

Возможности биофизических моделей типа Фитцхью—Нагумо в отображении двумерной миграции сейсмичности

© В. Б. Спиртус, 2010

Институт геофизики НАН Украины, Киев, Украина

Поступила 15 декабря 2008 г.

Представлено членом редколлегии Б. Г. Пустовитенко

Розглянуто можливості опису спостережуваної двовимірної міграції сейсмічності за допомогою моделей типу Фітцхью—Нагумо. Двовимірну міграцію зон сейсмічної активізації у регіонах, можливо, щонайкраще здатні відобразжати не звичайні, а узагальнені моделі типу Фітцхью—Нагумо, які містять дифузію повільної змінної.

Possibilities of description of the observed 2d-migration of seismic activity by the models of the FHN-type have been considered in the article. Generalized models of the FHN-type, which include diffusion of slow variable, are apparently able to represent 2d-migration of seismic activation in regions, in the best way.

Введение. Пространственно-временная динамика сейсмической активности (СА) привлекает пристальное внимание не только специалистов, но и широких общественных кругов, так как данная проблематика непосредственно связана с прогнозом землетрясений и обеспечением сейсмической безопасности. В практической плоскости для этих целей необходимаенная должна продуманная организация и совершенствование сейсмомониторинга. В теоретическом же отношении, по нашему мнению, кроме компьютерного моделирования, основанного на эвристике, необходимо шире использовать идеи синергетики и подходы, основанные на теории нелинейных динамических систем [Хакен, 1985; Холодник, 1991].

В настоящее время общепризнанно, что геофизическая среда является открытой, нелинейной, иерархически выстроенной системой [Садовский, 1987]. О процессах самоорганизации в иерархической блоковой глубинной толще свидетельствуют наблюдаемые эффекты миграции землетрясений, кооперативного взаимодействия медленных деформационных волн разгрузки, бегущих из очагов вдоль разломов (геонов) [Уломов, 1993].

Направленная миграция очагов сильных землетрясений вдоль Северо-Анатолийского разлома в Турции была обнаружена Ч. Рихтером в 50-х годах XX века [Mogi, 1968]. Это

дало толчок бурному развитию экспериментальных и теоретических исследований в данном направлении [Вилькович, Шнирман, 1980; Николаевский, Рамазанов 1986; Барабанов и др., 1988; Быков, 2005]. Полный современный обзор вопроса представлен в работе [Быков, 2005], где детально изложены концепция деформационных волн (ДВ), основные наблюдения и теоретические модели генерации этих волн.

Согласно В. Г. Быкову ДВ (или «тектонические волны») можно разделить на две группы со своими характерными скоростями распространения волн: 10—100 км/год и 1—10 км/сут. Группы соответствуют разным масштабам: глобальные тектонические и деформационные волны в разломах.

Авторы работы [Вилькович, Шнирман, 1980] рассматривали волны миграции эпицентров. Цепочки землетрясений, связанные с этими волнами, по их представлениям вызываются перераспределением напряжений и прочности на соседних частях разломов.

В решеточной модели Уломова [Уломов, 1993] предполагается блоковое строение литосферы и приуроченность очагов землетрясений к мобильным межблочным швам. Считается, что ДВ, сохранив устойчивую структуру, мигрируют вдоль этих разломов и являются уединенными волнами — солитонами. Автоволновая модель развития сейсмической

активности (СА) Земли для глобальных деформационных процессов и соответствующих масштабов ранее выдвигалась Ш. А. Губерманом (так называемые D-волны) и авторами некоторых других работ [Быков, 2005].

В настоящей статье рассматривается сугубо региональная сейсмичность, точнее пространственно-временное развитие сейсмогеодинамической активизации [Уломов и др., 2005]. Не только пространственные, но и временные рамки, где эффективно может быть использована предлагаемая модель динамики сейсмичности, по необходимости фиксированы сверху. Ведь известно, что система с детерминированным хаосом предсказуема лишь на ограниченное время, а на больших временах возможно только ее статистическое описание [Соболев, 1999]. Это положение, безусловно, справедливо и в отношении моделей сейсмогенной литосферы. Естественно, временной интервал, где действуют функциональные физические закономерности, выбирать в окрестности сильных землетрясений.

В развиваемой нами концепции предполагается, что сейсмогенная среда является возбудимой, а уединенные волны миграции СА представляют собой автосолитоны [Спиртус, Пустовитенко, 2005; Спиртус, 2005б; Спиртус, 2008]. Пространственно-временное развитие сейсмогеодинамических процессов неразрывно связано с изменением напряженно-деформированного состояния среды и энергетического потенциала ее структурных элементов. В базовой модели активной среды с восстановлением в качестве «ингибитора» нами предложено использовать степень энергетической открытости среды. Было показано, что в пре-небрежении диффузией (точечная модель) можно выделить четыре «такта» сейсмического цикла, один из которых соответствует сейсмическому затишью [Спиртус, 2005б].

Вопросы, связанные с перераспределением энергии в региональном сейсмогеодинамическом процессе, рассматривались в статьях [Спиртус, 2005а; Спиртус, 2007].

В работе [Спиртус, 2007] для среды со сложной реологией предложено новое наполнение введенного Ю. В. Ризниченко [Ризниченко, Артамонов, 1975] понятия энергетической прочности. Было установлено, что сейсмические циклы в активной среде с расчлененной структурой определяются скоростью накачки энергии и работой консолидации характерных блоков.

В работе [Спиртус, 2008] было показано, что модели типа Фитцхью—Нагумо (ФХН) для одномерного случая способны объяснить интересные наблюдаемые в Крыму явления: расщепление потока сейсмичности на две ветви после Крымского землетрясения 1927 г. ($M=6,8$) [Пустовитенко Б. Г., Пустовитенко А. А., 2002] и обратную зависимость скорости миграции толчков от энергетического уровня сейсмических событий.

