УДК 519.816

# ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ, ЩО ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Н.К.Тимофієва

*Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій і систем НАН та МОН України*

*Tymnad@gmail.com*

Розглянуто деякі підходи, які використовуються для розв'язання задач комбінаторної оптимізації (ітераційні, евристичні). Описано способи аналізу вхідної інформації для знаходження за їхньою структурою оптимального результату. Показано, що методами, які ґрунтуються на розпізнаванні структури вхідної інформації в порівнянні з кореляційними, знаходиться глобальний розв'язок поліноміально. Це пов'язано з тим, що комбінаторна конфігурація (аргумент цільової функції) будується в процесі розпізнавання елементів множини вхідних даних.
*Ключові слова: комбінаторна оптимізація, кореляційні методи, аналіз вхідної інформації, комбінаторна конфігурація, цільова функція, метод структурно-алфавітного пошуку.*

A some approaches used to solve combinatorial optimization problems (iterative, heuristic) are considered. A methods for the analysis of the input data to find the optimal results for their structure are described. It is shown that methods based on the recognition of patterns of input data, compared with correlation, find a global solution polynomial. This is because that combinatorial configuration (argument of objective function) is constructed in the recognition of elements of the set of input data.
*Keywords: combinatorial optimization, correlation methods, analysis of input data, combinatorial configuration, objective function, method of structurally-alphabetical search.*

Рассмотрены некоторые подходы, которые используются для решения задач комбинаторной оптимизации (итерационные, эвристические). Описаны способы анализа входной информации для нахождения по их структуре оптимального результата. Показано, что методами, которые основаны на распознавании структуры входной информации, по сравнению с корреляционными, находится глобальное решение полиномиально. Это связано с тем, что комбинаторная конфигурация (аргумент целевой функции) образуется в процессе распознавания элементов множества входных данных.
*Ключевые слова: комбинаторная оптимизация, корреляционные методы, анализ входной информации, комбинаторная конфигурация, целевая функция, метод структурно-алфавитного поиска.*

**Вступ.** Для розв'язання задач із класів задач комбінаторної оптимізації виділимо такі основні підходи [1]:

а) ітераційні методи та алгоритми, що ґрунтуються на частковому переборі варіантів;

б) методи та алгоритми, що ґрунтуються на розпізнаванні структури вхідної інформації. Їх ще називають евристичними, такими, в яких моделюються правила вибору оптимального рішення людини в ручному режимі [2].

До ітераційних методів та алгоритмів відносяться як універсальні методи математичного програмування, так і спеціальні, які ураховують специфіку даної проблеми (точні та наближені). Це – методи лінійного, цілочислового, динамічного, нелінійного, квадратичного, стохастичного програмування, градієнтні методи, методи гілок і меж, послідовний аналіз варіантів, методи локального пошуку, метод відпалу та алгоритми: генетичні, гібридні, тощо. Останні десятиліття зусилля вчених направлене на розроблення нових загальних схем розв'язання задач комбінаторної оптимізації, в основі яких лежать згадані вище методи та алгоритми.

Метод найближчого сусіда, "жадібний" алгоритм, метод північно-західного кута, деякі алгоритми розв'язання задач із штучного інтелекту, в яких використано розповсюдження обмеження, ґрунтуються на розпізнаванні структури вхідних даних [3]. До цього напряму відноситься проблема знаходження підкласів розв'язних задач [1]. Як правило, відомі методи та алгоритми, що ґрунтуються на розпізнаванні структури вхідної інформації, ефективні за швидкодією, але результат розв'язання при цьому може бути далекий від оптимального. З цієї причини другому підходу, незважаючи на те, що саме їхнє використання ефективне при розв'язанні задач обчислювального інтелекту, в літературі достатньої уваги не приділяється. Для оцінки отриманого результату проводиться аналіз вхідної інформації за допомогою підходів, які використовуються в математичній статистиці, а також розпізнається структура вхідної інформації. В ітераційних методах спочатку визначається аргумент цільової функції, а потім для нього за певним виразом обчислюється значення цільової функції. В методах, які ґрунтуються на розпізнаванні структури вхідних даних, шляхом визначення зв'язків між елементами множини вхідної інформації послідовно будується комбінаторна конфігурація (аргумент), для якої цільова функція набуває оптимального значення. Нижче розглянемо ці проблеми комбінаторної оптимізації детальніше.

