

УДК 531.36, 531.31

©2016. Б. И. Коносеви́ч, Ю. Б. Коносеви́ч, Г. В. Мозале́вская

## АСИМПТОТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ В ЦЕЛОМ ДВУХТОКОВОЙ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОМОТОРА

В основу исследования положена двухтоковая модель асинхронного электромотора. Предполагается, что момент нагрузки является нелинейным диссипативным. Получены неравенства для параметров системы, при выполнении которых любое движение асинхронного электромотора с течением времени стремится к режиму равномерного вращения.

**Ключевые слова:** асинхронный электромотор, глобальная асимптотическая устойчивость, принцип инвариантности Ла-Салля.

В статье [1] на основе двухтоковой модели показано, что при отсутствии момента нагрузки имеет место глобальная асимптотическая устойчивость стационарного режима равномерного вращения ротора электромотора. В данной работе для описания динамики асинхронного электромотора используется предложенная в [1] система дифференциальных уравнений, содержащая уравнения для двух токов в обмотках ротора. Предполагается, что момент нагрузки отличен от нуля и имеет диссипативный характер. Глобальная асимптотическая устойчивость режима равномерного вращения ротора асинхронного электромотора установлена и для этого общего случая, а именно, получены неравенства для параметров системы, при выполнении которых любое движение электромотора с течением времени стремится к равномерному вращению.

**1. Двухтоковая модель синхронного и асинхронного электромотора.** Электромотор состоит из двух основных частей — статора и ротора. В статоре имеются обмотки, на которые подается переменный электрический ток. Он создает магнитное поле, вектор напряженности которого  $\mathbf{B}$  постоянен по модулю и вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси ротора.

Для получения магнитного поля в роторе в его пазах также размещаются обмотки, по которым идет ток. На рис. 1 показана упрощенная модель обмоток ротора *синхронного* электрического мотора. В роторе имеются две одинаковые перпендикулярные друг другу обмотки, показанные на рис. 1 в виде прямоугольных рамок. Одна из обмоток, называемая демпферной, замкнута. К другой обмотке, называемой обмоткой возбуждения, через угольные щетки подается постоянное напряжение.

Такая модель синхронного электромотора описывается системой дифференциальных уравнений четвертого порядка [1]

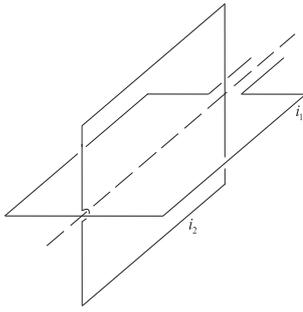


Рис. 1. Схема обмоток ротора

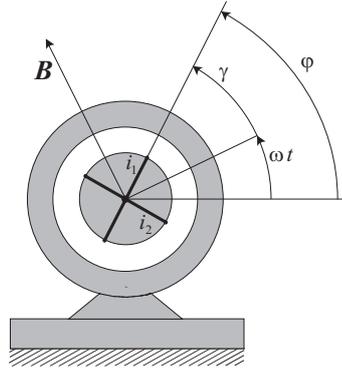


Рис. 2. Определение угла  $\gamma$

$$\begin{aligned}
 C\ddot{\gamma} &= -\beta SB(i_1 \sin \gamma + i_2 \cos \gamma) + M, \\
 Li_1' &= -Ri_1 + SB\dot{\gamma} \sin \gamma + u, \\
 Li_2' &= -Ri_2 + SB\dot{\gamma} \cos \gamma.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Здесь

$\dot{\gamma}, \ddot{\gamma}, i_1', i_2'$  – производные компонент фазового вектора  $(\gamma, \dot{\gamma}, i_1, i_2)$  по времени  $t$ ,  
 $\gamma = \varphi - \omega t$  – угол между плоскостью рамки с током  $i_1$  и плоскостью, перпендикулярной вектору  $\mathbf{B}$  напряженности магнитного поля статора (рис. 2),

$\varphi$  – угол поворота ротора относительно статора,

$\omega$  – постоянная угловая скорость вращения магнитного поля в статоре ( $\omega > 0$ ),

$i_1, i_2$  – токи в обмотке возбуждения и демпферной обмотке,

$u > 0$  – постоянное напряжение в обмотке возбуждения,

$M$  – момент сил сопротивления относительно оси ротора (момент нагрузки),

$C$  – осевой момент инерции ротора,

$L$  и  $R$  – индуктивность и сопротивление обеих рамок,

$B$  – напряженность магнитного поля в статоре,

$S$  – площадь каждой из рамок,

$\beta > 0$  – коэффициент пропорциональности.