В данной статье, касаясь динамики изменения региональной сейсмичности, автор неставил задачу исследовать эту обширную проблему в целом. В центре внимания здесь вопрос о возможности описания двумерной миграции сейсмической активизации с помощью моделей типа ФХН.

Примеры двумерной динамики сейсмичности и ее моделирования. Один из первых примеров двумерной миграции сейсмичности, еще по наблюдениям в СССР, связан с Ашхабадским геодинамическим полигоном. Для зоны Передового Копетдагского разлома была выявлена миграция участка с повышенным уровнем слабой ($K \geq 8$) сейсмичности [Барбанов и др., 1988]. В 1974—1976 гг. данный участок мигрировал в юго-западном, а затем по 1982 г. в западном направлении со скоростью около 9 км/год.

Наблюдая за динамикой сравнительно крупных сейсмических событий в сейсмически опасных регионах с небольшим шагом по времени (2—3 года), можно видеть сочетание детерминизма и стохастичности в проявлении СА. Имеет место определенная передислокация, возникновение новых групп эпицентров в виде гроздьев взаимосвязанных событий и т. п. (см. ниже рис. 1).

Заметим попутно, что хотя миграция эпицентров землетрясений и СА (или ее характеристик) — несколько различные понятия, для рассмотрения на качественном уровне нет необходимости проводить такую дифференциацию.

Миграция сейсмичности наиболее рельефно выражена в форшоковых и афтершоковых последовательностях. Для наиболее сильного в XX в. в Черноморском регионе землетрясения 1927 г. ($M=6,8$) Б. Г. Пустовитенко установлена миграция афтершоков вдоль определенных пространственно-временных каналов. Подобные эффекты обнаружены и на более низком энергетическом уровне после землетрясения 30 августа 1949 г. ($M_{LH}=4,4$) [Спиртус, Пустовитенко, 2005]. При построении

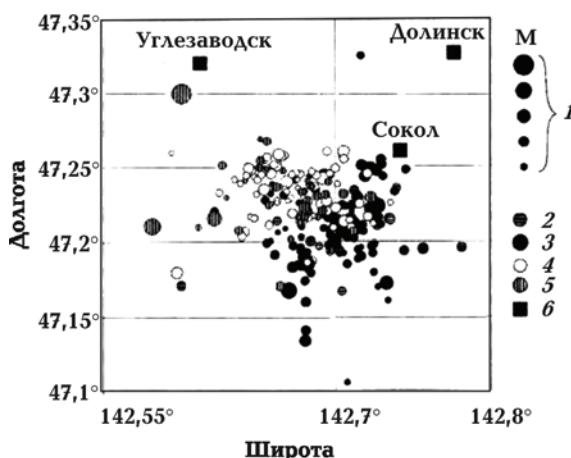


Рис. 2. Миграция эпицентров Такойского роя в период с 22.07.2001 по 01.09.2001 на южном Сахалине в районе населенных пунктов Углегазовск, Долинск, Сокол: 1 — магнитуда землетрясений; 2—5 — эпицентры землетрясений с 22.07.2001 по 31.07.2001 (2), с 01.08.2001 по 10.08.2001 (3), с 11.08.2001 по 20.08.2001 (4), с 21.08.2001 по 01.09.2001 (5), 6 — города [Злобин и др., 2007].

пространственно-временных каналов по оси абсцисс откладывается долгота λ , но, естественно, цепочки сейсмических событий не выстроены строго по долготе, поэтому в горизонтальной плоскости перемещение афтершоков является в лучшем случае квазидвумерным.

Такойское землетрясение в Долинском районе Сахалина было максимальным по силе ($M=5,6$) в рое толчков на участке Центрально-Сахалинской системы разломов от п. Ключи до п. Углегазовск. С 22 июля по 1 сентября 2001 г. наблюдалась миграция эпицентров землетрясений. Согласно авторам работы [Злобин и др., 2007], «она была, в целом, с востока на запад». Однако, например с 11.08.2001 по 20.08.2001, направление миграции явно было северо-западным (рис. 2). Таким образом, здесь, очевидно, имеет место двумерная динамика форшоков.

Для Калифорнии, где имеется высокоточная система наблюдений, можно отслеживать площадное поведение афтершоков с большой детальностью по времени и энергии. После сильного землетрясения Ландерс (Landers, 1992, $M=7,3$) большинство последующих толчков было приурочено к разлому Дэйт Вэлли, тем не менее область афтершоков образует двумерный кластер [Быков, 2005; Hill, 2000].

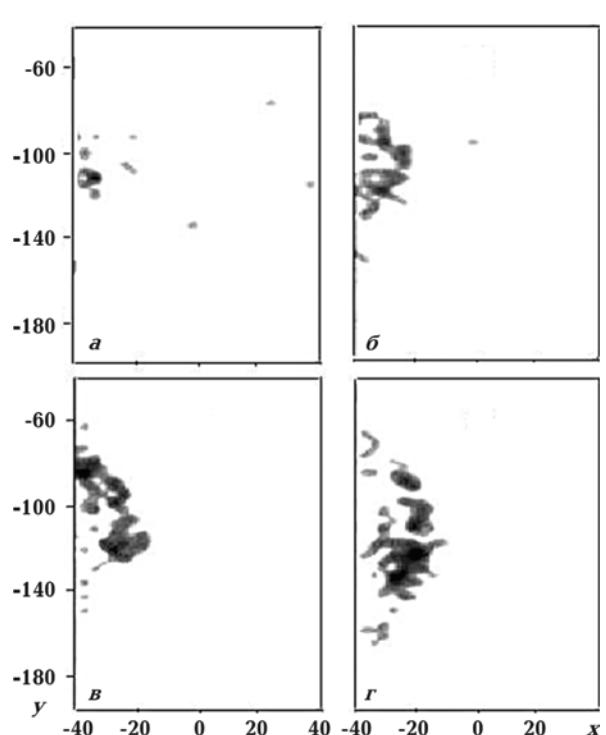


Рис. 3. Пространственное распределение плотности числа акустических событий в эксперименте AE42, зарегистрированных в слое $-3 \text{ мм} \leq Z \leq 3 \text{ мм}$ в течение временных интервалов $14250 \text{ с} \leq t \leq 14300 \text{ с}$ (a), $14550 \text{ с} \leq t \leq 14600 \text{ с}$ (б), $14850 \text{ с} \leq t \leq 14900 \text{ с}$ (в), $15200 \text{ с} \leq t \leq 15250 \text{ с}$ (г). Более темный цвет означает большую плотность событий [Тюпкин, 2001].