## 1. Загальна математична постановка задачі комбінаторної оптимізації

Наведемо загальну постановку задачі комбінаторної оптимізації [1]. Задачі цього класу, як правило, задаються однією або кількома множинами, наприклад $A$ та $B$, елементи яких мають будь-яку природу. Назвемо ці множини *базовими*. Наявні два типи задач. В *першому* типі кожну з цих множин подамо у вигляді графа, вершинами якого є її елементи, а кожному ребру поставлено у відповідність число $c_{lt} \in R$, яке називають вагою ребра ($R$ – множина дійсних чисел); $l \in \{1,...,n\}$, $t \in \{1,..., \tilde{n}\}$, $n$ – кількість елементів множини $A$, $\tilde{n}$ – кількість елементів множини $B$. Покладемо, що $n = \tilde{n}$. Між елементами цих множин існують зв'язки, числове значення яких назвемо вагами. Величини $c_{lt}$ назвемо *вхідними* даними та задамо їх матрицями. В *другому* типі задач між елементами заданої множини зв'язків не існує, а вагами є числа $v_j \in R$, $j \in \{1,...,n\}$, яким у відповідність поставлено деякі властивості цих елементів, числові значення яких задаються скінченними послідовностями, що також є вхідними даними. Ці величини визначають значення цільової функції.

Для обох типів задач із елементів однієї або кількох із заданих множин, наприклад $a_l \in A$, $l \in \{1,...,n\}$, утворюється комбінаторна множина $W$ – сукупність комбінаторних конфігурацій певного типу (перестановки, вибірки різних типів, розбиття тощо). На елементах $w$ комбінаторної множини $W$ вводиться цільова функція $F(w)$. Необхідно знайти елемент $w^*$ множини $W$, для якого $F(w)$ набуває екстремального значення при виконанні заданих обмежень.

Подамо елементи $h$ наддіагоналей симетричної комбінаторної матриці $Q(w^k)$ комбінаторною функцією $\beta(f(j), w^k)|_1^m = (\beta_1(f(1), w^k),...$ $..., \beta_m(f(m), w^k))$, а елементи $h$ наддіагоналей симетричної матриці $C$ – функцією натурального аргументу $\varphi(j)|_1^m = (\varphi(1), ..., \varphi(m))$, де $m = \frac{n(n-1)}{2}$ – кількість елементів $h$ наддіагоналей матриць $C$ та $Q(w^k)$, $h = \overline{1, n-1}$. Верхній індекс $k$ ($k \in \{1,...,q\}$) у $w^k$ позначає порядковий номер $w^k$ у $W$, $q$ – кількість $w^k$ у $W$. Якщо матриці $Q(w^k)$ та $C$ – несиметричні, то $\beta(f(j), w^k)|_1^m$ та $\varphi(j)|_1^m$ містять усі їхні елементи, а $m=n^2$ (або $m = n\,\tilde{n}$). Сумарне значення функції цілі $F(w^k)$ запишемо як

$$F(w^k) = \sum_{j=1}^{m} \beta_j\,(f\,(j), w^k)\,\varphi(\,j\,). \quad (1)$$

## 2. Критерії, цільова функція та структура вхідної інформації

Для моделювання прикладних задач в рамках теорії комбінаторної оптимізації необхідно [4]:

а) за способом обчислення цільової функції визначити вид задачі (стаціонарна або динамічна);

б) визначити базові множини, якими задається певна задача;

в) за вхідними даними визначити її тип;

г) визначити аргумент цільової функції (комбінаторну конфігурацію);
д) змоделювати цільову функцію.

Уточнимо такі поняття як критерій та цільова функція.

*Критерій* – ознаки або властивості, які характеризують певний об'єкт або зв'язки між об'єктами і є вхідними даними.

*Цільова функція* – вираз, який формулюється на основі заданих критеріїв з урахуванням особливостей задачі, за яким обчислюється та оцінюється результат її розв'язку.