В [1] момент нагрузки предполагается отрицательной постоянной величиной, и с учетом этого в (1) вместо  $M$  сразу взято  $-M$ , где  $M > 0$  – постоянная. На практике этот момент можно считать постоянным только в отдельных случаях, например, при работе подъемного крана. В большинстве случаев момент  $M$  имеет диссипативный характер. В соответствии с таким физическим смыслом он является нечетной функцией  $M = M(\dot{\varphi})$  угловой скорости ротора  $\dot{\varphi}$ , монотонно убывающей вне малой окрестности нуля (рис. 3).

**2. Понижение порядка дифференциальных уравнений двухтоковой модели асинхронного электромотора.** Двухтоковая модель асинхронного электромотора описывается системой дифференциальных уравнений четвертого порядка, которая формально получается из системы (1) при  $u = 0$  [1]:

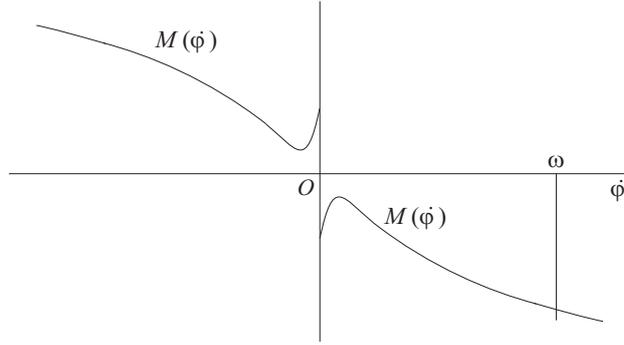


Рис. 3. График момента сил трения  $M(\dot{\varphi})$

$$\begin{aligned} C\ddot{\gamma} &= -\beta SB(i_1 \sin \gamma + i_2 \cos \gamma) + M(\dot{\varphi}), \\ Li_1\dot{} &= -Ri_1 + SB\dot{\gamma} \sin \gamma, \\ Li_2\dot{} &= -Ri_2 + SB\dot{\gamma} \cos \gamma. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\dot{\varphi} = \omega + \dot{\gamma}$ . Следуя работе [1, с. 50–51], преобразуем ее к системе третьего порядка.

Вместо токов  $i_1, i_2$  введем переменные  $x, y$  по формулам

$$x = \frac{L}{SB} (i_1 \cos \gamma - i_2 \sin \gamma), \quad y = \frac{L}{SB} (i_1 \sin \gamma + i_2 \cos \gamma). \quad (3)$$

Из второй формулы (3) находим  $i_1 \sin \gamma + i_2 \cos \gamma = \frac{SB}{L}y$ . Подставив это выражение в первое уравнение (2), приводим его к виду

$$C\ddot{\gamma} = -\beta \frac{(SB)^2}{L} y + M(\dot{\varphi}). \quad (4)$$

Далее из формул (3) получаем выражения токов  $i_1, i_2$  через  $x, y, \gamma$ :

$$i_1 = \frac{SB}{L} (x \cos \gamma + y \sin \gamma), \quad i_2 = \frac{SB}{L} (-x \sin \gamma + y \cos \gamma). \quad (5)$$

Подставив (5) во второе и третье уравнения (2), находим выражения производных  $i_1\dot{}, i_2\dot{}$  через  $x, y, \gamma, \dot{\gamma}$ :

$$\begin{aligned} Li_1\dot{} &= -\frac{RSB}{L} (x \cos \gamma + y \sin \gamma) + SB\dot{\gamma} \sin \gamma, \\ Li_2\dot{} &= \frac{RSB}{L} (x \sin \gamma - y \cos \gamma) + SB\dot{\gamma} \cos \gamma. \end{aligned} \quad (6)$$

Дифференцируя теперь (3) по  $t$  и пользуясь (3), (6), в дополнение к (4) получаем выражения для  $\dot{x}, \dot{y}$ . В результате замены (3) уравнения (2) преобразуются