Представляет интерес сопоставление наблюдаемой миграции сейсмичности в форшоковых последовательностях с результатами лабораторных экспериментов. В эксперименте AE42 проводился анализ формирования очага разрушения в образце гранита в условиях трехосного сжатия [Соболев, Пономарев, 1999]. Формированию магистрального разрыва предшествуют стадии локализации мелких разрывов в его области и последующая кластеризация и укрупнение этих разрывов. Исследование процесса развития очаговой зоны во времени показывает, что активизация акустической эмиссии происходит в узком слое, прилегающем к будущему макроразрыву, и медленно перемещается в плоскости XY (рис. 3) [Тюпкин, 2001]. Если имеется аналогия очага макроразрушения в эксперименте AE42 с очагом землетрясения [Соболев, Пономарев, 1999], то подобная пространственно-временная динамика достаточно типична для форшоковых последовательностей.

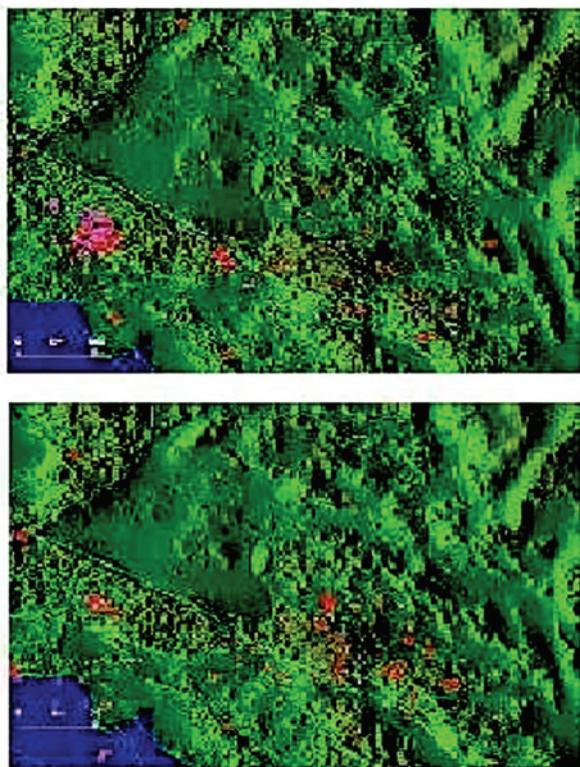


Рис. 1. Сейсмичность Южной Калифорнии в периоды с 01.1970 по 01.1972 и с 01.1972 по 01.1974, $M \geq 3$. Использована программа Seismic Volcano Eruption (SeisVolE).

При поиске предвестников сильных землетрясений и зон сейсмического затишья часто используемый метод связан с картированием Z -величины [Wiemer, Wyss, 1994; Wyss et al., 2004; Wu, Chen, 2007]. По технологии своего построения эта величина отражает уровень СА. Z -величина во время t в каждой точке пространственной сетки вычисляется следующим образом [Wiemer, Wyss, 1994]:

$$z(t) = (R_1 - R_2) / (\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2)^{1/2},$$

где R_1 — среднее значение в период 1 (от t_0 до t), R_2 — среднее значение в период 2 (от t_0 до t_e), t — текущее время ($t_0 < t < t_e$), σ_1 и σ_2 — стандартные отклонения в эти периоды, n_1 и n_2 — число соответствующих событий. Каждому значению Z -величины присваивается свой цвет. Сканирование по времени позволяет выявить наиболее значительные аномалии. При этом позитивные значения соответствуют спаду сейсмичности, негативные —

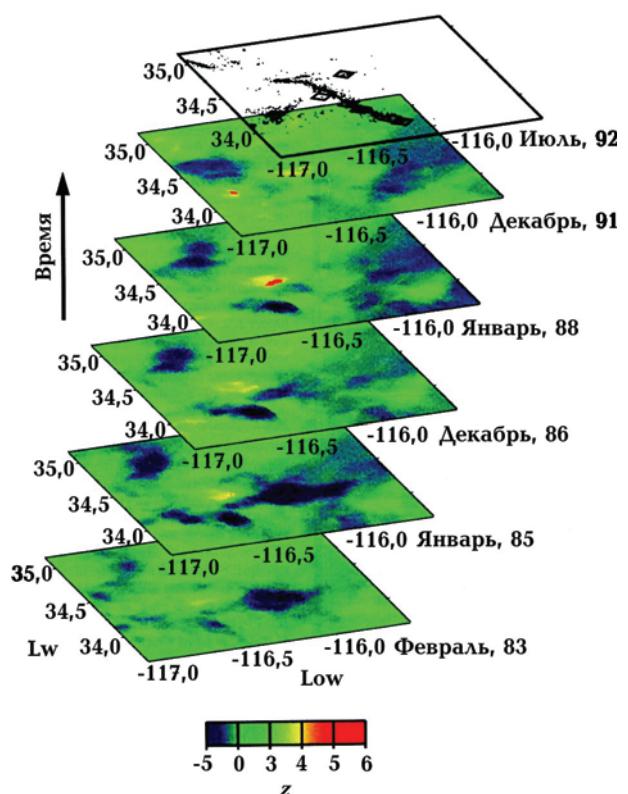


Рис. 4. Слайды, показывающие изменения сейсмичности в районе землетрясения Landers. Z -величины регистрируют значительные изменения по отношению к средним значениям до и после выбранных времен. Расположение областей двух наиболее сильных спадов сейсмичности (горячие цвета) коррелирует с центрами разрывов при землетрясениях Landers и Big Bear. Начало этих аномалий около 4,5 и 1,6 года перед главными толчками. Эти две аномалии интерпретируются как предвестники [Wiemer, Wyss, 1994].

