УДК 621.192

ПОЛУМАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ И РИСКА ОТ ЭКСПЛУАТАЦИИ АЭС

О. В. Зеленый, А. В. Носовский, О. А. Стадник

Государственное предприятие "Государственный научно-технический центр ядерной и радиационной безопасности" (ГНТЦ ЯРБ), Киев

Исследования надежности оборудования АЭС с различными целями - для оценки возможности продления срока службы, для применения рискориентированных подходов и обеспечения безопасности эксплуатации АЭС и пр. - требуют высокой достоверности получаемых результатов. Для контроля точности и достоверности получаемых оценок необходимо проводить анализ адекватности используемых вероятностных моделей. В данной статье кратко освещены некоторые особенности вероятностного описания функционирования восстанавливаемых систем, связанные с использованием марковских моделей, и приведены рекомендации для использования полумарковских моделей при ординарном потоке отказов.

Введение

В Украине разработан ряд директивных и нормативных документов[1, 2], требующих оценок показателей надежности (ПН). Ответственность принимаемых на основании этих документов решений требует оценки достоверности и точности получаемых результатов. Для этого необходимо разрабатывать и применять методы исследований, позволяющие оценить погрешности, связанные с различного рода допущениями и ограничениями. В ГП "ГНТЦ ЯРБ" проводятся работы по освоению и практическому использованию таких методов [3, 4] как для исследования показателей долговечности [5], так и для других ПН. Для работы компьютерных кодов, оценивающих риск от эксплуатации АЭС [6], требуется описание функций распределения случайных величин (СВ), которыми по сути являются ПН. Ниже проводится анализ некоторых расчетных формул для кода IRRAS [6] и оценивается погрешность применяемых вероятностных моделей в зависимости от вида функций распределения СВ.

Основные предпосылки

При определении вероятности возникновения базисных событий для восстанавливаемых элементов в IRRAS [6,7] используются такие типы расчетов:

“Приближенная“ формула для расчета вероятности отказа восстанавливаемых элементов

$$P(T_M) = \lambda \min(T_M, \tau_R), \tag{1}$$

где λ – интенсивность отказов; T_M – временной промежуток, для которого необходима работа элемента; τ_R – среднее значение времени восстановления.

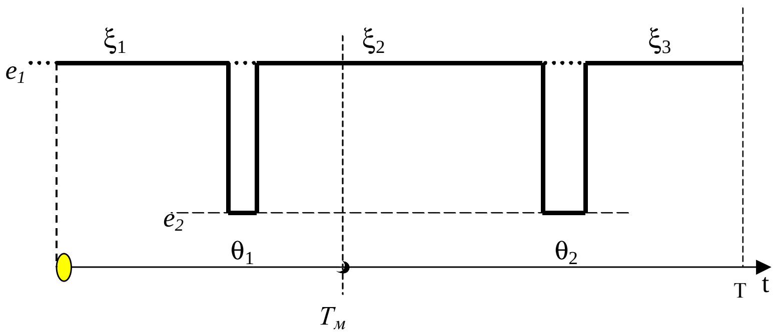
“Точная“ формула для расчета вероятности отказа восстанавливаемых элементов

$$P(T_M) = \frac{\lambda\tau_R\left(1-\exp\left[-T_M\left(\lambda+1/\tau_R\right)\right]\right)}{1+\lambda\tau_R}. \tag{2}$$

В руководствах кода IRRAS отсутствуют рекомендации о том, какую формулу и когда лучше использовать. Поэтому может сложиться мнение, что лучше всегда пользоваться *"точной"* формулой (2), потому что *"приближенная" формула* (1) всегда "*хуже"*. На самом деле формулы (1) и (2) - обе приближенные и отвечают двум различным вероятностным моделям. Формулы (1) и (2) используются для оценки риска, а качество оценки характеризуется достоверностью и точностью. При этом точность самой вероятностной модели никак не учитывается. Имеющуюся неопределенность оценок можно уменьшить за счет сознательного выбора вероятностной модели. Выбор конкретных вероятностных моделей для восстанавливаемых элементов связан с изучением *альтернирующего процесса восстановления* [8, 9].

Альтернирующий процесс восстановления

Предположим, что функционирование системы представляет собой чередование случайных периодов работы и восстановления, как показано на временной диаграмме (см. рисунок). Тут верхними полками обозначены времена безотказной работы ξ_i, а нижними обозначены времена восстановления θ_i. Все случайные величины ξ_i и θ_i считаются одинаково распределенными и независимыми в совокупности.



e_1 - безотказное состояние; e_2 - состояние восстановления;
ξ - время безотказной работы; θ - время восстановления

Альтернирующий процесс восстановления.

