

**Колесник В.В.<sup>1</sup>, канд. техн. наук, Орлик В.Н.<sup>2</sup>, канд. техн. наук,  
Олабин В.М.<sup>2</sup>, канд. техн. наук**

**1 Киевская государственная академия водного транспорта, Киев**  
ул. Фрунзе, 9, 04071 Киев, Украина, e-mail: kolesnyk@email.ua

**2 Институт газа НАН Украины, Киев**  
ул. Дегтяревская, 39, 03113 Киев, Украина, e-mail: orlyk-v@mail.ru, olabin@ukr.net

## **Исследование процесса плавления частиц шихты в печи с погружным горением**

Разработана математическая модель плавления частицы шихты в высокотемпературной печи с погружным горением смеси природного газа и воздуха. Для определения темпа образования на поверхности исходной частицы дополнительного слоя, гарнисажа, и скорости плавления результирующей частицы, сформировавшейся в результате данного процесса, используется подход, гарантирующий соблюдение в каждый момент времени баланса между количеством тепла, поступившего в частицу в результате контакта с расплавом, и количеством тепла, аккумулированного частицей текущего радиуса. Разработано программное обеспечение для расчета процесса плавления частиц шихты разного размера, различающихся своими теплофизическими параметрами и условиями теплообмена с расплавом. Приведен анализ результатов численных экспериментов. Библ. 6, рис. 7.

**Ключевые слова:** частица шихты, гарнисаж, плавление, математическое моделирование.

Эффективным методом интенсификации тепло- и массообменных процессов при высокотемпературной переработке минерального сырья (шихты) плавлением является погружное сжигание газа в смеси с воздухом (или кислородом) в слое расплава с целью поддержания его температуры на уровне, превышающем температуру плавления исходного сырья. При таком сжигании процессы горения и тепломассообмена протекают внутри сложной гидрогазодинамической структуры, образующейся в результате барботажа продуктов горения через слой расплава.

Теплообмен между высокотемпературными продуктами горения и частицами шихты происходит при посредстве расплава. В сложной структуре тепловых взаимодействий в плавильном объеме можно выделить следующие основные процессы: теплообмен между продуктами горения и расплавом, теплообмен между расплавом и частицами шихты и теплообмен между расплавом и ограждающими стенками барботажной печи.

Интенсивность протекания этих процессов противоположно зависит от температуры расплава. При фиксированной исходной температуре продуктов горения чем ниже температура расплава, тем выше степень теплоусвоения энергии продуктов горения барботажным слоем и ниже удельные потери тепла через стенки.

© Колесник В.В., Орлик В.Н., Олабин В.М., 2015

Однако при этом снижается результирующая скорость прогрева и плавления частиц шихты и реакций силикатообразования. Это приводит к увеличению общего времени переработки шихты и, следовательно, увеличению тепловых потерь через стенки. Для частиц шихты заданного размера (смеси частиц разного размера) существует оптимальная температура расплава, при которой плавление в барботажной печи протекает наиболее эффективно с энергетической точки зрения.

Для определения оптимальной температуры расплава необходимо располагать методикой расчета теплоотдачи от газов к расплаву и методикой определения скорости изменения размера частиц шихты в расплаве.

Математическое описание процесса плавления частиц шихты в расплаве представляет собой особый вид краевой задачи для дифференциального уравнения в частных производных, описывающего изменение распределения температуры по радиусу частицы с учетом процессов фазового перехода вещества на ее границе, в результате чего положение границы раздела фаз изменяется со временем. Это так называемая задача Стефана, аналитическое решение которой возможно лишь при значительных упрощениях [1]. Численным методом решения задачи Стефана, описывающей различные физические процессы, посвящено много публикаций

[2, 3], что подтверждает отсутствие стандартных подходов решения задач с подвижными границами.

В настоящей статье предложена математическая модель плавления сферической аморфной частицы в барботажном силикатном расплаве и разработан алгоритм решения сформулированной задачи с целью определения скорости плавления. Работа является продолжением ранее выполненного исследования [4], в котором плавление частиц рассматривалось при решении задачи о количестве непроплава в ванне.

Отличие предложенного подхода состоит в том, что для определения темпа образования на поверхности исходной частицы дополнительного слоя, гарнисажа, и темпа плавления результирующей частицы, сформировавшейся в результате данного процесса, используется подход, гарантирующий соблюдение в каждый момент времени баланса между количеством тепла, поступившего в частицу в результате контакта с расплавом, и количеством тепла, аккумулированного частицей текущего радиуса.

### Постановка задачи

Моделируется процесс плавления частицы исходного радиуса  $R_0$  с произвольным начальным распределением температуры  $t_0(r)$ ,  $0 \leq r \leq R_0$ , помещенной в расплав того же материала, что и частица. Предполагается, что температура расплава  $t_p$  больше температуры плавления материала  $t_{ml}$  и ее значение в каждый момент времени известно. Известны также теплофизические параметры материала, в том числе характер возможной зависимости этих параметров от температуры, а также коэффициент теплоотдачи от расплава к поверхности частицы.

Исследуются стадии начального образования гарнисажа на поверхности исходной частицы при ее попадании в расплав с последующим полным плавлением результирующего образования (частица шихты с гарнисажной коркой). Считается, что частица с дополнительным слоем гарнисажа по своим свойствам аналогична исходной частице такого же радиуса.