Як правило, цільову функцію ототожнюють з критеріями, а за її аргумент приймають вхідні дані. Але для одних і тих же критеріїв цільову функцію можна змоделювати по-різному, тобто оцінка проводиться за різними виразами та одержується різний результат. Її аргументом є комбінаторні конфігурації різних типів (перестановки, різні типи вибірок, розбиття $n$-елементної множини на підмножини тощо). До того ж вона може залежати як від однієї змінної так і від багатьох. За цією ознакою задачі комбінаторної оптимізації розділяються на підзадачі. В цьому випадку для їхнього розв'язання необхідно розробляти гібридні алгоритми.

Оскільки вхідні дані в задачах комбінаторної оптимізації – випадкові величини, які мають безладну структуру, досить часто для оцінки результату використовують різні методи аналізу даних, які мають місце в математичній статистиці [5]. Це – розвідувальний, дисперсійний, регресійний, коваріаційний, дискримінантний, кореляційний, кластерний, факторний аналізи, а також моделювання вхідних даних скінченними числовими послідовностями та обчислення цільової функції за виразом (1). В ітераційних методах часто використовують кореляційний аналіз. Але цей аналіз даних відображає лише лінійну залежність між випадковими величинами і не відображає їхньої функціональної зв'язаності. При розв'язанні задач класифікації або кластеризації для визначення функціональної зв'язаності між елементами множин вхідних даних використовують підходи, що ґрунтуються на розпізнаванні їхньої структури (кластерний та факторний аналіз, метод опорних векторів тощо). В процесі розв'язання цих задач послідовно будується комбінаторна конфігурація (аргумент цільової функції), яка може бути і глобальним розв'язком.

## 3. Підходи, що ґрунтуються на розпізнаванні структури вхідної інформації, та ітераційні методи

Для розв'язання задач комбінаторної оптимізації (дискретної) використовують як точні методи (метод гілок і меж) так і наближені (методи локального пошуку, еволюційні алгоритми).

В основі методу гілок і меж лежить послідовне використання скінченності множини варіантів розв'язку задачі та заміна їхнього повного перебору частковим, так званим направленим перебором [6]. Повний перебір уникається за рахунок відкидання неперспективних множин, тобто таких, які заздалегідь не можуть містити оптимального розв'язку задачі. В загальній схемі методу ця ідея реалізується шляхом послідовного розбиття усієї множини допустимих розв'язків задачі на підмножини і побудова оцінок, які дозволяють зробити обгрунтований висновок про те, які з одержаних підмножин не містять оптимальних розв'язків. Виключення з подальшого аналізу таких безперспективних підмножин скорочує перебір варіантів розв'язку задачі.

Серед наближених методів комбінаторної оптимізації особливе місце займають методи локального пошуку [7, 8]. Серед них можна виділити метод вектора спада [8], змінної глибини [3], спрямовуючого околу [8], звужуючих околів [9].

Загальну схему роботи методів локального пошуку можна описати так. Задано початкову точку, що належить обмеженій множині. Певним способом задається її окіл. Якщо в цьому околі не існує допустимої точки, кращої за початкову, то локальний оптимум задано і пошук закінчується. В іншому разі вибирається наступна точка з цієї множини і визначається її окіл. Для неї обчислювальний процес повторюється до знаходження локального оптимуму. При локальному пошуку важливо вибрати окіл, сформулювати правила перебору точок в ній і перейти в інші точки.

Оговорені методи відносяться до перебірних, в яких розроблено правила звуження кількості варіантів, які досліджуються на оптимальність. Комбінаторна конфігурація (аргумент цільової функції) знаходиться не з урахуванням структури вхідної інформації, а визначається на певній ітерації випадково або за певними правилами. Оцінка результату проводиться з використанням лінійної цільової функції, яка зводиться до виразу (1). Вона не дозволяє встановлювати функціональну зв'язаність між елементами вхідних даних. Розроблені на основі цих методів алгоритми поліноміально визначають лише локальний розв’язок. Глобальний оптимум цими підходами знаходиться для невеликої розмірності задачі, а для великої знаходиться експоненціально. За виразом (1) інколи знайти його неможливо навіть повним перебором із-за ситуації невизначеності.

