УДК 539.3:534.1

©2015. **В.И. Сторожев, С.В. Сторожев**

НЕЧЕТКО-МНОЖЕСТВЕННЫЕ ОЦЕНКИ В МОДЕЛЯХ ТЕОРИИ ОБЪЕМНЫХ ВОЛН ДЕФОРМАЦИЙ

На основе эвристического принципа обобщения построены нечеткие оценки для ряда характеристик волновых деформационных процессов в упругих средах. В частности, получены нечеткие оценки для фазовых скоростей и волновых сопротивлений применительно к объемным упругим волнам в изотропных средах, для показателей отражения и преломления объемных волн у границы раздела разнородных изотропных полупространств, а также оценки толщины изотропного слоя по нечетким данным о длительности задержки диагностических импульсов.

Ключевые слова: *линейные упругие среды, объемные волны деформаций, факторы неопределенности физико-механических и геометрических параметров моделей, аппарат теории нечетких множеств, эвристический принцип обобщения, нечеткие оценки фазовых скоростей и импедансов.*

Введение. Учет различных факторов неопределенности в значениях параметров теоретических моделей механики деформируемого твердого тела является одним из актуальных направлений исследований для данной научной отрасли, особенно в связи с практическими приложениями результатов механико-математического моделирования. Данная проблема имеет очень широкий круг аспектов, к которым, среди многих других, можно отнести задачи учета неопределенности в значениях характеристик деформируемых материалов, задачи учета факторов неопределенности в описании геометрического строения упругих структур и элементов конструкций, проблему неопределенности в описании режимов деформирования при нечетких внешних воздействиях.

Так, для многих типов классифицируемых упругих материалов характерным является существенный разброс в экспериментально определяемых значениях физико-механических постоянных. В весьма существенной мере это характерно для геоматериалов и композитов. В первом случае однотипно классифицируемые горные материалы, весьма существенно различаются по структуре химического состава, по специфике формирования и морфологии. К примеру, известно, что угольные пласты и основные типы вмещающих пород имеют весьма существенно различающиеся механические свойства даже в пределах одного поля разработки [1]. Представление о мере нечеткости, неконтрастности значений экспериментально определяемых физико-механических постоянных для различных типов осадочных горных пород и различных марок углей дают публикации А.В. Молодецкого, В.Н. Реввы [2], А.Н. Ставрогина, А.Г. Протосени [1]. Для композитов определенный разброс в значениях механических характеристик связан с технологическими особенностями их изготовления.

К задачам математического моделирования в волновой механике деформируемых сред при учете неопределенности значений физико-механических постоянных в первую очередь относятся вопросы оценки разброса для характеристик, используемых в технологиях волнового зондирования, геоакустике и ультраакустической дефектоскопии. К числу подобных характеристик принадлежат фазовые и групповые скорости упругих волн, волновые сопротивления (импедансы), длительности задержки при распространении диагностических волновых импульсов, коэффициенты отражения и преломления упругих волн в составных телах.

В качестве подходов к учету факторов неопределенности в математических моделях естественных наук сегодня используются методы теории вероятностей и математической статистики [3], а также методы нечеткой математики (методы теории нечетких множеств) [4–11]. Подходы, основанные на использовании аппарата теории нечетких множеств, распространены в меньшей мере, хотя имеют определенные априорные особенности в виде возможностей оперирования непосредственно с нечеткими величинами, а не с их усредненными интегральными характеристиками.

В этом контексте, к целям представляемого исследования относится получение нечетких оценок для ряда характеристик волнового деформирования упругих сред с использованием методов алгебры нечетких переменных [9–13] и эвристического принципа обобщения [5, 7, 14], регламентирующего переход к нечётко-множественным аргументам в классических аналитических соотношениях для определения скоростей и импедансов объемных упругих волн в изотропных средах [15–17], формулах для показателей отражения и преломления объемных упругих волн на границе раздела двух изотропных полупространств [15, 18], в соотношениях для оценок параметра толщины изотропного слоя, получаемых по нечетким данным о длительности задержки диагностического импульса. При этом в реализуемом исследовании принимаются гипотезы об интерпретации нечетких значений некоторых параметров рассматриваемых моделей нормальными трапецеидальными нечеткими интервалами [5, 6, 13], частными случаями которых являются нормальные треугольные нечеткие числа.

