

## Слабая локализация в многослойных структурах и сверхрешетках

С.Г. Новокшенов

*Институт физики металлов, УрО РАН, ГСП-170  
ул. С. Ковалевской, 18, г. Екатеринбург, 620219, Россия  
E-mail: nov@imp.uran.ru*

Статья поступила в редакцию 22 сентября 2006 г.

Исследовано явление слабой локализации в квазидвумерной неупорядоченной многослойной структуре в поперечном магнитном поле. Сделано предположение, что когерентное туннелирование электронов между слоями настолько слабое, что сверхрешеточные минизоны не образуются, а основной вклад в вероятности переходов электронов между слоями вносит их рассеяние в случайном поле примесей. Получены аналитические выражения для интерференционных поправок к продольному сопротивлению системы, содержащей произвольное конечное количество слоев, в случае изолирующих краевых условий. Показано, что рассеяние электронов между слоями оказывает пренебрежимо малое влияние на диффузионный магнитотранспорт, но заметно уменьшает эффект слабой локализации, играя роль дополнительного механизма сбоя фазы. Проанализировано влияние краевых условий на эффект слабой локализации в многослойной структуре в зависимости от количества слоев. Полученные результаты хорошо описывают отрицательное магнитосопротивление в естественных сверхрешетках  $\text{Nd}_{1-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$  выше критической температуры.

Досліджено явище слабкої локалізації у квазідвовимірній неупорядкованій багат шаровій структурі в поперечному магнітному полі. Зроблено припущення, що когерентне тунелювання електронів між шарами настільки слабке, що надграткові мінізони не утворюються, а основний внесок в імовірності переходів електронів між шарами вносить їхнє розсіювання у випадковому полі домішок. Отримано аналітичний вираз для інтерференційних виправлень до поздовжнього опору системи, що містить довільну кінцеву кількість шарів, у випадку ізолюючих крайових умов. Показано, що розсіювання електронів між шарами робить нехтовно малий вплив на дифузійний магнітотранспорт, але помітно зменшує ефект слабкої локалізації, відіграючи роль додаткового механізму збою фази. Проаналізовано вплив крайових умов на ефект слабкої локалізації в багат шаровій структурі залежно від кількості шарів. Отримані результати добре описують негативний магнітоопір в природних надгратках  $\text{Nd}_{1-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$  вище критичної температури.

PACS: 72.15.Rn Локализационные эффекты (андерсоновская или слабая локализация);  
72.15.Gd Гальваномагнитные и другие магнитотранспортные эффекты;  
73.21.Ac Многослойные структуры;  
73.21.Cd Сверхрешетки.

Ключевые слова: куперон в многослойной структуре, отрицательное магнитосопротивление, межслоевое рассеяние.

### 1. Введение

В последние годы большое внимание привлекает исследование электронных свойств квазидвумерных многослойных структур, состоящих из относительно небольшого числа слоев [1–5].

В теоретических работах [1,2], посвященных исследованию явления слабой локализации (СЛ) в сверхрешетках, как правило, рассматриваются системы из большого ( $N \gg 1$ ) числа слоев, что позволяет пользоваться периодическими краевыми усло-

виями в направлении роста сверхрешетки. Кроме этого, предполагается, что доминирующим механизмом переходов электронов между слоями является когерентное туннелирование, ответственное за формирование блоховских состояний, спектр которых состоит из хорошо определенных минизон. Последнее справедливо в условиях, когда частота когерентного туннелирования электронов между слоями велика по сравнению с обратным временем жизни одночастичных состояний  $t \gg 1/\tau$ .

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию эффекта СЛ в многослойной структуре в противоположном пределе  $t \ll 1/\tau$ , когда минизоны в спектре электронных состояний не формируются, а основным механизмом переходов электронов между слоями является их упругое рассеяние в случайном поле примесей. Количество слоев в рассматриваемой структуре предполагается произвольным и не настолько большим, чтобы пренебрегать краевыми эффектами. Такие условия можно реализовать в многослойных структурах с достаточно высокими и широкими барьерами, разделяющими соседние ямы.

Другим интересным объектом приложения рассматриваемой модели являются пленки  $\text{Nd}_{1-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$ . Слоистая структура этих соединений образует естественную сверхрешетку с резко анизотропными свойствами. Зона проводимости этих соединений имеет ярко выраженный квазидвумерный характер, практически не обнаруживая дисперсии вдоль тетрагональной оси  $c$  [6], перпендикулярной проводящим плоскостям  $\text{CuO}_2$  ( $\parallel ab$ ). Вследствие малой вероятности электронных переходов между проводящими плоскостями кристаллы  $\text{Nd}_{1-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$  обладают высокой анизотропией электропроводности в нормальной фазе  $\sigma_{ab}/\sigma_c \geq 10^3$  [7,8]. Вследствие этого температурные и магнитопольные зависимости  $\sigma_{ab}$  в кристаллах  $\text{Nd}_{1-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$  в нормальной фазе в значительной степени определяются эффектом СЛ [9].

