

РОЗСІЮВАННЯ АКУСТИЧНОЇ ХВИЛІ ПОРОЮ

В.П. Нагорний, І.І. Денисюк

*Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, вул. Б. Хмельницького, 63Г, Київ 01054, Україна,
e-mail: vgv_nagorny@ukr.net*

З метою інтенсифікації видобутку вуглеводнів застосовують акустичні методи дії на нафтогазоносні пласти. Структурним елементом пластів є пори, заповнені флюїдом. Для виявлення нових можливостей впливу на пласти нафти і газу досліджено розсіювання акустичних хвиль, яке виникає за взаємодії падаючої хвилі тиску з порами. Розглянуто задачу поширення плоскої акустичної хвилі в середовищі зі сферичною порою. Середовище характеризується густиною і швидкістю поширення поздовжніх хвиль. Пору заповнена флюїдом або повітрям. За наявності пори в процесі взаємодії падаючої хвилі тиску і пори в середовищі виникає розсіяна хвиля. Хвильове поле задовольняє граничні умови спряження хвильових полів навколо і всередині пори. Задачу розв'язано у сферичних координатах. У процесі розв'язання задачі використано широко відомі поліноми Лежандра, сферичні функції Бесселя і сферичні функції Ханкеля. Як приклад середовища розглянуто пісковик, в якому є пори, заповнені флюїдом або повітрям. Установлено залежності нормованої амплітуди хвиль тиску навколо сферичних пор різних радіусів у напрямках ($\theta = 0^\circ$) і ($\theta = 180^\circ$). Вигляд графіків свідчить про резонансний характер взаємодії падаючої хвилі та пори. Розсіяна хвиля виникає за умови, якщо розміри пори та довжина падаючої хвилі сумірні. Такі пори проявляють властивості резонансної дії. Виявлено, що наявність резонансної структури у вигляді пор у середовищі пласта впливає на підвищення амплітуди тиску падаючої на пору хвилі і приводить до підвищення рівня акустичного поля навколо неї. Отримані результати можуть бути використані в процесі розробки нових методів акустичної дії на нафтогазоносні пласти з метою підвищення дебіту видобувних свердловин.

Ключові слова: амплітуда, пісковик, пласт, пора, розсіювання, середовище, тиск, флюїд, хвиля.

Вступ. У практиці проведення робіт з метою інтенсифікації видобутку вуглеводнів широко застосовують акустичні методи дії на продуктивні нафтогазоносні пласти [2–4, 7–9]. В основу цих методів покладено процеси взаємодії гармонічних хвиль різного частотного наповнення із геосередовищем нафтогазоносного пласта та його структурними елементами. Одним із структурних елементів є пори, заповнені флюїдом, газом або їх сумішшю. Під час поширення акустичної хвилі в геосередовищі з порами виникає ефект розсіювання (дифракції) хвиль. Дослідженню розсіювання акустичних хвиль порами присвячені роботи [5, 6, 10]. Проте одержані в них розв'язки є громіздкими, і на практиці їх використати досить складно через трудомісткість розрахунків.

Постановка задачі. Розглянемо нормальне падіння плоскої акустичної хвилі тиску на пору. Очевидно, що інтенсивність розсіяного поля порою залежить від розмірів пори та параметрів її заповнювача. Геосередовище, в якому є пори, приймаємо з параметрами ρ і c (відповідно густина середовища і швидкість поширення поздовжніх хвиль у ньому). В середовищі розміщена сферична пора радіусом $r_n = a$ (рис. 1). Пору наповнена флюїдом або газом чи їх сумішшю з параметрами ρ_1 і c_1 . Розглянемо задачу поширення плоскої акустичної хвилі в геосередовищі з порою. За на-

явності пори з'являється розсіяна хвиля. Повне поле, яке утворено суперпозицією падаючої плоскої і розсіяної хвилі, має задовольняти граничні умови на поверхні сферичної пори.

