

ФРАКТАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ И ПЕРКОЛЯЦИЯ В ЯДЕРНОМ РЕАКТОРЕ

Траектории движения нейтронов в реакторе, точки деления имей ядер урана, точки поглощения нейтронов, цепочки деления и цепные реакции рассматриваются с позиций фрактальной геометрии и теории перколяции. В исследовании стационарного критического режима работы ядерного реактора используются модели деревьев Кэйли и лапласовских фракталов. Этот подход позволяет получить уравнение размножения нейтронов и выражение для критического размера реактора. Рассмотрены также модели необратимого роста и различные фрактальные размерности в применении к эволюции нейтронов в реакторе. Указаны перспективы развития предложенного подхода к описанию реакторов, прежде всего кинетики и процессов переноса нейтронов.

Ключевые слова: фракталы, перколяция, цепочки деления, нейтроны в реакторе.

Введение

Фрактальные модели разного рода систем позволяют обнаруживать новые черты, казалось бы, хорошо известных явлений. Фрактальными и мультифрактальными являются многие физические системы. Ниже рассмотрены некоторые возможности описания движения нейтронов в реакторе с использованием подходов перколяции [1, 2] и фрактальности [2—4]. Перколяцией называется явление протекания или непротекания жидкостей через пористые материалы, электричества через смесь проводящих и непроводящих частиц и другие подобные процессы. Теория перколяции находит применение в описании разнообразных систем и явлений, в том числе таких как распространение эпидемий и надежность компьютерных сетей. Перколяцией называют момент появления такого состояния системы, при котором существует хотя бы один непрерывный путь через соседние проводящие узлы от одного до противоположного края. Совокупность элементов, по которым происходит протекание, называется перколяционным кластером. В [5] фрактальной называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому. Особенно явно фрактальные свойства проявляются в самой точке фазового перехода, в критической области. Стационарная работа ядерного реактора (ЯР) проходит именно в критической точке, и фрактальное описание должно оказаться очень важным для характеристики нейтронного поведения в реакторе [6]. В [7] с цепной реакцией сравнивается распространение слухов в перколяционной модели. Соотношения теории перколяции [1, 2] справедливы и в общей теории фазовых переходов [8 - 10]. Фрактальные концепции использовались при изучении сильно развитой турбулентности, неоднородных звездных скоплений [11], диффузионно-ограниченной агрегации, процессов разрушения вещества, строения крови и т. д. Описание физических свойств систем с фрактальной структурой привело к развитию аналитических методов в концепции фрактала, основанных на применении математического аппарата интегродифференцирования дробного порядка, так как размерность пространства приобретает дробный характер. Практическую важность для расчетов реакторов может иметь необходимость перехода к уравнениям переноса нейтронов в дробных производных [12], хотя часто не существует резкого различия между перколяционными процессами и диффузией [2]. В [27] отмечено, что процессы переноса в перколяционных кластерах, фрактальных деревьях, пористых системах должны быть проанализированы заново, для того чтобы получить корректные уравнения переноса для таких систем. В ветвящихся фрактальных структурах могут реализовываться «сверхмедленные» процессы переноса, когда физическая величина меняется медленнее первой производной. Показатель дробной производной по времени соответствует доле каналов (ветвей), открытых для протекания. Динамика диффузии определяется случайным характером движения частиц. Диффундирующая частица может достичь любой точки в среде. Перколяция связана с фрактальной средой. Ниже порога протекания процесс распространения частиц ограничен конечной областью среды. При диффузии от источника возникает диффузионный фронт, имеющий фрактальную структуру. В [5] вводится термин скорлупа перколяционного кластера. Ниже с фрактальных позиций рассмотрены процессы цепной реакции в реакторе: траектории нейтронов, деление нейтронами ядер урана, образование новых нейтронов, их поглощение и т.д.

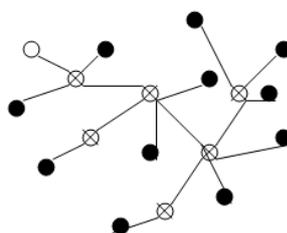
Фрактальное поведение цепочек деления. Модели перколяции

К цепочкам деления в ЯР применима модель деревьев Кэйли [13 - 15] или решетки Бете. Дерево Кэйли, называемое также решеткой Бете, строится, начиная с центрального узла, из которого

© В. В. Рязанов, 2014

исходят z ветвей единичной длины, образующие первую оболочку дерева Кэйли. Конец каждой ветви также является узлом. Из каждого узла исходят $z - 1$ новых ветвей, образуя $z(z - 1)$ узлов второй оболочки. Процесс продолжается до бесконечности. Так получается бесконечное дерево Кэйли с z ветвями, исходящими из каждого узла. В системе нет петель, поскольку любые два узла соединены только одним путем. При этом следует учитывать случайный характер ветвления. Можно применить также теорию случайных графов [16]. В [17] рассмотрены объекты, очень близкие к предмету нашего изучения – случайные деревья (случайные агрегаты без петель). Получено общее соотношение между показателем диффузии и фрактальной размерностью дерева. Знание внутренних свойств кластеров позволяет исследовать их динамические свойства. К стохастическим явлениям фрактальные можно отнести, так как существует тесная связь между фрактальными явлениями и статистическими распределениями [18].