Розглянемо метод структурно-алфавітного пошуку, що ґрунтується на розпізнаванні структури вхідної інформації та заданому впорядкуванні комбінаторних конфігурацій [1]. Він характеризується величезною швидкодією та на множині перестановок (підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій) дозволяє поліноміально знаходити глобальний розв’язок або наближений до нього. В ньому використано найпростіший розв'язний випадок, який задано двома системами перестановок. Під розв'язними мається на увазі певний підклас задач, для яких відомий аналітичний спосіб знаходження глобального розв'язку.

У методі структурно-алфавітного пошуку використано такі властивості задач комбінаторної оптимізації:

а) в задачах комбінаторної оптимізації закономірність зміни значень цільової функції залежить від упорядкування комбінаторних конфігурацій. На підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій функція цілі змінюється так, як і на множині перестановок;

б) упорядкування комбінаторних конфігурацій проводиться підмножинами, на які розбивається їхня множина з використанням незалежних від вхідних даних параметрів**;**

в) для одержаного упорядкування визначається закономірність зміни значень цільової функції з урахуванням структури вхідних даних.

Комбінаторна конфігурація (аргумент цільової функції) в описаному підході будується в процесі розв'язання задачі на основі аналізу елементів множини вхідної інформації. На відміну від методу гілок і меж в ньому розбивається на підмножини не множина розв'язків, а множина комбінаторних конфігурацій незалежно від вхідних даних. Використання ж розв'язного випадку, заданого двома множинами перестановок, у методі структурно-алфавітного пошуку дозволяє без перебору варіантів відтинати неефективні розв'язки та знаходити підмножину, яка містить глобальний оптимум.

Отже, завдяки розпізнаванню елементів множини вхідної інформації при побудові комбінаторної конфігурації в порівнянні з методом гілок і меж для великих розмірностей задачі оговореним підходом знаходиться глобальний або наближений до нього розв'язок. Для задачі комівояжера, яка описана у [10], методом гілок і меж глобальний розв'язок знайдено за 29 ітерацій. Методом структурно-алфавітного пошуку для цієї ж задачі глобальний розв'язок одержано побудовою двох перестановок (за дві ітерації).

## 3. Сегментація мовленнєвого сигналу методом, що ґрунтується на розпізнаванні конфігурації вхідного сигналу, та динамічним програмуванням з використанням кореляційних підходів

Мовленнєвий сигнал передає мовлення людини в якому спостерігаються ділянки майже періодичні, які моделюють голосні та приголосні звуки, та неперіодичні (шумні звуки). Майже періодичні ділянки сигналу розділяються на майже періоди, які моделюють період основного тону. Конфігурації майже періодів одного і того ж звуку подібні, а різних звуків різні. Їхні довжини для різних звуків та під наголосом одного і того ж диктора можуть бути неоднакові.

Задача автоматичної сегментації мовленнєвого сигналу полягає у виділенні на заданому його відрізку майже періодичних та неперіодичних ділянок, а в майже періодичних визначаються довжини поточного майже періоду [11]. Вона відноситься до задачі розпізнавання і для свого розв'язання вимагає уведення міри подібності.

Для сегментації мовленнєвого сигналу розроблено багато методів та алгоритмів, що грунтуються на кореляційних підходах з використанням динамічного програмування, наприклад [11]. Але в багатьох підходах вона розв’язується і шляхом розпізнавання конфігурації вхідного сигналу. Проведемо сегментацію мовленнєвого сигналу на майже періодичні та неперіодичні ділянки, в якому розпізнається його конфігурація [12]. Для формулювання математичної постановки цієї задачі використаємо теорію комбінаторної оптимізації.