Результати. Задачу розв'язуємо в сферичних координатах (r, θ, ψ) . Не обмежуючи загального розв'язку, можна вважати, що плоска хвиля з амплітудою p_0 поширюється вздовж додатного напрямку осі OX . У такому випадку поле розсіяної хвилі не залежить від кута ψ , що дає змогу визначити амплітуду розсіяного поля у вигляді [6]

$$p_s = -\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^n C_n h_n^{(1)}(kr) P_n(\theta),$$

де $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця; C_n – невідомі коефіцієнти, які визначають з граничних умов задачі; $h_n^{(1)}(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(kr)$ – сферичні функції Ханкеля першого роду; $k = \frac{\omega}{c}$ – хвильове число; ω – частота падаючої хвилі; $P_n(\theta)$ – поліноми Лежандра.

Амплітуду тиску падаючої хвилі запишемо у вигляді [6]

$$p_0 = \exp(ikr \cos \theta). \quad (1)$$

Вираз (1) перепишемо так [6]:

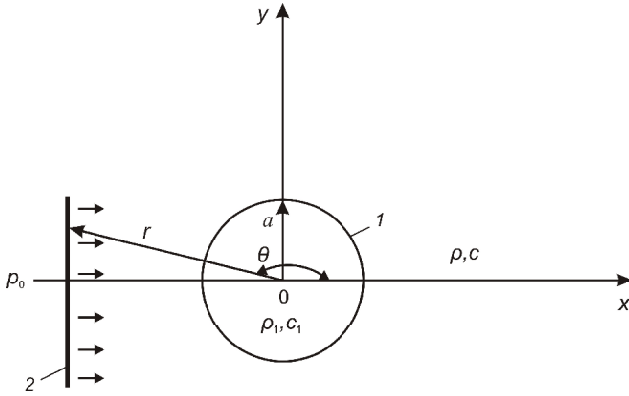


Рис. 1. Схема до розрахунку взаємодії акустичної хвилі та пори: 1 – пори; 2 – фронт плоскої хвилі, що падає на пору
 Fig. 1. The scheme for calculating the interaction of an acoustic wave and the pore: 1 – the pore, 2 – the front of a plane wave falling on the pore

$$p_0 = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^n j_n(kr) P_n(\theta),$$

де $j_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} I_{n+\frac{1}{2}}(kr)$ – сферичні функції Бесселя.

Отже, повне акустичне поле навколо пори визначимо у такий спосіб:

$$p = p_0 + p_s = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^n [j_n(kr) - C_n h_n^{(1)}(kr)] P_n(\theta). \quad (2)$$

У цьому випадку акустична хвиля проникає і всередину сферичної пори. Поле всередині пори запишемо у вигляді [6]

$$p_1 = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) i^n D_n j_n(k_1 r) P_n(\theta), \quad (3)$$

де D_n – невідомі коефіцієнти; $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$.

На поверхні сферичної пори $r = a$ мають виконуватись граничні умови спряження акустичних полів навколо і всередині пори:

$$p_0 + p_s = p_1; \quad (4)$$

$$\frac{1}{i\omega\rho} = \left(\frac{\partial p_0}{\partial r} + \frac{\partial p_s}{\partial r} \right) = \frac{1}{i\omega\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial r}.$$

Підставивши (2) і (3) у систему рівнянь (4), отримаємо рівності

$$j_n(ka) - C_n h_n^{(1)}(ka) = D_n j_n(k_1 a), \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad (5)$$

$$\frac{1}{\rho c} = \left[j_n'(ka) - C_n h_n^{(1)'}(ka) \right] = \frac{1}{\rho_1 c_1} D_n j_n'(k_1 a), \quad (6)$$

де $j_n'(ka)$, $j_n'(k_1 a)$, $h_n^{(1)'}(ka)$ – похідні функцій $j_n(kr)$, $j_n(k_1 r)$, $h_n^{(1)}(kr)$ при $r = a$ відповідно.