Если бы было возможно проследить за траекториями движений нейтронов в ЯР, то наблюдатель обратил бы внимание на характерную ветвистую структуру процесса для общего числа нейтронов. На рисунке показаны примеры траекторий одного нейтрона, введенного в размножающую среду, с учетом тех эволюционных событий (деления ядер и поглощения нейтронов), которые приводят к изменению численности нейтронной популяции.



Траектории нейтронов и его потомков в размножающей среде: \circ - точка начала движения первоначального нейтрона, \otimes - точка деления ядер нейтронами, \bullet - точка поглощения нейтронов.

Процессы, изображаемые деревьями, связаны с ветвящимися случайными процессами [19]. Мы рассматриваем аспект задачи, определяющийся величиной и характером поведения кластеров - связанных друг с другом узлов. Под узлом понимаем делящееся ядро (или введенный в систему нейтрон - корень дерева [16]), под связью - траектории нейтронов. Точки поглощения нейтронов образуют так называемые висячие концы [16] (вершины степени 1) или свободные концы.

При большой подкритичности и больших отрицательных значениях реактивности ρ (эффективный коэффициент размножения $k_{эф}$ много меньше единицы) в системе присутствуют кластеры небольшого размера с преобладающим числом висячих концов. Если интенсивность гибели нейтрона за время $\Delta t \rightarrow 0$ (поглощение средой или уход из системы) обозначить $\lambda_c \Delta t + O(\Delta t)$, а интенсивность деления ядра нейтроном $\lambda_f \Delta t + O(\Delta t)$ ($\lambda_f = v \Sigma_f$, v - скорость нейтронов, Σ_f - макроскопическое сечение деления), то вероятность деления ядра нейтроном равна $p = \lambda_f (\lambda_f + \lambda_c)^{-1}$. Эффективный коэффициент размножения нейтронов $k_{эф} = p \bar{\nu}$, где $\bar{\nu}$ - математическое ожидание числа вторичных нейтронов в одном акте деления. При увеличении p увеличиваются величины кластеров. При $p = 1$ все ядра топлива в ЯР разделяются, и $k_{эф, макс} = \bar{\nu}$ (в таких условиях происходит взрыв). При $1 - p \ll 1$ в системе имеется бесконечный кластер. Должно существовать критическое значение p_c , при котором происходит переход от одного режима к другому - впервые возникает бесконечный кластер. Это соответствует случаю $k_{эф} = 1$, $p_c = 1/\bar{\nu}$. Такой же результат в перколяционной модели получен строго математически [1 - 4, 7]. Образование бесконечного кластера представляет собой фазовый переход, начало самоподдерживающейся цепной реакции, критическую точку системы. Важную роль в теории фазовых переходов играет понятие параметра порядка, той физической величины, которая занимает ключевое место в процессах, приводящих к превращению. В теории перколяционных кластеров параметром порядка называется мощность бесконечного кластера - вероятность того, что узел решетки будет принадлежать бесконечному кластеру. Критическое поведение этой величины при $p \rightarrow p_c$, $p > p_c$ определяется зависимостью

$$P_\infty \sim (p - p_c)^\beta, \quad (1)$$

где β - один из так называемых критических показателей, скейлинговых индексов [8]. Величина β определяет критическое поведение мощности бесконечного кластера P_∞ . Величина P_∞ в ЯР пропорциональна отклонению $n - n_c$, где n - плотность нейтронов, n_c - критическое значение n . Обозначим

$\tau = \frac{P - P_c}{P_c} = k_{\text{эф}} - 1$. Среднее число узлов конечного кластера s (эта величина аналогична обобщен-

ной восприимчивости в статистической физике и флуктуационной теории фазовых переходов [8, 9]) при $\tau \rightarrow 0$ ведет себя как

$$s \sim |\tau|^{-\gamma}, \quad \tau \ll 1, \quad (2)$$

где γ - критический индекс для s . Длина корреляции ξ , характерный пространственный масштаб кластера при $p < p_c$, а при $p > p_c$ - характерный размер пустот в нем, вблизи критической точки средний размер критического кластера при $\tau \rightarrow 0$ ведет себя как

$$\xi \sim |\tau|^{-\nu}, \quad (3)$$

где ν - критический показатель величины ξ (относительно τ). Для ЯР существенно влияние внешних воздействий (источников, управляющих стержней, обратных связей, размеров системы, ее границ и т.д.). Если обозначить внешнее поле h (задаваемое неким эффективным образом в зависимости от вида воздействия), то при $h \neq 0$ можно ввести еще один критический показатель δ

