

УДК 517.5

©2010. В.Ф. Бабенко, Р.О. Биличенко

## НЕРАВЕНСТВА ТИПА ТАЙКОВА ДЛЯ САМОСОПРЯЖЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Получено обобщение неравенства Тайкова, оценивающего  $L_\infty$  – норму промежуточной производной через  $L_2$  – нормы самой функции и старшей производной, на произвольные степени самосопряженного оператора  $A$ , действующего в гильбертовом пространстве.

**Ключевые слова:** неравенства, самосопряженные операторы, гильбертово пространство.

**1. Введение.** Пусть  $G$  — действительная ось  $\mathbb{R}$  или единичная окружность  $\mathbb{T}$ . Через  $L_{2,2}^r(G)$ ,  $r \in \mathbb{N}$ , обозначим пространство всех функций  $x \in L_2(G)$ ,  $(r-1)$ -я производная которых локально абсолютно непрерывна и  $r$ -я производная принадлежит пространству  $L_2(G)$ .

В 1967 году Л.В. Тайков [1] (см. также [2, § 5.7]) установил, что для функций  $x \in L_{2,2}^r(\mathbb{R})$ ,  $r \in \mathbb{N}$ , при любом  $k \in \mathbb{N}$ ,  $k < r$ , имеет место точное неравенство

$$\|x^{(k)}\|_{L_\infty(\mathbb{R})} \leq \beta_{r,k+1/2} \left(2r \sin \pi \frac{2k+1}{2r}\right)^{-\frac{1}{2}} \|x\|_{L_2(\mathbb{R})}^{\frac{r-k-1/2}{r}} \|x^{(r)}\|_{L_2(\mathbb{R})}^{\frac{k+1/2}{r}}, \quad (1)$$

где

$$\beta_{r,\alpha} := \left\{ \left(\frac{r}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{r}} \left(\frac{r}{r-\alpha}\right)^{\frac{r-\alpha}{r}} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

В 1990 году А.Ю. Шадрин [3] (см. также [2, § 5.8]) получил аналог неравенства (1) для функций  $x \in L_{2,2}^r(\mathbb{T})$ : при любых  $k \in \mathbb{N}$ ,  $k < r$ , справедливо точное неравенство

$$\|x^{(k)}\|_{L_\infty(\mathbb{T})} \leq \pi^{-\frac{1}{2}} \beta_{r,k+1/2} V_{r,k} \|x\|_{L_2(\mathbb{T})}^{\frac{r-k-1/2}{r}} \|x^{(r)}\|_{L_2(\mathbb{T})}^{\frac{k+1/2}{r}}, \quad (3)$$

где

$$V_{r,k}(t) := \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{t^{2k+1} n^{2k}}{1+t^{2r} n^{2r}} \right\}^{1/2}, \quad V_{r,k} = \sup_{t>0} V_{r,k}(t). \quad (4)$$

Пусть  $H$  — гильбертово пространство со скалярным произведением  $(x, y)$  и нормой  $\|x\| = (x, x)^{1/2}$ ,  $A$  — линейный, неограниченный, самосопряженный оператор в  $H$ ,  $D(A)$  — область его определения. Пусть также  $f$  — произвольный линейный непрерывный функционал, определенный в гильбертовом пространстве  $H$ . В данной заметке получено обобщение неравенств (1), (3) на натуральные степени оператора  $A$ , в котором  $L_\infty$  - норма промежуточной производной или, что эквивалентно, значение этой производной в точке 0, заменяется на значение  $(A^k x, f)$  функционала  $f$  на элементе  $A^k x$ .

**2. Предварительные сведения.** Приведем некоторые сведения из спектральной теории самосопряженных операторов, которые можно найти, например, в [4, §§75, 88].

*Разложением единицы* называется однопараметрическое семейство проектирующих операторов  $E_t : H \rightarrow H$ , заданное в конечном или бесконечном интервале  $[\alpha, \beta]$  (если интервал  $[\alpha, \beta]$  бесконечен, то, по определению, принимается  $E_{-\infty} = \lim_{t \rightarrow -\infty} E_t$ ,  $E_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} E_t$ , в смысле сильной сходимости) и удовлетворяющее следующим условиям:

- а)  $E_u E_v = E_s \quad \forall u, v \in [\alpha, \beta]$ , где  $s = \min\{u, v\}$ ;
- б) в смысле сильной сходимости  $E_{t-0} = E_t \quad (\alpha < t < \beta)$ ;
- в)  $E_{\alpha} = 0, E_{\beta} = I$  ( $I$  — тождественный оператор:  $Ix = x \quad \forall x \in H$ ).