Марковская модель

Принимается, что время безотказной работы ξ_i имеет экспоненциальное распределение с интенсивностью отказов λ и вероятностью безотказной работы за время t

$$P(t) = P(\xi_i \ge t) = \exp(-\lambda t), \tag{3}$$

а время восстановления θ_i имеет экспоненциальное распределение с интенсивностью восстановления μ и вероятностью восстановления

$$G(t) = P(\theta_i < t) = 1 - \exp(-\mu t). \tag{4}$$

В этом случае в качестве модели функционирования системы S(t) можно использовать марковский процесс с двумя состояниями: e_1 - работоспособное и e_2 - неработоспособное состояние системы (или восстановление).

Опишем вероятности состояний марковского процесса:

$P_1(t = P(S(t) = e_1)$ – вероятность в момент времени t быть в работоспособном состоянии; $P_2(t) = P(S(t) = e_2)$ – вероятность в момент времени t быть в неработоспособном состоянии. Таким образом, $P_1(t)$ - нестационарный коэффициент готовности системы; $P_2(t)$ - нестационарный коэффициент неготовности системы; $P_2(t) = 1 - P_1(t)$. Для определения $P_1(t)$ и $P_2(t)$ необходимо решить систему уравнений Колмогорова

$$\begin{cases} \dfrac{dP_1(t)}{dt} = \mu P_2(t) - \lambda P_1(t) \\ \dfrac{dP_2(t)}{dt} = \lambda P_1(t) - \mu P_2(t) \end{cases} \tag{5}$$

с начальными условиями

$$P1(0) = 1, \quad P2(0) = 0. \tag{6}$$

Решение системы (5) с начальными условиями (6) имеет вид

$$P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}\exp[-(\lambda+\mu)\ t] + \frac{\mu}{\lambda+\mu}, \tag{7}$$

$$P_2(t) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}\{1 - \exp[-(\lambda+\mu)\ t]\}. \tag{8}$$

Для малых значений $(\lambda+\mu)\ T_M <<1$ формула (8) принимает вид

$$P_2(T_M)=\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\left\{1-\exp\left[-(\lambda+\mu)\ T_M\right]\right\}\approx\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\left\{(\lambda+\mu)\ T_M\right\}=\lambda T_M\ . \qquad (9)$$

Для экспоненциального распределения интенсивность восстановления μ связана со средним временем восстановления τ_R соотношением

$$\mu=\frac{1}{\tau_R}. \qquad (10)$$

После подстановки формулы (10) в формулу (8) получаем

$$P_2(T_M)=\frac{\lambda\tau_R}{1+\lambda\tau_R}\left\{1-\exp\left[-\left(\lambda+\frac{1}{\tau_R}\right)\ T_M\right]\right\}. \qquad (11)$$

Таким образом, формула (2), (8) или (11), которая используется для расчета вероятности отказа элементов, представляет собой нестационарный коэффициент неготовности, т. е. вероятность оказаться в неработоспособном состоянии в момент времени $t=T_M$, что дает максимальную оценку вероятности пребывания в неработоспособном состоянии на всем промежутке (0, T_M). Формула (2) является "*точной*" только в рамках принятой марковской модели, когда времена между отказами и времена восстановления распределены экспоненциально, что нельзя сказать о приближенной марковской модели, для которой "приведенная интенсивность восстановлений" считается по формуле (10).

Полумарковская модель

Получим приближенную оценку вероятности пребывания в нерабочем состоянии немарковского или полумарковского процесса, когда время восстановления имеет не экспоненциальное распределение. Рассмотрим случай для ординарного потока отказов, когда вероятность одного отказа на промежутке (0, T_M) гораздо *больше, чем вероятность двух или более отказов*. Приведем вероятностные соображения с использованием наглядной "геометрической" вероятности и последовательность вычисления по немарковской модели, где P_{NM} – вероятность пребывания в неработоспособном состоянии на промежутке (0, T_M) (т.е в состоянии восстановления) при условии $\tau_R << T_M$.

Описание алгоритма оценки:

1) вычисляется τ_R - среднее время восстановления на промежутке $(0, T_M)$;

2) вычисляется оценка вероятности PNM1 пребывания в состоянии восстановления (ремонта) на промежутке $(0, T_M)$, которая определяется как "геометрическая" вероятность и равняется отношению среднего времени восстановления к длине промежутка (0, T_M)

$$P_{NM1}=\frac{\tau_R}{T_M}; \qquad (12)$$

3) вычисляется оценка PNM2 вероятности отказа на промежутке (0, T_M).