Як правило, відрізок сигналу, що досліджується, розбивається на ділянки довжиною $L \in \{L_{\min}, L_{\min}+\Delta, L_{\min}+2\Delta ,..., L_{\max}\}$ з наступним визначенням майже періодичності сусідніх ділянок; $L_{\min}$ – мінімально можлива довжина майже періоду, $L_{\max}$ – максимально можлива довжина майже періоду, $\Delta$ – значення приросту майже періоду (визначається експериментально). Розглянемо випадок, коли міра подібності, що використовується для визначення майже періодичності двох сусідніх ділянок, обчислюється з урахуванням кількох критеріїв. У процесі розв'язання задачі формується комбінаторна конфігурація (розміщення без повторень) $\tau^k = \left(\tau_1^k,...,\tau_{\eta^k}^k\right)$, в якій ураховується порядок елементів, причому $\tau_j^k < \tau_{j+1}^k$. Елемент $\tau_j^k \in \{1,...,n\}$ є відліком сигналу, що вказує на кінець $j$-го або на початок $(j+1)$-го майже періоду. Комбінаторну конфігурацію $\tau^k$ назвемо траєкторією. Множину усіх можливих траєкторій позначимо $T = \{\tau^1,..., \tau^q\}$. Для цієї задачі виберемо міри подібності та на їхній основі побудуємо цільову функцію, в якій ураховується кілька критеріїв.

Нехай задано відрізок мовленнєвого сигналу, який подамо у вигляді числової функції $f(j)|_1^m$, $m$ – кількість її значень. Розіб'ємо його на ділянки довжиною $L \in \{L_{\min}, L_{\min}+\Delta, L_{\min}+2\Delta ,..., L_{\max}\}$. Для визначення майже періодичності відрізку заданої функції використовуються різні міри подібності, наприклад описані в [11]. Виберемо такі, які для свого обчислення не вимагають значних затрат машинного часу та дають ефективний результат [12]. При сегментації мовленнєвого сигналу методом розпізнавання його конфігурації визначаються мінімальна та максимальна величини заданої функції $f(j)|_1^m$ та ураховується між ними віддаль. Вважатимемо, що ділянка функції $f(j)|_1^m$ майже періодична, якщо

$$p_l = \frac{\min\left(a_t - a_{t-1},\, a_{t-1} - a_{t-2}\right)}{\max\left(a_t - a_{t-1},\, a_{t-1} - a_{t-2}\right)} > \varepsilon\,, \tag{2}$$

$$d_l = \frac{\min\left(b_t - b_{t-1},\, b_{t-1} - b_{t-2}\right)}{\max\left(b_t - b_{t-1},\, b_{t-1} - b_{t-2}\right)} > \varepsilon\,, \tag{3}$$

$$\pi_l = \left|\, p_l - d_l \,\right| < \varepsilon'\,, \tag{4}$$

де $t \in \{3,...,\tilde{m}(\tau^k)+1\}$, $l \in \{1,...,\tilde{m}(\tau^k)\}$, $p_l, d_l$ – елементарні міри подібності, які дозволяють визначати майже періодичність $t$-ї та $(t+1)$-ї ділянок; $a_t$ – відлік, для якого значення функції $f(a_t)$ на ділянці довжиною $\tilde{L}$ найбільше; або $\left|\,|f(a_t)| - |f(a^*)|\,\right| < \varepsilon''$, якщо $\frac{\min\left(a_t - a_{t-1},\, \tilde{L}\right)}{\max\left(a_t - a_{t-1},\, \tilde{L}\right)} > \varepsilon$, $a^*$ – відлік, для якого значення функції $f(a^*)$ найбільше; $b_t$ – відлік, для якого значення функції $f(b_t)$ на цій же ділянці найменше; або $\left|\,|f(b_t)| - |f(b^*)|\,\right| < \varepsilon''$, якщо $\frac{\min\left(b_t - b_{t-1},\, \tilde{L}\right)}{\max\left(b_t - b_{t-1},\, \tilde{L}\right)} > \varepsilon$, $b^*$ – відлік, для якого значення $f(b^*)$ – найменше; $\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon''$ – коефіцієнти міри подібності, що визначаються експериментально; $\tilde{m}(\tau^k)$ – кількість ділянок довжиною $\tilde{L}$, на які розбивається функція $f(j)|_1^m$ на $k$-й ітерації.

