уравнения динамики оператора Гейзенберга, а затем для получения среднего значения оператора, зависящего от времени, полученный результат усредняют с волновой функцией (для чистых состояний) или матрицей плотности (для смешанных состояний); 2) находится временная эволюция волновой функции (как решение уравнения Шредингера) или матрицы плотности (решение уравнения Лиувилля), а затем оператор в шредингеровском представлении усредняют с зависящей от времени волновой функцией либо матрицей плотности. Естественно, оба пути дают один и тот же результат для временной эволюции средних значений квантовомеханических операторов.

Временная эволюция средних значений зависит от начального состояния через величины большого числа параметров многочастичной системы. Это не согласуется со стандартным описанием эволюции ансамблей в классической механике, которая использует относительно небольшое количество законов сохранения динамической системы и обычно описывает поведение многочастичной системы после релаксации. Внезапные изменения параметров системы ведут к такой временной унитарной эволюции, и конечное установившееся состояние существенно зависит от типа исследуемой системы. Исследование внезапных изменений очень важно в контексте недавних экспериментов со сверхохлажденными газами [3], импульсами электромагнитного поля терагерцевой частоты [4], наблюдений в конденсированных средах и моделях квантовых компьютеров [5] или динамике магнетиков в импульсных высокоамплитудных полях [6].

В настоящей работе исследована временная эволюция малых отклонений от положения равновесия взаимодействующей магнитной системы как в динамическом, так и в установившемся режиме, с учетом релаксации. Для магнитной системы релаксация может быть введена во временное описание по-разному. Стандартный путь для любой (не только магнитной) системы — это решение кинетического уравнения [7]. Однако для магнитных систем вводят и особое теоретическое описание установления в них равновесия, например с помощью уравнений типа Блоха [8] или уравнения Ландау–Лифшица [9]. Наличие в уравнении, описывающем динамику магнетика, релаксации в форме Блоха приводит к несохранению величины намагниченности системы, в отличие от описания в форме уравнения Ландау–Лифшица. Последнее наиболее эффективно для описания динамики установления равновесия в магнитных системах, при которой длина вектора намагниченности сохраняется, а релаксация имеет место лишь по направлению этого вектора.

Заметим, что довольно часто используют термин «уравнение Ландау–Лифшица» в более широком смысле, как уравнение классической динамики, которое описывает временную эволюцию многочастичного магнетика. Намагниченность при этом эволюционирует в эффективном магнитном поле, которое получается как вариационная производная от энергии магнетика по намагниченности. Естественно, такое описание, вообще говоря, не совпадает с квантовомеханическим для среднего значения намагниченности при квантовомеханическом описании в случае учета межспиновых взаимодействий в магнетике.

Поясним это на примере магнетика, в котором спины взаимодействуют посредством обменного взаимодействия, гамильтониан системы которого имеет вид $\mathcal{H}_0 = -J\sum_{n,\delta}\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n+\delta}$, где J — обменный интеграл, δ — ближайшие соседи, $S_n^{x,y,z}$ — операторы проекций узельного спина (S — величина узельного спина). В этом случае уравнения Гейзенберга для операторов компонент спинов (записанные в компактной форме) имеют вид

$$-i\hbar\dot{\mathbf{S}}_n = -J[\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n+\delta}]\,, \tag{1}$$

где точка обозначает производную по времени. В этой записи подразумеваются, естественно, три уравнения (для трех проекций оператора узельного спина). Система уравнений Гейзенберга (1) незамкнута, поскольку в правых частях появляются операторы, квадратичные по компонентам узельных спинов. После усреднения в левой части этих уравнений возникают члены типа $\langle \mathbf{S}_n^\alpha\rangle$, т.е. средние значения от компонент вектора спинового узельного момента системы. Однако в правой части возникают парные средние типа $\langle S_n^\alpha S_{n+\delta}^\beta\rangle$, где $\alpha,\beta = x, y, z$. Эти средние значения можно записать как произведения средних значений компонент операторов проекций узельных спинов $\langle S_n^\alpha S_{n+\delta}^\beta\rangle = \langle S_n^\alpha\rangle\langle S_{n+\delta}^\beta\rangle$ (что имеет место в классическом уравнении Ландау–Лифшица), например, в приближении типа динамического среднего поля [10]. В этом случае, см. ниже, уравнения для средних квантовомеханических значений операторов проекций узельных спинов совпадают с уравнениями типа Ландау–Лифшица для проекций узельных спиновых векторов.

