

УДК 622.831; 537.86

А.К. Кириллов

СИНХРОНИЗАЦИЯ И ЗАХВАТ ЧАСТОТ В ЗАДАЧЕ О ВНЕШНЕМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ФИЗИЧЕСКУЮ СИСТЕМУ

ИФГП НАН Украины

Проведено моделювання синхронізації власних коливань молекули метану, зв'язаної з вугільною речовиною, із зовнішню дією в умовах, близьких до резонансних. Внаслідок з'явилася можливість забезпечити додатковий вихід метану при дегазації вугільного пласта. Такий підхід має широку сферу застосування задля фізичних систем, які зустрічаються у природі та техніці.

Ключові слова: класичний осцилятор, резонанс, синхронізація, вихід метану

A.K. Kirillov

SYNCHRONIZATION AND CAPTURE OF FREQUENCIES IN THE PROBLEM OF EXTERNAL ACTION ON THE PHYSICAL SYSTEM

Simulation of synchronization of auto-oscillations of methane molecule bounded with coal substance with an external input in situation close to resonance has been carried out. As a result, a possibility arose to provide an additional extraction of methane from coal seam during degassing. The proposed approach has a wide area of application in physical systems occurring in nature and technology.

Keywords: classic oscillator, resonance, synchronization, methane extraction

Актуальной является проблема ускорения процесса переноса примесных атомов или молекул, внедренных в квазипериодическую структуру матрицы неоднородных твердых тел. Примером такой организации структуры в масштабах 0.2–3 нм может быть каменный уголь, в котором молекулярная сетка состоит из ароматических фрагментов, связанных алифатическими или алициклическими звеньями. Молекулы метана занимают положение внутри такой структуры и способны изменять его при ряде физических воздействий. Высокочастотное электромагнитное воздействие может активировать процесс десорбции метана.

Открытие электромагнитных предвестников землетрясений [1,2] привлекло большое внимание к проблеме связи электромагнитного излучения горных пород и их деформации. В основе источников такого излучения рассматривается механоэлектрический эффект [3], связанный с электризацией

структурных элементов среды, или электризация трещин [4, 5] при разрушении породы в условиях больших механических напряжений. До настоящего времени недостаточно внимания уделяется электромагнитным факторам в связи с другой актуальной проблемой управления горным массивом – разгрузкой угольного пласта в результате дегазации поровой структуры угля и извлечения метана из сопутствующих пород [6].

Ранее теоретически и экспериментально [7] была обоснована возможность применения высокочастотного электромагнитного излучения для ускорения процесса дегазации угля, что позволяет воздействовать непосредственно на метан, сорбированный в микропористой структуре угольного вещества. В отличие от предыдущих исследований показано, что выход метана из насыщенных газом образцов угля ускоряется при размещении образца в электромагнитном поле высокочастотных колебаний с частотой несколько десятков мегагерц.

Решение задачи о воздействии внешней силы на молекулу метана, внедренную в межслоевые промежутки кристаллитов, также возможно в рамках теории действия малых внешних периодических сил на автоколебательные системы томсоновского типа. В более общем виде такая задача решается для системы уравнений Ван-дер-Поля [8,9].

Уравнение Ван-дер-Поля имеет вид [8]:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \mu a (1 - vx^2) \dot{x}, \quad (1)$$

где ω , a , v и μ – положительные постоянные. При малых μ имеет место автоколебательный режим. При больших μ колебания являются затухающими (релаксационными). Случаю $x = 0$ соответствует неустойчивое положение. При больших x уравнение описывает затухающие колебания. При этом $\mu a (1 - vx^2)$ отрицательно.