Для першої ділянки довжиною $L$ оцінка майже періодичності проводиться за виразами

$$p_l = \frac{\min\left(c,\, a_t - a_{t-1}\right)}{\max\left(c,\, a_t - a_{t-1}\right)} > \varepsilon, \tag{5}$$

$$d_l = \frac{\min\left(c,\, b_t - b_{t-1}\right)}{\max\left(c,\, b_t - b_{t-1}\right)} > \varepsilon, \tag{6}$$

$$\pi_l = \left|p_l - d_l\right| < \varepsilon', \tag{7}$$

де $t = 2$, $l \in \{1,...,\tilde{m}(\tau^k)\}$, а $c = L$, якщо обчислення проводяться для першого відрізку функції.

Для $k$-го варіанту розв'язку задачі, використовуючи міри подібності (2)–(4), будуємо траєкторію $\tau^k$ елементи якої задають відліки майже періодичних та неперіодичних ділянок відрізку функції $f(j)|_1^m$.

Оцінка та вибір оптимальної траєкторії з усіх можливих $\tau^k$, яка дає розв'язок задачі, проводиться за цільовою функцією, що ураховує кілька критеріїв:

$$F\left(\tau^k\right)=\frac{\sum\limits_{i=1}^{\tilde{m}\left(\tau^k\right)}\left(1-\lambda_t\left(\tau^k\right)\right)}{\sum\limits_{t=1}^{\tilde{m}\left(\tau^k\right)}\lambda_i\left(\tau^k\right)}+\sum_{i=1}^{\tilde{m}\left(\tau^k\right)}\lambda_t\left(\tau^k\right)\pi_t\left(\tau^k\right)+m^{'}\left(\tau^k\right), \tag{8}$$

де $\lambda_t\left(\tau^k\right)\in\{0,1\}$ і визначає майже періодичність $t$-ї ділянки для $k$-го варіанту вибірки $\tau^k$.

Якщо $\lambda_t\left(\tau^k\right)=1$, то $t$-й ділянці відповідає майже період. Якщо $\lambda_t\left(\tau^k\right)=0$, то відрізок сигналу – неперіодичний, $\sum\limits_{i=1}^{\tilde{m}\left(\tau^k\right)}\lambda_t\left(\tau^k\right)\pi_t\left(\tau^k\right)$ – інтегральна міра подібності для $k$-го варіанту $\tau^k$, $m^{'}\left(\tau^k\right)=\dfrac{\tilde{m}\left(\tau^1\right)}{\tilde{m}\left(\tau^k\right)}$ – коефіцієнт, який встановлює зв'язок між кількістю ділянок першої та $k$-ї траєкторій, $\tilde{m}\left(\tau^1\right)$ – кількість ділянок (довжина кожної з яких – $L_{\min}$) на які розбивається відрізок функції $f(j)|_1^m$ для першого варіанту розв'язку задачі $\tau^1$, $\tilde{m}\left(\tau^k\right)$ – кількість ділянок, на які розбивається відрізок функції $f(j)|_1^m$ для $k$-ї траєкторії $\tau^k=\left(\tau_1^k,...,\tau_{\eta^k}^k\right)$.

Задача полягає у знаходженні такої траєкторії $\tau^k$, для якої цільова функція (8) досягає найменшого значення при виконанні умов (2)–(7).

Оскільки задача сегментації мовленнєвого сигналу – динамічна, то її розв’язують динамічним програмуванням з використанням коефіцієнтів автокореляції функції $f(j)|_1^m$ [13]. Ця задача описується орієнтованим ациклічним графом, часткові значення цільової функції в ній змінюються в часі та обчислюються за рекурентними правилами. При знаходженні оптимального значення часткової цільової функції виконується принцип Беллмана. В цьому разі мовленнєвий сигнал (функція $f(j)|_1^m$) також розбивається на ділянки довжиною $L\in\{L_{\min},L_{\min}+\Delta,L_{\min}+2\Delta,...,L_{\max}\}$. Вважаємо, що ділянка функції, яка порівнюється з еталоном, знаходиться на відрізку $[x-L,x-1]$, який позначимо $f(j)|_{x-L}^{x-1}$. За еталон приймемо відрізок функції $[x-2L,x-L+1]$, який позначимо $\tilde{f}(j)|_{x-2L}^{x-L+1}$, $x\in\{1,...,m\}$ – відлік сигналу, для якого обчислюється міра подібності. Для першої ділянки обчислення проводяться за окремими правилами. При порівнянні ділянки сигналу $f(j)|_{x-L}^{x-1}$ та еталону $\tilde{f}(j)|_{x-2L}^{x-1+1}$ використовуємо міру подібності, що обчислюється для відліку $x$ функції $f(j)|_1^m$ довжиною $L$ та величиною приросту періоду $\Delta$: $d(x,L,\Delta)=\sum_{s=0}^{\min(L,L-\Delta)-1}(f(x-L+s)-\tilde{f}(x-2L+s))^2$, $\Delta_{\min}\le\Delta\le\Delta_{\max}$, де $\Delta_{\min},\Delta_{\max}$ – найменше та найбільше значення приросту майже періоду.