1. Нечеткие оценки фазовых скоростей и импедансов для объемных упругих волн в изотропных упругих средах. Фазовые и групповые скорости бездисперсных объемных волн продольного (P) типа v_{fp}, v_{gp} и сдвигового (S) типа v_{fs}, v_{gs} в изотропных идеально упругих средах, а также соответствующие волновые сопротивления (импедансы) n_p, n_s имеют широко известные [16–18] аналитические представления

$$v_{fp} = v_{gp} = ((\lambda + 2\mu)/\rho)^{1/2}, \quad v_{fs} = v_{gs} = (\mu/\rho)^{1/2}; \tag{1}$$

$$n_p = ((\lambda + 2\mu)\rho)^{1/2}, \quad n_s = (\mu\rho)^{1/2}, \tag{2}$$

в которых λ, μ – модули упругости Ламе, ρ – параметр плотности. Нечеткие оценки для указанных характеристик объемных упругих волн, а также для ряда рассматриваемых ниже характеристик, формируются путем применения эвристического принципа обобщения, позволяющего расширить область определения классического функционального отображения на нечеткие подмножества универсального множества. Эффективная прикладная схема использования принципа обобщения применительно к общему случаю классической функции многих переменных $y\,(x_1,\ ...,\ x_n)$ базируется на представлении нечетко-множественных величин декомпозицией на множества α - уровня A_α [5, 14], а также на следующих допущениях относительно свойств $y\,(x_1,\ ...,\ x_n)$: область изменения аргументов функции непрерывна; функция дифференцируема в области определения; область определения функции представима в виде

$$X = X_1 \cup X_2 \cup X_3, X_1 \cap X_2 = X_2 \cap X_3 = X_1 \cap X_3 = \varnothing; \tag{3}$$

$$X_1 = \{x_r : \partial y/\partial x_r \geq 0\}\,, \quad X_2 = \{x_s : \partial y/\partial x_s \leq 0\}\,,$$

$$X_3 = \{x_l : sign(\partial y/\partial x_l) = sign(g_l(x_r, x_s))\}\,,$$

$g_l(x_r, x_s) = \partial y/\partial x_l$ – не зависящая от x_l вспомогательная функция. В предположении о том, что нечетко-множественные аргументы $\tilde{x}_i$ функции $y\,(\tilde{x}_1,\ ...,\ \tilde{x}_n)$ представимы разложениями

$$\tilde{x}_i = \bigcup_{\alpha\in[0,\ 1]} (\underline{x}_{i\alpha},\ \bar{x}_{i\alpha}) \tag{4}$$

в которых $\underline{x}_{i\alpha}, \bar{x}_{i\alpha}$ – верхние и нижние грани множеств α-уровней, для отображения $y\,(\tilde{x}_1,\ ...,\ \tilde{x}_n)$ с нечетко-множественными аргументами справедливо представление

$$y = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} \{y(\underline{x}_{r\alpha}, \overline{x}_{s\alpha}, x^I_{l\alpha}), y(\overline{x}_{r\alpha}, \underline{x}_{s\alpha}, x^{II}_{l\alpha})\}, \tag{5}$$

где

$$x^I_{l\alpha} = \begin{cases} \underline{x}_{l\alpha}, & g_l\,(\underline{x}_r,\ \bar{x}_s) \geq 0, \\ \bar{x}_{l\alpha}, & g_l\,(\underline{x}_r,\ \bar{x}_s) < 0; \end{cases} \quad x^{II}_{l\alpha} = \begin{cases} \bar{x}_{l\alpha}, & g_l\,(\bar{x}_r,\ \underline{x}_s) \geq 0, \\ \underline{x}_{l\alpha}, & g_l\,(\bar{x}_r,\ \underline{x}_s) < 0. \end{cases} \tag{6}$$

При использовании принципа обобщения для получения искомых нечетких оценок полагается, что нечетко заданные упругие постоянные $\tilde{\lambda},\ \tilde{\mu}$ материала слоя и его плотность $\tilde{\rho}$ описываются нормальными трапецеидальными нечеткими интервалами с реперными точками

$$\tilde{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4), \quad \tilde{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4), \quad \tilde{\rho} = (\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4).$$