росту (в работе [Wu, Chen, 2007] наоборот — за счет другого выбранного знака Z). Таким образом, картирование Z -величины позволяет отслеживать пространственно-временную динамику сейсмичности (рис. 4). Заметим, что кроме предвестниковых явлений: затиший перед двумя крупными землетрясениями в Южной Калифорнии, рис. 4 содержит интересную информацию о динамике повышенной СА в регионе. Соответствующие области сливаются, расщепляются, мигрируют в плане.

В работе [Wu, Chen, 2007] для известного сильного землетрясения Chi-Chi на Тайване также был с помощью Z -величины установлен период затишья. Заслуживает внимания с нашей точки зрения и динамика изменения

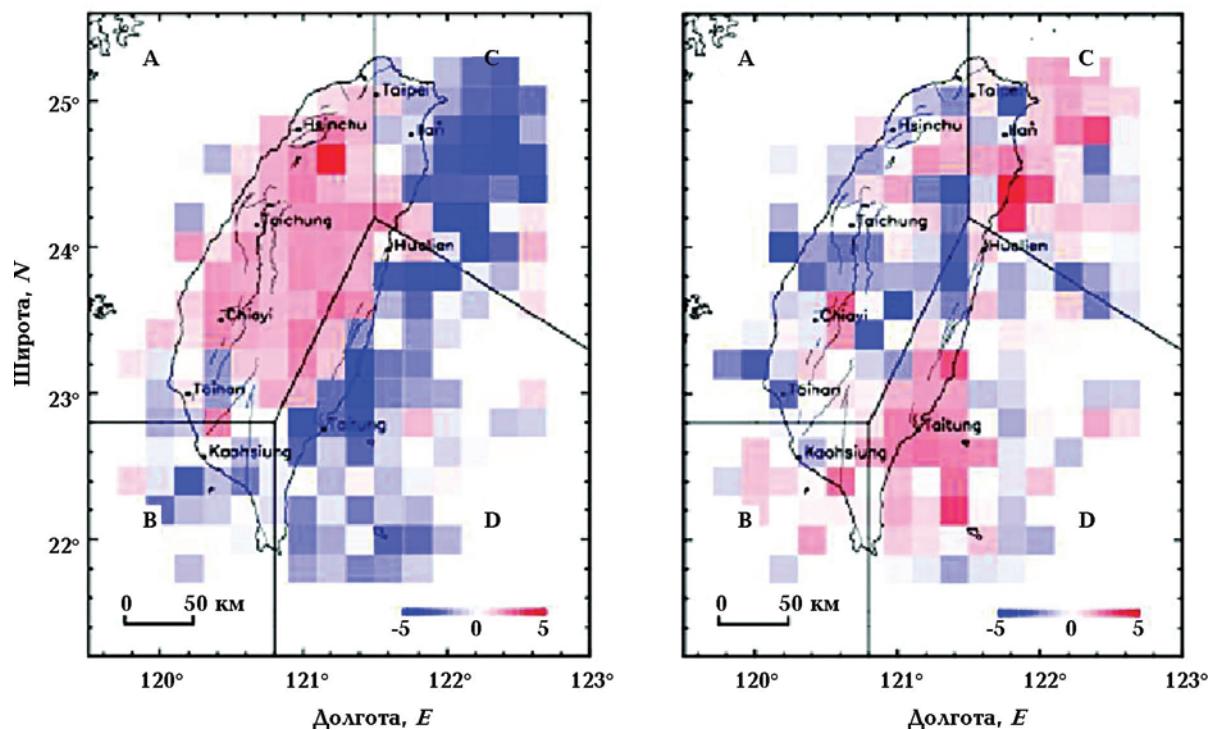
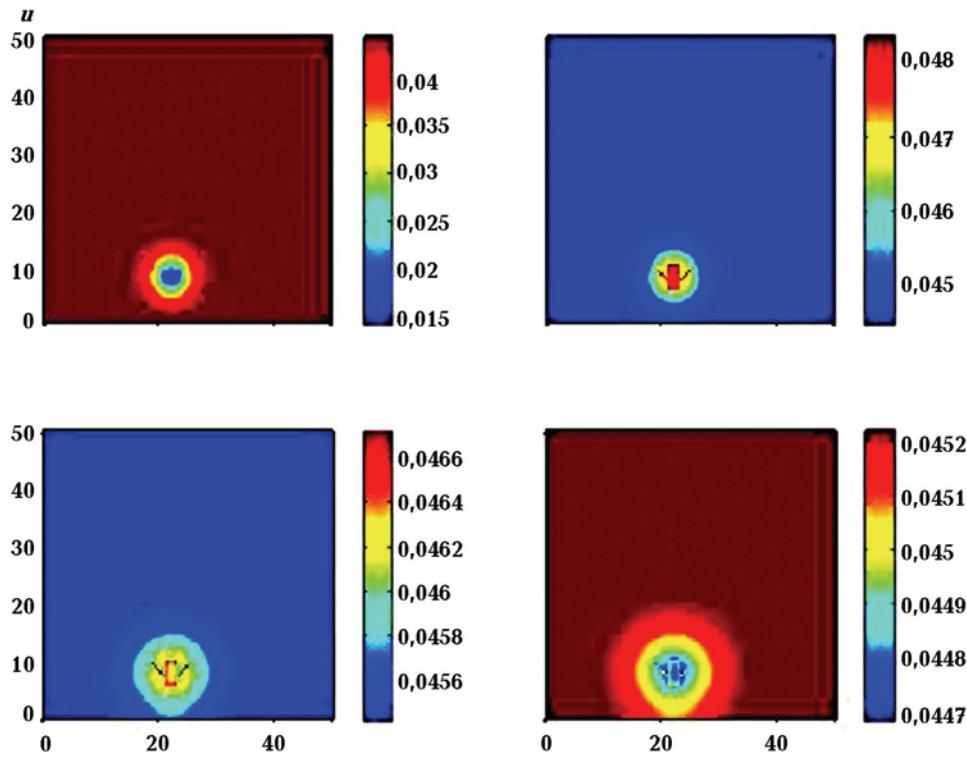