Для описания процессов теплообмена в частице используется стандартное уравнение теплопроводности:

$$r^2 \cdot \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \cdot \lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial r} \right), \quad 0 \leq r \leq R(\tau), \quad \tau > 0; \quad (1)$$

где  $t(r, \tau)$  — текущее значение температуры частицы в точке радиуса  $r$ ,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $r$  — радиус, м;  $\rho$  ( $\text{кг}/\text{м}^3$ ),  $c_p$  ( $\text{кДж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$ ),  $\lambda$  ( $\text{кВт}/(\text{м}\cdot^{\circ}\text{C})$ ) —

соответственно плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности твердой фазы;  $\tau$  — время, с;  $R(\tau)$  — наружный радиус частицы в момент времени  $\tau$ .

Начальные условия:

$$R(0) = R_0; \quad t(0, r) = t_0(r). \quad (2)$$

Границные условия:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad t(\tau, R(\tau)) = t_{ml}, \quad \tau > 0. \quad (3)$$

Уравнение теплового баланса, отражающее процесс изменения радиуса частицы, имеет вид:

$$\begin{aligned} \lambda \cdot \left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=R} &= \alpha_t \cdot (t_p - t_{ml}) + \\ &+ \rho \cdot \Delta H_{ml} \cdot \frac{dR}{d\tau} = q_{con} + q_{ph} = \bar{q}_{in}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\alpha_t$  — коэффициент теплоотдачи от расплава к поверхности частицы,  $\text{кВт}/(\text{м}\cdot^{\circ}\text{C})$ ;  $t_p$  — температура расплава,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $t_{ml}$  ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $\Delta H_{ml}$  ( $\text{кДж}/\text{кг}$ ) — температура и удельная теплота фазового перехода материала частицы;  $q_{con}$ ,  $q_{ph}$  — плотность тепловых потоков конвективного теплообмена и фазового перехода при контакте частицы с расплавом,  $\text{кВт}/\text{м}^2$ ,  $q_{con} = \alpha_t (t_p - t_{ml})$ ,  $q_{ph} = \rho \Delta H_{ml} (dR/d\tau)$ ;  $q_{in}$  — суммарная плотность теплового потока через поверхность частицы,  $\text{кВт}/\text{м}^2$ .

### Алгоритм решения задачи

При решении уравнения (1) с соответствующими условиями (2)–(4) использовалась модификация стандартного метода разностей [5] с неравномерными по радиусу частицы и изменяющимися во времени шагами  $\Delta r_j(\tau)$ ,  $j = 0, 1, \dots, N$ , где  $N$  — общее число интервалов разбиения текущего радиуса частицы. Кроме того, была предусмотрена возможность изменения временного шага  $\Delta \tau$  в зависимости от интенсивности процессов теплообмена и фазовых превращений.

Изменение во времени величины шагов  $\{\Delta r_j(\tau)\}$  является естественным следствием изменения размера частицы на этапах образования гарнисажа и плавления. Неравномерность разбиения текущего радиуса частицы связано с представлением собственно частицы и дополнительного гарнисажа, размеры которого постоянно изменяются, в виде единого объекта. Также это было обусловлено стремлением иметь доста-

точно малый шаг по радиусу вблизи текущей границы контакта частицы с расплавом, где интенсивность теплообмена является максимальной и, следовательно, градиенты температуры имеют чрезвычайно большое значение. Такой подход оказался оправданным несмотря на формальное снижение порядка точности используемого метода разностей из-за неравномерности шага.

Далее рассматриваются процедуры решения приведенных уравнений на отдельных стадиях контакта частицы с расплавом.

### Стадия образования гарнисажа

Рассматривается процесс изменения наружного радиуса частицы и распределения внутренней температуры частицы за интервал времени  $\Delta\tau$ .

Пусть в момент  $\tau$  наружный радиус частицы равняется  $R(\tau)$  и температура поверхности равна температуре плавления:  $t(R(\tau), \tau) = t_{ml}$ . В момент времени  $\tau + \xi$ ,  $0 \leq \xi \leq \Delta\tau$ , в результате образования дополнительного слоя гарнисажа радиус поверхности частицы с температурой  $t_{ml}$  станет равным

$$R(\tau + \xi) = R(\tau) + [dR(\tau)/d\tau] \xi = R(\tau) + V_R(\tau) \xi;$$

$$V_R(\tau) = dR(\tau)/d\tau,$$

а температура точек сферы радиуса  $R(\tau)$ , которая стала внутренней, в результате оттока тепла внутрь частицы понизится и станет равной  $t(R(\tau), \tau + \xi) < t_{ml}$ , как это показано на рис.1, отображающем изменение распределения температуры вблизи поверхности частицы

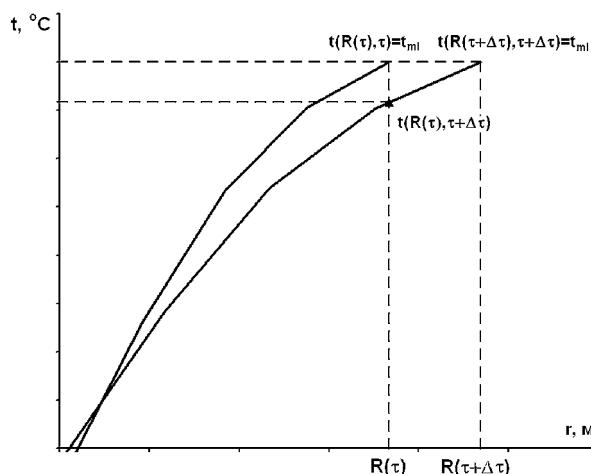


Рис.1. Изменение температуры частицы в процессе образования гарнисажа.