В случае экспонентного распределения времени между отказами оценки вероятности отказа на промежутке (0, T_M) вычисляется по формуле

$$P_{NM2}=1-\exp\left[-\lambda T_M\right]; \qquad (13)$$

4) вычисляются PNM – оценки вероятности пребывания в неработоспособном состоянии на промежутке $(0, T_M)$

$$P_{NM1}\cdot P_{NM2}=\left\{\frac{\tau_R}{T_M}\right\}\cdot\{1-\exp(-\lambda T_M)\}; \tag{14}$$

Для малых значений $\lambda\ T_M$ <<1 формула (14) приобретает вид

$$\mathrm{P_{NM}} = \left\{\frac{\tau_R}{T_M}\right\} * \{1-e^{-\lambda T_M}\} = \left\{\frac{\tau_R}{T_M}\right\} \bullet \{\lambda\ T_M\} \approx \lambda\tau_R; \tag{15}$$

где $\left\{\frac{\tau_R}{T_M}\right\}$- оценка вероятности пребывания в состоянии восстановления (ремонта) на промежутке (0, T_M), $\{1-e^{-\lambda T_M}\}$- оценка вероятности отказа на промежутке (0, T_M).

Приближенная формула (15) для ординарного потока отказов позволяет проводить обобщения для *любых* распределений времени между отказами и времени восстановления, если есть возможность оценки τ_R (среднего времени восстановления), и вероятности отказа на промежутке (0, T_M). Если известны распределения случайных величин λ и τ_R, то при построении доверительных интервалов для их произведения по формуле (15) можно использовать доверительные интервалы Бонферрони [10].

Выше описана приближенная методика оценки вероятности пребывания в неработоспособном состоянии на промежутке (0, T_M) для восстанавливаемых систем при условии $\tau_R << T_M$.

Для вероятностного описания функционирования восстанавливаемых систем кроме марковских процессов широко используются и полумарковские процессы [11,12]. В дальнейшем используется уточненная методика оценки для ординарного потока отказов для равномерного и усеченного нормального распределений времени восстановления, которая пригодна для любых соотношений τ_R и T_M .

Равномерное распределение времени восстановления

Для оценки средней вероятности $P_S(0,\ T_M)$ пребывания в неработоспособном состоянии на промежутке $(0,\ T_M)$ для высоконадежных восстанавливаемых систем используется полумарковская модель случайного процесса (альтернирующий процесс восстановления) с двумя состояниями: e_1- работоспособное состояние; e_2 – состояние восстановления (см. рисунок). Для работоспособного состояния принимается, что случайные величины времени до первого отказа и времени между отказами ($\xi_1,..,\xi_k$) имеют одинаковые распределения с плотностью

$$f_1(t)=\lambda\exp(-\lambda t), \tag{16}$$

где λ - интенсивность отказов.

Для случайных величин времени восстановления ($\theta_1,...,\theta_k$) принимается равномерное распределение с плотностью

$$f_2(\tau)=\begin{cases} 0,\ \textit{когда}\ \tau<\tau_H \\ \dfrac{1}{\tau_B-\tau_H},\ \textit{когда}\ \tau_H\le\tau\le\tau_B, \\ 0,\ \textit{когда}\ \tau>\tau_B \end{cases} \tag{17}$$

где τ_B, τ_H - верхняя и нижняя границы равномерного распределения.

Для ординарного потока отказов на промежутке $(0,\ T_M)$ оценка вероятности пребывания в состоянии восстановления на промежутке $(0,\ T_M)$ проводится по формуле

$$P_S(0,T_M) = \frac{T_{SV}(0,T_M)}{T_M}, \tag{18}$$

где $T_{SV}(0, T_M)$ - накопленное время пребывания системы в состоянии восстановления на промежутке $(0, T_M)$.