Рис. 5. Изменение Z-величины после землетрясения Chi-Chi на Тайване [Wu, Chen, 2007].

Рис. 6. Расчетная динамика СА для модели (1). Временной интервал $\Delta T = 10$, значения параметров: $a = 6$; $d = 0,12$; $D = 0,5$; $i_0 = 0,2$; $\sigma = 4$; $\varepsilon_0 = 0,05$; $\delta_\varepsilon = 0,62$; $c_1 = 0,01$; $c_2 = 0,1$; $u_1 = -0,04$; $u_2 = 0,75$. Начальные данные: $u_s = 0,05$,

$$v_s = 0,18 + 0,056\delta_2, \quad \delta_2 = \begin{cases} 0 & \text{при } x, y \notin \Omega, \\ -1 & \text{при } x, y \in \Omega, \end{cases}$$

где Ω — область неоднородности. Здесь — это прямоугольник с примыкающими к нему двумя отрезками.

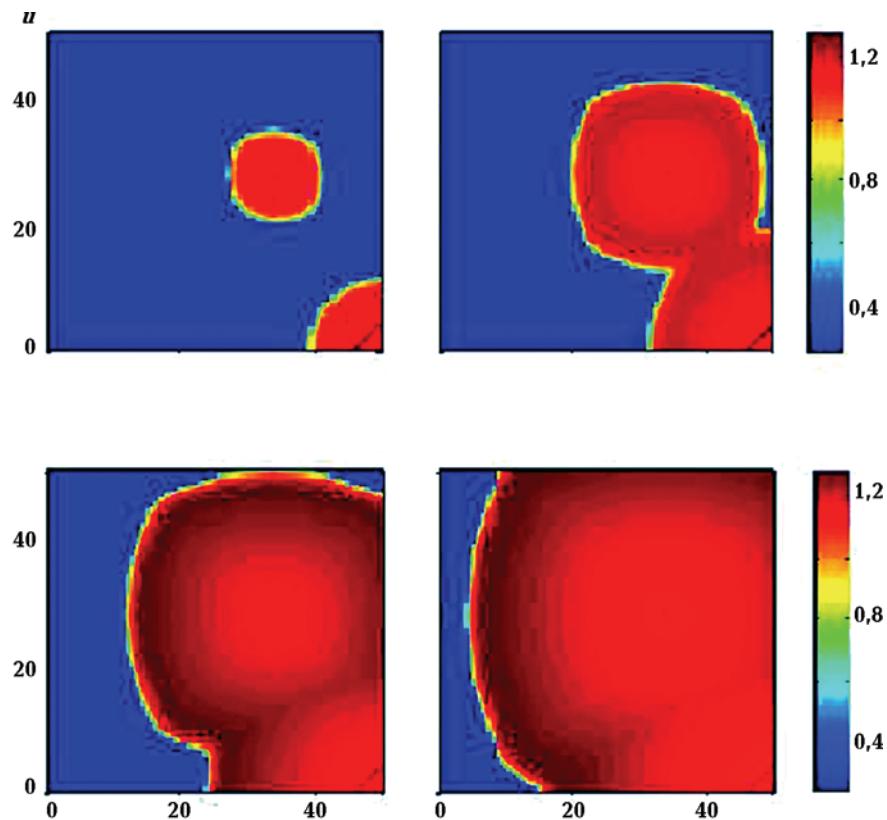


Рис. 7. Расчетная динамика СА для модели (2). Временной интервал $\Delta T = 1,2$; значения параметров: $m = 8$; $\varepsilon = 0,1$; $i_0 = 0,9$; $\delta = 0,05$; $\gamma = 0,36$; $\alpha = 0,3$. Начальные данные: $u_s = 0,24$; $v_s = 0,66 + 0,15 * k * \theta_2$; область неоднородности состоит из двух отрезков ($k = 1,2$).

Z-величины после землетрясения (рис. 5). Сейсмический процесс после вспышки СА возвращается «на круги своя»: компактная область повышенной сейсмичности, возникшая вокруг очага, при этом расщепляется на две части.

Некоторые результаты численных расчетов динамики СА для моделей типа ФХН. Ниже, как и в работе [Спиртус, 2008], рассматривается возбудимая иерархически-блочная сейсмическая среда. Модельные переменные u , v при этом имеют следующий смысл: u — интенсивность сейсмической активности, точнее, переменная состояния, характеризующая пространственно-временную плотность сейсмических событий определенного ранга, v — степень «энергетической открытости» или неконсолидированности характерного блока среды. (Заметим, что нормировку, обеспечивающую выполнение неравенств $u > 0$, $0 < v < 1$,

можно вводить на последнем этапе с помощью подходящего диффеоморфизма.)