Процес розв'язання задачі описується орієнтованим ациклічним графом. Кожному відліку $x$ відповідає вершина цього графа, в кожну з яких входять кілька ребер з різними вагами, які виходять з попередніх вершин, а виходять з однаковою, оптимальною вагою. Вони визначають оптимальний частковий розв'язок на цьому етапі. Для знаходження часткового значення міри подібності у відліку $x$ необхідно обчислити ряд додаткових параметрів, що впливає на швидкість обчислювального процесу. Кількість відліків $x$ залежить від значення приросту періоду $\Delta$. Якщо $\Delta$ менша, то кількість вершин графа, відповідно і обчислень більша, зате отриманий результат точніший. В алгоритмі [13] для встановлення періодичних та неперіодичних ділянок на значення часткової цільової функції накладаються додаткові обмеження.

Оскільки в цьому алгоритмі не розпізнається конфігурація сигналу, то для двох сусідніх ділянок для відліку $x$ вибирається оптимальне значення із обчислених в цій точці значень часткової цільової функції незалежно від подібності ділянок, тобто будь-який сигнал він розпізнає як майже періодичний. Обмеження на міри подібності, які уводяться для розпізнавання неперіодичних ділянок, справедливі на межі між різними звуками (або дифонами чи трифонами). Тобто майже періодичні відрізки сигналу алгоритм [13] може розпізнавати як неперіодичні.

Отже, для сегментації мовленнєвого сигналу на майже періодичні та неперіодичні ділянки, а в останніх виділяти майже періоди необхідно розпізнавати конфігурацію цього сигналу, або уводити інші, ніж в [13], обмеження на значення цільової функції. В алгоритмі [12] розпізнаються максимальні та мінімальні значення функції $f(j)|_1^m$ та накладаються обмеження на відстань між ними, яка може відповідати довжині майже періоду. Тому алгоритм [12] коректно розв'язує поставлену задачу. Оскільки в процесі його роботи необхідно обчислювати набагато менше параметрів, ніж в алгоритмі [13], то за його допомогою поставлена проблема для великих розмірностей вирішується в реальному часі.

### 4. Способи аналізу вхідної інформації при розв'язанні задачі контролю топології друкованих плат

В автоматизованих системах проектування друкованих плат особливо важливою задачею є контроль топології друкованих плат. Вона полягає у встановленні відповідності друкованого монтажу заданій електричній схемі. Вхідними даними в цій задачі є електрична схема і друкований монтаж, виконаний згідно із заданою схемою. Як правило, її розв'язують таким чином.

Спочатку за топологією друкованого монтажу формують список електричних зв'язків. Потім утворений список порівнюють із заданим. Тобто, в цій схемі не проводиться аналіз вхідної інформації на функціональну зв’язаність. Цей спосіб вимагає додаткових ресурсів на оперативну пам'ять і збільшує час обчислень. У проектуванні великих інтегральних мікросхем актуальною є проблема оптимізації затраченого на розв'язок поставленої задачі часу. У [14] для розв'язання цієї задачі реалізовано принцип "продзвонки" електричних зв'язків, який використовують при його провірці вручну, тобто розв'язок задачі ґрунтується на розпізнаванні структури вхідних даних та встановленні функціональної зв’язаності між елементами заданої топології, На першому етапі проводиться розфарбування компонент графа $G$, яким задається друкований монтаж. Кожній компоненті присвоюється свій символ. На другому кроці розпізнаються символи, які знаходяться на місці монтажних отворів плати. Якщо для $j$-го електричного зв'язку на місці усіх монтажних отворів знаходиться один і той же символ, то друкований провідник відповідає заданому електричному зв'язку, тим самим друкований монтаж відповідає заданій електричній схемі.