Предельному циклу соответствует единственное периодическое решение, характеризуемое некоторым промежуточным значением x :

$$x = (2 / \sqrt{v}) \cos \tau + O(\mu). \quad (2)$$

В общем виде задача о синхронизации осцилляторов Ван-дер-Поля с близкими частотами автоколебаний сводится к исследованию периодических решений автономной системы квазилинейных дифференциальных уравнений [8]:

$$\ddot{x}_s + \omega_s^2 x_s = \mu \Phi_s (\dot{x}_s, x_s; \ddot{x}_1, \dots, \ddot{x}_k) \quad (s = 1, 2, \dots, k), \quad (3)$$

где

$$\Phi_s = a_s (1 - x_s^2) \dot{x}_s + \chi_s \omega_s^2 x_s + \sum_{j=1}^k b_{sj} \ddot{x}_j; \quad (4)$$

ω , a_s , χ_s и b_{sj} – постоянные, $\mu > 0$ – малый параметр. В такой системе может возникать синхронизация с частотой ω или с соизмеримыми частотами ωn_j (n_j – целые положительные числа).

Для двух слабо связанных генераторов Ван-дер-Поля имеем два уравнения:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 &= a_1 \omega (1 - v_1 x_1^2) \dot{x}_1 + (b_{12}^{(2)} \ddot{x}_2 + b_{12}^{(1)} \omega \dot{x}_2 + b_{12}^{(0)} \omega^2 x_2), \\ \ddot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 &= a_2 \omega (1 - v_2 x_2^2) \dot{x}_2 + (b_{21}^{(2)} \ddot{x}_1 + b_{21}^{(1)} \omega \dot{x}_1 + b_{21}^{(0)} \omega^2 x_1). \end{aligned} \quad (5)$$

Смысл коэффициентов b_{sj} следующий: $b_{sj}^{(2)}$ соответствует индуктивной связи, $b_{sj}^{(1)}$ – связи через омическое сопротивление, $b_{sj}^{(0)}$ – емкостная связь. Величины ω_s имеют смысл частот малых свободных колебаний (парциальные частоты). Они почти близки друг к другу, т.е. $\omega_s^2 = \omega^2 (1 - \mu \chi_s)$, $\chi_s \ll 1$.

Напомним, что под генераторами томсоновского типа понимают квазилинейные генераторы Ван-дер-Поля, работающие в автоколебательном гармоническом режиме. Эта задача имеет обобщение на случай негармонических воздействий внешней силы.

Более простой вариант предложен в [9], где решена задача о захватывании частоты при малой амплитуде внешней силы. Рассмотрен ламповый генератор синусоидальных колебаний, где в цепи сетки действует ЭДС с частотой p , близкой к частоте свободных автоколебаний ω_0 . Тогда уравнение колебаний напряжения на конденсаторе x в контуре генератора будет иметь вид

$$\ddot{x} - 2\delta_0(x)\dot{x} + \omega_0^2 x = E\omega_0^2 \cos pt. \quad (6)$$

Фактически эта задача является классической задачей о вынужденных колебаниях системы. Малость внешнего воздействия задается параметром μ , который определяет область захвата частоты от режима биений. Согласно [9]

$$\mu = E\omega_0 / 2A_0 = |p - \omega_0|. \quad (7)$$

Здесь A_0 – амплитуда свободных колебаний при равенстве нулю правой части уравнения (6). Захват частот происходит, если

$$|p - \omega_0| < E\omega_0 / 2A_0. \quad (8)$$

В этом случае реализуется явление резонанса и, как следствие, раскачка колебаний системы. При этом облегчается поступление энергии от внешней силы.

Из неравенства (8) следует, что переход системы в режим захвата частот может быть реализован, если амплитуда внешней силы E будет возрастать

при сохранении разности частот. При этом частота колебаний внешней силы может оставаться неизменной. С другой стороны, при малой амплитуде внешней силы возрастают требования близости ее частоты колебаний p к собственной частоте колебаний системы ω_0 . Время установления режима захватывания определяется величиной

$$\tau = \left(\sqrt{\left(\frac{E\omega_0}{2A_0} \right)^2 - (p - \omega_0)^2} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Возможность решения уравнения (6) в квазигармоническом варианте, допускающего разложение по малому параметру $\mu \ll 1$, определяется также коэффициентом затухания колебаний δ . Это условие выражается двумя неравенствами [9]:

$$\frac{E}{A_0} \ll \frac{\delta}{\omega_0} \text{ и } \frac{E}{A_0} \gg \left(\frac{\delta}{\omega_0} \right)^2. \quad (10)$$

Поэтому должно существовать вполне определенное соотношение между этими величинами, реализующее режим синхронизации.