к следующим

$$\begin{aligned} C\ddot{\gamma} &= -\beta\frac{(SB)^2}{L}y + M(\dot{\varphi}), \\ \dot{x} &= -\dot{\gamma}y - \frac{R}{L}x, \\ \dot{y} &= \dot{\gamma}x - \frac{R}{L}y + \dot{\gamma}. \end{aligned} \quad (7)$$

Вводя для краткости обозначения

$$a = \frac{\beta(SB)^2}{L}, \quad b = \frac{R}{L} \quad (a, b > 0), \quad (8)$$

записываем уравнения (7) двухтоковой модели асинхронного электромотора в виде

$$\begin{aligned} C\ddot{\gamma} &= -ay + M(\dot{\varphi}), \\ \dot{x} &= -bx - \dot{\gamma}y, \\ \dot{y} &= -by + \dot{\gamma}(x + 1). \end{aligned} \quad (9)$$

Так как  $\dot{\varphi} = \omega + \dot{\gamma}$ , их можно рассматривать как нормальную систему третьего порядка с фазовым вектором  $(\dot{\gamma}, x, y)$ , т.е. в результате замены (3) получена замкнутая система обыкновенных дифференциальных уравнений, не содержащая переменной  $\gamma$ .

**3. Стационарный режим равномерного вращения асинхронного электромотора.** Рабочему режиму равномерного вращения ротора асинхронного электромотора соответствует стационарное решение уравнений (9)

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}^0, \quad x = x^0, \quad y = y^0. \quad (10)$$

Найдем условия существования такого решения. Для этого подставим (10) в (9) и получим систему трех конечных уравнений относительно неизвестных  $\dot{\gamma}^0, x^0, y^0$ :

$$-ay^0 + M(\omega + \dot{\gamma}^0) = 0, \quad bx^0 + \dot{\gamma}^0 y^0 = 0, \quad -by^0 + \dot{\gamma}^0(x^0 + 1) = 0. \quad (11)$$

Чтобы вывести уравнение для  $\dot{\gamma}^0$ , выразим  $y^0$  через  $\dot{\gamma}^0$  из первого уравнения (11):

$$y^0 = \frac{1}{a}M(\omega + \dot{\gamma}^0), \quad (12)$$

и подставим во второе

$$bx^0 + \frac{1}{a}\dot{\gamma}^0 M(\omega + \dot{\gamma}^0) = 0.$$

Отсюда находим  $x^0$  через  $\dot{\gamma}^0$

$$x^0 = -\frac{1}{ab}\dot{\gamma}^0 M(\omega + \dot{\gamma}^0). \quad (13)$$

Выражения (12), (13) подставим в третье уравнение (11). В результате получаем для  $\dot{\gamma}^0$  уравнение

$$M(\omega + \dot{\gamma}) = \frac{ab\dot{\gamma}}{b^2 + \dot{\gamma}^2}. \quad (14)$$

Функция

$$M_a(\dot{\gamma}) = \frac{ab\dot{\gamma}}{b^2 + \dot{\gamma}^2} \quad (15)$$

называется статической характеристикой асинхронной машины (см. [1, с. 51], а также [2, с. 271]). График этой функции изображен на рис. 4.

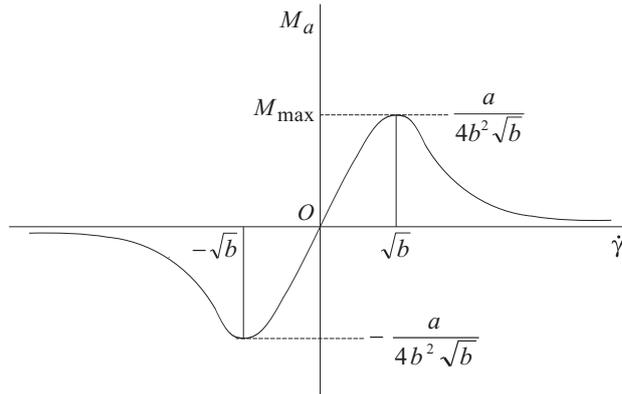


Рис. 4. График статической характеристики  $M_a(\dot{\gamma})$  асинхронной машины

С ее помощью уравнение (14) для  $\dot{\gamma}$  записывается в виде

$$M_a(\dot{\gamma}) = M(\omega + \dot{\gamma}). \quad (16)$$

Так как  $\dot{\gamma} = \dot{\varphi} - \omega$ , то уравнение (16) эквивалентно следующему уравнению для неизвестной  $\dot{\varphi}$ :

$$-M_a(\dot{\varphi} - \omega) = -M(\dot{\varphi}). \quad (17)$$

Его решение  $\dot{\varphi} = \omega^0 = M(\omega + \dot{\gamma})$  соответствует точке пересечения графиков функций  $-M_a(\dot{\varphi} - \omega)$  и  $-M(\dot{\varphi})$ .