Автору известна лишь одна работа [5], в которой была предпринята попытка решения сформулированной выше задачи. Однако используемая в [5] система уравнений для куперона с изолирующими краевыми условиями не удовлетворяет закону сохранения частиц, а вычисленные локализационные поправки к продольному магнитосопротивлению представлены в очень громоздком и физически непрозрачном виде, что делает затруднительным их использование для интерпретации эксперимента. В настоящей работе предложен подход к решению обсуждаемой задачи, позволяющий избежать этих недостатков.

## 2. Модель многослойной неупорядоченной системы

Рассмотрим систему  $N$ -одинаковых равноудаленных, параллельных плоскости  $OXY$  квантовых ям (слоев), в каждой из которых электроны заполняют состояния нижней размерно квантованной подзоны. Пусть движение электронов в поперечном ( $\parallel OZ$ ) направлении описывается моделью сильной связи в приближении ближайших соседей. Напротив, движение электронов внутри слоев свободно, а связанный с ним энергетический спектр изотропный и квадратичный. При наличии внешнего поперечного магнитного поля  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$  ( $\parallel OZ$ ) гамильтониан электрона в рассматриваемой многослойной структуре имеет вид

$$H = \sum_{k=1}^N \left\{ |k\rangle \left[ \frac{1}{2m} \left( \mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + U_{k,k}(\mathbf{r}) \right] \langle k| + \sum_{\pm} |k \pm 1\rangle U_{k \pm 1, k}(\mathbf{r}) \langle k| \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $|k\rangle$  — вектор состояния электрона в  $k$ -ой яме, причем

$$\begin{aligned} |0\rangle = |N+1\rangle = 0, \text{ изолирующие краевые условия,} \\ |k\rangle = |k+N\rangle, \text{ периодические краевые условия.} \end{aligned} \quad (2)$$

Внутри- и межслоевые случайные потенциалы в (1) определяются как  $U_{l,k}(\mathbf{r}) = \langle l|U(\mathbf{r}, z)|k\rangle$ . Их недиагональные компоненты отличны от нуля вследствие перекрытия волновых функций электронов, локализованных в соседних слоях. Следуя работе [5], будем рассматривать модель беспорядка, в которой отличны от нуля следующие корреляторы случайного поля (см. рис. 1,а):

$$\begin{aligned} \langle U_{k,l}(\mathbf{r}) U_{m,n}(\mathbf{r}') \rangle &= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') W_{kl, mn}, \\ W_{kl, mn} &= W_0 \delta_{k,l} \delta_{m,n} \delta_{k,m} + \\ &+ W_1 [\delta_{k,l \pm 1} \delta_{m,n \pm 1} \delta_{k,m} + \delta_{k,l \pm 1} \delta_{m \pm 1, n} \delta_{k,n}], \end{aligned} \quad (3)$$

причем  $W_1/W_0 \propto \exp(-2d/a)$ , где  $a$  — глубина проникновения волновой функции электрона  $\psi(z) \propto \exp(-|z|/a)$  внутрь потенциального барьера, а  $d$  — его ширина. Беспорядок такого типа может быть реализован суперпозицией статистически независимых гауссовских  $\delta$ -коррелированных случайных полей, сосредоточенных внутри ям и барьеров. Причем рассеяние внутри слоя обусловлено беспорядком в соответствующей яме, а рассеяние между слоями — беспорядком в разделяющем их барьере.

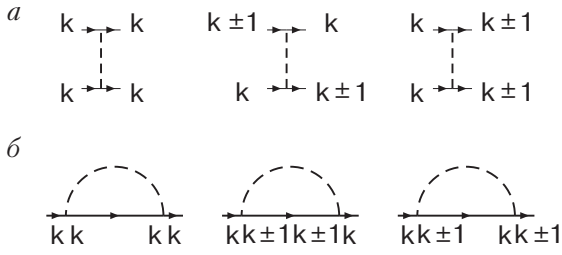


Рис. 1. Графический вид трех отличных от нуля корреляторов случайного поля (а). Диаграммы, изображающие матричные элементы электронной собственной энергии в самосогласованном борновском приближении (б).

Рассеяние электронов в поле случайного потенциала ведет к перенормировке их энергетического спектра: сдвигу и уширению. Непосредственно из структуры парного коррелятора случайного поля (3) видно, что в самосогласованном борновском приближении матрица собственных энергий электрона в многослойной системе (см. рис. 1,б) трехдиагональна в базисе векторов  $|k\rangle$

$$\begin{aligned} \Sigma_{k,n}^{R(A)} &= \sum_{l,m} W_{kl, mn} \text{Sp} \langle l | G^{R(A)} | m \rangle = \\ &= \Sigma_{k,k}^{R(A)} \delta_{k,n} + \Sigma_{k,n}^{R(A)} [\delta_{k,n+1} + \delta_{k,n-1}], \end{aligned} \quad (4)$$