Для удобства вычислений с учетом плотности распределения времени восстановления (17) при вычисления интеграла $T_{SV}(0, T_M)$ на промежутке $(0, T_M)$ используются два интеграла $I_1(0,T_M-\tau_B)$ и $I_2(T_M-\tau_B,T_M-\tau_H)$, так что

$$T_{SV}(0,T_M) = I_1(0,T_M-\tau_B) + I_2(T_M-\tau_B,T_M-\tau_H). \tag{19}$$

В интегралах $I_1(0,T_M-\tau_B)$ и $I_2(T_M-\tau_B,T_M-\tau_H)$ в качестве весовой функции для времени восстановления, которое начинается в момент времени t, на промежутке $(0, T_M)$ соответственно (16), используется значение λdt или вероятность отказа за время dt, если до момента t отказов не было. Таким образом, для вычисления $I_1(0,T_M-\tau_B)$ используется формула

$$I_1(0,T_M-\tau_B) = \int_0^{T_M-\tau_B} \lambda dt \int_{\tau_H}^{\tau_B} \frac{1}{(\tau_B-\tau_H)} \tau d\tau = \frac{(\tau_B+\tau_H)}{2} \int_0^{T_M-\tau_B} \lambda dt = \frac{(\tau_B+\tau_H)\lambda}{2}(T_M-\tau_B). \tag{20}$$

В формуле (20) используется значение среднего времени восстановления для равномерного распределения с плотностью (17)

$$\int_{\tau_H}^{\tau_B} \frac{1}{(\tau_B-\tau_H)} \tau d\tau = \frac{(\tau_B+\tau_H)}{2}. \tag{21}$$

На множестве $(T_M-\tau_B \le t \le T_M-\tau_H)$ значение времени восстановления для равномерного распределения с плотностью (17) вычисляется как

$$\int_0^{T_M-t} \frac{1}{(\tau_B-\tau_H)} \tau d\tau = \frac{1}{2(\tau_B-\tau_H)}(T_M-t)^2. \tag{22}$$

Используя формулу (22) аналогично формуле (20), получаем

$$I_2(T_M-\tau_B,T_M-\tau_H) = \frac{\lambda}{2(\tau_B-\tau_H)} \int_{T_M-\tau_B}^{T_M-\tau_H} (T_M-t)^2 dt = \frac{\lambda}{2(\tau_B-\tau_H)} \left\{ \frac{\tau_B^3-\tau_H^3}{3} \right\}. \tag{23}$$

После подстановки выражений (20) и (23) в формулы (19) и (18) и тождественных преобразований получаем

$$P_S(0,T_M) = \frac{1}{T_M} \left\{ \frac{(\tau_B+\tau_H)\lambda}{2}(T_M-\tau_B) + \frac{\lambda}{2(\tau_B-\tau_H)} \left(\frac{\tau_B^3-\tau_H^3}{3} \right) \right\}. \tag{24}$$

Усеченное нормальное распределение времени восстановления

Для описания случайных величин времени восстановления $(\theta_1,...,\theta_k)$ используется усеченное нормальное распределение с плотностью

$$f_2(\tau) = \begin{cases} 0, & \text{когда } \tau < \tau_H \\ \dfrac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\dfrac{(\tau-a)^2}{2\sigma^2} \right], & \text{когда } 0 \le \tau_H \le \tau \le \tau_B \\ 0, & \text{когда } \tau > \tau_B \end{cases}, \tag{25}$$

где τ_B, τ_H - верхняя и нижняя границы усеченного нормального распределения; a, σ - параметры нормального распределения с плотностью

$$f(\tau;a,\sigma)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(\tau-a)^2}{2\sigma^2}\right];\ A=\left[F(\tau_B)-F(\tau_H)\right]^{-1};$$

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int\limits_{-\infty}^{x}\exp\left[-\frac{(\tau-a)^2}{2\sigma^2}\right]d\tau.$$

Среднее значение времени восстановления a_U для общего случая усеченного нормального распределения (25) определяется по таким формулам:

$$a_U=\int\limits_{\tau_H}^{\tau_B}\frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma}\tau\exp\left[-\frac{(\tau-a)^2}{2\sigma^2}\right]d\tau=\int\limits_{z_H}^{z_B}\frac{A}{\sqrt{2\pi}}(\sigma z+a)\exp\left[-\frac{z^2}{2}\right]dz=$$

$$=Aa\int\limits_{z_H}^{z_B}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{z^2}{2}\right]dz+A\sigma\int\limits_{z_H}^{z_B}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}z\exp\left[-\frac{z^2}{2}\right]dz=$$

$$=aAF_N(z)\,|_{z_H}^{z_B}-\frac{\sigma A}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{z^2}{2}\right]|_{z_H}^{z_B}=a-\frac{\sigma A}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{z^2}{2}\right]|_{z_H}^{z_B}. \qquad (26)$$

где $z_H=\dfrac{\tau_H-a}{\sigma}$, $z_B=\dfrac{\tau_B-a}{\sigma}$, $F_N(z)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{z}\exp\left[-\frac{x^2}{2}\right]dx$.