Исходя из разложений вида (4) для нечетко-интервальных величин физико-механических постоянных

$$\tilde{\lambda} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} ((1-\alpha)\lambda_1 + \alpha\lambda_2, \alpha\lambda_3 + (1-\alpha)\lambda_4),$$

$$\tilde{\mu} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} ((1-\alpha)\mu_1 + \alpha\mu_2, \alpha\mu_3 + (1-\alpha)\mu_4),$$

$$\tilde{\rho} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} ((1-\alpha)\rho_1 + \alpha\rho_2, \alpha\rho_3 + (1-\alpha)\rho_4),$$

а также свойств

$$\partial v_{fp}/\partial\lambda \geq 0, \quad \partial v_{fp}/\partial\mu \geq 0, \quad \partial v_{fp}/\partial\rho \leq 0, \quad \partial v_{fs}/\partial\mu \geq 0, \quad \partial v_{fs}/\partial\rho \leq 0,$$

$$\partial n_p/\partial\lambda \geq 0, \quad \partial n_p/\partial\mu \geq 0, \quad \partial n_p/\partial\rho \geq 0, \quad \partial n_s/\partial\mu \geq 0, \quad \partial n_s/\partial\rho \geq 0,$$

на базе представления (5) можно получить нечетко-множественные оценки для фазовых скоростей объемных упругих волн продольного и сдвигового типа, а также соответствующих импедансов в виде разложений

$$\tilde{v}_{fp} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} ((((1-\alpha)(\lambda_1+2\mu_1) + \alpha(\lambda_2+2\mu_2))/(\alpha\rho_3+(1-\alpha)\rho_4))^{1/2}, \tag{7}$$

$$((\alpha(\lambda_3+2\mu_3) + (1-\alpha)(\lambda_4+2\mu_4))/((1-\alpha)\rho_1+\alpha\rho_2))^{1/2});$$

$$\tilde{v}_{fs} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} ((((1-\alpha)\mu_1 + \alpha\mu_2)/(\alpha\rho_3+(1-\alpha)\rho_4))^{1/2}, \tag{8}$$

$$((\alpha\mu_3 + (1-\alpha)\mu_4)/((1-\alpha)\rho_1+\alpha\rho_2))^{1/2});$$

$$\tilde{n}_p = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} ((((1-\alpha)(\lambda_1+2\mu_1) + \alpha(\lambda_2+2\mu_2))(\alpha\rho_2+(1-\alpha)\rho_1))^{1/2}, \tag{9}$$

$$((\alpha(\lambda_3+2\mu_3) + (1-\alpha)(\lambda_4+2\mu_4))((1-\alpha)\rho_4+\alpha\rho_3))^{1/2});$$

$$\tilde{n}_s = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} ((((1-\alpha)\mu_1 + \alpha\mu_2)(\alpha\rho_2+(1-\alpha)\rho_1))^{1/2}, \tag{10}$$

$$((\alpha\mu_3 + (1-\alpha)\mu_4)/((1-\alpha)\rho_4+\alpha\rho_3))^{1/2}).$$

В частных случаях $\lambda_2 = \lambda_3$, $\mu_2 = \mu_3$, $\rho_2 = \rho_3$ приведенные оценки соответствуют вариантам задания нечетких физико-механических постоянных изотропных материалов нормальными нечеткими числами с функциями принадлежности равнобедренной треугольной формы.

2. Нечеткие оценки для характеристик процессов отражения – преломления объемных волн с плоским фронтом у границы раздела разнородных изотропных полупространств. Анализируемые нечеткие оценки формируются применительно к задаче о нормальном падении продольных гармонических объемных волн с плоским фронтом на границу идеального механического контакта разнородных изотропных полупространств, характеризующихся физико-механическими постоянными $\rho^{(+)}$, $\lambda^{(+)}$, $\mu^{(+)}$ и $\rho^{(-)}$, $\lambda^{(-)}$, $\mu^{(-)}$ и занимающих области $V^{(+)} = \{-\infty < x_1 x_2 < \infty, \ \ x_3 \geq 0\}$ и $V^{(-)} = \{-\infty < x_1 x_2 < \infty, \ \ x_3 < 0\}$.