где  $G^{R(A)} = \langle (E - H \pm i0)^{-1} \rangle$  — усредненная по беспорядку запаздывающая  $G^R$  (опережающая  $G^A$ ) резольвента гамильтониана (1), а символ  $\text{Sp}$  обозначает след по степеням свободы, связанным с движением электрона внутри слоя. Недиагональные элементы  $\Sigma_{k,n}^{R(A)}$  пропорциональны  $W_1^2$ . Величины такого порядка малости в дальнейшем будут опускаться. В этом приближении

$$\begin{aligned} \Sigma_{k,n}^{R(A)} &= \Sigma_{k,k}^{R(A)} \delta_{k,n} = \mp i \frac{\hbar}{2\tau_{k,k}}, \\ \frac{1}{\tau_{k,k}} &= \frac{1}{\tau_0} + (2 - \delta_{k,1} - \delta_{k,N}) \frac{1}{\tau_1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь

$$\frac{\hbar}{\tau_0} = 2\pi n_F W_0, \quad \frac{\hbar}{\tau_1} = 2\pi n_F W_1, \quad (6)$$

где  $\tau_0$  и  $\tau_1$  — времена жизни, обусловленные внутрислоевым рассеянием и, соответственно, виртуальными переходами электронов между соседними слоями, а  $n_F = m/2\pi\hbar^2$  — односпиновая плотность состояний на уровне Ферми в изолированной квантовой яме.

Таким образом, в рассматриваемом здесь приближении перенормировка электронного спектра в случайном поле обусловлена процессами внутрислоевого рассеяния и виртуальными переходами

электронов между соседними слоями (см. первые пары диаграмм на рис. 1,а,б). Неэквивалентность внешних и внутренних слоев проявляется в относительно малом различии времен жизни одночастичных состояний (5) ( $\tau_1 \gg \tau_0$ ) во внутренних ( $1 < k < N$ ) и внешних ( $k = 1, N$ ) слоях. Но, как будет видно ниже, учет этого различия, важен для корректного вычисления квантовых поправок к электропроводности в случае изолирующих краевых условий (2). Включение беспорядка при периодических краевых условиях (2) сохраняет эквивалентность слоев в среднем. В этом случае в (5) слагаемые, пропорциональные  $\delta$ -символам, отсутствуют и все времена жизни  $\tau_{k,k}$  совпадают между собой.

### 3. Куперон в многослойной структуре

Локализационные поправки к электропроводности вносят процессы многократного рассеяния, изображаемые на диаграммном языке лестничным рядом в канале частица — частица. В общем случае сумма такого ряда, куперон  $C_{kl, mn}$ , представляет собой четырехмерную матрицу размерности  $N \times N \times N \times N$ . Но, как показано в [5], главный (сингулярный) вклад в квантовые поправки к электропроводности вносят диагональные элементы куперона  $C_{kk, kk} \equiv C_{k,k}$ . Они удовлетворяют системе уравнений, изображенной в графической форме на рис. 2. Благодаря наличию процессов рассеяния между слоями в них входят и недиагональные матричные элементы куперона типа  $C_{kk, ll} \equiv C_{k,l}$ . В случае периодических краевых условий решение этой задачи хорошо известно [1–3]. Но, строго говоря, оно применимо лишь при достаточно большом количестве слоев ( $N \gg 1$ ). Использование периодических краевых условий при малых  $N$  может внести в результат заметную ошибку. Поэтому остановимся на вычислении куперона в многослойной структуре с более реалистическими при малых  $N$  изолирующими краевыми условиями.

Рассмотрим сначала случай  $\mathbf{B} = 0$ , в котором функция Грина в  $k$ -ом слое диагональна в импульсном представлении и имеет вид

$$G_{k,p}^{R(A)} = \frac{1}{E - \mathcal{E}_p \pm i\hbar (\tau_{k,k}^{-1} + \tau_\varphi^{-1})/2}, \quad (7)$$

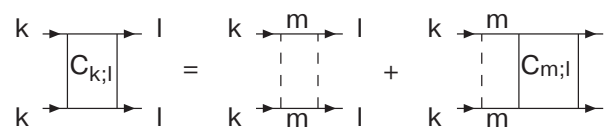


Рис. 2. Система уравнений для матрицы куперона  $C_{k,l}$  в диаграммном представлении. Суммирование подразумевается по индексу  $m$ .