Расчеты проводились для следующих моделей типа ФХН.

1. Модель из работы [Морнев и др., 1996]:

$$\begin{aligned} u_t &= Du_{xx} + af(u) - v + i_0, \\ v_t &= \frac{\sigma u - v}{\tau(u)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $f(u) = u(d-u)(u-1)$ — кубическая функция, $\tau(u)$ — колоколообразная функция:

$$\tau(u) = \left(\varepsilon_0 + \delta \varepsilon \left(2 - th \frac{u - u_1}{c_1} + th \frac{u - u_2}{c_2} \right) \right)^{-1},$$

D — коэффициент диффузии, i_0 для мембран в биофизике — величина приложенного сти-

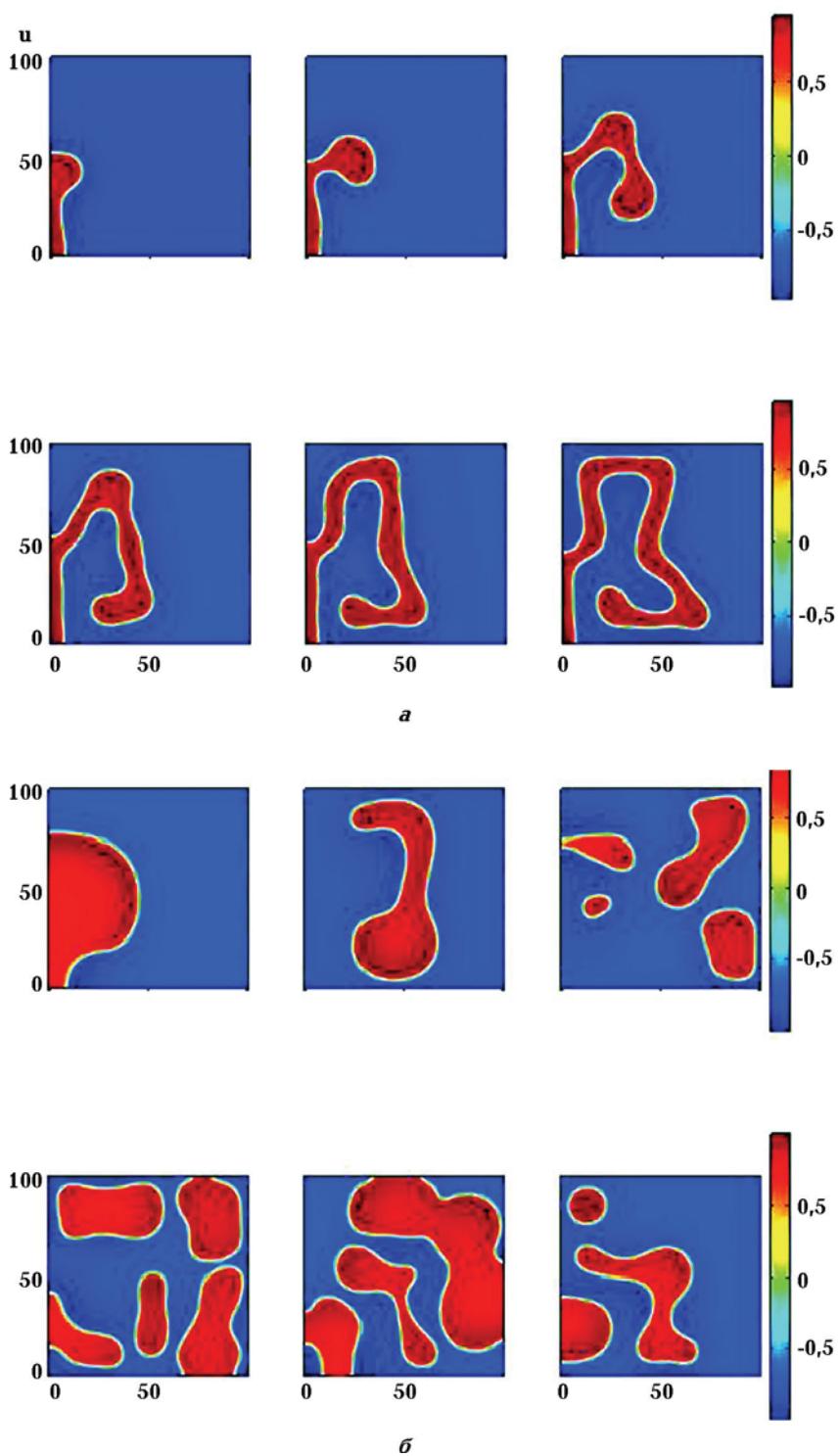


Рис. 8. Расчетная динамика СА для модели (3). Временной интервал $\Delta T = 150$, $a_0 = -0,1$, $a_1 = 2,0$. Начальные данные: $u_s = u_- - 4a_1v_- \exp(-0,1(x^2 + 0,01y^2))$, $v_s = v_- - 2v_- \exp(-0,1(x^2 + 0,01y^2))$, где $v_- = (u_- - a_0)/a_1$, u_- — наименьший вещественный корень уравнения $a_1u^3 + (1-a_1)u - a_0 = 0$. Значения параметров: $\beta = 0,05$, $\eta = 4$ (a), $\beta = 0,02$, $\eta = 2$ (б).

мулирующего тока, остальные параметры имеют регулятивную функцию.

2. Модель С. Коомбеса с кусочно-линейной, а не кубической функцией в правой части первого уравнения (personal.maths.surrey.ac.uk/st/B.Sandstede/documents/coombes_2.pdf):

$$\begin{aligned} u_t &= \varepsilon u_{xx} + (H(u - \alpha) - u - v + i_0)/\varepsilon, \\ v_t &= \delta(u - \gamma v), \end{aligned} \quad (3)$$

где H — функция Хевисайда.

