

УДК 517.5

©2010. О.Б. Шаврова

ОБ ОЦЕНКЕ КРАТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ТИПА СВЕРТКИ В ПРОСТРАНСТВАХ L_p^2

В статье рассматриваются кратные преобразования типа свертки для периодических функций двух переменных. Приводятся оценки такого рода преобразований с помощью наилучших приближений функций двух переменных тригонометрическими полиномами в интегральных метриках.

Ключевые слова: периодические функции, наилучшие приближения, преобразования типа свертки.

Пусть периодическая периода 2π по каждой из переменных x_i ($i = 1, 2$) функция $f(x) = f(x_1, x_2)$ — принадлежит пространству $L_p(Q_2)$, где $Q_2 = [0, 2\pi]^2$, и имеет ряд Фурье вида

$$\sum_{\nu \in Z^2} c_\nu e^{i\nu x}; \quad x = (x_1, x_2); \quad \nu = (\nu_1, \nu_2); \quad \nu x = \nu_1 x_1 + \nu_2 x_2.$$

Пусть, кроме этого, $\sigma_1(u), \sigma_2(u)$ ($-\infty < u < \infty$) определяют некоторые меры на действительной оси, каждая из которых не равна тождественно нулю на действительной оси и $\sigma_i(-u) = \sigma_i(u)$ ($i = 1, 2$) ($-\infty < u < \infty$),

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\sigma_i(u) = 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} |d\sigma_i(u)| < \infty, \quad (i = 1, 2).$$

Рассматриваются преобразования функций $f(x_1, x_2)$ из пространства $L_p(Q_2)$ ($1 \leq p < \infty$) вида

$$G(f; \sigma_1, \sigma_2; x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1 - h_1 u_1, x_2 - h_2 u_2) d\sigma_1(u_1) d\sigma_2(u_2) \quad (1)$$

и величина

$$D(f; \sigma_1, \sigma_2; h_1, h_2; p) = \|G(f; \sigma_1, \sigma_2; x_1, x_2)\|_{L_p^2} = \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} |G(f; \sigma_1, \sigma_2; x_1, x_2)|^p dx_1 dx_2 \right\}^{\frac{1}{p}}. \quad (2)$$

Для функций одной переменной оценки величин $D(f; \sigma; h; p) = \left\| \int_{-\infty}^{\infty} f(x - hu) d\sigma(u) \right\|_{L_p}$ с помощью последовательности наилучших приближений получены в работах Шапиро [1], Бомана и Шапиро [2], а также М.Ф. Тимана [3].

Ниже для величины (2) устанавливается следующее утверждение, обобщающее на случай функций двух переменных теорему М.Ф. Тимана (см. [3], теорема 1).

Теорема 1. Пусть функция $f(x_1, x_2) \in L_p^2$ ($1 < p < \infty$). Для произвольных чисел h_1, h_2 ($0 < h_1, h_2 < 1$) и мер $\sigma_1(u_1), \sigma_2(u_2)$ справедлива оценка

$$D(f; \sigma_1, \sigma_2; h_1, h_2; p) \leq A(\sigma_1, \sigma_2; p) \times \\ \times \left\{ \sum_{\nu_1=0}^m \sum_{\nu_2=0}^m E_{2^{\nu_1-1}, 2^{\nu_2-1}}^\gamma(f)_{L_p^2} \delta^\gamma(2^{\nu_1}, 2^{\nu_2}; h_1, h_2) + E_{2^{m+1-1}, 2^{m+1-1}}^\gamma(f)_{L_p^2} \right\}^{\frac{1}{\gamma}}; \quad (3)$$

где $\gamma = \min(2, p)$, $h_1 \leq \frac{1}{2^{m+1}}$, $h_2 \leq \frac{1}{2^{m+1}}$;

$$\delta(2^{\nu_1}, 2^{\nu_2}; h_1, h_2) = \sum_{\mu_1=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-1} \sum_{\mu_2=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-1} |\hat{\sigma}_1(\mu_1 h_1) - \hat{\sigma}_1[(\mu_1 + 1)h_1]| \cdot |\hat{\sigma}_2(\mu_2 h_2) - \\ - \hat{\sigma}_2[(\mu_2 + 1)h_2]| + \sum_{\mu_1=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-1} |\hat{\sigma}_1(\mu_1 h_1) - \hat{\sigma}_1[(\mu_1 + 1)h_1]| + \sum_{\mu_2=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-1} |\hat{\sigma}_2(\mu_2 h_2) - \\ - \hat{\sigma}_2[(\mu_2 + 1)h_2]| + |\hat{\sigma}_1(2^{\nu_1} h_1)| |\hat{\sigma}_2(2^{\nu_2} h_2)|; \\ \hat{\sigma}_1(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iu_1 x_1} d\sigma_1(u_1), \quad \hat{\sigma}_2(x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iu_2 x_2} d\sigma_2(u_2);$$

$A(\sigma_1, \sigma_2; p)$ — константы, зависящие лишь от σ_1, σ_2, p .