где время жизни  $\tau_{k,k}$  определено в (5),  $\tau_\varphi$  — время сбоя фазы. Переходя на аналитический язык, воспользуемся соотношением

$$\frac{\hbar}{2\pi n_F \tau_{k,k}} \sum_p G_{k,p+q/2}^R G_{k,p-q/2}^A = \frac{1}{1 + \frac{\tau_{k,k}}{\tau_\varphi} + q^2 D_k(q, i\tau_\varphi^{-1}) \tau_{k,k}}, \quad (8)$$

и выразим коэффициенты системы уравнений для куперона через времена жизни  $\tau_{k,k}$  (5),  $\tau_0$  и  $\tau_1$  (6) и зависящий от волнового числа  $q$  и мнимой частоты  $\omega = i\tau_\varphi^{-1}$  обобщенный коэффициент диффузии электрона в  $k$ -ом слое в лестничном приближении  $D_k(q, i\tau_\varphi^{-1})$ . В результате для  $C_{k,l}$  получим линейную неоднородную систему уравнений, матрица которой трехдиагональна и в случае изолирующих граничных условий имеет вид

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_\varphi} + q^2 D' & -\frac{1}{\tau_1} & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{1}{\tau_1} & \frac{2}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_\varphi} + q^2 D & -\frac{1}{\tau_1} & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_1} & \frac{2}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_\varphi} + q^2 D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_\varphi} + q^2 D' \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где для краткости явно не выписаны аргументы обобщенных коэффициентов диффузии и введено обозначение  $D'$  для коэффициента диффузии электронов крайних слоев  $k=1, N$ . В дальнейшем, для простоты, малое отличие  $D'$  от  $D$  учитываться не будет.

В случае периодических краевых условий все диагональные элементы матрицы (9) равны  $2\tau_1^{-1} + \tau_\varphi^{-1} + q^2 D$  и, кроме этого, отличны от нуля элементы  $L_{1N} = L_{N1} = -\tau_1^{-1}$ , описывающие переходы электронов между крайними противоположными слоями. Таким образом, учет изолирующих краевых условий в матрице переноса (9) не сводится к одному лишь равенству  $L_{1N} = L_{N1} = 0$ . Выключение переходов  $1 \leftrightarrow N$  ведет к изменению матричных элементов  $L_{11}$  и  $L_{NN}$ , что не учитывалось в [5]. Необходимость этого изменения становится понятной, если рассмотреть эквивалентное при  $\mathbf{B} = 0$  уравнение для диффузона. Действительно, изменение числа частиц в рассматриваемом элементе объема обусловлено их диффузией внутри слоя (слагаемое  $q^2 D$  в  $L_{kk}$  ( $1 \leq k \leq N$ )) и конкуренцией между процессами ухода электронов из рассматриваемого слоя (слагаемое  $2/\tau_1$  в  $L_{kk}$  ( $1 < k < N$ )) и их возвращением в результате обратных переходов (недиагональные элементы  $-1/\tau_1$  матрицы  $\hat{L}$ ). Выключение одного из каналов прихода (например, переходов  $1 \leftrightarrow N$ ) с необходимостью сопровождается соответствующим уменьшением частоты ухода. Таким об-

разом, структура матрицы переноса (9) непосредственно задается законом сохранения числа частиц. Как следствие, в отсутствие магнитного поля куперон  $\hat{C}$  имеет диффузионный полюс. Действительно, нетрудно проверить, что матрица переноса (9) имеет  $N$  простых собственных чисел

$$\lambda_p(\mathbf{q}) = q^2 D(q, i\tau_\varphi^{-1}) + \frac{1}{\tau_\varphi} + \frac{4}{\tau_1} \sin^2 \frac{\theta_p}{2}, \quad \theta_p = \frac{p\pi}{N} \quad (10)$$

( $p = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ), одно из которых ( $\lambda_0$ ) стремится к нулю при  $\tau_\varphi \rightarrow \infty$  и  $q \rightarrow 0$ . Соответствующие им собственные векторы имеют вид

$$\vec{\mathcal{F}}(\theta_p) = \sqrt{\frac{2}{N}} \begin{bmatrix} f_1(\theta_p) \\ f_2(\theta_p) \\ \vdots \\ f_N(\theta_p) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где

$$f_k(\theta_p) = \frac{\cos \left[ \left( \frac{N+1}{2} - k \right) \theta_p \right]}{\sin \left[ \left( \frac{N+1}{2} - k \right) \theta_p \right]}, \quad \begin{matrix} p = 2q \\ p = 2q + 1 \end{matrix}, \quad (12)$$

$q$  — натуральное число.

Как и следовало ожидать, нулевая мода куперона  $\vec{\mathcal{F}}(\theta_p = 0)$ , соответствующая его диффузионному полюсу, представляет однородное вдоль оси  $OZ$  состояние и не зависит от выбора краевых условий. Действительно, в случае периодических краевых ус-

ловий спектр матрицы переноса имеет вид (10), но с  $\theta_p = 2p\pi/N$  ( $p = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ), а компоненты собственных векторов —  $f_k(\theta_p) = \exp(ik\theta_p)/\sqrt{2}$ . Как и (10)–(12), он содержит нулевую моду  $\lambda_0(\mathbf{q}) = q^2 D + 1/\tau_\varphi$ ,  $f_k(0) \propto \text{const}$ , обусловленную законом сохранения числа частиц. Как отмечалось выше, используемое в работе [5] приближение, в котором все диагональные элементы (9) равны  $L_{kk} = 2/\tau_1 + 1/\tau_\varphi + q^2 D$ , а  $L_{1N} = L_{N1} = 0$ , в случае изолирующих краевых условий не удовлетворяет закону сохранения числа частиц. В этом приближении спектр собственных чисел матрицы переноса (9) также имеет вид (10), но с  $\theta_p = p\pi/(N+1)$  ( $p = 1, 2, \dots, N$ ), т.е. не содержит нулевой моды.