Если условие (8) не выполняется, то наблюдается режим биений, период которых задается равенством

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{(p - \omega_0)^2 - (E\omega_0 / 2A_0)^2}}. \quad (11)$$

Для решения уравнения (6) мы применили метод Рунге–Кутты 4-го порядка. Коэффициенты уравнения были нормированы так, что $\omega_0 = 1$. Рассматривали варианты при различных значениях отношения $E\omega^2/A_0$. Величину $\delta(x)$ полагали постоянной.

Рассмотрим сначала случай реализации режима биений. Пусть $p/\omega_0 = 0,875$ и $|p - \omega_0| = 0,125$. Тогда должны наблюдаться биения с периодом $T = 62,2$ согласно (11). Из решения однородного уравнения (6) при начальных условиях $x(0) = 0$, $x'(0) = 0,1$ была найдена амплитуда свободных колебаний $A_0 = 0,18$. Неоднородное уравнение при тех же начальных условиях дало решение, представленное на рис. 1,а. Параметр $\mu = 110$ согласно (7).

Спектр мощности колебаний этого решения имеет вид, показанный на рис. 1,б. Видно, что синхронизация колебаний не реализуется и квадрат амплитуды колебаний осциллятора достигает величины $A^2 = 40$, в то время как мощность колебаний внешней силы равна ≈ 30 .

Фазовый портрет решения указывает на наличие аттрактора (рис. 1,в). Однако в этом случае не реализуется первое из неравенств (10), так как $E/A_0 \gg \delta$.