Доказательство. Рассмотрим величину

$$D(f; \sigma_1, \sigma_2; h_1, h_2; p) = \left\| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1 - h_1 u_1, x_2 - h_2 u_2) d\sigma_1(u_1) d\sigma_2(u_2) \right\|_{L_p^2}.$$

Прибавляя и вычитая под знаком интеграла преобразования (1) частную сумму ряда Фурье порядка $(2^{m+1} - 1)$ по каждой переменной функции $f(x_1, x_2)$ вида

$$S_{2^{m+1}-1, 2^{m+1}-1}(f; x_1 - h_1 u_1, x_2 - h_2 u_2),$$

получим, что

$$G(f; \sigma_1, \sigma_2; x_1, x_2) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{f(x_1 - h_1 u_1, x_2 - h_2 u_2) - S_{2^{m+1}-1, 2^{m+1}-1}(f; x_1 - h_1 u_1, x_2 - h_2 u_2)\} \times \\ \times d\sigma_1(u_1) d\sigma_2(u_2) + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{2^{m+1}-1, 2^{m+1}-1}(f; x_1 - h_1 u_1, x_2 - h_2 u_2) d\sigma_1(u_1) d\sigma_2(u_2).$$

Применяя неравенство Минковского, находим

$$\begin{aligned}
 & D(f; \sigma_1, \sigma_2; h_1, h_2; p) \leq \\
 & \leq \left\| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ f(x_1 - h_1 u_1, x_2 - h_2 u_2) - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - S_{2^{m+1}-1, 2^{m+1}-1}(f; x_1 - h_1 u_1, x_2 - h_2 u_2) \right\} d\sigma_1(u_1) d\sigma_2(u_2) \right\|_{L_p^2} + \\
 & + \left\| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{2^{m+1}-1, 2^{m+1}-1}(f; x_1 - h_1 u_1, x_2 - h_2 u_2) d\sigma_1(u_1) d\sigma_2(u_2) \right\|_{L_p^2} = I_1 + I_2.
 \end{aligned}$$

Оценим слагаемое I_1 . Так как $1 < p < \infty$, то суммы Фурье функции $f(x_1, x_2) \in L_p^2$ осуществляют для нее наилучшие приближения $E_{2^{m+1}-1, 2^{m+1}-1}(f)_{L_p^2}$ порядка $(2^{m+1} - 1, 2^{m+1} - 1)$ в метрике L_p^2 . Следовательно, в силу неравенства Минковского, получаем

$$I_1 \leq E_{2^{m+1}-1, 2^{m+1}-1}(f)_{L_p^2} \cdot V(\sigma_1) \cdot V(\sigma_2),$$

где $V(\sigma_i) = \int_{-\infty}^{\infty} |d\sigma_i(u_i)|$ ($i = 1, 2$).

Для величины I_2 находим

$$\begin{aligned}
 I_2 & = \left\| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{2^{m+1}-1, 2^{m+1}-1}(f; x_1 - h_1 u_1, x_2 - h_2 u_2) d\sigma_1(u_1) d\sigma_2(u_2) \right\|_{L_p^2} = \\
 & = \left\| \sum_{\mu=1}^{2^{m+1}-1} \sum_{l=1}^{2^{m+1}-1} C_{\mu l}(x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(\mu h_1) \hat{\sigma}_2(l h_2) \right\|_{L_p^2} = \\
 & = \left\| \sum_{\nu_1=0}^m \sum_{\nu_2=0}^m \sum_{\mu=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-1} \sum_{l=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-1} C_{\mu l}(x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(\mu h_1) \hat{\sigma}_2(l h_2) \right\|_{L_p^2},
 \end{aligned}$$

где $C_{\mu l}(x_1, x_2) = c_{\mu l} e^{i\mu x_1} e^{ilx_2}$ — члены ряда Фурье функции $f(x_1, x_2) \in L_p^2$, а $\hat{\sigma}_1(\mu h_1) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\mu h_1 u_1} d\sigma_1(u_1)$, $\hat{\sigma}_2(l h_2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-il h_2 u_2} d\sigma_2(u_2)$.