В случае движения волны произвольной частоты с амплитудным параметром $u_{30}^{(\text{пад})}$ вдоль положительного координатного направления Ox_3 из полупространства $V^{(-)}$ в полупространство $V^{(+)}$, для амплитудные составляющие отраженной и преломленной волн могут быть записаны представления [18]

$$u_{30}^{(\text{отр})} = n_{\text{отр}}^{(-+)} u_{30}^{(\text{пад})}, \quad u_{30}^{(\text{прел})} = n_{\text{прел}}^{(-+)} u_{30}^{(\text{пад})}, \tag{11}$$

в которых

$$n_{\text{отр}}^{(-+)} = (n_p^{(-)} - n_p^{(+)})/(n_p^{(-)} + n_p^{(+)}), \quad n_{\text{прел}}^{(-+)} = 2n_p^{(-)}/(n_p^{(-)} + n_p^{(+)}), \tag{12}$$

$n_p^{(\pm)} = ((\lambda^{(\pm)} + 2\mu^{(\pm)})\rho^{(\pm)})^{1/2}$ – волновые сопротивления для материалов полупространств $V^{(+)}$, $V^{(-)}$.

Используя далее представления для нечетко-множественных величин $\tilde{n}_p^{(\pm)}$ в виде декомпозиций по множествам α - уровня

$$\tilde{n}_p^{(\pm)} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} ((((1-\alpha)(\lambda_1^{(\pm)}+2\mu_1^{(\pm)})+\alpha(\lambda_2^{(\pm)}+2\mu_2^{(\pm)}))/(\alpha\rho_2^{(\pm)}+(1-\alpha)\rho_1^{(\pm)}))^{1/2},$$

$$\alpha((\lambda_3^{(\pm)} + 2\mu_3^{(\pm)})\rho_3^{(\pm)})^{1/2} + (1-\alpha)((\lambda_4^{(\pm)} + 2\mu_4^{(\pm)})\rho_4^{(\pm)})^{1/2}), \tag{13}$$

а также свойств

$$\partial\tilde{n}_{\text{отр}}^{(-+)}/\partial n_p^{(-)} \geq 0, \quad \partial\tilde{n}_{\text{отр}}^{(-+)}/\partial n_p^{(+)} \leq 0,$$

$$\partial\tilde{n}_{\text{прел}}^{(-+)}/\partial n_p^{(-)} \geq 0, \quad \partial\tilde{n}_{\text{прел}}^{(-+)}/\partial n_p^{(+)} \leq 0,$$

можно получить соответствующую форму описания для нечетких оценок характеристик $\tilde{n}_{\text{отр}}^{(-+)}$, $\tilde{n}_{\text{прел}}^{(-+)}$:

$$\tilde{n}_{\text{отр}}^{(-+)} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} ((((((1-\alpha)(\lambda_1^{(-)}+2\mu_1^{(-)})+\alpha(\lambda_2^{(-)}+2\mu_2^{(-)}))((1-\alpha)\rho_1^{(-)}+\alpha\rho_2^{(-)}))^{1/2}-$$

$$-(\alpha(\lambda_3^{(+)} + 2\mu_3^{(+)}) + (1-\alpha)(\lambda_4^{(+)} + 2\mu_4^{(+)}))(\alpha\rho_3^{(+)} + (1-\alpha)\rho_4^{(+)}))^{1/2})/$$

$$/((((1-\alpha)(\lambda_1^{(-)}+2\mu_1^{(-)})+\alpha(\lambda_2^{(-)}+2\mu_2^{(-)}))((1-\alpha)\rho_1^{(-)}+\alpha\rho_2^{(-)}))^{1/2}+$$

$$+(\alpha(\lambda_3^{(+)}+2\mu_3^{(+)})+(1-\alpha)(\lambda_4^{(+)}+2\mu_4^{(+)}))(\alpha\rho_3^{(+)}+(1-\alpha)\rho_4^{(+)}))^{1/2}), \quad (14)$$