Множество векторов (11), (12) образует полную ортонормированную систему. Используя ее, нетрудно обратить матрицу (9) и найти явное выражение для куперона  $\hat{C}$ . Для дальнейшего необходимо знание лишь ее следа, определяющего квантовую поправку к электропроводности многослойной структуры

$$\text{tr } \hat{C} = \sum_{k=1}^N C_{kk} = \frac{\hbar}{2\pi n_F \tau_0^2} \times \sum_{p=0}^{N-1} \frac{1}{q^2 D(q, i\tau_\varphi^{-1}) + \frac{1}{\tau_\varphi} + \frac{4}{\tau_1} \sin^2 \frac{\theta_p}{2}}. \quad (13)$$

Выражение под знаком суммы в (13) представляет собой куперон в сильно анизотропной 3D системе. Закон дисперсии, отвечающий третьей степени свободы, имеет вид, характерный для модели сильной связи. Действительно, величина  $\theta_p/d$  (здесь  $d$  — расстояние между слоями) играет роль квантованного значения проекции квазиимпульса куперона на ось  $OZ$ . После перехода от суммирования по  $p$  к интегрированию по  $k_z = \theta_p/d$  уравнение (13) согласуется с известными результатами для бесконечных сверхрешеток [1–3]. В длинноволновом пределе  $\theta_p \ll 1$ , связанное с межслоевыми переходами слагаемое в знаменателе (13) можно интерпретировать как результат поперечной диффузии носителей заряда с коэффициентом диффузии  $D_z = d^2/\tau_1$ .

Следует подчеркнуть, что, при учете зависимости обобщенного коэффициента диффузии в (13) от волнового числа  $q$  и частоты  $i/\tau_\varphi$ , этот результат одинаково применим как в диффузионном ( $q^2 D\tau \ll 1$ ), так и в баллистическом ( $q^2 D\tau \gtrsim 1$ ) режиме. Действительно, подстановка в (13) вычисленного в лестничном приближении обобщенного коэффициента диффузии [13] дает выражение для нулевой моды (13), совпадающее с баллистическим купероном [10–12]. Обсуждение баллистического

режима в канале частица–частица с точки зрения пространственно-временной нелокальности процесса диффузии можно найти в работе [13].

Для учета внешнего поперечного магнитного поля достаточно в уравнении (13) заменить  $q$  на  $q_n = \sqrt{4n+2}/l_B$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ), где  $l_B = \sqrt{\hbar c/|e|B}$  — магнитная длина. Такая подстановка справедлива не только в классических, но и в квантовых магнитных полях, если в (13) под  $D(q, i\tau_\varphi^{-1})$  понимается обобщенный коэффициент диффузии, вычисленный с учетом квантования орбитального движения электронов [13]. Это позволяет исследовать квантовые поправки к электропроводности многослойной системы не только в слабых, но и в сильных магнитных полях вплоть до режима осцилляций Шубникова–де Гааза.

### Квантовые поправки к магнитосопротивлению

В принятых выше приближениях классическая электропроводность Друде рассматриваемой системы представляет аддитивную сумму электропроводностей отдельных слоев

$$\sigma = \sum_{k=1}^N \sigma_k = \sum_{k=1}^N \frac{e^2 n_k \tau_{k,k}}{m} \simeq \frac{e^2 n \tau}{m},$$

где  $n$  — количество электронов, отнесенное к единице площади системы. Таким образом, влияние рассеяния между слоями на классическую электропроводность Друде может привести лишь к слабому положительному магнитосопротивлению  $\propto (\tau_0/\tau_1)^2$ , обусловленному малой разностью подвижностей и концентраций электронов внешних и внутренних слоев.

Иначе обстоит дело с локализационными поправками. Действительно, включение электронных переходов между слоями ослабляет сингулярность всех слагаемых в (13) за исключением нулевой моды. Это можно интерпретировать как эффективное уменьшение времени сбоя фазы  $1/\tau_\varphi \Rightarrow 1/\tau_\varphi + 4\sin^2(\theta_p/2)/\tau_1$ . Как следствие, рассеяние между слоями ведет к подавлению эффекта СЛ. Аналогичная ситуация имеет место в многозонной двумерной системе. Как показано в [14], межзонные электронные переходы оказывают пренебрежимо малое влияние на величину классической электропроводности, но в то же время заметно уменьшают эффект СЛ, играя роль дополнительного механизма сбоя фазы. Дальнейшие вычисления аналогичны неоднократно выполнявшимся [1–3, 14, 15], поэтому, опуская детали, приведем здесь лишь окончательный результат для локализационной поправки к продольному сопротивлению много-