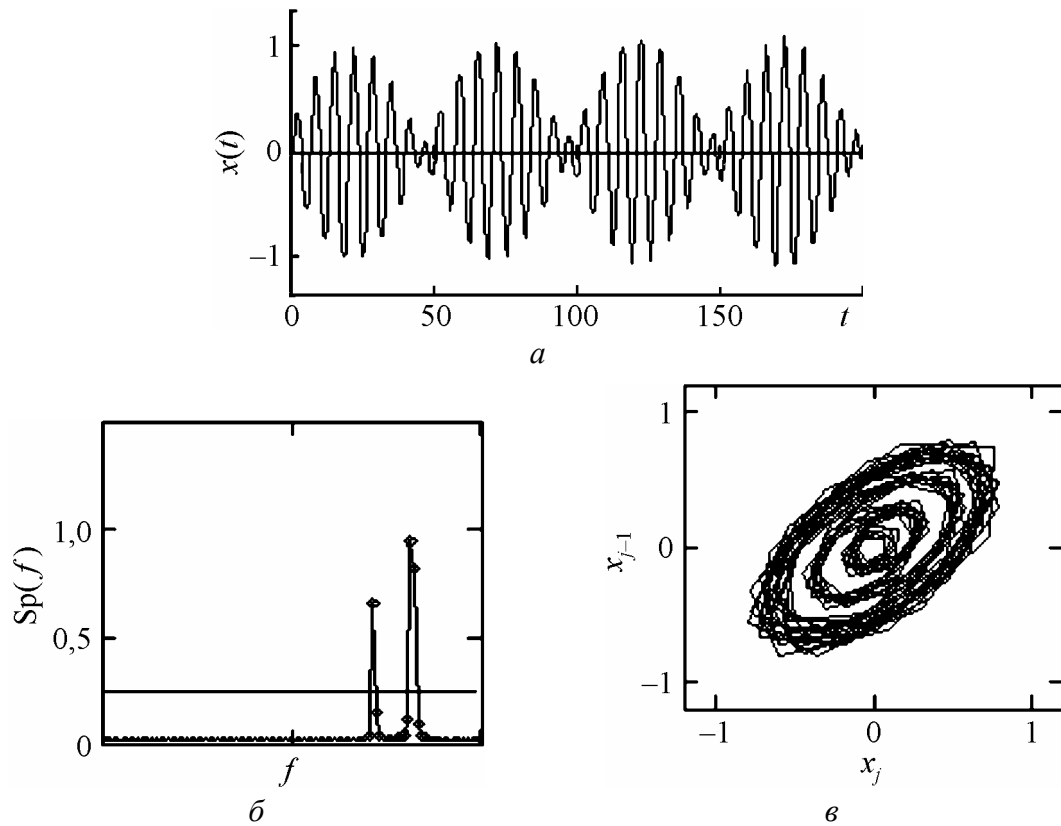


Рис. 1. Решение уравнения (6) (а), спектр мощности колебаний системы (б) и фазовый портрет (в) для режима биений

Следующий вариант решения получен при отношении $p/\omega_0 = 0,95$ и $|p - \omega_0| = 0,05$. Решение имеет вид, представленный на рис. 2,а. Видно, что синхронизация еще не наступила, хотя период биений достиг величины $T \approx 500$. В то же время на графике спектра мощности наблюдается один пик, величина которого достигла значения $A^2 = 700$ (рис. 2,б). Фазовый портрет претерпел изменение (рис. 2,в).

Вариант, позволяющий осуществить полный захват частоты и резонанс, соответствует отношению $p/\omega_0 = 0,9875$ и $|p - \omega_0| = 0,0125$. В этом случае решение не отличается от предыдущего варианта, но период биений увеличивается до $T \approx 1800$, а амплитуда в спектре мощности – до 3000. В этом случае отношение мощности колебаний системы превосходит мощность колебаний внешней силы в 100 раз.

Технически гораздо более успешно можно реализовать режим синхронизации колебаний системы при воздействии на нее импульсными полями. Представим следующую модель. На частицу массой m действует внешняя сила $F(t)$. Тогда в одномерной модели ее движение будет описываться уравнением движения