Далее воспользуемся кратным аналогом неравенства Литтльвуда-Пэли, в силу которого

$$\left\| \sum_{\mu=1}^{2^{m+1}-1} \sum_{l=1}^{2^{m+1}-1} C_{\mu l}(x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(\mu h_1) \hat{\sigma}_2(l h_2) \right\|_{L_p^2} \leq$$

$$\leq B_p \left\| \left(\sum_{\nu_1=0}^m \sum_{\nu_2=0}^m \left| \sum_{\mu=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-1} \sum_{l=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-1} C_{\mu l}(x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(\mu h_1) \hat{\sigma}_2(l h_2) \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\|_{L_p^2}.$$

Следовательно,

$$I_2 \leq B_p \left\| \left(\sum_{\nu_1=0}^m \sum_{\nu_2=0}^m \left| \sum_{\mu=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-1} \sum_{l=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-1} C_{\mu l}(x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(\mu h_1) \hat{\sigma}_2(l h_2) \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\|_{L_p^2}. \quad (4)$$

Пусть теперь $1 < p \leq 2$. Так как $\frac{p}{2} \leq 1$, то на основании неравенства (4) и обобщенного неравенства Минковского находим, что

$$\begin{aligned} I_2 &\leq B_p \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\sum_{\nu_1=0}^m \sum_{\nu_2=0}^m |r_{\nu_1 \nu_2}(f; x_1, x_2; \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2; h_1, h_2)|^2 \right)^{\frac{p}{2}} dx_1 dx_2 \right\}^{\frac{1}{p}} \\ &\leq B_p \left\{ \sum_{\nu_1=0}^m \sum_{\nu_2=0}^m \|r_{\nu_1, \nu_2}(f; x_1, x_2; \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2; h_1, h_2)\|_{L_p^2}^p \right\}^{\frac{1}{p}}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$r_{\nu_1 \nu_2}(f; x_1, x_2; \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2; h_1, h_2) = \sum_{\mu=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-1} \sum_{l=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-1} C_{\mu l}(x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(\mu h_1) \hat{\sigma}_2(l h_2). \quad (6)$$

Далее пусть $2 < p < \infty$. Тогда, с помощью (4) и обобщенного неравенства Минковского получаем

$$I_2 \leq M(\sigma_1, \sigma_2; p) \left\{ \sum_{\nu_1=0}^m \sum_{\nu_2=0}^m \|r_{\nu_1, \nu_2}(f; x_1, x_2; \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2; h_1, h_2)\|_{L_p^2}^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

Для оценки $\|r_{\nu_1 \nu_2}(f; x_1, x_2; \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2; h_1, h_2)\|_{L_p^2}$ воспользуемся следующим тождеством:

$$\begin{aligned} \sum_{i=\mu}^m \sum_{j=\nu}^n a_{ij} b_{ij} &= \sum_{i=\mu}^{m-1} \sum_{j=\nu}^{n-1} S_{ij} \Delta_i \Delta_j b_{ij} + \sum_{i=\mu}^{m-1} S_{in} \Delta_i b_{in} + \sum_{j=\nu}^{n-1} S_{mj} \Delta_j b_{mj} - \sum_{i=\mu}^{m-1} S_{i, \nu-1} \Delta_i b_{i\nu} - \\ &- \sum_{j=\nu}^{n-1} S_{\mu-1, j} \Delta_j b_{\mu j} + S_{\mu-1, \nu-1} b_{\mu\nu} - S_{m, \nu-1} b_{m, \nu} - S_{\mu-1, n} b_{\mu n} + S_{m, n} b_{m, n}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$S_{ij} = \sum_{l_1=0}^i \sum_{l_2=0}^j a_{l_1, l_2}, \quad \Delta_i \Delta_j b_{ij} = b_{ij} - b_{i+1, j} - b_{i, j+1} + b_{i+1, j+1},$$

$$\Delta_i b_{i,j} = b_{ij} - b_{i+1,j}, \quad \Delta_j b_{ij} = b_{ij} - b_{i,j+1}.$$

При $\nu = \mu = 0$, считаем $S_{-1,j} = S_{i,-1} = S_{-1,-1} = 0$ ($i, j = 0, 1, 2, \dots$).