Для случая $\tau_H=a-3\sigma>0$, $\tau_B=a+3\sigma$ при условии $z_H=\dfrac{\tau_H-a}{\sigma}<-3$, $z_B=\dfrac{\tau_B-a}{\sigma}>+3$ получаем

$$a_U=aAF_N(z)|_{z_H}^{z_B}-\frac{\sigma A}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{z^2}{2}\right]|_{z_H}^{z_B}\approx a. \qquad (27)$$

При условии $\tau_H=0$ и $\tau_B=\infty$ получаем известную формулу среднего для усеченного нормального распределения

$$a_U=a-\frac{\sigma A}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{a^2}{2\sigma^2}\right]. \qquad (28)$$

Как и в предыдущем случае равномерного времени восстановления, рассмотрим ординарный поток отказов. В дальнейшем схема оценки вероятности $P_S(0,T_M)$ пребывания в состоянии восстановления и соответствующие обозначения совпадают с предыдущим случаем после замены равномерного распределения времени восстановления на усеченное нормальное распределение. Так, для вычисления $I_1(0,T_M-\tau_B)$ используется формула

$$I_1(0,T_M-\tau_B)=\int\limits_0^{T_M-\tau_B}\lambda\left\{\int\limits_{\tau_H}^{\tau_B}\frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma}\tau\exp\left[-\frac{(\tau-a)^2}{2\sigma^2}\right]d\tau\right\}dt=a_U\int\limits_0^{T_M-\tau_B}\lambda dt=\lambda a_U(T_M-\tau_B)=\lambda a_U T_M(1-\alpha_B), \qquad (29)$$

где $\alpha_B=\dfrac{\tau_B}{T_M}<<1$ - малый параметр, который используется для построения приближенных формул. Формула $I_2(T_M-\tau_B,T_M-\tau_H)$ для усеченного нормального распределения с плотностью (25) на множестве $(T_M-\tau_B\le t\le T_M-\tau_H)$ имеет вид

$$I_2(T_M-\tau_B,T_M-\tau_H)=\lambda\int\limits_{T_M-\tau_B}^{T_M-\tau_H}\left\{\int\limits_{\tau_H}^{T_M-t}\frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma}\tau\exp\left[-\frac{(\tau-a)^2}{2\sigma^2}\right]d\tau\right\}dt\cdot \qquad (30)$$

Для оценки результата по формуле (30) используем на множестве $(T_M-\tau_B\le t\le T_M-\tau_H)$ неравенство

$$\int_{\tau_H}^{T_M-t} \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma}\tau\exp\left[-\frac{(\tau-a)^2}{2\sigma^2}\right]d\tau \le \int_{\tau_H}^{\tau_B} \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma}\tau\exp\left[-\frac{(\tau-a)^2}{2\sigma^2}\right]d\tau = a_U. \tag{31}$$

Неравенство (31) выполняется, потому что функции под интегралами положительные и увеличение промежутка интегрирования только увеличит значение интеграла. После использования неравенства (31) и соотношения (30) получаем оценки

$$I_2(T_M-\tau_B, T_M-\tau_H) \approx \lambda \int_{T_M-\tau_B}^{T_M-\tau_H} a_U dt = \lambda a_U(\tau_B-\tau_H) \tag{32}$$

и при выполнении условия

$$\frac{I_2(T_M-\tau_B, T_M-\tau_H)}{I_1(0, T_M-\tau_B)} \approx \frac{(\tau_B-\tau_H)}{(T_M-\tau_B)} << 1 \tag{33}$$

интеграл $I_2(T_M-\tau_B, T_M-\tau_H)$ можно не учитывать. Таким образом, приближенная оценка вероятности $P_S(0,T_M)$ пребывания в состоянии восстановления, когда время восстановления распределено по усеченному нормальному закону имеет вид

$$P_S(0,T_M) \approx \lambda a_U(1-\alpha_B), \tag{34}$$

где $\alpha_B = \dfrac{\tau_B}{T_M} << 1$.

В общем случае для вычисления $I_2(T_M-\tau_B, T_M-\tau_H)$ по формуле (30), кроме приближенной (32), можно использовать точные формулы

$$\int_{\tau_H}^{T_M-t} \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma}\tau\exp\left[-\frac{(\tau-a)^2}{2\sigma^2}\right]d\tau = aAF_N(z)\Big|_{z_H}^{z_B} - \frac{\sigma A}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{z^2}{2}\right]\Big|_{z_H}^{z_B}, \tag{35}$$

где $z_H = \dfrac{\tau_H - a}{\sigma}$; $z_B = \dfrac{T_M - t - a}{\sigma}$.