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + cx = F(t). \quad (12)$$

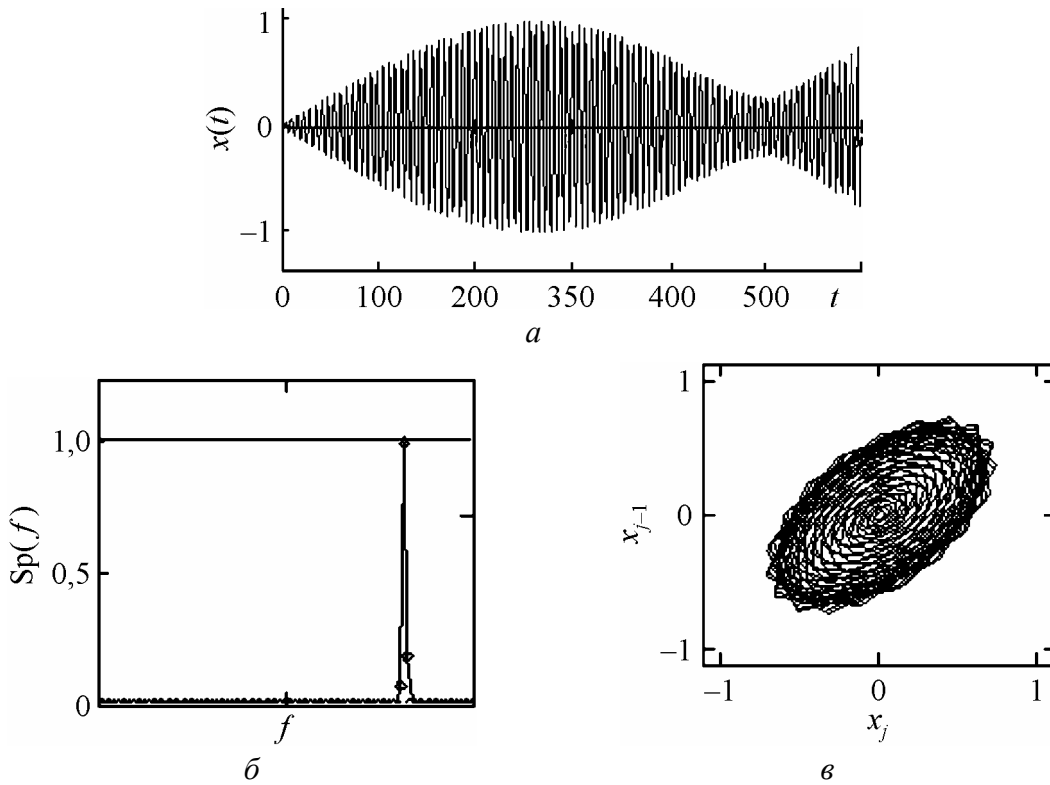


Рис. 2. Решение уравнения (6) (а), спектр мощности колебаний системы (б) и фазовый портрет (в) для режима $p/\omega_0 = 0,95$, близкого к синхронизации

При начальных условиях

$$x(t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{dx}{dt}|_{t=0} = 0$$

и при действии одиночного импульса решение уравнения (12) может быть получено в квадратурах [10]:

$$x(\tilde{t}) = \frac{2\pi x_0}{\sqrt{1 - 0,25\delta_T^2}} \int_0^{\tilde{t}} F(\xi) e^{-\pi\delta_T(\tilde{t}-\xi)} \sin\left(2\pi\sqrt{1 - 0,25\delta_T^2}(\tilde{t}-\xi)\right) d\xi. \quad (13)$$

Здесь приняты следующие обозначения: $\delta_T = \frac{b}{m\omega_0}$ – коэффициент вязкого

трения; $\frac{c}{m} = \omega_0^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$; T_0 – период собственных колебаний частицы;

$\tilde{t} = t/T_0$.

Для электропроводной среды глубина проникновения электромагнитного поля определяется величиной скин-слоя

$$\delta_r = \sqrt{2\tau / \pi\mu\sigma}, \quad (14)$$

где τ – продолжительность импульса, σ – электропроводность среды. Согласно [10] наиболее оптимальный эффект получается при продолжитель-

ности импульса $\tau = 0,8T_0$. Для сухого угля $\sigma = 10^{-7} \text{ (Ом}\cdot\text{м)}^{-1}$ и длительности импульса $\tau = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ получим $\delta_r = 4,2 \cdot 10^3 \text{ м}$, что намного превосходит предполагаемую толщину обработки угольного пласта электромагнитным воздействием.

Возможен также импульсно-периодический режим воздействия, когда продолжительность импульса равна τ , время между последовательными импульсами $T > \tau$ может варьироваться. При моделировании и реализации такого вида электромагнитного воздействия импульс представлялся в виде

$$F(t) = \begin{cases} \left(\frac{t}{\tau}\right)^2 e^{-a\left(\frac{t}{\tau}\right)}, & t \leq \tau, \\ 0, & t > \tau. \end{cases} \quad (15)$$

Использовался также другой вариант представления импульса:

$$F(t) = f_{\max} \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) e^{-kt}, \quad t \leq \tau. \quad (16)$$

Импульсно-периодическая функция внешней силы при скважности $q = T/\tau$ может быть представлена в виде разложения в ряд Фурье [10]. Именно в таком виде ее подставляли в правую часть уравнения (12). Моделирование проводили при наборе коэффициентов уравнения, приближенном для молекулы метана, внедренной в межслоевое пространство структуры каменного угля. Один из вариантов вида функции $F(t)$ показан на рис. 3.