$$P_{\infty}(\tau = 0, h) = h^{1/\delta}. \quad (4)$$

Так как $P_{\infty} \sim n - n_c$, то внешние поля, представляющие собой в ЯР источники и стоки нейтронов (физическая их природа обусловлена влиянием обратных связей, эффектов управления, влиянием границ, запаздывающих нейтронов и т.д.), сдвигают критическую точку, играя роль добавок к реактивности. Зависимость реактивности от такого рода добавок в общем случае нелинейная, и изменения реактивности не аддитивны. Сдвигают значение $p_c = 1/\bar{v}$ и флуктуации \bar{v} - числа нейтронов, вылетающих при распаде ядра. Аналог термодинамической теплоемкости c ведет себя при $\tau \rightarrow 0$ как

$$c \sim |\tau|^{-\alpha}, \quad (5)$$

где α - соответствующий критический показатель. Формулы (2) и (3) известны в теории ядерных реакторов, хотя там они получены другим путем. Так, выражение (2) представляет собой уравнение размножения нейтронов:

$$N = (1 - k_{\text{эф}})^{-1}, \quad (6)$$

т.е. критический индекс $\gamma = 1$, уравнение (3) - уравнение критического размера

$$R_{\text{эф}} = \pi M (k_{\text{эф}} - 1)^{-1/2}, \quad (7)$$

где $R_{\text{эф}}$ - эффективный размер, геометрический параметр, M - длина миграции нейтронов. В этом случае показатель $\nu = 1/2$. Выражение (4) отражает влияние таких факторов, как стержни управления, концентрация борной кислоты, на величину параметра порядка в критической точке. Нелегко дать однозначную интерпретацию выражения (5). Но использование теории протекания и построений фрактальной теории позволяет записать ряд других соотношений и рассмотреть, например, динамические критические индексы, размерность скелета кластера, спектральную (фрактонную) размерность и т.д.

Степенные зависимости (как в выражениях (1) - (3)) в общем случае характерны для случайных величин с безгранично делимыми распределениями [18] и их подклассом - устойчивыми распределениями, связь которых с фрактальным поведением строго доказана для винеровского процесса, но которые, видимо, связаны и с другими случайными процессами, соответствующими фрактальным явлениям.

Критические показатели связаны между собой скейлинговыми соотношениями

$$\alpha = 2 - d\nu = 2 - 2\beta - \gamma; \quad \delta = \gamma/\beta + 1; \quad \eta = 2 - \gamma/\nu; \quad d\nu = 2\beta + \gamma, \quad (8)$$

где d - размерность пространства, индекс η определяет поведение корреляционной функции $g(r)$ при больших r , когда $g(r) \sim r^{-d+2-\eta}$. Классическая теория (изложение ее для случая деревьев полимеров дается, например, в работе [10]) позволяет получить значения индексов, равные $\gamma = 1$, $\beta = 1$, $\nu = 1/2$, $\delta = 2$, $\eta = 0$, $\alpha = 1$. Справедливость классических индексов для реактора объясняется тем, что нейтроны не взаимодействуют и справедлива теория самосогласованного поля. Критические показатели универсальны, они не зависят от многих грубых свойств выбранной модели, но чувствительны к различным свойствам симметрии, наличию дальнедействующих корреляций и т.д., характеризуя целый класс физических явлений (в асимптотическом пределе, возле точки перехода, где рассматривается только максимальный член разложения, например по τ в выражениях (2) и (3)).

Характерный наибольший размер конечных кластеров определяет показатель Δ , для которого справедливо гиперскейлинговое соотношение $\Delta = d\nu - \beta$. При $\tau \neq 0$

$$n_s(\tau) = f(s) \exp(-As |\tau|^\Delta), \quad (9)$$

где n_s – доля цепочек деления, кластеров, состоящих из s нейтронов; $f(s)$ – некоторая функция, растущая не быстрее степени s . Кластеры с $s_c \sim |\tau|^{-\Delta}$ называются критическими. Вероятность того, что кластеры будут иметь более крупные размеры, убывает экспоненциально. Характерный пространственный масштаб критического кластера равен длине корреляции.

Поведение системы определяется соотношением двух пространственных масштабов – минимальной длины a_0 (величины порядка свободного пробега нейтронов λ) и длины корреляции ξ . При $\xi \gg a_0$ существует область промежуточной асимптотики $a_0 \ll r \ll \xi$. В этой области все характеристики кластеров (измерения на масштабе, меньшем ξ) подобны их характеристикам в самой критической точке, когда $\tau = 0$, $\xi = \infty$. Их свойства в этой области характеризуются самоподобием (масштабной инвариантностью). Причиной подобия критических явлений служит подобие (самоподобие) геометрических объектов. Характеристикой такого самоподобия является фрактальная размерность. При масштабах, меньших a_0 , самоподобия нет. Можно различными способами определить фрактальную размерность. Например, в соотношениях из [5, 15] полное число частиц в системе N связано с линейным размером системы r соотношением

$$N \sim r^D, \tag{10}$$

где D – размерность самоподобия, фрактальная критическая размерность. В [15] записано соотношение для длины ломаной кривой вида

$$L = a_0(R/a_0)^D,$$

где a_0 – величина используемого масштаба; R – расстояние по прямой; D – фрактальная размерность. Вблизи критической точки систему можно рассматривать как фрактальную самоподобную, на масштабах $a_0 \ll r \ll \xi$, и как однородную на больших масштабах. Можно ввести плотность ρ :

$$\rho = \frac{N}{r^d} = \begin{cases} r^{D-d}, & r < \xi \\ const, & r > \xi \end{cases}. \tag{11}$$