В настоящей работе изучено установление равновесного состояния системы магнонов магнетика с существенно отличными от нуля релятивистскими взаимодействиями под действием внезапного изменения одного из параметров системы (ситуация так называемого quantum quench), в рассматриваемом случае — внезапного изменения величины внешнего магнитного поля. Рассмотрим малые квантованные колебания отклонений магнитного момента от положения равновесия — магноны, которые часто описывают с помощью квантовой статистики Бозе–Эйнштейна. Временная эволюция средних значений существенно зависит от того, сохраняется ли в системе число квазичастиц (магнонов, т.е. малых отклонений от положения равновесия). Особенно интересна временная эволюция магнитных систем с несохранением числа магнонов. Нами показано, что несохранение числа магнонов в случае внезапного изменения внешнего магнитного поля приводит к осцилляциям намагниченности, при этом релаксация в форме Ландау–Лифшица приводит к нелинейному по константе релаксации эффекту, который проявляется как в уменьшении со временем амплитуды колебаний, так и в зависимости частоты колебаний от константы релаксации.

Рассмотрим магнетик, энергию которого можно описать следующим образом:

$$\mathcal{H} = -J\sum_{n,\delta}\mathbf{M}_n\mathbf{M}_{n+\delta} - \sum_n\left(\frac{D}{2}(M_n^z)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{E}{2}[(M_n^x)^2 - (M_n^y)^2] + g\mu_B(H+h_t)M_n^z\right), \tag{2}$$

где $M_n^{x,y,z}$ — проекции вектора узельного момента системы ($|\mathbf{M}_n| = S$), $D > 0$ и E — константы одноионной магнитной анизотропии, H и h_t — величины постоянного и зависящего от времени магнитного поля, $g\mu_B \equiv \hbar\gamma$, где g, μ_B, $\hbar$, γ — величины g-фактора, магнетона Бора, константы Планка и гиромагнитного отношения соответственно. Заметим, что результаты принципиально не изменятся, если вместе с (или вместо) энергией одноионной магнитной анизотропии включить в энергию магнетика и разноионную магнитную анизотропию, возникающую, например, вследствие магнитного дипольного взаимодействия (см. ниже).

Уравнение, описывающее динамику магнетика, в рассматриваемом случае уравнение Ландау–Лифшица, имеет следующий вид [9,11]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}_n}{\partial t} = \gamma[\mathbf{M}_n \mathbf{H}_n] - \frac{\lambda}{S^2}[\mathbf{M}_n[\mathbf{M}_n \mathbf{H}_n]], \tag{3}$$

где λ — константа релаксации, а

$$\mathbf{H}_n = -\frac{1}{g\mu_B}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{M}_n}. \tag{4}$$

В случае слабого релятивистского взаимодействия равновесная конфигурация системы спинов практически соответствует ситуации, когда все спины параллельны или антипараллельны оси z. Зависящее от времени магнитное поле внезапно включается в момент времени $t = 0$. Будем считать, что величина амплитуды зависящего от времени магнитного поля меньше величины постоянного поля $h_t < H$ и величины параметров магнитной анизотропии удовлетворяют условию $|E| << |D|$. Поэтому можно линеаризовать уравнение Ландау–Лифшица относительно положения равновесия системы при $t < 0$, считая что $\mathbf{M}_n \approx \mathbf{M}_n^0 + \sigma_n$, где $|\sigma_n| << S$ и $\mathbf{M}_n^0 = (0, \pm S)$.

Для циклических компонент векторов отклонения узельного момента от положения равновесия $\sigma_n^{\pm} = \sigma_n^x \pm i\sigma_n^y$ после фурье-преобразования

$$\sigma_n^+ = \frac{1}{\sqrt{2S}}\sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\delta} a_k, \quad \sigma_n^- = \frac{1}{\sqrt{2S}}\sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\delta} a_k^* \tag{5}$$

получим (см. [11])

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_k}{\partial t} &= i\frac{(\gamma S - i\lambda)}{g\mu_B S}\left(-[A_k + g\mu_B h_t]a_k + ESa_{-k}^*\right), \\ \frac{\partial a_{-k}^*}{\partial t} &= -i\frac{(\gamma S + i\lambda)}{g\mu_B S}\left(-[A_k + g\mu_B h_t]a_{-k}^* + ESa_k\right), \end{aligned} \tag{6}$$