3. Модель Хагберга—Мэрона [Hagberg, Meron, 1994], включающая диффузию переменной v :

$$\begin{aligned} u_t &= \nabla^2 u + u - u^3 - v, \\ v_t &= \eta \nabla^2 v + \beta(u - a_1 v - a_0). \end{aligned} \quad (4)$$

При решении начально-краевых задач использовался алгоритм, описанный в работе [Garvie, 2006]. Он опирается на конечно-разностную схему, реализованную в системе MATLAB. В оригинальной работе этот алгоритм прилагался к экологической задаче динамики популяций «хищник—жертва». Численные эксперименты проводились для квадратной области двумерной среды с непроницаемыми границами (условие Неймана) и скользящим временным интервалом ΔT . В моделях 1,2 вводились неоднородности в начальные данные.

При использовании модели (1) возможны варианты, когда возникает не бегущая волна, а локальный всплеск СА, впоследствии затухающий посредством диффузии (рис. 6). В начальной стадии имеется область пониженной сейсмичности (затишья), включающая заданную неоднородность в виде прямоугольника с примыкающими двумя отрезками. Среда внутри неоднородности отличается меньшим начальным значением v , т. е. более консолидирована. На второй стадии неоднородность возбуждается, а затем через некоторое время СА падает. В finale опять в неоднородности СА становится ниже фона, но это уже микроэффект.

В расчете для модели (2) неоднородность была задана в виде двух отрезков с меньшими начальными значениями v . Для одномерного случая в этой модели ранее было показано, что наличие консолидированного включения (отрезка разлома) в начальных данных вызывает вспышку СА и распространение автоволны [Спиртус, 2008]. Здесь также на-

блюдается подобное явление (рис. 7). В областях высокой СА, порожденных неоднородностями, особо выделяются приграничные полосы. Вышеуказанные области, взаимодействуя, сливаются, и постепенно внутри них СА падает. Высокие значения u смешаются (мигрируют) за пределы рассматриваемой части среды.

Богатые возможности разнообразной пространственно-временной динамики предоставляет модель (3). При рассматриваемых численных значениях параметров a_0, a_1 имеет место бистабильность и возникает волна переключения от одного стационарного состояния к другому. Согласно исследованию [Hagberg, Meron, 1994], при этом возможны образование лабиринтных структур, расщепление «пятен плотности», спирально-волновая турбулентность и т. п. (Собственно, по физической сути последняя модель в случае бистабильности кардинально отлична от моделей (1), (2), хотя формально является обобщением модели ФХН.)

На феноменологическом уровне многие явления в модели (3) объясняются наличием двух типов неустойчивости фронтов. Первый тип — неустойчивость по отношению к трансверсальным возмущениям, приводит к образованию структур типа «вязкие пальцы». Сходный эффект наблюдается в пористой среде при неустойчивости фронта вытеснения газовой фазой жидкости. Второй тип — аналог неравновесного перехода Изинга—Блоха в ферромагнетике, называемый NIB-бифуркацией фронта. При NIB-бифуркации стационарный фронт Изинга расщепляется на пару «блоховских» фронтов, распространяющихся в противоположных направлениях. В изинговской области значений параметров возможно образование лабиринтных структур (рис. 8, а), в окрестности NIB-бифуркации возникает расщепление «пятен плотности» (рис. 8, б), возможно спирально-хаотическое поведение. Выбрать для расчетов тот или иной интересующий случай несложно, используя линии трансверсальной неустойчивости фронтов и NIB-бифуркаций в плоскости параметров η — β [Hagberg, Meron, 1994].

Возможности отображения двумерной динамики сейсмичности моделями типа ФХН. Двумерная миграция СА на региональном уровне — достаточно тонкое и редкое явление. Выделить этот эффект напрямую, сканированием по времени, как правило, не удается. Миграция наиболее достоверно наблюдается

ется в форшоковые и афтершоковые периоды, когда значительно увеличивается пространственно-временная коррелированность событий.

Модели ФХН типа (1) и (2), видимо, могут служить для отображения определенных стадий динамики СА: возникновения одиночных изолированных событий и взаимодействия возбужденных неоднородностей. В отношении модели типа (2) можно отметить, что возникновение и трансформация некоторых областей повышенной СА, перемещение их в плане (см. рис. 7) — характерные явления для наблюдаемой динамики региональной сейсмичности (см. рис. 4). Но наиболее перспективны, по нашему мнению, обобщенные модели ФХН типа (3), которые включают диффузию медленной переменной. Расчетные начальные фазы динамики параметра u (см. рис. 8, a) на качественном уровне согласуют-

ся с наблюдаемой двумерной миграцией форшоков (см. рис. 2) и с данными по акустической эмиссии перед макроразрушением в лабораторном эксперименте (см. рис. 3). Получаемые при определенных значениях параметров в модели типа (3) « пятна плотности» СА (рис. 8, б), можно увязывать с наблюдаемой в некоторых случаях динамикой изменения сейсмичности (см. рис. 4, 5).

В будущем подобные модели планируется усовершенствовать, сделав их многомасштабными. Можно надеяться, что таким образом удастся учесть различие сейсмической активности и энергетического состояния среды на разных «этажах» блоковой среды. Тогда станут реальными теоретические исследования наблюдаемой миграции слабых толчков к зоне будущего сильного землетрясения [Каменобродский и др., 1987; Пустовитенко, Поречнова, 2008].