Величина ξ – это тот масштаб, на котором плотность становится постоянной (в ЯР это область, в которой не происходят деления ядер, но присутствует однородный поток нейтронов, вылетающий из области с делениями, например, отражатель). Так же ведет себя любая интенсивная величина. Фрактальное поведение существенно влияет на работу ЯР в критической области. Так, фрактальными характеристиками определяется скорость распространения возмущений в надкритическом режиме, при $p > p_c$. Химическое расстояние R_c между узлами i и j определяется как минимальное число шагов, за которое можно попасть из i в j , проходя только по доступным узлам. Определив шар B_c как множество узлов, для которых $R_c \leq n$, можно определить химическую размерность как показатель D_c такой, что число N_B узлов, принадлежащих B_c , растет с ростом n , как

$$N_B \sim n^{D_c}. \tag{12}$$

Величина $D_c = D/D_R$ есть отношение двух размерностей – размерности кластера D и размерности D_R кривой, длина которой дает нам химическое расстояние. Другое название этой размерности – размерность связности. Эффективная скорость распространения фронта возмущения при $p > p_c$, при локальной надкритичности равна $v \sim \tau^{(D_R-1)v}$; показатель $\psi = (D_R - 1)v$ эффективной скорости определяет величину критического замедления при приближении p к p_c сверху. В классической теории $\psi = 0,5$, и $v \sim \tau^{0,5}$. Эта характеристика важна для оценок разного рода временных характеристик критического реактора и, в конечном счете, для безопасности АЭС. Если в ЯР возникает локальная надкритичность, то скорость ее распространения надо оценивать, исходя из фрактальных закономерностей. Многие важные свойства кинетики процессов в ЯР можно детальнее понять, рассматривая динамику процессов на решетке Бете (с учетом подрешеток запаздывающих нейтронов); это относится как к диффузии на решетке, так и к другим динамическим явлениям. Из того, что $\psi = 0,5$, находим: $D_R = 2$, $D_c = 2$ и $N_B \sim n^2$.

Для решетки Бете и деревьев Кэйли $d = 6$, $D = 4$. Классические значения критических показателей справедливы при $d \geq 4$ [9]. Заметим, что фракталы могут иметь целую фрактальную размерность, превышающую размерность пространства, в котором они существуют; это верно, например, для бесконечных кластеров. Деревья Кэйли строятся в ультраметрическом иерархическом пространстве. Для трехмерного евклидова пространства вложения в кубической решетке значение фрактальной размерности соответствует мере ветвления. В настоящей работе рассмотрены подходы к описанию процессов деления в ЯР, связанные с перколяционными закономерностями, с фрактальной размерностью $D = 4$ и с лапласовскими фракталами с $D = 2,4$. Возможно использование и других моделей, например случайных деревьев [17].

Выражение (4) дает возможность оценить влияние параметров управления (при помощи управляющих стержней, концентрации борной кислоты и пр.) в самой критической точке, при равной нулю реактивности ρ . Классическое значение в теории самосогласованного поля критического индекса $\delta=2$. Из выражения (6), дифференцируя его по $\tau \sim \rho$, получаем: $\frac{dN}{d\rho} \sim -|p - p_c|^{-2}$, и мощностной

коэффициент реактивности возле критической точки равен $\alpha_N = \frac{d\rho}{dN} \sim -|p - p_c|^2 \sim -|k - 1|^2$.

Записывается также выражение для поведения корреляционной функции $g(r)$ при больших r , когда $g(r) \sim r^{-d+2-\eta}$, классическое значение индекса $\eta = 0$, и при $d = 6, D = 4$:

$$g(r) \sim r^{-d+2} \sim r^{-4} \sim l^{-2}.$$

Отметим, что в модели дерева Кэйли в соотношениях вида (10) фигурирует не эвклидово расстояние r , а химическое расстояние l между узлами. Так, химическое расстояние между центральным узлом и произвольным узлом, принадлежащим l -й оболочке, равно l [26]. Последнее соотношение l^2 соответствует зависимости $l^{(d-D)}$. Размер критического кластера определяется соотношением $s_c \sim |\tau|^{-\Delta}$, где значение $\Delta = 2$. Для $d = 3$, в кубической решетке, $g(r) \sim r^{-d+2} \sim r^{-1}$. Полное число частиц в системе N связано с химическим расстоянием в системе l соотношением $N \sim l^{D_c}$. Доля кластеров с s узлами (доля цепочек деления из s нейтронов) в соответствии с выражением (9) и с классическим значением индекса $\Delta = 2$ равна $n_s(\tau) = f(s) \exp(-As |\tau|^2)$, $n_s(p_c) = s^{-5/2}$. Последнее выражение показывает, что в самой критической точке доля цепочек деления из s нейтронов связана с величиной s уже не экспоненциальной, а степенной зависимостью.