Полагаем  $E_t = 0$  при  $t \leq \alpha$  и  $E_t = I$  при  $t \geq \beta$ .

Из определения следует, что для любого  $x \in H$  функция

$$\sigma(t) = (E_t x, x), \quad -\infty < t < \infty,$$

является непрерывной слева, неубывающей функцией ограниченной вариации, для которой  $\sigma(\alpha) = 0$ ,  $\sigma(\beta) = (x, x)$ .

Согласно спектральной теореме каждому самосопряженному оператору  $A$  соответствует разложение единицы  $E_t$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , такое, что имеет место равенство

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} t dE_t.$$

Приведенный здесь интеграл — это операторный интеграл Стильеса (см., например, [4, §72]). По поводу определения и свойств операторных интегралов см. также [5, гл. 13, §1,2]. Вектор  $x$  принадлежит  $D(A)$  тогда и только тогда, когда

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 d(E_t x, x) < \infty,$$

и если  $x \in D(A)$ , то

$$Ax = \int_{-\infty}^{\infty} t dE_t x, \quad \|Ax\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 d(E_t x, x) < \infty.$$

Для  $x \in D(A^k)$ ,  $k \in \mathbb{N}$ ,

$$A^k x = \int_{-\infty}^{\infty} t^k dE_t x, \quad \|A^k x\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} t^{2k} d(E_t x, x). \quad (5)$$

Используя спектральное разложение (5), для  $x \in D(A^r)$  и функционала  $f$  можем записать

$$(A^k x, f) = \left( \int_{-\infty}^{\infty} t^k dE_t x, f \right) = \int_{-\infty}^{\infty} t^k d(E_t x, f). \quad (6)$$

**3. Аддитивные неравенства.** Используя (6), для любого  $\tau > 0$ , любых  $k, r \in \mathbb{N}$ ,  $k < r$ , и  $x \in D(A^r)$  можем записать

$$\begin{aligned} (A^k x, f) &= \int_{-\infty}^{\infty} t^k d(E_t x, f) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^k}{(1 + \tau t^{2r})^{\frac{1}{2}}} (1 + \tau t^{2r})^{\frac{1}{2}} d(E_t x, f) \leq \\ &\leq \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} d(E_t f, f) \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} (1 + \tau t^{2r}) d(E_t x, x) \right\}^{\frac{1}{2}} = \\ &= \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} d(E_t f, f) \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \|x\|^2 + \tau \|A^r x\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Таким образом, нами доказано, что для любого  $\tau > 0$ , любых  $k, r \in \mathbb{N}$ ,  $k < r$ , и  $x \in D(A^r)$  имеет место неравенство

$$(A^k x, f) \leq \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} d(E_t f, f) \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \|x\|^2 + \tau \|A^r x\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

Покажем, что неравенство (7) является точным в том смысле, что существует элемент  $x_\tau \in D(A^r)$ , для которого в (7) имеет место знак равенства. Выберем

$$x_\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^k}{1 + \tau t^{2r}} dE_t f. \quad (8)$$

Как нетрудно проверить,

$$\|x_\tau\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{(1 + \tau t^{2r})^2} d(E_t f, f), \quad (9)$$

$$A^k x_\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} dE_t f, \quad A^r x_\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{r+k}}{1 + \tau t^{2r}} dE_t f. \quad (10)$$

Из (6) и (10) следует, что

$$\|A^r x_\tau\| = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2(r+k)}}{(1 + \tau t^{2r})^2} d(E_t f, f) \quad (11)$$

и

$$(A^k x_\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} d(E_t f, f). \quad (12)$$

Используя (12), (9) и (11), получим

$$\begin{aligned} (A^k x_\tau, f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} d(E_t f, f) = \\ &= \left( \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} d(E_t f, f) \right)^{\frac{1}{2}} \left( \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} d(E_t f, f) \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= \left( \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} d(E_t f, f) \right)^{\frac{1}{2}} \left( \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k} + \tau t^{2r+2k}}{(1 + \tau t^{2r})^2} d(E_t f, f) \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= \left( \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} d(E_t f, f) \right)^{\frac{1}{2}} \left( \|x_\tau\|^2 + \|A^r x_\tau\|^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Таким образом, нами доказана следующая

**Теорема 1.** Пусть  $k, r \in \mathbb{N}$ ,  $k < r$ ,  $A$  – неограниченный самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве  $H$  и  $f$  – линейный непрерывный функционал, определенный в  $H$ . Тогда, для любого  $x \in D(A^r)$  и любого  $\tau > 0$  справедливо неравенство

$$(A^k x, f) \leq \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} d(E_t f, f) \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \|x\|^2 + \tau \|A^r x\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (13)$$

Неравенство (13) обращается в равенство для элемента вида (8).