Поділивши вираз (5) на вираз (6), отримаємо

$$\frac{j_n(ka) - C_n h_n^{(1)}(ka)}{j_n'(ka) - C_n h_n^{(1)'}(ka)} = \frac{\rho_1 c_1 j_n(k_1 a)}{\rho c j_n'(k_1 a)}. \quad (7)$$

Із співвідношення (7) визначимо коефіцієнти C_n :

$$C_n = \frac{1 - \frac{\rho_1 c_1 j_n(k_1 a) j_n'(ka)}{\rho c j_n'(k_1 a) j_n(ka)}}{1 - \frac{\rho_1 c_1 j_n(k_1 a) h_n^{(1)'}(ka)}{\rho c j_n'(k_1 a) h_n^{(1)}(ka)}}. \quad (8)$$

Коефіцієнти D_n знаходимо із рівняння (5)

$$D_n = \frac{j_n(ka)}{j_n(k_1 a)} - C_n \frac{h_n^{(1)}(ka)}{h_n(k_1 a)}. \quad (9)$$

Отже, розв'язки (2), (3), (8) і (9) дають змогу обчислити акустичне поле хвиль тиску навколо і всередині сферичної пори.

В разі знаходження акустичних полів падаючої та розсіяної хвиль враховуємо, що поліноми Лежандра дорівнюють [1]

$$p_0(\theta) = 1; \quad p_1(\theta) = \cos\theta; \quad p_2(\theta) = \frac{1}{4}(3\cos 2\theta + 1).$$

Сферичні функції Бесселя та їх похідні можна записати через тригонометричні функції [1]:

$$j_0(kr) = \frac{\sin kr}{kr}; \quad j_1(kr) = \frac{\sin kr}{(kr)^2} - \frac{\cos kr}{kr};$$

$$j_2(kr) = \left[\frac{3}{(kr)^3} - \frac{1}{kr} \right] \sin kr - \frac{3}{(kr)^2} \cos kr;$$

$$j_3(kr) = \left[\frac{15}{(kr)^4} - \frac{6}{(kr)^2} \right] \sin kr + \left[\frac{1}{kr} - \frac{15}{(kr)^3} \right] \cos kr;$$

$$j_0'(kr) = \frac{\cos kr}{kr} - \frac{\sin kr}{(kr)^2};$$

$$j_1'(kr) = \frac{2\cos kr}{(kr)^2} + \left(\frac{1}{kr} - \frac{2}{(kr)^3} \right) \sin kr;$$

$$j_2'(kr) = \left[\frac{9}{(kr)^3} - \frac{1}{kr} \right] \cos kr + \left[\frac{4}{(kr)^2} - \frac{9}{(kr)^4} \right] \sin kr.$$

Сферичні функції Ханкеля та їх похідні визначимо за формулами [1]:

$$h_0^{(1)}(kr) = -\frac{i e^{ikr}}{kr}; \quad h_1^{(1)}(kr) = -e^{ikr} \left[\frac{i}{kr} + \frac{i}{(kr)^2} \right];$$

$$h_2^{(1)}(kr) = e^{ikr} \left\{ -\frac{3}{(kr)^2} + i \left[\frac{1}{kr} - \frac{3}{(kr)^3} \right] \right\};$$

$$h_3^{(1)}(kr) = e^{ikr} \left\{ \left[\frac{1}{kr} - \frac{15}{(kr)^3} \right] + i \left[\frac{6}{(kr)^2} - \frac{15}{(kr)^4} \right] \right\};$$

$$h_0^{(1)'}(kr) = e^{ikr} \left[\frac{1}{kr} + \frac{i}{(kr)^2} \right];$$

$$h_1^{(1)'}(kr) = e^{ikr} \left\{ \frac{2}{(kr)^2} + i \left[\frac{2}{(kr)^3} - \frac{1}{kr} \right] \right\};$$

$$h_2^{(1)'}(kr) = e^{ikr} \left\{ \left[\frac{9}{(kr)^3} - \frac{1}{kr} \right] + i \left[\frac{9}{(kr)^4} - \frac{4}{(kr)^2} \right] \right\}.$$

Розглянемо приклади. Вихідні параметри, які характеризують геосередовище, що оточує пору, і середовище всередині пори, наведено у таблиці.