Полагая в тождестве (8), что $\mu = 2^{\nu_1}$, $\nu = 2^{\nu_2}$, $m = 2^{\nu_1+1} - 1$, $n = 2^{\nu_2+1} - 1$, $a_{ij} = C_{ij}(x_1, x_2)$, $b_{ij} = \hat{\sigma}_1(ih_1)\hat{\sigma}_2(jh_2)$, $S_{ij} = S_{ij}(f; x_1, x_2)$ — частные суммы порядка i, j функции $f(x_1, x_2)$ ряда Фурье, получим

$$\begin{aligned} r_{\nu_1\nu_2}(f; x_1, x_2; \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2; h_1, h_2) &= \sum_{i=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-1} \sum_{j=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-1} \tilde{N}_{ij}(x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(ih_1) \hat{\sigma}_2(jh_2) = \\ &= \sum_{i=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-2} \sum_{j=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-2} S_{ij}(f; x_1, x_2) \Delta_i \Delta_j \hat{\sigma}_1(ih_1) \hat{\sigma}_2(jh_2) + \\ &+ \sum_{i=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-2} S_{i,2^{\nu_2+1}-1}(f; x_1, x_2) \Delta_i \hat{\sigma}_1(ih_1) \hat{\sigma}_2((2^{\nu_2+1}-1)h_2) + \\ &+ \sum_{j=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-2} S_{2^{\nu_1+1}-1,j}(f; x_1, x_2) \hat{\sigma}_1((2^{\nu_1+1}-1)h_1) \Delta_j \hat{\sigma}_2(jh_2) - \\ &- \sum_{i=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-2} S_{i,2^{\nu_2+1}-2}(f; x_1, x_2) \Delta_i \hat{\sigma}_1(ih_1) \hat{\sigma}_2(2^{\nu_2}h_2) - \\ &- \sum_{j=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-1} S_{2^{\nu_1+1}-2,j}(f; x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(2^{\nu_1}h_1) \Delta_j \hat{\sigma}_2(jh_2) + \\ &+ S_{2^{\nu_1+1}-2,2^{\nu_2+1}-2}(f; x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(2^{\nu_1}h_1) \hat{\sigma}_2(2^{\nu_2}h_2) - \\ &- S_{2^{\nu_1+1}-1,2^{\nu_2+1}-2}(f; x_1, x_2) \hat{\sigma}_1((2^{\nu_1+1}-1)h_1) \hat{\sigma}_2(2^{\nu_2}h_2) - \\ &- S_{2^{\nu_1+1}-2,2^{\nu_2+1}-1}(f; x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(2^{\nu_1}h_1) \hat{\sigma}_2((2^{\nu_2+1}-1)h_2) + \\ &+ S_{2^{\nu_1+1}-1,2^{\nu_2+1}-1} \hat{\sigma}_1((2^{\nu_1+1}-1)h_1) \hat{\sigma}_2((2^{\nu_2+1}-1)h_2). \end{aligned} \quad (9)$$

Далее, прибавляя и вычитая внутри каждой из сумм в формуле (9) величины $S_{2^{\nu_1}, 2^{\nu_2}}(f; x_1, x_2)$, находим

$$\begin{aligned} r_{\nu_1\nu_2}(f; x_1, x_2; \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2; h_1, h_2) &= \sum_{i=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-1} \sum_{j=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-1} \tilde{N}_{ij}(x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(ih_1) \hat{\sigma}_2(jh_2) = \\ &= \sum_{i=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-2} \sum_{j=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-2} \{S_{ij} - S_{2^{\nu_1}, 2^{\nu_2}}\} \Delta_i \hat{\sigma}_1(ih_1) \Delta_j \hat{\sigma}_2(jh_2) + \end{aligned}$$