**4. Мультипликативные неравенства.** Для  $\alpha, z > 0$  положим

$$V_{r,k,\alpha}(f, z) = z^\alpha \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + z^{2r} t^{2r}} d(E_t f, f) \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad V_{r,k,\alpha}(f) = \sup_{z>0} V_{r,k,\alpha}(f, z).$$

**Теорема 2.** Пусть оператор  $A$ , функционал  $f$  и числа  $r, k, \alpha$  таковы, что  $V_{r,k,\alpha}(f) < \infty$ . Тогда имеет место наилучшее неравенство

$$(A^k x, f) \leq V_{r,k,\alpha}(f) \beta_{r,\alpha} \|x\|^{\frac{r-\alpha}{r}} \|A^r x\|^{\frac{\alpha}{r}}. \quad (14)$$

*Доказательство.* Полагая в (13)  $\tau = z^{2r}$ , получаем для любого  $z > 0$

$$\begin{aligned} (A^k x, f) &\leq V_{r,k,\alpha}(f, z) \left\{ z^{-2\alpha} \|x\|^2 + z^{2r-2\alpha} \|A^r x\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \leq \\ &\leq V_{r,k,\alpha} \left\{ z^{-2\alpha} \|x\|^2 + z^{2r-2\alpha} \|A^r x\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Полагая в (15)  $z = \left\{ \frac{\alpha}{r - \alpha} \right\}^{1/2r} \left\{ \frac{\|x\|}{\|A^r x\|} \right\}^{1/r}$ , получим неравенство (14).

Докажем точность этого неравенства. Для определенного соотношением (8) элемента  $x_{z^{2r}}$  будем иметь

$$\begin{aligned} \|A^r x_{z^{2r}}\|^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k+2r}}{(1 + z^{2r} t^{2r})^2} d(E_t f, f) = \\ &= z^{-2r} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{t^{2k}}{1 + z^{2r} t^{2r}} - \frac{t^{2k}}{(1 + z^{2r} t^{2r})^2} \right) d(E_t f, f) = z^{-2r} \left[ (A^k x_{z^{2r}}, f) - \|x_{z^{2r}}\|^2 \right]. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} (A^k x_{z^{2r}}, f) &= z^{2r} \|A^r x_{z^{2r}}\|^2 + \|x_{z^{2r}}\|^2, \\ \frac{(A^k x_{z^{2r}}, f)}{\|x_{z^{2r}}\|^{2-\frac{2\alpha}{r}} \|A^r x_{z^{2r}}\|^{\frac{2\alpha}{r}}} &= z^{2r} \left( \frac{\|A^r x_{z^{2r}}\|}{\|x_{z^{2r}}\|} \right)^{2-\frac{2\alpha}{r}} + \left( \frac{\|x_{z^{2r}}\|}{\|A^r x_{z^{2r}}\|} \right)^{\frac{2\alpha}{r}} = \\ &= z^{2\alpha} (u^{2r-2\alpha} + u^{-2\alpha}) \geq z^{2\alpha} \beta_{r,\alpha}^2, \end{aligned}$$

где положено  $u = z \left( \frac{\|A^r x_{z^{2r}}\|}{\|x_{z^{2r}}\|} \right)^{\frac{1}{r}}$ . Отсюда, с учетом (12), получаем

$$\frac{(A^k x_{z^{2r}}, f)^2}{\|x_{z^{2r}}\|^{2-\frac{2\alpha}{r}} \|A^r x_{z^{2r}}\|^{\frac{2\alpha}{r}}} \geq z^{2\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + z^{2r} t^{2r}} d(E_t f, f) \beta_{r,\alpha}^2 = V_{r,k,\alpha}^2(f, z) \beta_{r,\alpha}^2.$$

Остается задать  $z$  так, чтобы  $V_{r,k,\alpha}(f, z) \rightarrow V_{r,k,\alpha}(f)$ . Неулучшаемость неравенства (14) доказана. Теорема доказана.  $\square$

### 5. Замечания.

**Замечание 1.** Из неравенства (13) вытекает известное неравенство типа Харди-Литтлвуда-Поля для самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве (см., например, [2, §5.1]), а именно

$$\|A^k x\| \leq \|x\|^{1-\frac{k}{r}} \|A^r x\|^{\frac{k}{r}} \quad (16)$$

для всех  $x \in D(A^r)$ .