слоистой структуры, измеряемому в единицах  $G_0^{-1} = 2\pi^2\hbar/e^2$ ,

$$\delta\rho(B) = \frac{2}{(\pi k_F l_B)^2} \frac{\tau}{\tau_0} \times \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q_n} \left[ \frac{1}{q_n^2 D \tau + \frac{\tau}{\tau_\phi} + 4 \frac{\tau}{\tau_1} \sin^2 \frac{\theta_p}{2}} - \frac{1}{1 + \frac{\tau}{\tau_\phi} + q_n^2 D \tau} \right], \quad (15)$$

где  $D = D(q_n, i\tau_\phi^{-1})$ .

В диффузионном режиме, реализующемся в области достаточно слабых магнитных полей  $B \ll B_{tr} = \hbar c/2|e|l^2$ , а также низких температур и малой частоты рассеяния между слоями  $\tau_0 \simeq \tau \ll \tau_1, \tau_\phi$ , можно пренебречь пространственно-временной дисперсией коэффициента диффузии и положить в (15)  $D = v_F^2 \tau/2$ . В этом случае удобнее рассматривать локализационную поправку к электропроводности  $\Delta\sigma = \sigma(B) - \sigma(0)$ , измеряемую в единицах  $G_0 = e^2/2\pi^2\hbar$ ,

$$\Delta\sigma = \sum_{p=0}^{N-1} \left[ \text{Hi} \left( \frac{l_B^2}{2l_\phi^2} + 4 \frac{l_B^2}{2l_1^2} \sin^2 \frac{\theta_p}{2} \right) - \text{Hi} \left( \frac{l_B^2}{2l^2} + \frac{l_B^2}{2l_\phi^2} \right) \right], \quad (16)$$

где  $\text{Hi}(x) = \Psi(x + 1/2) - \ln x$  — функция Хиками [16],  $\Psi(z)$  — дигамма-функция, и введены обозначения  $l^2 = 2D\tau$ ,  $l_\phi^2 = 2D\tau_\phi$ ,  $l_1^2 = 2D\tau_1$ .

При  $N = 1$  уравнение (16) переходит в хорошо известную формулу Хиками — Ларкина — Нагаоки [16], поскольку при  $N = 1$  из всего спектра (10) остается лишь одно собственное значение  $\lambda_0$ , соответствующее нулевой моде. При  $N = 2$  и изолирующих краевых условиях уравнение (16) переходит в результат Райчева и Василюполуса [4] для симметричной двухслойной системы в поперечном магнитном поле. Наконец, при  $N \rightarrow \infty$  и периодических краевых условиях уравнение (16) воспроизводит результаты, полученные для бесконечных сверхрешеток [1–3].

Применим полученные результаты для описания наблюдавшегося в [9] отрицательного магнитосопротивления (ОМС) в естественной сверхрешетке слоистого соединения  $\text{Nd}_{1-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$ . Как показывают оценки [9], в области температур  $T < 10$  К и магнитных полей  $B < 4$  Тл в исследованных образцах заведомо выполняются условия применимости диффузионного приближения ( $\tau_\phi/\tau > 10^2$  и  $B_{tr} \approx 120$  Тл), в котором выражение для ОМС имеет вид (16). Результат подгонки этого уравнения к результатам измерений [9] при температурах  $T = 1,5$  и  $4,2$  К представлен на рис. 3. Количество проводя-

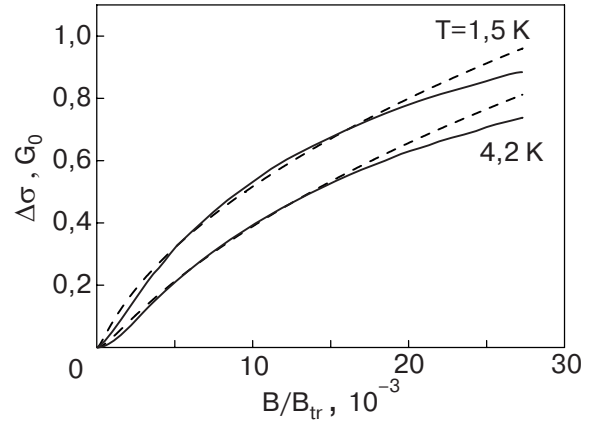


Рис. 3. Сопоставление теоретических зависимостей (штриховые линии) с измеренным в [9] отрицательным магнитосопротивлением в естественной сверхрешетке  $\text{Nd}_{1-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$  (сплошные линии) при следующих значениях параметров: количество проводящих слоев  $N = 20$ ;  $\tau/\tau_\phi = 10^{-4}$ ,  $\tau/\tau_1 = 2,5 \cdot 10^{-3}$  при  $T = 1,5$  К и  $\tau/\tau_\phi = 3 \cdot 10^{-4}$ ,  $\tau/\tau_1 = 2,5 \cdot 10^{-3}$  при  $T = 4,2$  К.