Точная формула для $I_2(T_M-\tau_B, T_M-\tau_H)$ с использованием формулы (35) выражается через стандартные вероятностные интегралы и имеет вид

$$I_2(T_M-\tau_B, T_M-\tau_H) = \lambda a A\sigma\left\{zF_N(z) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{z^2}{2})\right\}\Big|_{z_H}^{z_B} - \sigma^2\lambda -$$
$$-\lambda\left\{aAF_N(z_H) - \frac{\sigma A}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{(z_H)^2}{2})\right\}(\tau_B-\tau_H), \tag{36}$$

где $z_B = \dfrac{\tau_B - a}{\sigma}$; $z_H = \dfrac{\tau_H - a}{\sigma}$.

Таким образом, задавая параметры модели τ_B, τ_H - верхнюю и нижнюю границы усеченного нормального распределения; a, σ - параметры нормального распределения; интервал наблюдения (0, T_M), может быть получена аналитическая зависимость для вероятности $P_S(0, T_M)$ пребывания в состоянии восстановления на интервале (0, T_M) для случая ординарного потока отказов

$$P_S(0,T_M) = \frac{I_1(0,T_M-\tau_B) + I_2(T_M-\tau_B, T_M-\tau_H)}{T_M}, \tag{37}$$

где $I_1(0, T_M-\tau_B)$ и $I_2(T_M-\tau_B, T_M-\tau_H)$ вычисляются по формулам (29) и (36).

Приведенное экспоненциальное распределение времени восстановления

Для случайных величин времени восстановления (θ_1, ... ,θ_k) принимается экспоненциальное распределение с плотностью

$$f_2(\tau) = \mu \exp(-\mu\tau), \qquad (38)$$

где μ - интенсивность восстановлений.

Часто используется "приведенная экспонента" со значением интенсивности восстановления $\mu = \frac{1}{\tau_R}$, где τ_R - среднее время восстановления. Для ординарного потока отказов на промежутке (0, T_M) оценка вероятности пребывания в состоянии восстановления на промежутке (0, T_M) проводится по формуле

$$P_S(0,T_M) = \frac{I(0,T_M)}{T_M}, \qquad (39)$$

где $I(0,T_M)$ - накопленное время пребывания системы в состоянии восстановления на промежутке (0, T_M), когда время восстановления имеет экспоненциальное распределение (38).

В качестве весовой функции для времени восстановления, которое начинается в момент времени t на промежутке (0, T_M) соответственно (16), используется λdt или вероятность отказа за время dt, если до момента t отказов не было.

$$I(0,T_M) = \int_0^{T_M} \lambda dt \left\{ \int_0^{T_M - t} \mu\tau \exp(-\mu\tau) d\tau \right\}. \qquad (40)$$

В формуле (40) используется значение времени восстановления с плотностью (38), которое после замены $x = \mu\tau$ приобретает вид

$$\int_0^{T_M - t} \mu\tau \exp(-\mu\tau) d\tau = \frac{1}{\mu} \int_0^{\mu(T_M - t)} x \exp(-x) dx = -\frac{1}{\mu} \exp(-x)[x+1] |_0^{\mu(T_M - t)} =$$

$$= \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu} \exp[-\mu(T_M - t)]\{1 + \mu(T_M - t)\}. \qquad (41)$$

Введем обозначения

$$I(0,T_M) = I_1(0,T_M) + I_2(0,T_M), \qquad (42)$$

где

$$I_1(0,T_M) = \frac{1}{\mu} \int_0^{T_M} \lambda dt = \frac{\lambda}{\mu}(T_M), \qquad (43)$$

$$I_2(0,T_M) = -\frac{1}{\mu} \int_0^{T_M} \lambda \exp[-\mu(T_M - t)]\{1 + \mu(T_M - t)\} dt =$$

$$= -\frac{\lambda}{\mu^2} \exp[-\mu(T_M - t)]_0^{T_M} - \frac{\lambda}{\mu} \int_0^{T_M} \exp[-\mu(T_M - t)]\{\mu(T_M - t)\} dt. \qquad (44)$$

После замены $x = \mu(T_M - t)$ получаем

$$XB = \mu(T_M - t) = 0;\ XH = \mu(T_M);\ \frac{\lambda}{\mu^2} \int_{XH}^{XB} x \exp(-x) dx = -\frac{\lambda}{\mu^2} \exp(-x)[x+1] |_{XH}^{XB},$$