График первой из них получается из изображенного на рис. 4 графика  $M_a(\dot{\gamma})$  сдвигом на  $\omega$  вправо и зеркальным отражением относительно оси абсцисс. График  $-M(\dot{\varphi})$  получается из показанного на рис. 3 путем зеркального отражения относительно оси абсцисс (рис. 5).

Анализируя рис. 5, приходим к выводу: если в момент запуска асинхронного электромотора (т.е. при  $\dot{\varphi}|_{t=0} = 0$ ) выполняется неравенство  $-M_a(-\omega) > -M(0)$ , т.е. модуль статического момента больше момента сил сопротивления, то двигатель приходит во вращение. В этом случае уравнение (17) имеет единственное решение, т.е. существует единственное значение  $\dot{\varphi} = \omega^0$  ( $\omega^0 < \omega$ ), при котором моменты  $-M_a(\dot{\varphi} - \omega)$  и  $-M(\dot{\varphi})$  равны, и этому значению  $\dot{\varphi}$  соответствует режим

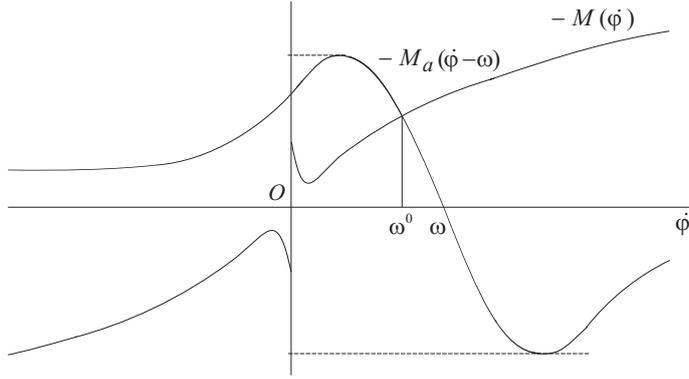


Рис. 5. Графики зависимостей  $-M_a(\dot{\varphi} - \omega)$  и  $-M(\dot{\varphi})$  от  $\dot{\varphi}$

равномерного вращения. Соответствующее значение  $\dot{\gamma}$  равно  $\dot{\gamma}^0 = \omega^0 - \omega < 0$ . Оно является решением уравнения (14). Других решений это уравнение не имеет.

После того, как решение  $\dot{\gamma}^0$  уравнения (14) найдено, стационарные значения  $x_0, y_0$  переменных  $x, y$  определяются по формулам (12), (13).

**4. Уравнения возмущенного движения асинхронного электромотора в окрестности стационарного режима.** Принимая стационарное решение (10) уравнений (9) за невозмущенное, введем возмущения  $\dot{\gamma}_1, x_1, y_1$ , полагая

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}^0 + \dot{\gamma}_1, \quad x = x^0 + x_1, \quad y = y^0 + y_1. \quad (18)$$

Чтобы вывести дифференциальные уравнения для возмущений, подставим выражения (18) в уравнения (9), учитывая при этом соотношения (11). Получаем систему уравнений возмущенного движения

$$\begin{aligned} C\ddot{\gamma}_1 &= -ay_1 + M(\omega^0 + \dot{\gamma}_1) - M(\omega^0), \\ \dot{x}_1 &= -bx_1 - \dot{\gamma}^0 y_1 - y^0 \dot{\gamma}_1 - \dot{\gamma}_1 y_1, \\ \dot{y}_1 &= -by_1 + \dot{\gamma}^0 x_1 + (x^0 + 1)\dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_1 x_1. \end{aligned} \quad (19)$$

**5. Энергетическое соотношение.** Рассмотрим следующую определенно положительную функцию возмущений

$$V(\dot{\gamma}_1, x_1, y_1) = C\dot{\gamma}_1^2 + ax_1^2 + ay_1^2. \quad (20)$$

Ее производная по времени, взятая в силу системы (19), равна

$$\begin{aligned} \dot{V}(\dot{\gamma}_1, x_1, y_1) &= 2\dot{\gamma}_1[M(\omega^0 + \dot{\gamma}_1) - M(\omega^0)] + \\ &+ 2a\dot{\gamma}_1(-y^0 x_1 + x^0 y_1) - 2ab(x_1^2 + y_1^2). \end{aligned} \quad (21)$$

При  $\dot{\gamma}_1 = 0, x_1 = 0, y_1 = 0$  имеем  $\dot{V}(0, 0, 0) = 0$ .