$$((\alpha(\lambda_3^{(-)}+2\mu_3^{(-)})+(1-\alpha)(\lambda_4^{(-)}+2\mu_4^{(-)}))(\alpha\rho_3^{(-)}+(1-\alpha)\rho_4^{(-)}))^{1/2}-$$

$$-(((1-\alpha)(\lambda_1^{(+)}+2\mu_1^{(+)})+\alpha(\lambda_2^{(+)}+2\mu_2^{(+)}))((1-\alpha)\rho_1^{(+)}+\alpha\rho_2^{(+)}))^{1/2})/$$

$$/((\alpha(\lambda_3^{(-)}+2\mu_3^{(-)})+(1-\alpha)(\lambda_4^{(-)}+2\mu_4^{(-)}))(\alpha\rho_3^{(-)}+(1-\alpha)\rho_4^{(-)}))^{1/2}+$$

$$+(((1-\alpha)(\lambda_1^{(+)}+2\mu_1^{(+)})+\alpha(\lambda_2^{(+)}+2\mu_2^{(+)}))((1-\alpha)\rho_1^{(+)}+\alpha\rho_2^{(+)}))^{1/2}));$$

$$\tilde{n}_{\text{прел}}^{(-+)}=\bigcup_{\alpha\in[0,1]}(2(((1-\alpha)(\lambda_1^{(-)}+2\mu_1^{(-)})+\alpha(\lambda_2^{(-)}+2\mu_2^{(-)}))((1-\alpha)\rho_1^{(-)}+\alpha\rho_2^{(-)}))^{1/2}/$$

$$/((((1-\alpha)(\lambda_1^{(-)}+2\mu_1^{(-)})+\alpha(\lambda_2^{(-)}+2\mu_2^{(-)}))((1-\alpha)\rho_1^{(-)}+\alpha\rho_2^{(-)}))^{1/2}+$$

$$+(\alpha(\lambda_3^{(+)}+2\mu_3^{(+)})+(1-\alpha)(\lambda_4^{(+)}+2\mu_4^{(+)}))(\alpha\rho_3^{(+)}+(1-\alpha)\rho_4^{(+)}))^{1/2}), \quad (15)$$

$$2((\alpha(\lambda_3^{(-)}+2\mu_3^{(-)})+(1-\alpha)(\lambda_4^{(-)}+2\mu_4^{(-)}))(\alpha\rho_3^{(-)}+(1-\alpha)\rho_4^{(-)}))^{1/2}/$$

$$/((\alpha(\lambda_3^{(-)}+2\mu_3^{(-)})+(1-\alpha)(\lambda_4^{(-)}+2\mu_4^{(-)}))(\alpha\rho_3^{(-)}+(1-\alpha)\rho_4^{(-)}))^{1/2}+$$

$$+(((1-\alpha)(\lambda_1^{(+)}+2\mu_1^{(+)})+\alpha(\lambda_2^{(+)}+2\mu_2^{(+)}))((1-\alpha)\rho_1^{(+)}+\alpha\rho_2^{(+)}))^{1/2})).$$

3. Оценки для параметра толщины изотропного слоя по нечетким данным о длительности задержки диагностического импульса. Задача учета факторов неопределенности возникает также в процессе получения оценок для параметра толщины h плоскопараллельного изотропного упругого слоя, идентифицируемой в теоретической модели акустодиагностики по данным о нечеткости физико-механических параметров материала и нечетким результатам измерения времени задержки Δt диагностической упругой волны продольного типа, проходящей по толщине слоя в прямом и обратном направлении. Предполагается, что экспериментально устанавливаемое время задержки диагностического импульса $\Delta\tilde{t}$ является нормальной трапецеидальной нечетко-интервальной характеристикой с реперными точками $(\Delta t_{1F}, \Delta t_{1M}, \Delta t_{2M}, \Delta t_{2F})$, представляемой в виде декомпозиции по множествам α - уровня

$$\bigcup_{\alpha\in[0,1]}((\alpha\cdot\Delta t_{1M}+(1-\alpha)\cdot\Delta t_{1F}),\ (\alpha\cdot\Delta t_{2M}+(1-\alpha)\cdot\Delta t_{2F})). \quad (16)$$