-

$$I_2(0,T_M) = -\frac{\lambda}{\mu^2} + \frac{\lambda}{\mu^2} \exp[-\mu(T_M)] - \frac{\lambda}{\mu^2} + \frac{\lambda}{\mu^2} ex - \mu(T_M))[\mu(T_M) + 1] =$$

$$= -2\frac{\lambda}{\mu^2} + \frac{\lambda}{\mu^2}\exp(-\mu(T_M))[\mu(T_M)+2] \tag{45}$$

После подстановки значений $I_1(0,T_M)$ и $I_2(0,T_M)$ получаем

$$I(0,T_M) = \frac{\lambda}{\mu}(T_M) + \frac{\lambda}{\mu^2}\exp[-\mu(T_M)][\mu(T_M)] - 2\frac{\lambda}{\mu^2} + 2\frac{\lambda}{\mu^2}\exp[-\mu(T_M)] =$$

$$= \frac{\lambda}{\mu}(T_M)\{1+\exp[-\mu(T_M)]\} - 2\frac{\lambda}{\mu^2}\{1-\exp[-\mu(T_M)]\} \tag{46}$$

$$P_S(0,T_M) = \frac{\lambda}{\mu}\{1+\exp[-\mu(T_M)]\} - 2\frac{\lambda}{\mu[\mu(T_M)]}\{1-\exp[-\mu(T_M)]\} \tag{47}$$

Оценим значение $P_S(0, T_M)$ при $\mu T_M \langle\langle 1$

$$P_S(0,T_M) \approx \frac{\lambda}{\mu} \bullet \left\{2-[\mu(T_M)]+[\mu(T_M)]+\frac{1}{2}[\mu(T_M)]^2-\frac{1}{3}[\mu(T_M)]^2\right\} \tag{48}$$

или

$$P_S(0,T_M) \approx \frac{\lambda}{\mu} \bullet \left\{2+\frac{1}{2}[\mu(T_M)]^2-\frac{1}{3}[\mu(T_M)]^2\right\} > \frac{\lambda}{\mu} = \lambda\tau_R. \tag{49}$$

Таким образом, использование "приведенной экспоненты" со значением интенсивности восстановления $\mu = \frac{1}{\tau_R}$ практически вдвое увеличивает оценку вероятности $P_S(0,T_M)$ пребывания в неработоспособном состоянии (состоянии восстановления) на промежутке $(0, T_M)$.

Выводы и рекомендации

Дано общее описание вероятностных моделей восстанавливаемых систем с использованием альтернирующего процесса восстановления.

Проведены исследования по оценке адекватности вероятностных моделей восстанавливаемых систем, *полумарковская модель* (1) и *марковская модель* (2), в зависимости от параметров модели (λ – интенсивность отказов, $\mu = 1/\tau_R$ - "приведенная интенсивность восстановления"; τ_R – среднее значение времени восстановления; $T_м$ – временно̓й промежуток, для которого необходима работа элемента) и имеющейся информации о распределении случайных величин.

По мнению авторов, формула (1) и поясняющая ее формула (15) для ординарного потока отказов является более предпочтительной. Она позволяет проводить обобщения для *любых* распределений времени между отказами и времени восстановления, если есть возможность оценки τ_R, и вероятности отказа на промежутке (0, T_M). Если известны распределения СВ λ и τ_R, то при построении доверительных интервалов можно использовать как аналитические зависимости для распределений случайных величин, так и реальные гистограммы, полученные по результатам эксплуатации объектов.

Для полумарковской модели получены точные формулы (в виде аналитических зависимостей от параметров модели) для оценки вероятности пребывания в неработоспособном состоянии (состоянии восстановления) на промежутке *(0,T_M)* для различных распределений времени восстановления (равномерного, усеченного нормального и "приведенной экспоненты").

По поводу формулы (2), и соответственно (8) или (11), показано, что формула (2) представляет собой нестационарный коэффициент неготовности, т. е. вероятность оказаться в неработоспособном состоянии в момент времени $t = T_M$, что дает максимальную оценку вероятности пребывания в неработоспособном состоянии на всем промежутке (0, T_M).

Кроме того, формула (2) является *"точной"* только в рамках принятой марковской модели, когда времена между отказами и времена восстановления распределены экспоненциально, что нельзя сказать о приближенной марковской модели, для которой "приведенная интенсивность восстановлений" считается по формуле (10).

Проведенные сравнения применения полумарковской модели для ординарного потока отказов показали, что использование "приведенной экспоненты" со значением интенсивности восстановления $\mu = \frac{1}{\tau_R}$ практически вдвое увеличивает оценку вероятности пребывания в неработоспособном состоянии (состоянии восстановления) на промежутке (0, T_M).