Действительно, для  $x \in D(A^r)$  и любого  $\tau > 0$

$$\begin{aligned}
 \|A^k x\| &= \sup_{\|f\| \leq 1} |(A^k x, f)| \leq \\
 &\leq \sup_{\|f\| \leq 1} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} d(E_t f, f) \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \|x\|^2 + \tau \|A^r x\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \leq \\
 &\leq \left\{ \max_t \frac{t^{2k}}{1 + \tau t^{2r}} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \|x\|^2 + \tau \|A^r x\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = \\
 &= \left\{ \frac{k}{\tau(r-k)} \right\}^{\frac{k}{2r}} \left\{ \frac{r-k}{r} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \|x\|^2 + \tau \|A^r x\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = \\
 &= \left\{ \frac{k}{r-k} \right\}^{\frac{k}{2r}} \left\{ \frac{r-k}{r} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \tau^{-\frac{k}{r}} \|x\|^2 + \tau^{1-\frac{k}{r}} \|A^r x\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}}.
 \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\|A^k x\| \leq \left\{ \frac{k}{r-k} \right\}^{\frac{k}{2r}} \left\{ \frac{r-k}{r} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \tau^{-\frac{k}{r}} \|x\|^2 + \tau^{1-\frac{k}{r}} \|A^r x\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

Минимизируя правую часть (17) по  $\tau$ , получаем неравенство (16).

**Замечание 2.** В качестве оператора  $A$  в (13), действующего в  $L_2(\mathbb{R})$ , рассмотрим оператор дифференцирования  $Ax(t) = i \frac{d}{dt} x(t)$ . Отметим, что для соответствующего этому оператору разложения единицы имеет место соотношение [4, §89]

$$(E_t - E_s)x(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{it(z-u)} - e^{is(z-u)}}{i(z-u)} x(z) dz, \quad s, t \in \mathbb{R}, \quad s < t. \quad (18)$$

Для  $\varepsilon > 0$  положим  $f_\varepsilon(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\varepsilon}} e^{-\frac{t^2}{2\varepsilon}}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ . Учитывая (18), нетрудно проверить, что для любого  $z > 0$

$$V_{r,k,k+1/2}(f_\varepsilon, z) = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u^{2k}}{1+u^{2r}} e^{-\varepsilon(\frac{u}{z})^2} du \right)^{\frac{1}{2}} \leq \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u^{2k}}{1+u^{2r}} du \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Теперь, используя теорему 2, получаем, что для любой функции  $x \in L_{2,2}^r(\mathbb{R})$  и любого  $\varepsilon > 0$

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} x^{(k)}(t) f_\varepsilon(t) dt \right| \leq \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u^{2k}}{1+u^{2r}} du \right)^{\frac{1}{2}} \beta_{r,k+1/2} \|x\|_{L_2(\mathbb{R})}^{\frac{r-k-1/2}{r}} \|A^r x\|_{L_2(\mathbb{R})}^{\frac{k+1/2}{r}}. \quad (19)$$

Учитывая, что  $\int_{-\infty}^{\infty} x^{(k)}(t) f_{\varepsilon}(t) dt \rightarrow x^{(k)}(0)$ , при  $\varepsilon \rightarrow 0$ , из (19) получаем неравенство (1), т. е. неравенство Л.В. Тайкова.

**Замечание 3.** Теперь рассмотрим оператор  $Ax(u) = i \frac{d}{du} x(u)$ , действующий в пространстве  $L_2(\mathbb{T})$ . Разложение единицы  $E_t$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , для данного оператора  $A$  имеет вид

$$(E_t x)(u) = \sum_{\substack{n \in \mathbb{Z} \\ n < t}} \hat{x}(n) e^{int}, \quad x \in L_2(\mathbb{T}), \quad (20)$$

где  $\hat{x}(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x(t) e^{-int} dt$  —  $n$ -й коэффициент Фурье функции  $x$ .