Отже, в цій задачі порівняння спискової структури, якою подано топологію плати, проводиться повним перебором. Розпізнавання топології друкованого монтажу (встановлення функціональної зв’язаності між елементами множин вхідних даних) виключає процедуру порівняння двох списків, завдяки чому він характеризується величезною швидкодією.

**Висновки.** Таким чином, методами, які ґрунтуються на розпізнаванні структури вхідної інформації (встановлення функціональної зв’язаності між елементами множин вхідних даних), в порівнянні з кореляційними, глобальний розв'язок знаходиться поліноміально для великих розмірностей задачі. Це пов'язано з тим, що комбінаторна конфігурація (аргумент цільової функції) будується в процесі розпізнавання елементів множини вхідних даних. До того ж для деяких задач із штучного інтелекту, в яких виникає ситуація невизначеності, такі підходи можуть бути єдино можливими для їхнього розв'язання.

## Література

1. Тимофієва Н.К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації. Автореф. дис... докт. техн. наук / – Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ. – 2007. – 32 с.

2. Тимофієва Н.К. Про методи комбінаторної оптимізації, що ґрунтуються на розпізнаванні вхідної інформації, евристичні алгоритми та обчислювальний інтелект /Н. К. Тимофієва // Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2015 – № 2. – С. 106–111.

3. Пападимитриу Х. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность / Х. Пападимитриу, К. Стайглиц. – М.: Мир, 1985.– 510 с.

4. Тимофієва Н.К. Метод моделювання прикладних задач з використанням теорії комбінаторної оптимізації /Н. К. Тимофієва // Дискретна математика та її застосування у економіко-математичному моделюванні та інформаційних технологіях: Збірник тез доповідей (11– 13 жовтня 2012 р.). – Запоріжжя: Запоріжський націон. ун-т, 2012. – С. 64–65.

5. Гайдышев И.П. Анализ и обработка данных. Специальный справочник /И.П. Гайдышев. – Санкт-Петербург, ПИТЕР, 2001. – 752 с.

6. Land A.H., Doig A.G. An automatic method of solving discrete programming problems // Econometrica. – 1960. – **28**, № 3. – P. 497–520.

7. Журавлев Ю.И. Локальные алгоритмы вычисления информации. I, II / Ю.И. Журавлев // Кибернетика. – 1965. – № 1.– С.12–19; 1966. – № 2. – С.1–11.

8. Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / И.В. Сергиенко. – К.: Наук. думка, 1988.– 471 с.

9. Стоян Ю.Г. Решение некоторых многоэкстремальных задач методом сужающихся окрестностей / Ю.Г. Стоян, В.З. Соколовский– К: Наук. думка, 1980. – 205 с.

10. Рейнгольд Э. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика / Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельт, Н. Део / Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 476 с.

11. Винцюк Т.К. Анализ, распознавание и интерпретация речевых сигналов / Т.К. Винцюк. – К.: Наукова думка, 1987. – 262 с.

12. Тимофієва Надія. Ітераційний алгоритм автоматичного визначення квазіперіодичних і неперіодичних ділянок мовного сигналу / Надія Тимофієва // Оброблення сигналів і зображень та розпізнавання образів. Праці третьої Всеукр. Міжнародн. Конференції (26–30 листопада 1996 р.). – К., Ін-т кібернетики, 1996. – С. 132–134.

13. Вінцюк Тарас. Оптимальне розбиття сигналу на квазіперіодичні та неперіодичні ділянки/ Тарас Вінцюк // Оброблення сигналів і зображень та розпізнавання образів. Праці третьої Всеукр. Міжнародн. Конференції (26–30 листопада 1996 р.). – К., Ін-т кібернетики, 1996. – С. 43–47.

14. Тимофеева Н.К. Проблемы контроля топологии печатного монтажа / Н.К. Тимофеева // Численные методы и технология разработки пакетов прикладных программ: Сб. науч. тр. – К., 1990. – С.42–47.