Список литературы

- Барabanov B. L., Grachevskiy A. O., Kussin I. G., Miltkis M. P.** Проявления деформационных волн в гидрогеологическом и сейсмическом режимах зоны Передового Копетдагского разлома // Физика Земли. — 1988. — № 5. — С. 21—31.
- Быков B. Г.** Деформационные волны Земли: концепция, наблюдения и модели // Геология и геофизика. — 2005. — № 11. — С. 1176—1190.
- Вилькович Е. В., Шнирман М. Г.** О миграции очагов землетрясений вдоль крупных разломов и зон Беньоффа // Вычисл. сейсмология. — 1980. — Вып. 13. — С. 19—24.
- Злобин Т. К., Сафонов Д. А., Ершов В. В.** Сильные землетрясения Сахалина: миграция и цикличность афтершоков по латерали и глубине // Геофизика XXI столетия: 2006 год. Сборник трудов Восьмых геофизических чтений им. В. В. Федынского (2-4 марта 2006 г., Москва). — Тверь: ООО "Издательство ГЕРС", 2007. — С. 153—157.
- Каменобродский А. Г., Пустовитенко Б. Г., Поречнова Е. И.** Пространственно-временные распределения эпицентров слабых толчков как индикатор подготовки сильных землетрясений // Физика Земли. — 1987. — № 10. — С. 3—13.
- Морнев О. А., Асланиди О. В., Алиев Р. Р., Чайлахян Л. М.** Солитонный режим в уравнениях Фитцхью—Нагумо: отражение сталкивающихся импульсов возбуждения // ДАН России. — 1996. — № 347, № 1. — С. 123—125.
- Николаевский В. Н., Рамазанов Т. К.** Генерация и распространение тектонических волн вдоль глубинных разломов // Физика Земли. — 1986. — № 10. — С. 3—13.
- Пустовитенко Б. Г., Поречнова Е. И.** О процессах формирования очаговых зон сильных землетрясений // Геофиз. журн. — 2008. — № 5. — С. 73—90.
- Пустовитенко Б. Г., Пустовитенко А. А.** Миграция очагов землетрясений Черноморского региона // Материалы 5 Севастопольского Международного семинара "Фундаментальные и прикладные проблемы мониторинга и прогноза природных, техногенных и социальных катастроф". — Севастополь, 2002. — С. 69—70.
- Ризниченко Ю. В., Артамонов А. М.** Развитие энергетической модели сейсмичности // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1975. — № 12. — С. 41—55.
- Садовский М. А., Болховитинов Л. Г., Писаренко Г.-П.** Деформируемость геофизической среды и сейсмический процесс. — Москва: Наука, 1987. — 100 с.
- Соболев Г. А., Пономарев А. В.** Акустическая эмиссия и стадии подготовки разрушения в лабораторном эксперименте // Вулканология и сейсмология. — 1999. — № 4—5. — С. 50—62.
- Спиртус В. Б.** Афтершоковая деятельность и физический механизм фрактальности временной

- компоненты сейсмичности // Геофиз. журн. — 2005а. — 27, № 1. — С. 187—191.
- Спиртус В. Б. Исследование геосолитонов в Крымско-Черноморском регионе в моделях типа Фитцхью—Нагумо // Геофиз. журн. — 2008. — 30, № 5. — С. 91—100.*
- Спиртус В. Б. Некоторые энергетические оценки для реологических моделей континуально порврежденной среды // Геофиз. журн. — 2007. — 29, № 4. — С. 163—169.*
- Спиртус В. Б. Связь эволюции сейсмической активности с кинетикой энергонасыщенности сейсмоактивной среды // Геофиз. журн. — 2005б. — 27, № 3. — С. 512—519.*
- Спиртус В. Б., Пустовитенко Б. Г. Описание явления миграции сейсмической активности в рамках моделей возбудимых сред // Докл. НАН Украины. — 2005. — № 13. — С. 120—124.*
- Тюпкин Ю. С. Закон Омори и кинетика афтершоковой последовательности // Физика Земли. — 2001. — № 9. — С. 41—48.*
- Уломов В. И. Волны сейсмогеодинамической активизации и долгосрочный прогноз землетрясений // Физика Земли. — 1993. — № 4. — С. 43—53.*
- Уломов В. И., Кузин И. П., Соловьева О. Н., Полякова Т. П., Медведева Н. С. О миграционных сейсмогеодинамических процессах в Центральном Каспии и в сопредельных структурах Кавказа и Копетдага // Физика Земли. — 2005. — № 2. — С. 13.*
- Хакен Г. Синергетика. — Москва: Мир, 1985. — 423 с.
- Холодниок М., Клич А., Кубичек М., Марек М. Методы анализа нелинейных динамических моделей. — Москва: Мир, 1991. — 368 с.*
- Garvie M. R. Finite-difference schemes for reaction-diffusion equations modeling predator-prey interactions in MATLAB // Bull. of math. Biology (2006) DOI 10.1007/s 11538-006-9062-3.*
- Hagberg A., Meron E. From Labyrinthine patterns to spiral turbulence // Phys. Rev. Lett. — 1994. — 72. — P. 2494—2497.*
- Hill D. P., Johnston M. J. S., Langbein J. O. Bilham Response of Long Valley caldera to the $M_w=7.3$ Landers, California, Earthquake // J. Geophys. Res. — 2000. — 100, B 7. — P. 12985—13005.*
- Mogi K. Migration of seismic activity // Bull. Earth Res. Inst. Tokyo Univ. — 1968. — 46. — P. 53—74.*
- Wiemer S., Wyss M. Seismic Quiescence before the Landers ($M=7.5$) and Big Bear ($M=6.5$) 1992 Earthquakes // BSSA. — 1994. — 84, № 3. — P. 900—916.*
- Wu Y., Chen C. Seismic reversal pattern for the 1999 Chi-Chi, Taiwan, $M_w=7.6$ earthquake // Tectonophysics. — 2007. — 429, issues 1-2. — P. 125—132.*
- Wyss M., Sobolev G., Clippard D. Seismic quiescence precursors to two M_7 earthquakes on Sakhalin Island, measured by two methods // Earth Planets Space. — 2004. — 56. — P. 725—740.*