Таким образом, формулы (1) и (2) получены по разным моделям и дают разные оценки характеристики случайного процесса восстановления на промежутке (*0*, T_M). Формула (1) дает оценку вероятности пребывания в неработоспособном состоянии (состоянии восстановления) на промежутке *(0*, T_M*)*, а формула (2) - нестационарный коэффициент неготовности, т.е. вероятность оказаться в неработоспособном состоянии в момент времени $t = T_M$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *НП. 306.5/02.068 – 2003*. Требования к порядку и содержанию работ для продления срока эксплуатации информационных и управляющих систем важных для безопасности атомных электростанций. - Введ. впервые 18.03.03.- 10 с.
2. *Программа* внедрения рискориентированных подходов в регулирующей деятельности и эксплуатации АЭС / ГП НАЭК "Энергоатом" – ГКЯРУ, 2003.
3. *Зеленый О., Печерица А. В.* Углубленный анализ цензурированных исходных данных для оценки достоверности и точности в исследованиях надежности // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Междунар. сб. науч. тр. - Донецк: ООО "Лебедь", 2004. - Вып. 27. - С. 92 - 97.
4. *Зеленый О. В., Стадник О. А.* О применении полумарковских моделей в исследованиях технического обслуживания оборудования АЭС // Машиностроение и техносфера XXI века: Сб. науч. тр. междунар. конф. - Донецк, 2003. - Т. 1. - С. 284 - 288.
5. *НД 306.711-96.* Надежность АЭС и оборудования. Продление ресурса средств контроля и управления, входящих в системы, важные для безопасности. Общие требования к порядку и содержанию работ. - Введ. впервые 15.03.96. - Изд-во Мин. охраны окр. среды и ядерной безопасности Украины, 1996. - 7 с.
6. *Russell K. D., Kvarfordt K. J. et al.* Systems Analysis Programs for Hands – on Integrated Reliability Evaluations (SAPHIRE) Version 5.0 / Integrated Reliability and Risk Analysis Sistem (IRRAS) Referense Manual. NUREG/CR-6116 December 1993, INEL.
7. *Вероятностный анализ* безопасности атомных станций (ВАБ): Учеб. пособ. / В. В. Бегун, О В. Горбунов, И. Н. Каденко. - К., 2000. – 568 с.
8. *Кокс Д. Р., Смит В. Л.* Теория восстановления: Пер. с англ. / Под ред. Ю. К. Беляева. – М.: Сов. радио, 1967. – 299 с.
9. *Тихонов В.И., Миронов М.А.* Марковские процессы. - М.: Сов. радио, 1977. - 488 с.
10. *Себер Дж.* Линейный регрессионный анализ: Пер. с англ. - М.: Мир, 1980.- 456 с.
11. *Королюк В.С.,Турбин А.Ф.* Полумарковские процессы и их приложения. - К.: Наук. думка, 1976.- 181 с.
12. *Корлат А. Н., Кузнецов В. Н., Новиков М. М., Турбин А. Ф.* Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания. - Кишинев: Штиинца, 1991. -276 с.

Поступила в редакцию 27.04.06

18 НАПІВМАРКОВСЬКІ МОДЕЛІ В ЗАДАЧАХ ОЦІНКИ НАДІЙНОСТІ ТА РИЗИКУ ВІД ЕКСПЛУАТАЦІЇ АЕС

О. В. Зелений, А. В. Носовський, О. А. Стадник

Дослідження надійності устаткування АЕС з різними цілями - для оцінки можливості продовження терміну служби, для застосування ризикінформованих підходів і забезпечення безпеки експлуатації АЕС тощо - вимагають високої достовірності одержуваних результатів. Для контролю точності та достовірності одержуваних оцінок необхідно проводити аналіз адекватності використовуваних імовірнісних моделей. У даній статті коротко висвітлено деякі особливості ймовірнісного опису функціонування відновлюваних систем, пов'язані з використанням марковських моделей, і наведено рекомендації для використання напівмарковських моделей при ординарному потоці відмов.

APPLICATION OF SEMIMARKOV MODELS, FOR ASSESSMENT OF RELIABILITY AND RISK FROM NPP OPERATION

O. V. Zeleny, A. V. Nosovsky, O. A. Stadnik

Assessment of NPP equipment reliability being implementing for various tasks (i. e. operation terms extension, risk informed approaches application for maintaining of safe NPP operation and other) required the high confidence of the results to be obtained. In this paper some features of probabilistic description of function of repairable systems which are connected with Markov models application are briefly described. Recommendations concerning application of semimarkov models under ordinary flow failures are given.