На рис. 2–3 представлено графіки нормованих амплітуд тиску $\frac{|p|}{|p_0|}$ сумарного хвильового поля (суперпозиції падаючої та розсіяної хвиль), яке створюється в процесі взаємодії падаючої хвилі тиску і пор різних радіусів, заповнених флюїдом і повітрям.

Вихідні параметри до розрахунків взаємодії акустичної хвилі з порою
Output parameters for calculation the interaction of an acoustic wave with the pore

Параметри пісковику		Параметри заповнювача пори			r_n , м	ω , кГц	Довжина падаючої хвилі λ , м	Хвильові числа		Відношення r_n/λ
ρ , кг/м ³	c , м/с	Заповнювач	ρ_1 , кг/м ³	c_1 , м/с				$k = \frac{\omega}{c}$	$k_1 = \frac{\omega}{c_1}$	
2400	3600	Флюїд	900	1237,5	$4,4 \cdot 10^{-4}$	$45 \cdot 10^3$	$5,02 \cdot 10^{-4}$	12502,5	363,63	0,876
2400	3600	"	900	1200,0	$5 \cdot 10^{-4}$	$0,4 \cdot 10^3$	$6,75 \cdot 10^{-2}$	100,0	300,0	$7,41 \cdot 10^{-3}$
2400	3300	Повітря	1,3	330,0	$5 \cdot 10^{-2}$	$0,3 \cdot 10^3$	$6,28 \cdot 10^{-2}$	100,0	10^3	0,796

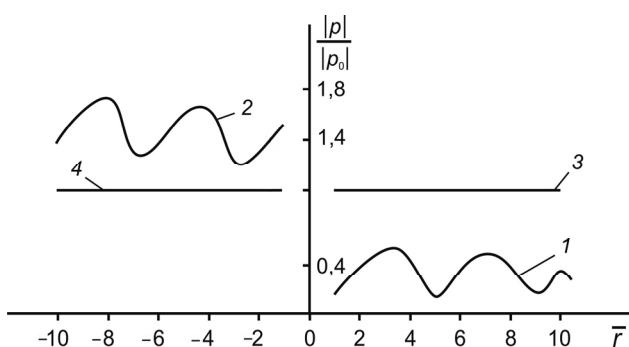


Рис. 2. Нормовані амплітуди тиску $\frac{|p|}{|p_0|}$ залежно від безрозмірної відстані \bar{r} для пор, заповнених флюїдом: 1 – $\theta = 0^\circ$; 2 – $\theta = 180^\circ$, $r_n = 4,4 \cdot 10^{-4}$ м, $r_n/\lambda = 0,876$; 3 – $\theta = 0^\circ$; 4 – $\theta = 180^\circ$, $r_n = 5,0 \cdot 10^{-4}$ м, $r_n/\lambda = 7,41 \cdot 10^{-3}$

Fig. 2. Normalized pressure amplitudes $\frac{|p|}{|p_0|}$ in dependence of the normalized distance \bar{r} for the pores filled with fluid: 1 – $\theta = 0^\circ$; 2 – $\theta = 180^\circ$, $r_n = 4,4 \cdot 10^{-4}$ m, $r_n/\lambda = 0,876$; 3 – $\theta = 0^\circ$; 4 – $\theta = 180^\circ$, $r_n = 5,0 \cdot 10^{-4}$ m, $r_n/\lambda = 7,41 \cdot 10^{-3}$