щих слоев в образце  $N = 20$  определялось как отношение его толщины ( $\approx 120$  Å) к расстоянию между слоями  $\text{CuO}_2$  ( $d \approx 6$  Å). В целом, теоретические кривые достаточно хорошо описывают поведение экспериментальных при параметрах, согласующихся с полученными в [9]. Однако обращает внимание более плавное поведение теоретических кривых и их отклонение от экспериментальных, возрастающее с увеличением магнитного поля. Прежде чем обсуждать возможные причины этого, рассмотрим подробнее зависимость эффекта СЛ в многослойной структуре от количества слоев и характера краевых условий.

На рис. 4 представлены результаты численного анализа поведения ОМС (16) многослойной неупо-

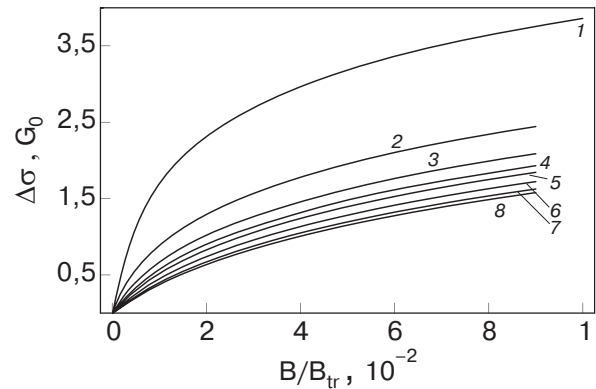


Рис. 4. Зависимость отрицательного магнитосопротивления в многослойной структуре от количества слоев  $N$ : 1 (1), 2 (2), 3 (3), 4 (4), 5 (5), 8 (6), 16 (7), 32 (8) при изолирующих краевых условиях.  $\tau/\tau_\phi = 3 \cdot 10^{-4}$ ,  $\tau/\tau_1 = 2,5 \cdot 10^{-3}$ .

рядоченной структуры в зависимости от количества слоев  $N$  при изолирующих краевых условиях. Как и следовало ожидать, с ростом  $N$  происходит сглаживание полевой зависимости эффекта ОМС и его общее равномерное уменьшение. Уже при  $N \sim 20$  поведение ОМС становится практически неотличимым от асимптотического при  $N = \infty$ . Примерно при этих же значениях  $N$  можно пренебречь и зависимостью  $\Delta\sigma$  от характера краевых условий. Однако, как это видно на рис. 5, их влияние на эффект СЛ в многослойной структуре менее тривиально и имеет немонотонный характер. Дело в том, что в области достаточно слабых магнитных полей  $B$  и при достаточно малом количестве слоев  $N$  основной вклад в ОМС вносит не зависящая от краевых условий нулевая мода  $\lambda_0$  (10), т.е. слагаемое с  $p = 0$  из (16). Таким образом, вся зависимость эффекта СЛ от краевых условий в (16) определяется слагаемыми с  $p > 0$ . Относительный вклад последних увеличивается вместе с магнитным полем и количеством слоев. Как следствие, наблюдается рост влияния краевых условий на эффект СЛ, который сменяется падением, лишь начиная с некоторых конечных значений  $B$  и  $N$ .

Таким образом, в рассмотренных здесь условиях вплоть до  $N \sim 20$  эффект СЛ в многослойной структуре существенно зависит от количества слоев и характера краевых условий. На наш взгляд, это является наиболее вероятной причиной отмеченных выше отклонений теоретических кривых от экспериментальных (см. рис. 3). Действительно, структурные несовершенства приповерхностных областей реальных многослойных систем могут привести к тому, что фактическое количество проводящих слоев окажется заметно меньше номинального, а реальные краевые условия — заметно отличными от иде-

альных (2). Сделанные выше оценки показывают, что влияния одних только этих факторов достаточно для объяснения наблюдаемых различий между теорией и экспериментом.

### Заключение

В работе получено аналитическое решение задачи о квантовых поправках к электропроводности многослойной структуры, применимое при произвольном числе слоев и изолирующих краевых условиях. Полученные выражения (15), (16) в соответствующих пределах согласуются с известными частными случаями [1–4,16] и в целом достаточно хорошо описывают ОМС в естественной сверхрешетке  $\text{Nd}_{1-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$  [9].

Как уже говорилось, при теоретическом исследовании квантовых поправок к электропроводности многослойных структур используются периодические краевые условия [1,2]. В общем случае, при достаточно большом, но конечном количестве слоев ( $N > 3$ ), наложение неперiodических краевых условий сопряжено с вычислительными трудностями, не позволяющими получить компактное аналитическое решение задачи. В этом отношении рассмотренная здесь модель многослойной структуры представляет исключение. Независимо от количества слоев  $N$ , она допускает одинаково простой анализ локализационных поправок к электропроводности при наложении как периодических, так и изолирующих краевых условий (2) в направлении роста структуры. Это открывает возможность количественного анализа зависимости квантовых поправок к электропроводности многослойных структур как от количества слоев, так и от краевых условий.