Модели необратимого роста. Размерности

Фрактальная размерность древовидных структур D в реакторе с тепловыми нейтронами и ураном в качестве топлива (например, ВВЭР) равна среднему числу вторичных нейтронов в одном акте деления, $D = 2,4$. Это следует из [5, гл. 16], где отмечено, что для деревьев с бесконечно тонкими стволами фрактальная размерность D служит мерой ветвления. Однако в настоящей работе использована также модель деревьев Кэйли, для которой фрактальная размерность $D = 4$. Разность размерностей вызвана различными пространствами вложения. Еще одной существенной причиной различия фрактальных размерностей является мультифрактальность процессов деления и переноса нейтронов в ЯР.

В [20, 21] рассмотрены фрактальные структуры, моделирующие электрический пробой. Такого же рода явления наблюдаются в процессах образования трещин. Уравнения, описывающие эти процессы, сопоставляются с диффузионной моделью переноса нейтронов в реакторе. Исследование проводится на кубической решетке в трехмерном пространстве вложения. Фрактальная размерность D для этого случая близка к мере ветвления 2,4 для ядер урана в реакторе. Кровеносная система человека имеет почти ту же размерность: 2,4 – 2,6.

Средняя плотность частиц в кластере ведет себя по мере удаления от центра, как в соотношении (11). Ее можно выразить формулой [7]

$$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^{\alpha_1} \Phi \left(\frac{R-r}{\sqrt{2}\Delta r} \right), \quad (13)$$

где $\alpha_1 = d - D$, d – размерность пространства, $\alpha_1 = d - D = 0,6$ для $d = 3, D = 2,4$; Δr - глубина проникновения частицы внутрь кластера размером R ; r - расстояние от центра кластера; $R \gg R - r_0 \gg \Delta r$; $\Phi(x)$ - интеграл вероятности; r_0 - некоторый минимальный радиус (типа средней длины свободного пробега нейтрона). Для полного числа частиц в кластере находим (при $\Delta r \ll R$)

$$N = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) = 4\pi r_0^{\alpha_1} \rho_0 \frac{R^D}{D} \left[1 - \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} D \frac{\Delta r}{R} \right], \quad D = 2,4. \quad (14)$$

Можно оценить зависимость глубины проникновения частиц Δr при соединении с кластером от параметров задачи. Определенный интерес в теории реакторов могут представлять также полученные в [20] выражения для среднего расстояния между ближайшими ветвями

$$\langle \lambda(r) \rangle = r^{\frac{d-D}{d-1}} \quad (15)$$

и другие параметры. Если $\gamma(r)$ - число линий траекторий нейтронов одной цепочки, пересекающих окружность данного радиуса; $\gamma_{\pm}(r)$ - радиальная плотность точек ветвления (делящихся ядер) (+) и свободных концов (-) (точек поглощения нейтронов), а $L(r)$ - полная длина линий траекторий нейтронов одной цепочки в окружности радиуса r , то выполняются следующие соотношения подобия [21].

$$L(r) \sim r^D; \quad \gamma(r) \sim r^{D-1}; \quad \gamma_{\pm}(r) \sim r^{D-2}. \quad (16)$$

Кроме перечисленных, можно указать и другие фрактальные характеристики, которые могут оказаться эффективными для решения различных задач эксплуатации и исследования особенностей поведения ЯР. Соотношения (15) и (16) записываются для $d = 3, D = 2,4$ в виде

$$\langle \lambda(r) \rangle = r^{0,3}; \quad L(r) \sim r^{2,4}; \quad \gamma(r) \sim r^{1,4}; \quad \gamma_{\pm}(r) \sim r^{0,4},$$

В [17] используется такой внутренний показатель кластера, как внутренняя размерность его скелета d_l^S . Скелет кластера определяется как совокупность всех кратчайших путей, соединяющих узлы кластера с окружающей его оболочкой, расположенной на химическом расстоянии $L \ll I$ от рассматриваемой области. Скелеты перколяционных кластеров в пространстве любого числа измерений при критической концентрации линейны в смысле химического расстояния, т. е. $d_l^S = 1$. Получены общие соотношения между динамическими показателями, описывающими диффузию, и статистическими показателями, описывающими структуру дерева:

$$d_w^l = 2 + D_c - d_l^S, \quad d_w = \frac{D}{D_c} (2 + D_c - d_l^S), \quad \bar{d} = \frac{2D_c}{2 + D_c - d_l^S},$$