Графіки ілюструють розподіл амплітуд тиску $\frac{|p|}{|p_0|}$ уздовж найхарактерніших (з точки зору величини амплітуд) променів $\theta = 180^\circ$ ($\bar{r} = \bar{r} < 0$) і $\theta = 0^\circ$ ($\bar{r} > 0$). На рис. 2 видно, що за взаємодії падаючої акустичної хвилі з амплітудою p_0 із сферичною порою радіусом $r_n = 4,4 \cdot 10^{-4}$ м при $r_n/\lambda = 0,876$ генерується акустичне поле, нормована амплітуда якого описується кривими 1 ($\theta = 0^\circ$) та 2 ($\theta = 180^\circ$). Ці криві мають явно виражені максимуми, що свідчить про резонансний характер взаємодії падаючої хвилі та пори, заповненої флюїдом.

Криві 3, 4 рис. 2 свідчать, що поря радіусом $r_n = 5,0 \cdot 10^{-4}$ м не реагує на падаючу хвилю при співвідношенні $r_n/\lambda = 7,41 \cdot 10^{-3}$ ($\frac{|p|}{|p_0|} \ll 1$).

Нормовані амплітуди тиску $\frac{|p|}{|p_0|}$ навколо сферичної пори радіусом $r_n = 5 \cdot 10^{-2}$ м, заповненої повітрям, при $r_n/\lambda = 0,796$ показано на рис. 3.

Висновки. Взаємодія падаючих хвиль з порами різних розмірів у геофізичному середовищі

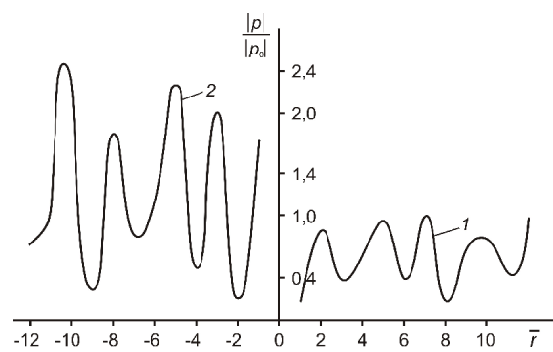


Рис. 3. Нормовані амплітуди тиску $\frac{|p|}{|p_0|}$ залежно від безрозмірної відстані \bar{r} для пори $r_n = 5 \cdot 10^{-2}$ м, заповненої повітрям: 1 – $\theta = 0^\circ$; 2 – $\theta = 180^\circ$

Fig. 3. Normalized pressure amplitudes $\frac{|p|}{|p_0|}$ in dependence of the normalized distance \bar{r} for the pore $r_n = 5 \cdot 10^{-2}$ m filled with air: 1 – $\theta = 0^\circ$; 2 – $\theta = 180^\circ$

спричинює появу розсіяних акустичних хвильових полів. Розсіяна хвиля виникає за умови сумірності розмірів пори та довжини падаючої хвилі. Такі пори проявляють властивості резонансної дії. Встановлено, що наявність резонансної структури у вигляді пор у геосередовищі приводить до підвищення рівня акустичного поля. Отримані результати можуть бути використані в процесі розробки перспективних методів акустичної дії на нафтогазоносні пласти з метою підвищення дебіту видобувних свердловин.

1. *Абрамовиц М.* Справочник по специальным функциям / М. Абрамовиц, И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
2. *Афанасенков М.И.* Опыт и перспективы промышленного использования акустического воздействия в различных скважинах / М.И. Афанасенков, Ю.Ф. Жуйков, А.В. Ахияров // Нефтяное хозяйство. – 1999. – № 12. – С. 16–19.
3. *Волновая обработка коллекторов нефти и газа / В.С. Войтенко, В.Н. Иовец, А.М. Киреев, Ю.В. Семенов.* – Минск: Юнипак, 2005. – 252 с.
4. *Горбачев Ю.И.* Физико-химические основы ультразвуковой очистки призабойной зоны нефтяных скважин /