Об оценке кратных преобразований типа свертки в пространствах L_p^2

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-2} \{S_{i,2^{\nu_2+1}-1} - S_{2^{\nu_1},2^{\nu_2}}\} \Delta_i \hat{\sigma}_1(ih_1) \hat{\sigma}_2((2^{\nu_2+1}-1)h_2) + \\
& + \sum_{j=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-2} \{S_{2^{\nu_1+1}-1,j} - S_{2^{\nu_1},2^{\nu_2}}\} \hat{\sigma}_1((2^{\nu_1+1}-1)h_1) \Delta_j \hat{\sigma}_2(jh_2) - \\
& - \sum_{i=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-2} \{S_{i,2^{\nu_2+1}-2} - S_{2^{\nu_1},2^{\nu_2}}\} \Delta_i \hat{\sigma}_1(ih_1) \hat{\sigma}_2(2^{\nu_2}h_2) - \\
& - \sum_{j=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-1} \{S_{2^{\nu_1+1}-2,j} - S_{2^{\nu_1},2^{\nu_2}}\} \hat{\sigma}_1(2^{\nu_1}h_1) \Delta_j \hat{\sigma}_2(jh_2) + \\
& + S_{2^{\nu_1},2^{\nu_2}} \left\{ \sum_{i=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-2} \sum_{j=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-2} \Delta_i \hat{\sigma}_1(ih_1) \Delta_j \hat{\sigma}_2(jh_2) + \sum_{i=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-2} \Delta_i \hat{\sigma}_1(ih_1) \hat{\sigma}_2((2^{\nu_2+1}-1)h_2) + \right. \\
& + \sum_{j=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-2} \hat{\sigma}_1((2^{\nu_1+1}-1)h_1) \Delta_j \hat{\sigma}_2(jh_2) - \sum_{i=2^{\nu_1}}^{2^{\nu_1+1}-2} \Delta_i \hat{\sigma}_1(ih_1) \hat{\sigma}_2(2^{\nu_2}h_2) - \\
& \left. - \sum_{j=2^{\nu_2}}^{2^{\nu_2+1}-1} \hat{\sigma}_1(2^{\nu_1}h_1) \Delta_j \hat{\sigma}_2(jh_2) \right\} + \\
& + S_{2^{\nu_1+1}-2,2^{\nu_2+1}-2}(f; x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(2^{\nu_1}h_1) \hat{\sigma}_2(2^{\nu_2}h_2) - \\
& - S_{2^{\nu_1+1}-1,2^{\nu_2+1}-2}(f; x_1, x_2) \hat{\sigma}_1((2^{\nu_1+1}-1)h_1) \hat{\sigma}_2(2^{\nu_2}h_2) - \\
& - S_{2^{\nu_1+1}-2,2^{\nu_2+1}-1}(f; x_1, x_2) \hat{\sigma}_1(2^{\nu_1}h_1) \hat{\sigma}_2((2^{\nu_2+1}-1)h_2) + \\
& + S_{2^{\nu_1+1}-1,2^{\nu_2+1}-1} \hat{\sigma}_1((2^{\nu_1+1}-1)h_1) \hat{\sigma}_2((2^{\nu_2+1}-1)h_2). \tag{10}
\end{aligned}$$

Учитывая, что для $i > 2^{\nu_1}$, $j > 2^{\nu_2}$,

$$\|S_{ij} - S_{2^{\nu_1},2^{\nu_2}}\|_{L_p^2} \leq 2E_{2^{\nu_1},2^{\nu_2}}(f)_{L_p^2},$$

после ряда тождественных преобразований в (10) с помощью неравенства Минковского и того, что $|\hat{\sigma}(2^\nu h)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2^\nu hu} d\sigma(u) \right| \leq \int_{-\infty}^{\infty} |d\sigma(u)| = V(\sigma)$ приходим к оценке

$$\|r_{\nu_1\nu_2}(f; x_1, x_2; \hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2; h_1, h_2)\|_{L_p^2} \leq A(\sigma_1, \sigma_2; p) E_{2^{\nu_1},2^{\nu_2}}(f)_{L_p^2} \delta(2^{\nu_1}, 2^{\nu_2}; h_1, h_2). \tag{11}$$

На основании соотношений (11), (5), (7), а также оценки величины I_1 , убеждаемся в справедливости неравенства (3) теоремы. \square

1. *Shapiro H.S.* A tauberian theorem related to approximation theory. Acta Math., 1968. – V.120, № 3-4. – P. 279-292.
2. *Shapiro H.S., Boman J.* Comparison theorems for a generalized modules of continuity. Bull.Amer. Math.Soc., 1969. – V.75, № 6, p.1266-1268.
3. *Тиман М.Ф.* Наилучшие приближения периодических функций тригонометрическими полиномами и преобразование типа свертки. – М.: ДАН СССР, 1971. – Т.198, № 4. – с.776-779.

О.В. Shavrova

About evaluation of multiple transformation of convolution type in L_p^2 spaces.

In this paper we consider multiple transformations of convolution type for of periodic functions of two variables. Provides estimates of such transformations using the best approximations of functions of two variables by trigonometric polynomials in integral metrics.

Keywords: *periodic functions, the best approximation; transforms of type is packages.*

О.Б. Шаврова

Про оцінку кратних перетворень типу згортки в просторах L_p^2 .

У статті розглядаються кратні перетворення типу згортки для періодичних функцій двох змінних. Наводяться оцінки такого роду перетворень за допомогою найкращих наближень функцій двох змінних тригонометричними поліномами в інтегральних метриках.

Ключові слова: *періодичні функції, найкращі наближення, перетворення типу згортки.*

Днепропетровский государственный аграрный университет,
Днепропетровск
_ogana_13@mail.ru

Получено 30.11.2010