при образовании гарнисажа в моменты времени  $\tau$  и  $\tau + \Delta\tau$ .

Учитывая малую толщину образовавшегося дополнительного слоя гарнисажа, можно считать его термически тонким слоем, для которого в каждый момент времени в интервале  $[\tau, \tau + \Delta\tau]$  распределение температуры по толщине слоя практически соответствует установившемуся.

В соответствии со сделанным предположением имеем [6]:

$$t(r, \tau + \xi) = t(R(\tau), \tau + \xi) - \frac{r - R(\tau)}{R(\tau + \xi) - R(\tau)} \cdot \frac{R(\tau + \xi)}{r}.$$

$$\cdot (t(R(\tau), \tau + \xi) - t_{ml}) = a(\xi) + b(\xi) / r;$$

$$R(\tau) \leq r \leq R(\tau + \xi), \quad 0 \leq \xi \leq \Delta\tau,$$

где

$$a(\xi) = t(R(\tau), \tau + \xi) - [t(R(\tau), \tau + \xi) - t_{ml}] / [1 - R(\tau)/R(\tau + \xi)];$$

$$b(\xi) = [t(R(\tau), \tau + \xi) - t_{ml}] / [R(\tau)^{-1} - (R(\tau + \xi))^{-1}].$$

Тогда градиент температуры у новой поверхности частицы радиуса  $R(\tau + \xi)$  равняется

$$\frac{dt(r, \tau + \xi)}{dr} \Big|_{r=R(\tau + \xi)} = -\frac{b}{R^2(\tau + \xi)} = -\frac{t(R(\tau), \tau + \xi) - t_{ml}}{\frac{1}{R(\tau)} - \frac{1}{R(\tau + \xi)}} \frac{1}{R^2(\tau + \xi)}. \quad (5)$$

В момент времени  $\tau + \Delta\tau$  ( $\xi = \Delta\tau$ ) с учетом (5) и условием (4) получим

$$\frac{dt(r, \tau + \Delta\tau)}{dr} \Big|_{r=R(\tau + \Delta\tau)} = -\frac{t(R(\tau), \tau + \Delta\tau) - t_{ml}}{R(\tau)} - \frac{1}{R(\tau) + V_R(\tau)\Delta\tau} \times \frac{1}{(R(\tau) + V_R(\tau)\Delta\tau)^2} = \frac{\bar{q}_{in}}{\lambda},$$

где суммарная плотность теплового потока  $\bar{q}_{in}$  зависит от величины скорости нарастания гарнисажа  $V_R(\tau) = dR(\tau)/d\tau$  и равняется

$$\bar{q}_{in} = \alpha_t (t_p - t_{ml}) + \rho \Delta H_{ml} V_R(\tau).$$

Отсюда при заданном (подбиаемом) значении скорости нарастания гарнисажа  $V_R(\tau)$  можно найти значение температуры  $t(R(\tau), \tau + \Delta\tau)$  поверхности внутренней сферы радиуса  $R(\tau)$ , бывшей наружной поверхностью в момент времени  $\tau$ :

$$\frac{t(R(\tau)\tau + \Delta\tau)}{dr} = t_{ml} - \frac{\alpha_t(t_p - t_{ml})\Delta H_{ml} V_R(\tau)}{\lambda} \times \\ \times \left( \frac{1}{R(\tau)} - \frac{1}{R(\tau) + V_R(\tau)\Delta\tau} \right) (R(\tau) + V_R(\tau)\Delta\tau)^2.$$

Одновременно можно определить количество теплоты, которое за время  $\Delta\tau$  поступило внутрь частицы через данную поверхность радиуса  $R(\tau)$ . Оно равняется количеству тепла, поступившего через наружную поверхность частицы со средним радиусом

$$\vec{R} = 0,5 [(R(\tau) + R(\tau + \Delta\tau))] = R(\tau) + 0,5 V_R(\tau)\Delta\tau,$$

а именно:

$$\Delta Q_{ext} = 4\pi \vec{R}^2 \vec{q}_{in} \Delta\tau = 4\pi [R(\tau) + 0,5 V_R(\tau)\Delta\tau]^2 [\alpha_t(t_p - t_{ml}) + \rho \Delta H_{ml} V_R(\tau)] \Delta\tau,$$

плюс дополнительное тепло, поступившее в результате охлаждения нового слоя гарнисажа в процессе установления к моменту времени  $\tau + \Delta\tau$  температурного профиля  $t(r, \tau + \Delta\tau)$ ,  $R(\tau) \leq r \leq R(\tau + \Delta\tau)$ . При таком температурном профиле количество тепла в этом слое равняется

$$Q_{gar} = 4\pi \rho c_p \int_{R(\tau)}^{R(\tau + \Delta\tau)} t(r, \tau + \Delta\tau) \cdot r^2 \cdot dr = \\ = 4\pi \rho c_p \left[ \frac{a(\Delta\tau)}{3} \cdot (R^3(\tau + \Delta\tau) - R^3(\tau)) + \right. \\ \left. + \frac{b(\Delta\tau)}{2} \cdot (R^2(\tau + \Delta\tau) - R^2(\tau)) \right],$$