- Ю.И. Горбачев // Геоинформатика. – 1998. – № 3. – С. 62–65.
5. *Горовенко А.П.* Розсіювання хвилі тиску сферичною порою в пружному геосередовищі / А.П. Горовенко. – К., 2009. – 26 с. (Препринт / НАН України; Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна. Відділення геодинаміки вибуху).
6. *Грінченко В.Т.* Основи акустики / В.Т. Грінченко, І.В. Вовк, В.Т. Мацапура. – К.: Наук. думка, 2007. – 640 с.
7. *Нагорний В.П.* Імпульсно-хвильове оброблення нафтогазоносних пластів / В.П. Нагорний, І.І. Денисюк. – К.: Інтерсервіс, 2015. – 199 с.
8. *Орентлихерман Э.* Технология акустической реабилитации скважин и пластов для решения задач повышения нефтеотдачи / Э. Орентлихерман, Д. Воронин, А. Исаков и др. // Нефть и газ. – 2002. – № 5. – С. 51–55.
9. *Свалов А.М.* О механизме волнового воздействия на продуктивные пласты / А.М. Свалов // Нефтяное хозяйство. – 1996. – № 7. – С. 27–29.
10. *Сивухин Д.В.* Дифракция плоской звуковой волны на сферической полости / Д.В. Сивухин // Акустический журнал. – 1955. – Т. 1, № 1. – С. 78–88.

Надійшла до редакції 19.01.2016 р.

РАССЕИВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ПОРОЙ

В.П. Нагорный, И.И. Денисюк

Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, ул. Б. Хмельницкого, 63Г, Киев 01054, Украина, e-mail: vgv_nagorny@ukr.net

С целью интенсификации добычи углеводородов применяют акустические методы воздействия на нефтегазоносные пласты. Структурным элементом пластов являются поры, заполненные флюидом. Для выявления новых возможностей воздействия на пласты нефти и газа исследовано рассеивание акустических волн, возникающее в процессе взаимодействия падающей волны давления с порами. Рассмотрена задача распространения плоской акустической волны в среде со сферической порой. Среда характеризуется плотностью и скоростью распространения продольных волн. Пора заполнена флюидом или воздухом. При наличии поры в процессе взаимодействия падающей волны давления и поры в среде возникает рассеянная волна. Волновое поле удовлетворяет граничным условиям сопряжения волновых полей вокруг и внутри поры. Задача решена в сферических координатах. В процессе решения задачи использованы широко известные полиномы Лежандра, сферические функции Бесселя и сферические функции Ханкеля. В качестве примера среды рассмотрен песчаник, в котором есть поры, заполненные флюидом или воздухом. Установлены зависимости нормированной амплитуды волн давления вокруг сферических пор различных радиусов в направлениях ($\theta = 0^\circ$) и ($\theta = 180^\circ$). Вид графиков свидетельствует о резонансном характере взаимодействия падающей волны и поры. Рассеянная волна возникает при условии, когда размеры поры и длина падающей волны соизмеримы. Такие поры проявляют свойства резонансного действия. Установлено, что наличие резонансной структуры в виде пор в среде пласта влияет на повышение амплитуды давления падающей на пору волны и приводит к повышению уровня акустического поля вокруг нее. Полученные результаты могут быть использованы при разработке новых методов акустического воздействия на нефтегазоносные пласты с целью повышения дебита добывающих скважин.

Ключевые слова: амплитуда, волна, давление, песчаник, пласт, пора, рассеивание, среда, флюид.

DISPERSION OF ACOUSTIC WAVE BY PORES

V.P. Nagorniy, I.I. Denisjuk

Institute of Geophysics, NAS of Ukraine, 63G B. Khmelnytsky Str., Kyiv 01054, Ukraine, e-mail: vgv_nagorny@ukr.net

Purpose. In order to intensify hydrocarbons recovery acoustic methods are used to impact oil and gas layers. Structural elements of the layers are pores filled with fluid. The purpose of the study is to reveal new possibilities to impact oil and

gas layers by analyzing dispersion of acoustic waves, which appears during interaction of an incident pressure wave with pores.