где d_w - показатель диффузии; d_w^l - химический показатель диффузии; $\bar{d} = 2D/d_w$ - фрактонная (или спектральная) размерность, характеризующая связность объекта, плотность состояний и его спектральные свойства [17]. При $d_l^S = 1$

$$d_w^l = 1 + D_c, \quad d_w = D(1 + 1/D_c), \quad \bar{d} = \frac{2D_c}{1 + D_c}.$$

Для деревьев Кэйли $D_c = 2, d_w = 6, d_w^l = 3, \bar{d} = 4/3$. Это далеко не все результаты фрактального и перколяционного подходов к описанию внутренних и динамических свойств нейтронных кластеров, образующих древовидные структуры цепочек деления в ЯР. Так, в [1, 2] определена размерность скорлупы, границы связного кластера, равная $D_h = (1 + \nu)/\nu$, равная 3 для перколяции на деревьях Кэйли. В [22] зависимость периметра кластера P от числа узлов в нем s дается соотношением

$$P = [s(1 - p_c)/p_c] + As^\sigma,$$

где A - постоянная, $\sigma = 1/\nu D$, равная 1/2 для перколяции на деревьях Кэйли. В [22] рассмотрена фрактальная размерность периметра кластера d_G (равная 2 для перколяции на деревьях Кэйли), полученная в модели (роста кластеров) блужданий бабочки, и предложено новое соотношение для химической размерности $D_c = D/(D - d_G)$.

Заключение

Важность соотношений теории перколяции для нейтронных процессов в реакторе видна уже из того, что они позволяют сразу получить уравнение размножения нейтронов и уравнение критического размера реактора (выражения (6) и (7), интерпретирующие общие соотношения теории протекания (2) и (3)). Полученные непосредственно из соотношений теории перколяции выражения (6) и (7) говорят об эффективности такого подхода в теории нейтронных процессов в реакторе. Полезным должно оказаться соотношение для скорости распространения возмущения при локальной надкритичности. Интерес могут представлять и многие другие выражения перколяционной теории, применяемые к реакторам. Это связано, видимо, с тем, что перколяция представляет собой критический процесс, предполагающий существование порога, критической точки. У порога протекание происходит по фрактальному множеству, геометрия которого определяется критичностью. Геометрические характеристики фрактала независимы от микроскопических свойств среды. Ниже критической точки кинетические процессы ограничены конечной областью фазового пространства, рассеянием, поглощением и другими нейтронными процессами. В критической точке определяющим становится фрактальное множество, формирующееся при понижении свободной энергии статистического ансамбля. Поведение системы при медленных вынуждающих воздействиях на нее стремится к самоорганизованной критичности - сингулярному неравновесному (квази)стационарному состоянию [23, 24]. Стационарные неравновесные состояния на фрактальных структурах носят хаотический, турбулентный характер. В [25 - 26] для их исследования применяется модель Лоренца.