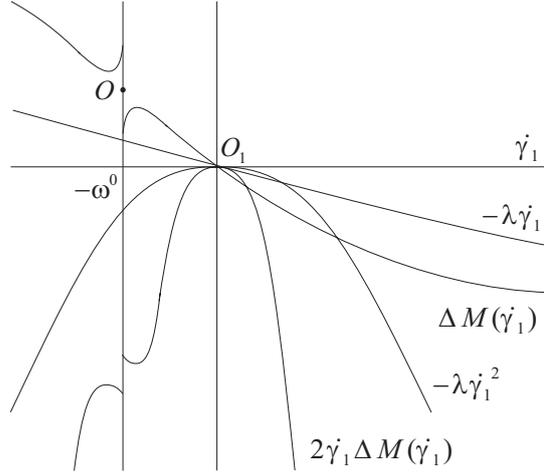


Рис. 6. Взаимное расположение графиков функций  $\Delta M(\dot{\gamma}_1)$ ,  $-k\dot{\gamma}_1$  и связанных с ними функций  $-k\dot{\gamma}_1^2$ ,  $2\dot{\gamma}_1\Delta M(\dot{\gamma}_1)$

**6. Устойчивость в целом равномерного вращения асинхронного электромотора.** В настоящей работе момент сил трения  $M$  предполагается нелинейной функцией угловой скорости  $\dot{\varphi}$  вращения ротора. Примерный вид графика этой функции показан на рис. 3 (см. также рис. 45 в [2, с. 121]). Отметим, что при значениях  $\dot{\varphi}$  вне некоторой окрестности нуля функция  $M(\dot{\varphi})$  является монотонно убывающей, и равновесное значение  $\omega^0 > 0$  угловой скорости  $\dot{\varphi}$  лежит на участке монотонного убывания этой функции.

Соответствующий график разности

$$\Delta M(\dot{\gamma}_1) = M(\omega^0 + \dot{\gamma}_1) - M(\omega^0)$$

показан на рис. 6. Так как знак  $\Delta M(\dot{\gamma}_1)$  противоположен знаку  $\dot{\gamma}_1$ , то график первого члена в правой части формулы (21), т.е. график функции  $2\dot{\gamma}_1\Delta M(\dot{\gamma}_1)$ , имеет вид кривой типа параболы с одной точкой разрыва.

Предположим, что существует постоянная  $k > 0$  такая, что выполняются неравенства

$$\Delta M(\dot{\gamma}_1) < -k\dot{\gamma}_1 \quad (\dot{\gamma}_1 > 0), \quad \Delta M(\dot{\gamma}_1) > -k\dot{\gamma}_1 \quad (\dot{\gamma}_1 < 0). \quad (22)$$

Геометрически они означают, что прямая  $-k\dot{\gamma}_1$  при  $\dot{\gamma}_1 \neq 0$  отделяет график функции  $\Delta M(\dot{\gamma}_1)$  от оси абсцисс (рис. 6). Два неравенства (22) эквивалентны одному неравенству

$$\dot{\gamma}_1[\Delta M(\dot{\gamma}_1) + k\dot{\gamma}_1] < 0 \quad (\dot{\gamma}_1 \neq 0),$$

которое показывает, что при  $\dot{\gamma}_1 \neq 0$  знак функции  $\Delta M(\dot{\gamma}_1) + k\dot{\gamma}_1$  противоположен знаку  $\dot{\gamma}_1$ . Отсюда следует, что

$$2\dot{\gamma}_1\Delta M(\dot{\gamma}_1) < -2k\dot{\gamma}_1^2, \quad \dot{\gamma}_1 \neq 0, \quad (23)$$

т.е. при  $\dot{\gamma}_1 \neq 0$  график функции  $2\dot{\gamma}_1\Delta M(\dot{\gamma}_1)$  лежит ниже параболы  $-2k\dot{\gamma}_1^2$  (рис. 6).