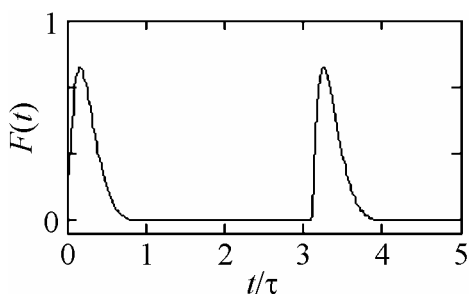


Рис. 3. Вид импульсно-периодической внешней силы при скважности $q = 4$

В результате решения такой задачи удалось найти возможные режимы синхронизации колебаний молекулы метана и внешней силы, которая имеет импульсно-периодическую зависимость. Действительно, как утверждают авторы [10], наибольший эффект можно получить при скважности импульсов $q = 4$. Мощность резонансных колебаний зависит от коэффициента вязкости и, например, для уравнения (12) при значении $b = 2$ ($2\delta = 0,001-0,01$), $c = 1$, $m = 0,25$ возрастает от 63 до 850 в условных единицах при переходе к резонансу. Поэтому выбор частоты воздействия электромагнитным полем для активации выхода метана из угольного вещества имеет принципиальное значение для оптимизации энергетических затрат. Дисперсия частоты при выборе наиболее эффективного режима воздействия зависит от распределения молекул по энергии связи в неоднородном угольном веществе [11].

Заключение

При землетрясениях генерируются достаточно мощные электромагнитные импульсы, которые распространяются в литосфере и могут регистрироваться на больших расстояниях от источника [1,12]. Благодаря широкому частотному спектру кратковременных импульсов длительностью $\tau < 10^{-6}$ с возможно резонансное поглощение энергии в горных породах на избранных частотах. В результате изменяются условия массопереноса флюидов в зонах нарушенного равновесия. Такими зонами являются горные выработки и угольные шахты, где могут возникать условия, способствующие внезапным выбросам газа и повышенному газовыделению. К подобным результатам могут приводить антропогенные технологические воздействия на угольный массив, одним из примеров которых является электромагнитное резонансное воздействие на молекулы метана.

1. *Smirnova N.A.* The peculiarities of Ground-Observed Geomagnetic Pulsations as the Background for Detection of ULF Emissions of Seismic Origin // Atmospheric and Ionospheric electromagnetic phenomena associated with Earthquakes / ed. M. Hayakawa. – Terra Sci. Publ. Co. – Tokyo, 1999. – P. 215–232.
2. *Перельман М.Е., Хатиашвили Н.Г.* Генерация электромагнитного излучения при колебаниях двойных электрических слоев и его проявления при землетрясениях // ДАН СССР. – 1983. – Т. 271, № 1. – С. 80–83.
3. *Rabinovitch A., Bahat D.* Note on the amplitude-frequency relation of electromagnetic radiation pulses induced by material failure // Philos. Mag. Lett. – 1999. – V. 79, N 4. – P. 195–200.
4. *Warwick J.W., Stoker C., Meyer T.R.* Radio emission associated with rock fracture: possible application to the Great Chilean Earthquake of May 22, 1960 // J. Geophys. Res. – 1982. – V. 87 (B4). – P. 2851–2859.
5. *Иванов В.В., Егоров П.В., Колпакова Л.А., Пимонов А.Г.* Динамика трещин и электромагнитное излучение нагруженных горных пород // ФТПРПИ. – 1988. – № 5. – С. 20–27.
6. *Мальшев Ю. Н., Айруни А.Т.* Комплексная дегазация угольных шахт. – М.: Академия горных наук, 1999. – 327 с.
7. *Алексеев А.Д., Кириллов А.К., Мнухин А.Г., Брюханов А.М.* Электромагнитное воздействие на угольный пласт для активации процесса дегазации // ФТПГП. – Вып. 9. – Донецк: ИФГП НАНУ, 2006. – С. 5–19.
8. *Блехман И.И.* Синхронизация динамических систем. – М.: Наука, 1971. – 894 с.
9. *Хохлов Р.В.* К теории захватывания при малой амплитуде внешней силы // ДАН СССР. – 1954. – Т. ХСVII. – № 3. – С. 411–414.
10. *Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н.* Элементы теории и численного расчета электромагнитных процессов в проводящих средах. – Киев, 1999. – 361 с.
11. *Fleishman D., Filippov A.E., Urbakh M.* Directed molecular transport in an oscillating symmetric channel // Physical Review E. – 2004. – V. 69. – P. 011908.
12. *Molchanov O., Kulchitsky A., Hayakawa M.* Inductive seismo-electromagnetic effect in relation to seismogenic ULF emission // Natural Hazards and Earth System Sciences. – 2001. – N 1. – P. 61–67.

Статья поступила в редакцию 11 марта 2009 года