Автор признателен Г.М. Минькову и А.И. Пономареву, привлечших его внимание к этой задаче, а также за плодотворное обсуждение результатов. Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 04-02-16614.

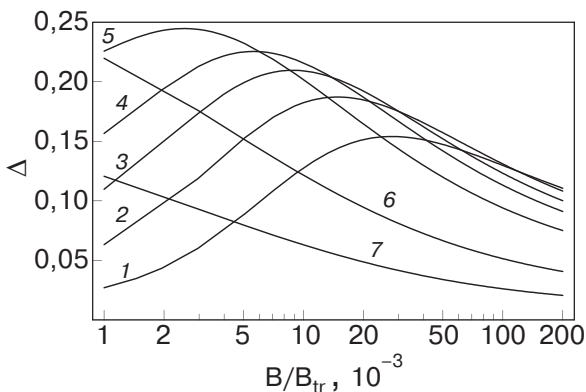


Рис. 5. Относительное изменение отрицательного магнитосопротивления  $\Delta$  при переходе от изолирующих краевых условий к периодическим в зависимости от магнитного поля при  $N$ : 3 (1), 4 (2), 5 (3), 6 (4), 8 (5), 16 (6), 32 (7).  $\tau/\tau_\phi = 3 \cdot 10^{-4}$ ,  $\tau/\tau_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ .

1. W. Szott, C. Jedrzejek, and W.P. Kirk, *Phys. Rev.* **B40**, 1790 (1989); *ibid.* **B45**, 3565 (1992).
2. A. Cassam-Chenai and D. Mailly, *Phys. Rev.* **B52**, 1984 (1995).
3. A.B. Gougam, P. Gandit, J. Sicart, and J.L. Robert, *Semicond. Sci. Technol.* **14**, 231 (1999).
4. O.E. Raichev and P. Vasilopoulos, *J. Phys. Condens. Matter* **12**, 589 (2000).
5. F.G. Pikus and G.E. Pikus, *LANL Preprint: cond-mat/9710179*.
6. S. Massida, N. Hamada, J. Yu, and A.F. Freeman, *Physica* **C157**, 571 (1989).
7. Z.Z. Wang, T.R. Chien, N.P. Ong, J.M. Tarascon, and E. Wang, *Phys. Rev.* **B43**, 3020 (1991).

8. A.I. Ponomarev, V.I. Tsidilkovski, K.R. Krylov, T.B. Charikova, and L.I. Leonyuk, *J. Supercond.* **9**, 27 (1996).
9. Г.М. Миньков, А.И. Пономарев, А.А. Шерстобитов, С.Г. Новокшенов, А.А. Иванов, *ФТТ* **47**, 1894 (2005).
10. A. Kawabata, *J. Phys. Soc. Jpn.* **53**, 3540 (1984).
11. В.М. Гаспарян, А.Ю. Зюзин, *ФТТ* **27**, 1662 (1985).
12. М.И. Дуакопов, *Solid State Commun.* **92**, 711 (1994).
13. А.Г. Грошев, С.Г. Новокшенов, *ФТТ* **42**, 1322 (2000).
14. N.S. Averkiev, L.E. Golub, S.A. Tarasenko, and M. Willander, *Phys. Rev.* **B64**, 045405 (2001).
15. A.P. Dmitriev, V.Yu. Kachorovskii, and I.V. Gornyi, *Phys. Rev.* **B56**, 9910 (1997).
16. S. Hikami, A.I. Larkin, and Y. Nagaoka, *Progr. Theor. Phys.* **63**, 707 (1980).

### Weak localization in multilayer structures and superlattices

S.G. Novokshonov

The weak localization phenomenon in a quasi-two-dimensional disordered system in orthogonal magnetic field is investigated. It is assumed that the coherent electron tunnelling between the layers is so weak that there occur no superlattice

minibands, and the main contribution to the probabilities of interlayer transition of electrons is made by their scattering in a random impurity field. In the case of insulating boundary conditions, analytical expressions for interference corrections to longitudinal resistivity of the system with an arbitrary finite number of layers are obtained. It is shown that the interlayer electron scattering has a negligible influence on the diffusion magnetotransport, but it markedly diminishes the weak localization effect as an additional mechanism of the phase relaxation. The influence of boundary conditions on the effect of weak localization in the multilayers structure depending on the number of layers is analysed. The obtained results describe well the negative magnetoresistance in the natural superlattices of  $\text{Nd}_{1-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$  above the critical temperature.

PACS: 72.15.Rn Localization effects (Anderson or weak localization)  
 72.15.Gd Galvanomagnetic and other magnetotransport effects;  
 73.21.Ac Multilayers;  
 73.21.Cd Superlattices.

Keywords: cooperon in multilayer structure, negative magnetoresistance, interlayer scattering.