Из (21), (23) получаем для  $\dot{V}$  неравенство

$$\dot{V}(\dot{\gamma}_1, x_1, y_1) \leq -2k\dot{\gamma}_1^2 - 2ay^0\dot{\gamma}_1x_1 + 2ax^0\dot{\gamma}_1y_1 - 2ab(x_1^2 + y_1^2).$$

Его правая часть является квадратичной формой  $F(\dot{\gamma}_1, x_1, y_1)$  переменных  $\dot{\gamma}_1, x_1, y_1$ . Эта квадратичная форма определенно отрицательна, когда определенно положительна квадратичная форма

$$-F(\dot{\gamma}_1, x_1, y_1) = 2k\dot{\gamma}_1^2 + 2ay^0\dot{\gamma}_1x_1 - 2ax^0\dot{\gamma}_1y_1 + 2ab(x_1^2 + y_1^2).$$

Согласно критерию Сильвестра, для определенной положительности квадратичной формы  $-F$  необходимо и достаточно, чтобы определитель этой формы и его главные диагональные миноры были положительны. Определитель квадратичной формы  $-F$  равен

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2k & ay^0 & -ax^0 \\ ay^0 & 2ab & 0 \\ -ax^0 & 0 & 2ab \end{vmatrix}, \quad (24)$$

а его главные диагональные миноры первого и второго порядков равны

$$\Delta_1 = 2k, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2k & ay^0 \\ ay^0 & 2ab \end{vmatrix}.$$

Так как  $k > 0$ , то всегда  $\Delta_1 > 0$ . Для  $\Delta_2$  получаем формулу  $\Delta_2 = 4abk - a^2(y^0)^2$ . Поскольку  $y^0$  выражается здесь по формуле (12):  $y^0 = \frac{1}{a}M(\omega + \dot{\gamma}^0)$ , имеем

$$\Delta_2 = 4abk - [M(\omega^0)]^2.$$

Параметры  $a, b$  можно выбрать так, чтобы правая часть здесь была положительной. Действительно, величина  $\omega^0$  зависит от конкретного вида функции  $M(\dot{\varphi})$  и от параметров  $\omega, a, b$ , определяющих статическую характеристику (15) (см. рис. 5). Но при этом всегда выполняется неравенство  $\omega > \omega^0$ , а момент сил трения при  $\dot{\varphi} > \omega^0$  возрастает по модулю, так что

$$[M(\omega)]^2 > [M(\omega^0)]^2. \quad (25)$$

Выберем параметры  $a, b$  так, чтобы выполнялось неравенство

$$4abk - [M(\omega)]^2 > 0. \quad (26)$$

Тогда из (25), (26) следует, что  $4abk > [M(\omega)]^2 > [M(\omega^0)]^2$  и, следовательно, выполнено искомое неравенство

$$\Delta_2 = 4abk - [M(\omega^0)]^2 > 0. \quad (27)$$

Итак, для выполнения условия  $\Delta_2 > 0$  достаточно выбрать параметры  $a, b$  так, чтобы выполнялось неравенство (26).

Вычислив определитель (24), получаем  $\Delta_3 = 2ab\Delta_2 + 2ab(ax^0)^2$ . Отсюда следует, что при условии  $\Delta_2 > 0$  обязательно выполняется и условие  $\Delta_3 > 0$ .

Тогда определено положительная функция  $V(\dot{\gamma}_1, x_1, y_1)$ , заданная по формуле (20), имеет производную  $\dot{V}(\dot{\gamma}_1, x_1, y_1)$ , ограниченную сверху определенно отрицательной функцией. Чтобы вывести отсюда заключение об устойчивости нулевого решения уравнений (19), предварительно приведем известные определения и теорему.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1** ([4, определение 12.1, с. 45]). Нулевое решение системы

$$\dot{x} = X(x), \quad X(0) = 0, \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (28)$$

называется устойчивым в целом (или устойчивым при любых начальных возмущениях) если оно устойчиво в смысле Ляпунова и если всякое другое решение  $x(t)$  этой системы обладает свойством  $\|x(t)\| \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ .

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2** ([4, с. 45]). Функция Ляпунова  $v$  называется бесконечно большой если для любого числа  $A > 0$  существует число  $R > 0$  такое, что вне сферы  $\sum_{i=1}^n x_i^2 = R^2$  имеет место неравенство  $v > A$ .