Отдельного детального исследования требует кинетика и процессы переноса в фрактальных реакторных структурах [4, 11, 12, 26]. В районе критической точки появляются дальнедействующие корреляционные эффекты, проявляющиеся в негауссовом поведении кинетических процессов, определяющимися топологическими инвариантами самоподобных фрактальных множеств. Процессы переноса на пороге протекания обсуждаются в [11 - 12]. Используются уравнения в дробных производных, учитывающие эффекты памяти, нелокальности и перемежаемости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тарасевич Ю. Ю.* Перколяция: теория, приложения, алгоритмы. - М.: URSS, 2002. - 112 с.
2. *Feder E.* Fractals. - New York: Plenum Press, 1988. - 260 p.
3. *Божокин С. В., Паршин Д. А.* Фракталы и мультифракталы. - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. - 128 с.
4. *Олемской А. И., Флат А. Я.* Использование концепции фрактала в физике конденсированной среды // УФН. - 1993. - Т. 163, № 12. - С. 1 - 50.
5. *Mandelbrot B. B.* Fractals: Form, Chance, and Dimension. - San Francisco: Freeman, 1977. - 752 p.
Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature. - San Francisco: Freeman, 1982. - 530 p.
6. *Рязанов В. В., Турбин А. Ф.* Древоподобные структуры, задачи перколяции и фрактальные явления в размножающей среде // Тез. докл. семинара-совещания «Фрактальные объекты в математике, физике и биологии», 25 - 27 апр. 1991 г., г. Славянск. - К.: Изд-во об-ва «Знание» Украины, 1991. - С. 17.
7. *Эфрос А. Л.* Физика и геометрия беспорядка. - М.: Наука, 1982. - 176 с.
8. *Паташинский А. З., Покровский В. Л.* Флуктуационная теория фазовых переходов. - М.: Наука, 1975. - 255 с.
9. *Ma Sh.* Modern Theory of Critical Phenomena. - New York: Wiley, 1980. - 374 p.
10. *де Жен П.* Идеи скейлинга в физике полимеров / Пер. с англ. - М.: Мир, 1982. - 368 с.
11. *Зеленый Л. М., Милованов А. В.* Фрактальная топология и странная кинетика: от теории перколяции к проблемам космической электродинамики // УФН. - 2004. - Т. 174, № 8. - С. 809-852.
12. *Учайкин В. В.* Автомодельная аномальная диффузия и устойчивые законы // УФН. - 2003. - Т. 173, № 8. - С. 847-876.
13. *Зельдович Я. Б., Соколов Д. Д.* Фрактальные размерности и связанные с ними вопросы // УФН. - 1985. - Т. 146, № 3. - С. 493-517.
14. *Смирнов Б. М.* Фрактальные кластеры // УФН. - 1986. - Т. 149, № 2. - С. 177-210.
15. *Соколов И. М.* Размерности и другие геометрические критические показатели в теории протекания // УФН. - 1986. - Т. 150, № 2. - С. 229-265.
16. *Harari F., Palmer E.* Enumeration of graphs. - New York: Wiley, 1977. - 324 p.
17. *Havlin S.* Statistical and dynamical properties of fractal aggregates that do not contain loops // Fractals in Physics. - New York: Wiley, 1986. - P. 498 - 506.
18. *Турбин А. Ф., Працевитый Н. В.* Фрактальные множества, функции, распределения. - К.: Наук. думка, 1992. - 207 с.
19. *Harris T.* Theory of branching random processes. - New York: Wiley, 1966. - 355 p.
20. *Pietronero L., Everts K., H. Wiesmann* Properties similarity growing area and the capacity of the Laplacian fractal // Fractals in Physics. - New York: Wiley, 1986. - P. 221 - 226.
21. *Wiesmann H., Pietronero L.* Properties of Laplace fractals in the breakdown of dielectrics in two and three dimensions // Fractals in Physics. - New York: Wiley, 1986. - P. 210 - 220.
22. *Margolin A.* The fractal dimension of the perimeter growth. // Fractals in Physics. - New York: Wiley, 1986. - P. 507 - 512.
23. *Bak P., Tang C., Wiesenfeld K.* Self-organized criticality // Phys. Rev. A. - 1988. - Vol. 38, № 1. - P. 364 -374.
24. *Schroeder M.* Fractals, Chaos, Power Laws. Minutes from an Infinite Paradise. - Izhevsk: RHD, 2001. - 528 p. (Rus)
25. *Shuda I.A.* Influence of the hierarchical structure and self-similarity to self-organization of complex systems. Dis. Doctor. Sci. Sciences. - Sumy, 2011. (Rus)
26. *Olemskoi A.I.* Synergetics of complex systems. Phenomenology and statistical theory. - Moskwa: Krasand, 2009. - 379 p. (Rus)
27. *Nigmatullin R.* Fractional integral and its physical interpretation // Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika. - 1992. - Vol. 90, № 3. - P. 354 - 368. (Rus)

В. В. Рязанов

Інститут ядерних досліджень НАН України, просп. Науки, 47, Київ, 03068, Україна

ФРАКТАЛЬНІ СТРУКТУРИ І ПЕРКОЛЯЦІЯ В ЯДЕРНОМУ РЕАКТОРІ

Трасекторії руху нейтронів в реакторі, точки поділу ними ядер урану, точки поглинання нейтронів, ланцюжки ділення і ланцюгові реакції розглядаються з позицій фрактальної геометрії і теорії перколяції. У дослідженні стаціонарного критичного режиму роботи ядерного реактора використовуються моделі дерев Кейлі і лапласовських фракталів. Цей підхід дозволяє отримати рівняння розмноження нейтронів і вираз для критичного розміру реактора. Розглянуто також моделі незворотного зростання і різні фрактальні розмірності в застосуванні до еволюції нейтронів в реакторі. Вказані перспективи розвитку запропонованого підходу до опису реакторів, насамперед, кінетики та процесів переносу нейтронів.

Ключові слова: фрактали, перколяції, ланцюжки ділення, нейтрони в реакторі.

V. V. Ryazanov

Institute for Nuclear Research of NASU, 03068, Kiev, Prospect Nauki, 47, Ukraine

FRACTAL STRUCTURES AND PERCOLATION IN NUCLEAR REACTOR

Motion path of neutrons in the reactor, the division points of uranium nuclei, neutron absorption point, chain fission chain reactions are considered from the standpoint of fractal geometry and percolation theory. In a study of stationary critical mode of operation of a nuclear reactor model used Cayley trees and Laplace fractals. This approach allows to obtain an equation of the neutron multiplication and expression for the critical size of the reactor. We also consider the model of irreversible growth and high fractal dimension applied to the evolution of neutrons in the reactor. Shown prospects of development of the proposed approach to the description of the reactors, especially the kinetics and transport processes of neutrons.

Keywords: fractals, percolation, chain fission, neutrons in the reactor.