где введено обозначение

$$A_k = 2JS\sum_{\delta}[1 - \exp(ik\delta)] + g\mu_B H + DS.$$

Пусть $h_t = 0$ при $t < 0$, а в момент времени $t = 0$ включилось поле $h_t = h$. Пользуясь кусочным постоянством коэффициентов уравнений (6) [12], можно найти величину добавки к намагниченности системы, вызванной внезапным изменением внешнего поля:

$$\Delta M^z = (g\mu_B)^2 hE^2(\lambda^2 + S^2\gamma^2)\sum_{\mathbf{k}}\left[\left(n_k + \frac{1}{2}\right)\times \right.$$
$$\left. \times \exp\left(-\frac{2\lambda t(A_k + g\mu_B h)}{g\mu_B}\right)\frac{\sin^2(\omega_1 t)}{(g\mu_B\omega_1)^2 g\mu_B\omega}\right], \tag{7}$$

где $n_k = [\exp(\varepsilon_k / k_B T) - 1]^{-1}$ — функция распределения Бозе–Эйнштейна, T — температура, k_B — константа Больцмана,

$$\varepsilon_k = \sqrt{A_k^2 - E^2S^2}, \quad g\mu_B\omega = \sqrt{\gamma^2 A_k^2 - E^2(\gamma^2S^2 + \lambda^2)},$$
$$g\mu_B\omega_1 = \sqrt{\gamma^2(A_k + g\mu_B h)^2 - E^2(\gamma^2S^2 + \lambda^2)}.$$

Проанализируем полученное выражение. Естественно рассматривать область изменения параметров системы, при которых ω, ω_1 вещественны (иначе неприменимо приближение малых отклонений от положения равновесия и (или) релаксация приводит к неустойчивости колебаний магнитных моментов, что не представляется физически оправданным). Видно, что в случае сохранения величины проекции полного спинового момента системы, параллельного внешнему магнитному полю (в рассмотренном случае — при $E = 0$), добавка к намагниченности, вызванной внезапным изменением поля, равна нулю. Если же такая проекция не сохраняется, то в системе возникают осцилляции намагниченности. Амплитуда этих осцилляций, естественно, вызвана ненулевой величиной h, но отклик на ненулевую амплитуду включенного поля, как видно из уравнения, нелинеен. Более того, частота колебаний также существенно зависит от амплитуды включенного поля. Такие осцилляции намагниченности сохраняются и в основном состоянии, когда $n_k = 0$, как следствие квантовых (нулевых) колебаний. Амплитуда осцилляций затухает со временем вследствие включения релаксации в форме Ландау–Лифшица. Заметим, что скорость релаксации зависит от параметров энергии магнетика A_k и от амплитуды включенного поля h. Также обращает на себя внимание то, что частота и амплитуда осцилляций намагниченности зависят нелинейно от параметра релаксации Ландау–Лифшица. Последние два обстоятельства существенно отличают механизм релаксации в форме Ландау–Лифшица от релаксации в форме Блоха, при котором скорость релаксации определяется лишь константой затухания Блоха, а частота и амплитуда осцилляций от константы релаксации не зависят [13].

Полученный результат можно легко обобщить на случай межчастичной природы магнитной анизотропии. При этом, например, для анизотропии обмена следует заменить $2JS\sum_{\delta}[1 - \exp(i\mathbf{k}\delta)] \to 2JS\sum_{\delta}[\Delta - \exp(i\mathbf{k}\delta)]$ и $ES \to J_a S/2$, где $\Delta = J_z / J$, $J_a = |J_x - J_y|$, причем подразумеваются разные величины обменных интегралов вдоль принципиальных магнитных осей магнетика (также предполагается малость двухосности). При учете магнитодипольного взаимодействия замена следующая: $A_k \to A_k - DS + 2\pi(g\mu_B)^2 a^{-3}\sin^2\theta_k$ и $ES \to 2\pi(g\mu_B)^2 \times$ $\times a^{-3}\sin^2\theta_k \exp(2i\varphi_k)$, где θ_k и φ_k — азимутальный и полярный углы волнового вектора k, a — постоянная решетки. При этом наши результаты при $\lambda = 0$ (т.е. в динамическом режиме, в отсутствие релаксации) совпадают с ранее полученными [14].

Таким образом, в работе показано, что в магнитной системе, в которой не сохраняется проекция полного спинового момента системы, параллельная внешнему магнитному полю, внезапное изменение такого поля вызывает осцилляции намагниченности. Амплитуда и частота этих осцилляций существенно зависят нелинейным образом от величины изменения поля. Показано, что учет релаксации в магнитной системе в форме Ландау–Лифшица (важной для ситуации, когда релаксация не приводит к изменению длины вектора магнитного момента, в отличие от релаксации в форме Блоха) приводит к нелинейной зависимости амплитуды и частоты осцилляций от параметра релаксации, а также к зависимости скорости затухания от параметров энергии магнетика и амплитуды скачка внешнего магнитного поля.