**Теорема 1** ([4, теорема 12.1, с. 46]). Если существует определенно положительная бесконечно большая функция  $v$ , имеющая определенно отрицательную производную во всем пространстве, то нулевое решение системы (28) асимптотически устойчиво при любых начальных возмущениях.

Эта теорема – частный случай более общей теоремы 12.2 из [4], являющейся одним из вариантов теоремы Барбашина–Красовского. Ее легко также получить из принципа Ла–Салля (см. теорему VIII на с. 85 книги [5]).

Функция (20) является бесконечно большой, и это, с учетом полученных выше результатов, приводит к следующей теореме.

**Теорема 2.** Пусть  $\omega > 0$  – угловая скорость вращения магнитного поля в статоре,  $\omega^0$  ( $0 < \omega^0 < \omega$ ) – значение угловой скорости  $\dot{\varphi}$  ротора асинхронного электромотора, соответствующее режиму его равномерного вращения. Пусть для двухтоковой модели асинхронного электромотора, описываемой уравнениями (9),

1) существует постоянная  $k > 0$  такая, что для функции  $\Delta M(\dot{\gamma}_1) = M(\omega^0 + \dot{\gamma}_1) - M(\omega^0)$  переменной  $\dot{\gamma}_1 = \dot{\varphi} - \omega^0$  выполнены неравенства

$$\Delta M(\dot{\gamma}_1) < -k\dot{\gamma}_1 \quad (\dot{\gamma}_1 > 0), \quad \Delta M(\dot{\gamma}_1) > -k\dot{\gamma}_1 \quad (\dot{\gamma}_1 < 0);$$

2) выполнено неравенство  $4abk - [M(\omega^0)]^2 > 0$ .

Тогда режим (10) равномерного вращения асинхронного электрического мотора устойчив в целом.

Неравенство (27) содержит величину  $\omega^0$ . Но при фиксированном значении  $\omega > 0$  угловой скорости вращения магнитного поля в статоре и заданном моменте трения  $M(\dot{\varphi})$  величина  $\omega^0$  зависит от электротехнических параметров  $a, b$

и определяется путем решения нелинейного уравнения (17) (или (19)). Поэтому значения  $a, b$ , удовлетворяющие неравенству (26), проще подобрать, чем значения  $a, b$ , удовлетворяющие неравенству (27). При использовании компьютера нетрудно при заданных  $a, b$  вычислить  $\omega^0 = \omega^0(a, b)$ . Это позволяет путем вычислений подобрать значения  $a, b$ , удовлетворяющие (27), а не (26).

С учетом определения (8) параметров  $a, b$ , имеем  $ab = \frac{\beta R(SB)^2}{L^2}$ . Поэтому неравенства (26) и (27) записываются в виде

$$4k \frac{\beta R(SB)^2}{L^2} - [M(\omega)]^2 > 0, \quad 4k \frac{\beta R(SB)^2}{L^2} - [M(\omega^0)]^2 > 0.$$

Такая форма записи позволяет подобрать значения исходных электротехнических параметров  $R, L, B$ , обеспечивающие выполнение условий устойчивости в целом.

1. *Леонов Г.А.* Фазовая синхронизация. Теория и приложения // Автоматика и телемеханика. – 2006. – № 10. – С. 47–85.
2. *Левитский Н.И.* Теория механизаторов и машин. 2-е изд. – М.: Наука, 1990. – 592 с.
3. *Климов Д.М., Харламов С.А.* Динамика гироскопа в кардановом подвесе. – М.: Наука. – 1978. – 208 с.
4. *Барбашин Е.А.* Введение в теорию устойчивости. – М.: Наука, 1967. – 224 с.
5. *Ла-Салль Ж., Лефшец С.* Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова. – М.: Мир, 1964. – 168 с.

**B. I. Konosevich, Yu. B. Konosevich, G. V. Mozalevskaya**

**Global stability of the two-current model of the asynchronous electric motor.**

This investigation is based on the two-current model of the asynchronous electric motor. The load moment is assumed to be nonlinear dissipative. Two inequalities are obtained for system parameters which guarantee that any motion of the asynchronous electric motor tends with time to the steady rotation regime.

**Keywords:** *asynchronous electric motor, global asymptotic stability, LaSalle invariance principle.*

ГУ «Ин-т прикл. математики и механики», Донецк  
konos.donetsk@yandex.ru

Получено 25.05.16