количество дополнительного тепла

$$\Delta Q_{ad} = (4/3)\pi \rho c_p t_{ml} (R^3(\tau + \Delta\tau) - R^3(\tau)) - Q_{gar}.$$

Отсюда общее количество тепла, поступившего внутрь частицы через сферическую поверхность радиуса  $R(\tau)$  за время  $\Delta\tau$  равно

$$\Delta Q_{sum} = \Delta Q_{ext} + \Delta Q_{ad}.$$

Тогда, если количество тепла, содержащегося в момент времени  $\tau$  в частице радиусом  $R(\tau)$  с температурой на поверхности  $t_{ml}$ , равнялось  $Q_R(\tau)$ , то через интервал времени  $\Delta\tau$  в том же объеме, теперь уже внутреннем и с температурой  $t(R(\tau), \tau + \Delta\tau)$  на сфере радиуса  $R(\tau)$ , должно содержаться тепло в количестве

$$Q(R(\tau), \tau + \Delta\tau) = Q(R(\tau), \tau) + \Delta Q_{sum}.$$

В то же время решение уравнения теплопроводности (1) при известном распределении

температуры  $t(r, \tau)$ ,  $0 \leq r \leq R(\tau)$  в момент времени  $\tau$  позволяет рассчитать новое распределение температуры  $t(r, \tau + \Delta\tau)$ ,  $0 \leq r \leq R(\tau)$  и то количество тепла  $\hat{Q}(R(\tau), \tau + \Delta\tau)$ , которое будет содержаться в том же объеме в момент времени  $\tau + \Delta\tau$  при заданном значении температуры на поверхности  $t(R(\tau), \tau + \Delta\tau)$ .

Расчет всех указанных параметров при заданном значении величины  $V_R(\tau)$ , в том числе значений величин  $t(R(\tau), \tau + \Delta\tau)$ ,  $Q(R(\tau), \tau + \Delta\tau)$  и  $\hat{Q}(R(\tau), \tau + \Delta\tau)$ , составляет предмет внутренней задачи общей процедуры расчета роста гарнисажа.

Поскольку значение температуры  $t(R(\tau), \tau + \Delta\tau)$  непосредственно зависит от выбранного значения скорости роста гарнисажа  $V_R(\tau)$ , то внешняя задача расчета процесса образования гарнисажа состоит в подборе такого значения данного параметра, при котором будет выполняться (с заданной точностью) условие

$$Q(R(\tau), \tau + \Delta\tau) = \hat{Q}(R(\tau), \tau + \Delta\tau).$$

После нахождения значения величины  $V_R(\tau)$ , при котором данное условие выполняется, образовавшийся дополнительный слой гарнисажа с внешним радиусом  $R(\tau + \Delta\tau) = R(\tau) + V_R(\tau)\Delta\tau$  и распределением температур

$$t(r, \tau + \Delta\tau) = t(R(\tau), \tau + \Delta\tau) - \frac{r - R(\tau)}{R(\tau + \Delta\tau) - R(\tau)} \cdot \\ \cdot \frac{R(\tau + \Delta\tau)}{r} \cdot (t(R(\tau), \tau + \Delta\tau) - t_{ml}), \\ R(\tau) \leq r \leq R(\tau + \Delta\tau)$$

присоединяется к имеющемуся на момент времени  $\tau$  слою гарнисажа, который к моменту времени  $\tau + \Delta\tau$  имеет новое распределение температур  $t(r, \tau + \Delta\tau)$ ,  $0 \leq r \leq R(\tau)$ . Образовавшаяся структура далее рассматривается как новая частица радиусом  $R(\tau + \Delta\tau)$  с известным распределением температуры по радиусу  $r$ :  $0 \leq r \leq R(\tau + \Delta\tau)$  — и известным (вычисленным) значением теплосодержания.

Процесс расчета образования гарнисажа продолжается до момента  $\tau_g$ , при котором скорость  $V_R(\tau_g)$  с заданной точностью становится равной нулю. Затем начинается этап расчета плавления комплексного образования «исходная частица + гарнисаж».

### Стадия плавления

Процесс плавления состоит из двух этапов. На первом одновременно с плавлением и переходом в расплав части материала с поверхности

частицы продолжается прогрев оставшейся ее части. То есть часть тепла, поступающего через поверхность частицы, непосредственно расходуется на подогрев приграничного слоя до температуры плавления с последующим его оплавлением, а оставшаяся часть используется для прогрева остального массива частицы.

Все указанные процессы данного этапа целиком и полностью описываются уравнениями (1)–(4), и проблема состоит только в разработке эффективного алгоритма их решения.

Важной характеристикой процесса плавления является момент времени  $\tau_{in}$  полного оплавления гарнисажа, то есть обретения частицей своего первоначального размера (радиуса  $R_0$ ).