REFERENCES

1. *Tarasevich Yu. Yu.* Percolation theory, applications, algorithms. - Moskwa: URSS, 2002. - 112 p. (Rus)
2. *Feder E.* Fractals. - New York: Plenum Press, 1988. - 260 p.
3. *Bozhokin S.V., Parshin D.A.* Fractals and multifractals. - Izhevsk: NITs "Regular and Chaotic Dynamics", 2001. - 128 p. (Rus)
4. *Olemskoi A.I., Flath A.Y.* Using fractal concepts in condensed-matter physics // *Uspehi fizicheskikh nauk.* - 1993. - Vol. 163, № 12. - P. 1-50. (Rus)
5. *Mandelbrot B.B.* Fractals: Form, Chance, and Dimension. - San Francisco: Freeman, 1977. - 752 p.
Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature. - San Francisco: Freeman, 1982. - 530 p.
6. *Ryazanov V.V., Turbin A.F.* Tree structures, the problem of percolation and fractal phenomena in the multiplying medium. Abstracts seminar "Fractal objects in mathematics, physics and biology", 25 - 27 April 1991, Sloviansk. - Kiev: Publishing house of Society "Knowledge" of Ukraine, 1991. - P. 17. (Rus)
7. *Efros A.L.* Physics and geometry of disorder. - Moskwa: Nauka, 1982. - 176 p. (Rus)
8. *Patashinskii A.Z., Pokrovskii V.L.* Fluctuation theory of phase transitions. - Moskwa: Nauka, 1975. - 255 p. (Rus)
9. *Ma Sh.* Modern Theory of Critical Phenomena. - New York: Wiley, 1980. - 374 p.
10. *de Gennes P.* Scaling ideas in polymer physics. - New York: Wiley, 1982. - 368 p.
11. *Zelenyi L.M., Milovanov A.B.* Fractal topology and strange kinetics: from percolation theory to problems in cosmic electrodynamics // *Uspehi fizicheskikh nauk.* - 2004. - Vol. 174, № 8. - P. 809 - 852. (Rus)
12. *Uchaikin V.V.* Similar anomalous diffusion and stable laws // *Uspehi fizicheskikh nauk.* - 2003. - Vol. 173, № 8. - P. 847 - 876. (Rus)
13. *Zel'dovich B., Sokolov D.D.*, Fractal dimension and related matters // *Uspehi fizicheskikh nauk.* - 1985. - Vol. 146, № 3. - P. 493 - 517. (Rus)
14. *Smirnov B.M.* Fractal clusters // *Uspehi fizicheskikh nauk.* - 1986. - Vol. 149, № 2. - P. 177 - 210. (Rus)
15. *Sokolov I.M.* Dimensions and other geometric critical exponents in percolation theory // *Uspehi fizicheskikh nauk.* - 1986. - Vol. 150, № 2. - P. 229 - 265. (Rus)
16. *Harari F., Palmer E.* Enumeration of graphs. - New York: Wiley, 1977. - 324 p.
17. *Havlin S.* Statistical and dynamical properties of fractal aggregates that do not contain loops // *Fractals in Physics.* - New York: Wiley, 1986. - P. 498 - 506.
18. *Turbin A.F., Pratskevity N.V.* Fractal sets, functions, distribution. - Kiev: Naukova Dumka, 1992. - 207 p. (Rus)
19. *Harris T.* Theory of branching random processes. - New York: Wiley, 1966. - 355 p.
20. *Pietronero L. Everts, K., H. Wiesmann* Properties similarity growing area and the capacity of the Laplacian fractal // *Fractals in Physics.* - New York: Wiley, 1986. - P. 221 - 226.

21. *Wiesmann H., Pietronero L.* Properties of Laplace fractals in the breakdown of dielectrics in two and three dimensions // *Fractals in Physics*. - New York: Wiley, 1986. - P. 210 - 220.
22. *Margolin A.* The fractal dimension of the perimeter growth. // *Fractals in Physics*. - New York: Wiley, 1986. - P. 507 - 512.
23. *Bak P., Tang C., Wiesenfeld K.* Self-organized criticality // *Phys. Rev. A*. - 1988. - Vol. 38, № 1. - P. 364 -374.
24. *Schroeder M.* Fractals, Chaos, Power Laws. Minutes from an Infinite Paradise. - Izhevsk: RHD, 2001. – 528 p. (Rus)
25. *Shuda I.A.* Influence of the hierarchical structure and self-similarity to self-organization of complex systems. Dis. Doctor. Sci. Sciences. – Sumy, 2011. (Rus)
26. *Olemskoi A.I.* Synergetics of complex systems. Phenomenology and statistical theory. - Moskwa: Krasand, 2009. - 379 p. (Rus)
27. *Nigmatullin R.* Fractional integral and its physical interpretation // *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika*. - 1992. - Vol. 90, № 3. - P. 354 - 368. (Rus)

Надійшла 24.03.2014
Received 24.03.2014