Design/methodology/approach. We considered a flat acoustic wave propagation problem in a medium with spherical pore. A medium is characterized by density and velocity of longitudinal waves. A pore is filled with fluid or air. In the presence of pore during interaction of an incident pressure wave with pore, a dispersed wave appears in the medium. The wave field satisfies the boundary conditions of the wave field conjugation around and inside the pore. The problem has been solved in spherical coordinates. During the process of finding the solution of the problem we used the well-known Legendre polynomials, spherical Bessel functions, and spherical Hankel functions.

Findings. Sandstone was taken as an example of a medium with pores filled with fluid or air. We have discovered dependences of normalized amplitude of pressure waves around spherical pores of different radii in the directions of $\theta = 0^\circ$ and $\theta = 180^\circ$. The character of the graphs indicates the resonance nature of an interaction of incident wave and pore. A dispersed wave appears when the size of a pore and the wavelength of an incident wave are commensurable. Such pores display the properties of a resonance action.

Practical value/implications. It has been found that the presence of a resonance structure as pores in the medium of a layer increases the amplitude of pressure of an incident wave and raises the pressure amplitude of a pore incident wave, which results in the rise of the acoustic field level around it. The results obtained may be used in the process of developing new methods of acoustic action on oil and gas layers in order to yield gas growth in producing wells.

Keywords: amplitude, dissipation, fluid, geophysical medium, layer, pore, pressure, sandstone, wave.

References:

1. Abramovits M., Stigan I. Spravochnik po spetsial'nym funktsiyam. Moskva, Nauka, 1979, 832 p. (in Russian).
2. Afanasenkov M.I., Zhuykov Yu.F., Akhiyarov A.V. Opyt i perspektivy promyshlennogo ispol'zovaniya akusticheskogo vozdeystviya v razlichnykh skvazhinakh. *Neftyanoe khozyaystvo*, 1999, no. 12, pp. 16-19 (in Russian).
3. Vojtenko V.S., Iovec V.N., Kireev A.M., Semenov Ju.V. Volnovaja obrabotka kollektorov nefiti i gaza. Minsk, Yunipak, 2005, 252 p. (in Russian).
4. Gorbachev Yu.I. Fiziko-khimicheskie osnovy ul'trazvukovoy ochistki prizaboynoy zony neftyanykh skvazhin. *Geoinformatika (RUS)*, 1998, no. 3, pp. 62-65 (in Russian).
5. Gorovenko A.P. Rozsijuvannja hvyli tysku sferychnoju poroju v pruzhnomu geoseredovyshhi. Kyiv, 2009, 26 p. (in Ukrainian).
6. Grinchenko V.T., Vovk I.V., Matsapura V.T. Osnovy akustyky. Kyiv, Naukova Dumka, 2007, 640 p. (in Ukrainian).
7. Nagornyj V.P., Denysjuk I.I. Impulsno-khvylove obroblennia naftohazonosnykh plastiv. Kyiv, Interservis, 2015, 199 p. (in Ukrainian).
8. Orentliherman Je., Voronin D., Ishakov A., Gorbachev Yu. Tehnologija akusticheskoy rehabilitacii skvazhin i plastov dlja reshenija zadach povyshenija nefteotdachi. *Neft' i gaz*, 2002, no. 5, pp. 51-55 (in Russian).
9. Svalov A.M. O mehanizme volnovogo vozdeystviya na produktivnye plasty. *Neftyanoe khozyaystvo*, 1996, no. 7, pp. 27-29 (in Russian).
10. Sivukhin D.V. Difraktsiya ploskoy zvukovoy volny na sfericheskoy polosti. *Akusticheskij zhurnal*, 1955, vol. 1, no. 1, pp. 78-88 (in Russian).

Received 19/01/2016