Второй этап наступает в момент  $\tau_f$  после прогрева всей оставшейся частицы радиусом  $R(\tau_f)$  до температуры плавления  $t_{ml}$ , когда все поступающее тепло используется на процесс плавления. В этом случае частица представляет собой объект с сосредоточенными параметрами, и ее поведение описывается уравнением

$$\rho \Delta H_{ml} (dR/d\tau) = -a_t (t_p - t_{ml}),$$

из которого непосредственно можно найти значение интервала времени  $\Delta\tau_f$ , в течение которого закончится расплавление частицы:

$$\Delta\tau_f = (R(\tau_f) \rho \Delta H_{ml}) / (a_t (t_p - t_{ml})).$$

Таким образом, общее время плавления частицы  $\tau_{tot}$  от момента попадания в расплав равняется

$$\tau_{tot} = \tau_f + \Delta\tau_f.$$

Процедура расчета процесса плавления частицы от момента  $\tau_g$  до  $\tau_f$  также имеет внутреннюю и внешнюю задачу. Как и при расчете процесса образования гарнисажа, суть внешней задачи состоит в подборе величины скорости изменения радиуса частицы  $V_R(\tau)$  (скорости плавления) в момент времени  $\tau$  ( $V_R(\tau) < 0$ ), при которой соблюдается тепловой баланс.

Как отмечалось, количество тепла, поступившее за время  $\Delta\tau$  через поверхность частицы в результате конвективного теплообмена с расплавом

$$\Delta Q_{ext} = 4 \pi (R(\tau) + 0,5 V_R(\tau) \Delta\tau) 2 a_t (t_p - t_{ml}) \Delta\tau,$$

должно равняться количеству тепла, пошедшему на подогрев  $\Delta Q_h$  и плавление  $\Delta Q_{ml}$  слоя частицы толщиной  $R(\tau) - R(\tau + \Delta\tau) = V_R(\tau) \Delta\tau$ :

$$\Delta Q_h = 4 \pi \rho c_p \int_{R(\tau+\Delta\tau)}^{R(\tau)} (t_{ml} - t(r, \tau)) r^2 dr;$$

$$\Delta Q_{ml} = (4/3) \pi \rho \Delta H_{ml} (R^3(\tau) - R^3(\tau + \Delta\tau)),$$

плюс тепло  $\Delta Q(R(\tau + \Delta\tau))$ , за счет которого произошел подогрев сферической части частицы радиусом  $R(\tau + \Delta\tau)$ , в результате чего температура на поверхности этой сферы, фронта плавления, стала равной температуре плавления:  $t(R(\tau + \Delta\tau), \tau + \Delta\tau) = t_{ml}$ .

Как и в случае процесса образования гарнисажа, решение уравнения теплопроводности (1) позволяет при известном распределении температуры  $t(r, \tau)$ ,  $0 \leq r \leq R(\tau + \Delta\tau)$  в момент времени  $\tau$  рассчитать новое распределение температуры  $t(r, \tau + \Delta\tau)$ ,  $0 \leq r \leq R(\tau + \Delta\tau)$  при температуре на поверхности  $t(R(\tau + \Delta\tau), \tau + \Delta\tau) = t_{ml}$ . Одновременно будет рассчитано то количество тепла  $\hat{Q}(R(\tau + \Delta\tau), \tau + \Delta\tau)$ , которое будет содержаться в том же объеме в момент времени  $\tau + \Delta\tau$ . Соответственно для  $\Delta Q_R(\tau + \Delta\tau)$  имеем

$$\Delta Q(R(\tau + \Delta\tau)) = \hat{Q}(R(\tau + \Delta\tau), \tau + \Delta\tau) - \hat{Q}(R(\tau + \Delta\tau), \tau),$$

где  $\hat{Q}(R(\tau + \Delta\tau), \tau)$  – количество тепла, содержащееся внутри объема частицы радиусом  $R(\tau + \Delta\tau)$  на момент времени  $\tau$ .

Таким образом, расчет плавления частицы на каждом шаге связан с подбором значения величины скорости плавления  $V_R(\tau)$ , при которой будет выполняться соотношение

$$\Delta Q_{ext} = \Delta Q_h + \Delta Q_{ml} + \Delta Q(R(\tau + \Delta\tau)).$$

Данный процесс продолжается до прогрева всей оставшейся части частицы до температуры плавления в момент  $\tau_f$ .

### **Расчет плавления частиц шихты и анализ результатов**

В соответствии с предложенным алгоритмом было разработано программное обеспечение для расчета и анализа процесса плавления частиц шихты разного размера и различающихся своими теплофизическими параметрами. Базовые исходные данные для расчета приведены в таблице.

Исследовался процесс плавления частиц шихты, имеющих различные геометрические и теплофизические параметры: исходный размер (исходный радиус), коэффициент теплопроводности, – плавление которых происходит при различных условиях контакта с расплавом.

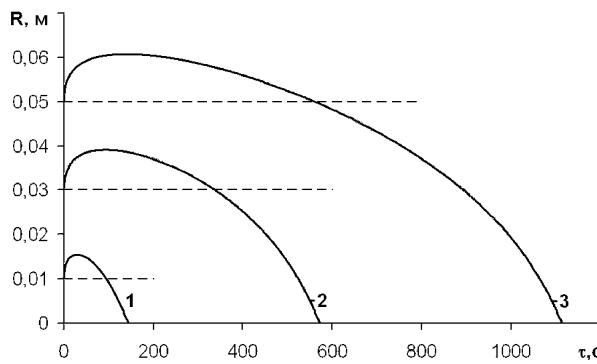


Рис.2. Изменение размера частиц исходного радиуса в процессе контакта с расплавом при коэффициенте теплоотдачи  $\alpha = 0,233 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ , температуре расплава  $t_p = 1360 \text{ }^\circ\text{C}$  и  $R_0, \text{ м}: 1 - 0,01; 2 - 0,03; 3 - 0,05$ .