Автор благодарен Институту химии Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина за поддержку.

1. A. Polkovnikov, K Sengupta, A. Silva, and M. Vengalattore, *Rev. Mod. Phys*. **83**, 863 (2011).
2. J. Alicea, *Rep. Progr. Phys*. **75**, 076501 (2012); C.W.J. Beenakker, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys*. **4**, 113 (2011); T.D. Stanescu and S. Tewari, *J. Phys.: Condens. Matter* **25**, 233201 (2013).
3. T. Kinoshita, T. Wenger and D.S. Weiss, *Nature* (*London*) **440**, 900 (2006); M. Gring, M. Kuhnert, T. Langen, T. Kitagawa, B. Rauer, M. Schreitl, I. Mazets, D.A. Smith, E. Demler, and J. Schmiedmayer, *Science* **337**, 1318 (2012).
4. B. Ferguson and X.-C. Zhang, *Nature Mater.* **1**, 26 (2002); M. Tonouchi, *Nature Photon*. **1**, 97 (2007).
5. B.E. Cole, J.B. Williams, B.T. King, M.S. Sherwin, and C.R. Stanley, *Nature* **410**, 60 (2001); R. Huber, F. Tauser, A. Brodschelm, M. Bichler, G. Abstreiter, and A. Leitenstorfer, *Nature* **414**, 286 (2001); R.A. Kaindl, M.A. Carnahan, D. Hägele, R. Lövenich, and D.S. Chemla, *Nature* **423**, 734 (2003); S.G. Carter, V. Birkedal, C.S. Wang, L.A. Coldren, A.V. Maslov, D.S. Citrin, and M.S. Sherwin, *Science* **310**, 651 (2005); J. Kröll, J. Darmo, S.S. Dhillon, X. Marcadet, M. Calligaro, C. Sirtori, and K. Unterrainer, *Nature* **449**, 698 (2007); J.R. Danielson, Y.-S. Lee, J.P. Prineas, J.T. Steiner, M. Kira, and S.W. Koch, *Phys. Rev. Lett*. **99**, 237401 (2007).
6. S. Zherlitsyn, B. Wustmann, T. Herrmannsdörfer, and J. Wosnitza, *IEEE Trans. Appl. Supercond*. **22**, 3 (2012); F. Weickert, B. Meier, S. Zherlitsyn, T. Herrmannsdörfer, R. Daou, M. Nicklas, J. Haase, F. Steglich, and J. Wosnitza, *Meas. Sci. Technol*. **23**, 105001 (2012).
7. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
8. А.Г. Гуревич, *Магниный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1973).
9. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *К теории дисперсии магнитной проницаемости ферромагнитных тел*, в кн.: Л.Д. Ландау, Собрание трудов, Т. 1, Наука, Москва (1969), с. 128.
10. A.A. Zvyagin, *Phys. Rev. B* **79**, 064422 (2009).
11. А.А. Звягин, Ю. Садауи, В.М. Цукерник, *ФНТ* **16**, 1315 (1990) [*Sov. J. Low Temp. Phys*. **16**, 754 (1990)].
12. А.А. Звягин, В.Я. Серебрянный, А.М. Фришман, В.М. Цукерник, *ФНТ* **8**, 1205 (1982) [*Sov. J. Low Temp. Phys*. **8**, 612 (1982)].
13. А.А. Звягин, будет опубликовано.
14. В.М. Цукерник, Р.П. Янкелевич, *ЖЭТФ* **63**, 729 (1972).

Relaxation of the magnetic system after the sudden quench of the magnetic field

A.A. Zvyagin

Sudden quench of the magnetic field causes oscillations of the magnetization of the magnetic system, in which the projection of the total spin moment of the system, parallel to the field, is not conserved. The magnitude and the frequency of such oscillations essentially depend in the nonlinear way on the value of the change of the field. Relaxation of the magnetic system in the Landau–Lifshitz form causes nonlinear dependences of the magnitude and the frequency of those oscillations on the relaxation parameter, and also the velocity of relaxation dependence on the parameters of the magnet energy and on the magnitude of the external magnetic field jump.

PACS: **75.10.–b** General theory and models of magnetic ordering;
75.30.Ds Spin waves;
75.40.Gb Dynamic properties (dynamic susceptibility, spin waves, spin diffusion, dynamic scaling, etc.).

Keywords: Landau–Lifshits equation, quantum quench.