На основе принципа обобщения при использовании исходного аналитического соотношения $h=(v_{fp}\cdot\Delta t)/2$, нечеткие оценки искомого параметра в форме разложения по множествам α - уровня для случая продольной диагностической волны в слое с нечетко-интервально идентифицируемыми физико-механическими постоянными могут быть записаны в виде

$$\tilde{h} = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} ((((1-\alpha)(\lambda_1+2\mu_1)+\alpha(\lambda_2+2\mu_2))/$$
$$/(\alpha\rho_3+(1-\alpha)\rho_4))^{1/2}(\alpha\Delta t_{1M}+(1-\alpha)\Delta t_{1F})/2, \tag{17}$$
$$((\alpha(\lambda_3+2\mu_3)+(1-\alpha)(\lambda_4+2\mu_4))/$$
$$/(\alpha\rho_2+(1-\alpha)\rho_1))^{1/2}(\alpha\Delta t_{2M}+(1-\alpha)\Delta t_{2F})/2).$$

4. Примеры нечетких численных оценок. В качестве примера использования полученных расчетных соотношений представлены следующие из (7), (8) нечеткие оценки фазовых скоростей продольных и поперечных упругих объемных волн для угольного массива с экспериментально найденными характеристиками [3]

$$E = 0.28\cdot 10^4 \text{ Мпа},\quad \nu = 0.3,\quad \rho = 1.69\cdot 10^3 \text{ кг/м}^3,$$

и соответственно определяемыми из соотношений

$$\lambda = \nu E/((1+\nu)(1-2\nu)),\quad \mu = E/(2(1+\nu))$$

характеристиками

$$\lambda = 0.162\cdot 10^4 \text{ Мпа},\quad \mu = 0.108\cdot 10^4 \text{ Мпа},$$

допускающими 30% разброс.

В рамках предположения об описании неконтрастных параметров λ, μ, ρ нормальными нечеткими числами с равнобедренными треугольными профилями функций принадлежности и носителями в виде интервалов с границами $\lambda \mp 0.3\lambda$, $\mu \mp 0.3\mu$, $\rho \mp 0.3\rho$, для рассматриваемых параметров вводятся нечетко-интервальные представления с кортежами реперных значений

$$\lambda_1 = 0.113\cdot 10^4 \text{ Мпа},\quad \lambda_2=\lambda_3 = 0.162\cdot 10^4 \text{ Мпа},\quad \lambda_4 = 0.211\cdot 10^4 \text{ Мпа};$$
$$\mu_1 = 0.076\cdot 10^4 \text{ Мпа},\quad \mu_2=\mu_3 = 0.108\cdot 10^4 \text{ Мпа},\quad \mu_4 = 0.140\cdot 10^4 \text{ Мпа};$$
$$\rho_1 = 1.169\cdot 10^3 \text{ кг/м}^3,\quad \rho_2=\rho_3 = 1.69\cdot 10^3 \text{ кг/м}^3,\quad \rho_4 = 2.197\cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Соответственно для модальных значений $v_{2fp}=v_{3fp}$, $v_{2fs}=v_{3fs}$ и границ интервалов носителей $[v_{1fp},\ v_{4fp}]$, $[v_{1fs},\ v_{4fs}]$ нечетких множеств, описывающих неконтрастные величины фазовых скоростей объемных продольных и сдвиговых волн в рассматриваемом угольном массиве, на базе соотношений (7), (8) следуют оценки

$$v_{1fp} = 1098 \text{ м/сек},\quad v_{2fp}=v_{3fp} = 1496 \text{ м/сек},\quad v_{4fp} = 2049 \text{ м/сек};$$
$$v_{1fs} = 588 \text{ м/сек},\quad v_{2f3}=v_{3f3} = 799 \text{ м/сек},\quad v_{4f3} = 1094 \text{ м/сек}.$$

Приведенные значения описывают интервалы, вне которых потенциальные значения рассматриваемых скоростей имеют нулевую достоверность, а также представляют их наиболее достоверные величины.