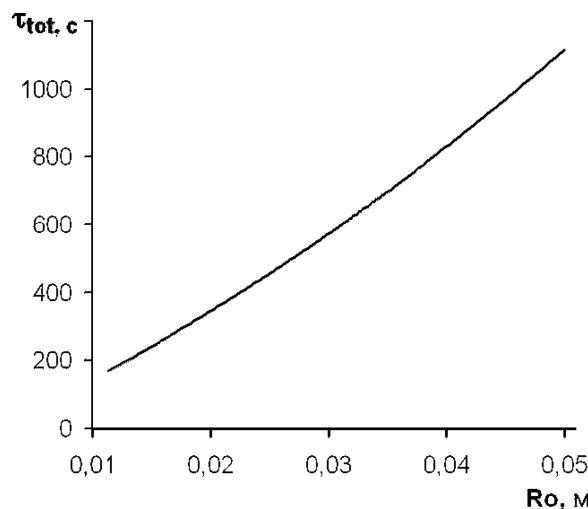


Рис.3. Зависимость полного времени плавления  $\tau_{\text{tot}}$  от исходного радиуса частиц  $R_0$  в процессе контакта с расплавом при  $\alpha = 0,233 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$  и  $t_p = 1360 \text{ }^\circ\text{C}$ .

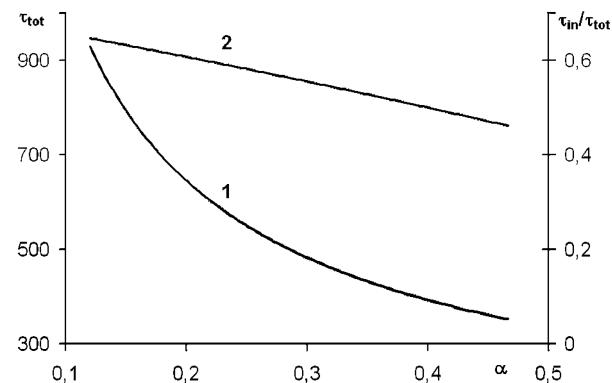


Рис.5. Зависимость общего времени плавления  $\tau_{\text{tot}}$  (1) и отношения времени полного оплавления гарнисажа  $\tau_{\text{in}}$  к общему времени плавления  $\tau_{\text{in}}/\tau_{\text{tot}}$  (2) от коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  для частицы исходного радиуса  $R_0 = 0,03 \text{ м}$  при  $t_p = 1360 \text{ }^\circ\text{C}$ .

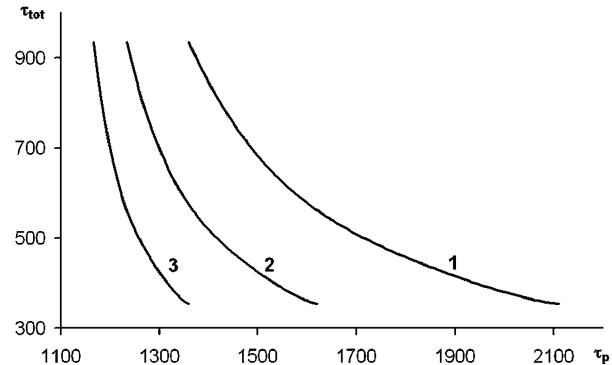


Рис.6. Зависимость полного времени плавления  $\tau_{\text{tot}}$  от температуры расплава  $t_p$  для частиц исходного радиуса  $R_0 = 0,01 \text{ м}$ :  
 1 —  $\alpha = 0,12 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ ,  $\tau_{\text{tot}} = 2,9736 \cdot 10^{-9} (t_p)^4 - 2,2417 \cdot 10^{-5} (t_p)^3 + 0,063657 (t_p)^2 - 81,091 (t_p) + 39695$ ;  
 2 —  $\alpha = 0,233 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ ,  $\tau_{\text{tot}} = 4,2265 \cdot 10^{-8} (t_p)^4 - 2,5429 \cdot 10^{-4} (t_p)^3 + 0,5748 (t_p)^2 - 579,29 (t_p) + 220330$ ;  
 3 —  $\alpha = 0,466 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ ,  $\tau_{\text{tot}} = 6,76243 \cdot 10^{-7} (t_p)^4 - 3,522065 \cdot 10^{-3} (t_p)^3 + 6,883201 (t_p)^2 - 5983,868 (t_p) + 1953393$ .