Пусть

$$D_N(t) = \sum_{n=-N}^N e^{int}, \quad N \in \mathbb{N},$$

— ядро Дирихле. Как хорошо известно, для любой функции  $x \in L_2(\mathbb{T})$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} D_N(t) x(t) dt = S_N(x, 0),$$

где  $S_N(x, u)$  — частная сумма ряда Фурье функции  $x$ , и, следовательно,

$$(A^k x, D_N) = x^{(k)}(0). \quad (21)$$

Кроме того, как нетрудно проверить,

$$V_{r,k,k+1/2}(D_N, z) = \left\{ \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-N}^N \frac{z^{2k+1} n^{2k}}{1 + z^{2r} n^{2r}} \right\}^{1/2} \leq \pi^{-\frac{1}{2}} V_{r,k}, \quad (22)$$

где  $V_{r,k}$  определено соотношением (4). Применяя теорему 2 к функционалу, задаваемому функцией  $D_N$ , и учитывая соотношения (22) и (21), получим

$$S_N(x^{(k)}, 0) \leq \pi^{-\frac{1}{2}} V_{r,k} \beta_{r,k+1/2} \|x\|_{L_2(\mathbb{T})}^{\frac{r-k-1/2}{r}} \|x^{(r)}\|_{L_2(\mathbb{T})}^{\frac{k+1/2}{r}}.$$

Устремляя в последнем неравенстве  $N \rightarrow \infty$  и учитывая, что для функций  $x \in L_{2,2}^r(\mathbb{T})$  при  $k < r$

$$S_N(x^{(k)}, 0) \rightarrow x^{(k)}(0),$$

получим неравенство Шадрина (3).

1. Тайков Л. В. Неравенства типа Колмогорова и формулы численного дифференцирования. — Мат. заметки. — 1967, Т. 4, №2. — С. 223 — 238.
2. Бабенко В. Ф., Корнейчук Н. П., Кофанов В. А., Пичугов С. А. Неравенства для производных и их приложения. — К.: Наукова думка, 2003 — 590 с.

3. Шадрин А. Ю. Неравенства типа Колмогорова и оценки сплайн – интерполяции для периодических классов  $W_2^m$ . – Мат. заметки. – 1990. – Т. 48, №4. – С. 132 – 139.
4. Ахиезер Н. И., Глазман И. М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. – М.: Изд-во „Наука“, Глав. ред. физ.-мат. лит., 1966 – 544 с.
5. Березанский Ю. М., Ус Г. Ф., Шефтель З. Г. Функциональный анализ. – К.: Выща шк., 1990 - 600 с.

**V.F. Babenko, R.O. Bilichenko**

**Inequalities of Taikov type for self-ajoint operators in Hilbert space.**

The Taikov inequality, which estimate  $L_\infty$  – norm of intermediate derivative by  $L_2$  – norms of a function and its higher derivative, is extended on arbitrary powers of self-adjoint operator acting in Hilbert space.

**Keywords:** *inequalities, self-ajoint operators, Hilbert space.*

**В.Ф. Бабенко, Р.О. Біліченко**

**Нерівності типу Тайкова для самоспряжених операторів у гільбертовому просторі.**

Отримано узагальнення нерівності Тайкова, що оцінює  $L_\infty$  – норму проміжної похідної через  $L_2$  – норми самої функції та її старшої похідної, на довільні степені самоспряженого оператора  $A$ , діючого в гільбертовому просторі.

**Ключові слова:** *нерівності, самоспряжені оператори, гільбертів простір.*

Днепропетровский национальный университет  
Ин-т прикл. математики и механики НАН Украины  
*babenko.vladislav@gmail.com*

*Получено 10.12.10*



### Письмо в редакцию

Уважаемая редакция!

По нашему недосмотру в статье В.Ф. Бабенко, Р.О. Биличенко "НЕРАВЕНСТВО ТИПА ТАЙКОВА ДЛЯ САМОСОПРЯЖЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ" // Труды ИПММ, 2010 г., т. 21, С. 11-18, допущено несколько досадных опечаток:

- На странице 13 в строках 6 и 11, на странице 14 в соотношениях (13) и (14), а также на странице 15 в строке 2 вместо  $(A^k x, f)$  должно быть  $|(A^k x, f)|$ .
- На странице 13 в левой части (11) вместо  $\|A^k\|$  должно быть  $\|A^k\|^2$ .
- На странице 17 в правой части (21) вместо  $x^{(k)}(0)$  должно быть  $S_N(x^{(k)}, 0)$ .
- На странице 17 в строке 9 снизу вместо  $S_N(x^{(k)}, 0)$  должно быть  $|S_N(x^{(k)}, 0)|$ .

Приносим свои извинения

В.Ф. Бабенко, Р. О. Биличенко