Выводы. В представленной работе на основе применения аппарата теории нечетких множеств для учета факторов неопределенности в математических моделях волновых процессов в деформируемых упругих телах с применением эвристического принципа обобщения получены соотношения для нечетких оценок фазовых скоростей объемных упругих волн и волновых сопротивлений для изотропных сред, нечетких оценок характеристик отражения – преломления объемных волн с плоским фронтом у границы раздела разнородных изотропных полупространств, а также оценок для параметра толщины изотропного слоя по нечетким данным о длительности задержки диагностического импульса. Полученные результаты могут быть использованы как элементы теоретической базы разработок в области усовершенствованных технологий геоакустики, ультраакустической диагностики, ультразвукового неразрушающего контроля.

1. *Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г.* Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. – Москва.: Недра, 1986. – 312 с.
2. *Молодецкий А.В., Ревва В.Н.* Влияние глубины залегания угольных пластов на механические свойства угля // Физико-техн. проблемы горного производства: Зб. наук. пр. – 2009. – Вип. 12. – С. 55–58.
3. *Ломакин В.А.* Статистические задачи механики твердых деформируемых тел. – М.: Наука, 1970. – 139 с.
4. *Вопенка П.* Математика в альтернативной теории множеств. – М: Мир, 1983. – 152 с.
5. *Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В.* Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. – М.: Изд-во Машиностроение–1, 2004. – 397 с.
6. *Ибрагимов В.А.* Элементы нечеткой математики. – Баку: Азербайджанская гос. нефтяная академия, 2009. – 267 с.
7. *Корман А.* Введение в теорию нечетких множеств. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
8. *Ухоботов В.И.* Избранные главы теории нечетких множеств: учеб. пособие. – Челябинск: Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2011. – 245 с.
9. *Хапатхаева Н.Б., Дамбаева С.В., Аюшеева Н.Н.* Введение в теорию нечетких множеств. Часть 1. – Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2004. – 68 с.
10. *Nasseri S.H., Taleshian F., Alizadeh Z., Vahidi J.* A New Method for Ordering LR Fuzzy Number // The Journal of Mathematics and Computer Science. – 2012. – **4**. – No. 3. – P. 283–294.
11. *Thorani Y.L.P., Rao P.P.B., Shankar N.R.* Ordering generalized trapezoidal fuzzy numbers // Int. J. Contemp. Math. Sciences. – 2012. – **7**. – № 12. – P. 555–573.
12. *Алтунин А.Е., Семухин М.В.* Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография. – Тюмень: Изд-во Тюменского гос. ун-та, 2000. – 352 с.
13. *Герасимов Б.М., Дивизинюк М.М., Субач И.Ю.* Системы поддержки принятия решений: проектирование, применение, оценка эффективности. – Севастополь: СНИЯЭиП, 2004. – 318 с.
14. *Ротштейн А.П., Штовба С.Д., Козачко А.Н.* Моделирования и оптимизация надежности многомерных алгоритмических процессов. – Винница: УНIВЕРСУМ. – Вінниця, 2007. – 215 с.
15. *Дьелесан Э., Руайе Д.* Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов. – М.: Наука, 1982. – 424 с.
16. *Космодамианский А.С., Сторожев В.И.* Динамические задачи теории упругости для анизотропных сред. – Киев: Наук. думка, 1985. – 176 с.
17. *Шутилов В.А.* Основы физики ультразвука. – Л.: Изд-во Ленинград. ун-та, 1980. – 280 с.
18. *Гринченко В.Т., Мелешко В.В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. – К.: Наук. думка, 1981. – 284 с.

V.I. Storozhev, S.V. Storozhev

Fuzzy estimates in models of the theory of volume deformation waves

Some fuzzy estimates of the characteristics of wave deformation processes in elastic media are obtained. They are based on the theory of fuzzy sets and the principle of heuristic generalization. The fuzzy estimates for the phase velocities and impedances of the bulk elastic waves in isotropic media and amplitudes of the reflected and refracted waves at the interface between two isotropic half-spaces are presented.

Keywords: *linear elastic bodies, waves of deformations, uncertainties mechanical and geometric parameters of the models, theory of fuzzy sets, heuristic principle of generalization, fuzzy phase velocities and impedances.*

ГУ "Ин-т прикл. математики и механики", Донецк;
Донбасская национальная акад.
строительства и архитектуры, Макеевка
stvi@i.ua, CergeyS@i.ua

Получено 15.09.15