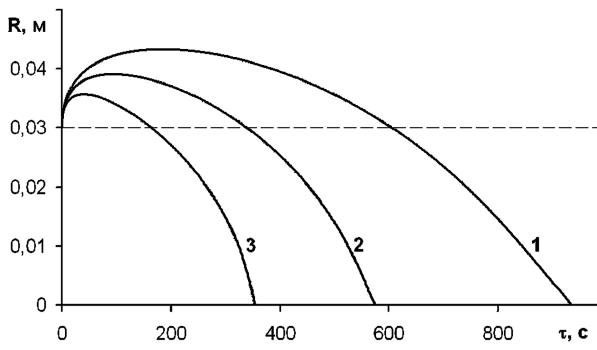


Рис.4. Изменение размера частицы исходного радиуса  $R_0 = 0,03 \text{ м}$  в процессе контакта с расплавом при  $t_p = 1360 \text{ }^\circ\text{C}$  в зависимости от  $\alpha, \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ : 1 — 0,12; 2 — 0,233; 3 — 0,466.

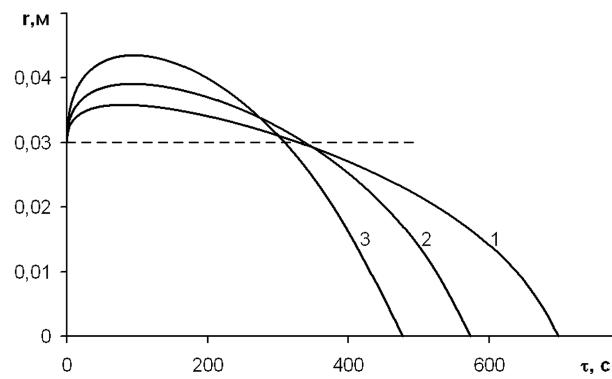


Рис.7. Изменение размера частицы исходного радиуса  $R_0 = 0,03 \text{ м}$  в процессе контакта с расплавом при  $t_p = 1360 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\alpha = 0,12 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$  в зависимости от коэффициента теплопроводности  $\lambda, \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$ : 1 — 0,120; 2 — 0,233; 3 — 0,466.

### Базовые исходные данные для расчета

№ № п / п	Показатель	Числовое значение
1	Исходный радиус частиц шихты $R_0$ , м	$0,01 \times 0,05$
2	Температура частиц на входе $t_0$ , °C	20
3	Температура плавления частиц $t_{ml}$ , °C	1100
4	Температура расплава $t_p$ , °C	1360
5	Удельный вес шихты $\rho$ , кг/м³	2800
6	Удельная теплоемкость шихты $C_p$ , кДж/(кг·°C)	1,089
7	Теплопроводность частиц $\lambda$ , Вт/(м·°C)	$1,2 \times 4,66$
8	Удельная теплота плавления шихты $\Delta H_{ml}$ , кДж/кг	100
9	Коэффициент теплоотдачи $\alpha$ , кВт/(м² · °C)	$0,12 \times 0,466$

Примечание. Материал шихты – базальт.

Полученные результаты позволяют найти зависимость от указанных параметров основного показателя эффективности – общего времени плавления частицы  $\tau_{tot}$ . Существенный интерес могут представлять дополнительные показатели процесса плавления: максимальная толщина образовавшегося гарнисажа и момент достижения этого значения, отношение суммарного времени образования и полного плавления  $\tau_{in}$  гарнисажа к общему времени плавления частицы  $\tau_{in}/\tau_{tot}$ .

Знание этих показателей в зависимости от размеров частиц, их теплофизических свойств, температурных и гидродинамических условий в плавильной печи существенно для практики с точки зрения определения нагрузки на плавильную печь для достижения максимальной эффективности процесса переработки шихты.

Результаты вычислительных экспериментов представлены на рис.2–7.

Качественно предсказуемый результат – существенный рост времени расплавления частиц с увеличением их размера – количественно представлен на рис.2, 3. Данная зависимость носит слабо выраженный нелинейный характер. В частности, для частиц с коэффициентом теплопроводности  $\lambda = 0,233$  Вт/(м·°C) и при коэффициенте теплоотдачи  $\alpha = 0,233$  кВт/(м²·°C) может быть представлена в виде

$$\tau_{tot} = 141579 R_0^2 + 15742 R_0 - 25,88.$$

При этом соотношение  $\tau_{in}/\tau_{tot}$  остается практически неизменным.

Уменьшение коэффициента теплоотдачи от расплава к частице  $\alpha$  также приводит к существенному увеличению общего времени плавления, что показано на рис.4 для частицы с ис-

ходным радиусом  $R_0 = 0,03$  м и коэффициентом теплопроводности  $\lambda = 0,233$  Вт/(м·°C).

Зависимость общего времени плавления от коэффициента теплоотдачи носит нелинейный характер и для данной частицы имеет вид:

$$\tau_{tot} = 204,03 \alpha^{-0,7156}. \quad (5)$$

При этом более существенно изменяется показатель  $\tau_{in}/\tau_{tot}$ . Данная зависимость имеет слабо нелинейный характер и может быть выражена соотношением

$$\tau_{in}/\tau_{tot} = -0,1519 \alpha^2 - 0,4469 \alpha + 0,703.$$

Характер указанных зависимостей показан на рис.5.

Полученное выражение (5) для величины  $\tau_{tot}$  одновременно позволяет найти зависимость общего времени плавления от температуры расплава при заданных условиях теплообмена – фиксированного значения коэффициента теплообмена  $\alpha$ . Данные зависимости для частицы с  $R_0 = 0,03$  м и  $\lambda = 0,233$  Вт/(м·°C) показаны на рис.6, где одновременно приведены аналитические выражения указанных зависимостей.

Существенное изменение теплопроводности материала частиц в меньшей степени влияет на время полного расплавления частиц из-за того, что при увеличении теплопроводности в начальной стадии происходит более интенсивный рост гарнисажа (рис.7), причем толщина гарнисажного слоя по отношению к исходному диаметру частиц больше для частиц меньшего размера.

### Список литературы

- Глинков М.А. Тепловая работа сталеплавильных ванн. – М. : Металлургия, 1970. – 408 с.
- Мейрманов А.М. Задача Стефана. – Новосибирск : Наука, 1986. – 239 с.
- Красношлык Н.А., Богатырев А.О. Численное решение задач с подвижными межфазными границами // Вісник Черкаського університету. Сер. Прикладна математика. Інформатика. – 2011. – Т. 194. – С. 16–31.
- Олабин В.М., Демченко В.Ф., Зельченко А.Т. Численное исследование кинетики плавления шихты в печи барботажного типа // Изв. вузов. Черн. металлургия. – 1994. – № 5. – С.18–21.
- Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М. : Наука, 1966. – 664 с.
- Кутателадзе С.С., Боришанский В.М. Справочник по теплопередаче. – М.; Л. : Госэнергоиздат, 1958. – 414 с.

**Колесник В.В.<sup>1</sup>, канд. техн. наук, Орлик В.М.<sup>2</sup>, канд. техн. наук,  
Олабін В.М.<sup>2</sup>, канд. техн. наук**

**<sup>1</sup> Київська державна академія водного транспорту, Київ  
вул. Фрунзе, 9, 04071 Київ, Україна, e-mail: kolesnyk@email.ua**

**<sup>2</sup> Інститут газу НАН України, Київ  
вул. Дегтярівська, 39, 03113 Київ, Україна, e-mail: orlyk-v@mail.ru, olabin@ukr.net**

## **Дослідження процесу плавлення частинок шихти у печі з зануреним горінням**

Розроблено математичну модель плавлення частинки шихти у високотемпературній печі з зануреним горінням суміші природного газу та повітря. Для визначення темпу нарощання на поверхні введеній у розплав частинки додаткового шару, гарнісажу, та швидкості плавлення результатуточкою частинки, що сформувалася у результаті даного процесу, використовується підхід, який гарантує дотримання у кожен момент часу балансу між кількістю тепла, що надійшло у частинку в результаті контакту з розплавом, та кількістю тепла, акумульованого частинкою поточного радіусу. Розроблено програмне забезпечення для розрахунку процесу плавлення частинок шихти різного розміру, що відрізняються своїми теплофізичними параметрами та умовами теплообміну з розплавом. Наведено аналіз результатів чисельних експериментів. Бібл. 6, рис. 7, табл. 1.

**Ключові слова:** частинка шихти, гарнісаж, плавлення, математичне моделювання.

**Kolesnyk V.V.<sup>1</sup>, Candidate of Technical Sciences, Orlyk V.M.<sup>2</sup>, Candidate of Technical Sciences, Olabin V.M.<sup>2</sup>, Candidate of Technical Sciences**

**<sup>1</sup> Kyiv State Maritime Academy, Kiev**

**9, Frunze Str., 04071 Kiev, Ukraine, e-mail: kolesnyk@email.ua**

**<sup>2</sup> The Gas Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev**

**39, Degtyariivska Str., 03113 Kiev, Ukraine, e-mail: orlyk-v@mail.ru, olabin@ukr.net**

## **Investigation of Furnace Charge Particles Melting Process in a Submersible Combustion Melter**

The mathematical model of the furnace charge particles melting in a high-temperature melter with submersible burning of mix natural gas and air is developed. For finding rate of additional layer formation on a surface of initial particle – wall accretion and melting rate of the resultant particle formed owing to this process is used the approach guaranteeing maintenance in each timepoint balance between the amount of heat which came into a particle as a result of contact with a melt, and the amount of heat accumulated by a particle of the current radius. The software is elaborated for the calculation of the furnace charge melting process for particles of different sizes and diverging in their thermophysical properties and the heat exchange conditions with the melt. Analysis of the numerical experiment results is presented. Bibl. 6, Fig. 7, Table 1.

**Key words:** furnace charge particle, wall accretion, melting, mathematical modelling.

### **References**

1. Glinkov M.A. [Thermal work of steel-smelting bathes]. Moscow : Metallurgy, 1970, 408 p. (Rus.)
2. Meyrmanov A.M. [Stefan problem]. Novosibirsk : Nauka, 1986, 239 p. (Rus.)
3. Krasnoshlyk N.A., Bogatyrev S.A. Numerical solution of problems with moving interphase boundaries. *Visnyk Cherkaskogo universytetu. Prykladna matematyka. Informatyka*, 2011, 194, pp. 16–31. (Rus.)

4. Olabin V.M., Demchenko V.F., Zelchenko A.T. [Numerical study of the charge melting kinetics in a furnace-type bubble]. *Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya*, 1994, (5), pp.18–21. (Rus.)
5. Demidovich B.P., Maron I.A. [Basics of computational mathematics]. Moscow : Nauka, 1966, 664 p. (Rus.)
6. Kutateladze S.S., Borishanskii V.M. [Handbook of heat transfer]. Leningrad; Moscow : Gosenergoizdat, 1958, 414 p. (Rus.)

Received May 21, 2015