УДК550.831

МЕТОД ОДНОКРИТЕРИАЛЬНОЙ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ГРАВИМЕТРИИ С НЕСКОЛЬКИМИ ИНТЕРПРЕТАЦИОННЫМИ МОДЕЛЯМИ

© П.А. Миненко, 2008

Европейский университет, Киев, Украина

There created the iterative method of solving the non-linear return problem of gravimetry on the basis of joint application in one iteration of 1-3 cards of the measured field with 3 interpretation models and 3 vectors of entry conditions for depths down to blocks of rocks and their density.

Известны устойчивые итерационные методы (ИТМ) решения обратной задачи гравиметрии (ОЗГ) для одной интерпретационной модели (ИНМ) [1, 2], а также устойчивые ИТМ решения обратной задачи геофизики для одной сеточной геологической модели с применением нескольких геофизических методов [3] или нескольких карт гравитационного поля (КГП) [4]. Основной недостаток известных методов заключается в том, что решение ОЗГ не является единственным. Например, для различных КГП в редукции Буге при разной плотности промежуточного слоя или различном наборе погрешностей измеренного поля получают неодинаковые решения ОЗГ.

Цель настоящего сообщения – получение нескольких решений ОЗГ, которые после каждой итерации все больше сближаются между собой и стремятся к содержательному в геологическом смысле решению (СГСР), восстанавливающему измеренное гравитационное поле (ГП).

Поставленная цель достигается объединением в одном критерии оптимизации нескольких ($m = 1, m_1$) сеточных ИНМ, состоящих из геологических блоков с различными параметрами сетки, например, аномальной плотностью (АНП) $\sigma_{i,m,t}$ и глубиной до них $h_{i,m,t}$, но заполняющих одно и тоже исследуемое геологическое пространство. Карт поля $g_{j,t}$ ($t = 1, t_1$) может быть одна ($g_j = g_{j,1}$) или несколько.

Оптимизирующий критерий имеет вид

$$F = \sum_{m,t,j} r^2_{j,m,t,n+1} + \sum_{m\neq k,t\neq l}\left[\lambda_{1,m,t,n+1}\sum_{i=1}^{M}\left(\sigma_{i,m,t,n+1} - \sigma_{i,k,l,n+1}\right)^2 + \right.$$
$$\left.+\lambda_{2,m,t,n+1}\sum_{i=1}^{M}\left(h_{i,m,t,n+1} - h_{i,k,l,n+1}\right)^2\right] = \min(\tau_{m,t,n+1}, \mu_{m,t,n+1}); \qquad (1)$$
$$n = 0, 1, 2\ldots,$$

где $r_{i,m,t,n+1}$ – невязка гравитационного поля (НГП) на n-й итерации для m-й ИНМ и k-й КГП; $\tau_{m,t,n+1}$, $\mu_{m,t,n+1}$ – итерационные коэффициенты (ИТК) для ИНМ; $\lambda_{1,m,t,n+1}$, $\lambda_{2,m,t,n+1}$ – коэффициенты Лагранжа (КЛ) условной оптимизации [5].

Возьмем структурную ОЗГ для одной КГП $t_1 = 1$ и трех ИНМ $m_1 = 3$. Полубесконечные блоки геологической модели расположены в нескольких слоях. Глубины до верхней грани блоков равны $h_{i,m,t}$, а скачки АНП на них – $\sigma_{i,m,t}$. Решение прямых задач гравиметрии описывается матричными коэффициентами при АНП: $a_{ij,m,t}$; $b_{ij,m,t} = (a_{ij,m,t})'_Z$; $c_{ij,m,t} = (b_{ij,m,t})'_Z$. Входящие в критерий F ИТК используются для вычисления АНП и глубин до блоков в следующих итерационных формулах (ИФ):

$$\begin{aligned}\sigma_{i,m,t,n+1} &= \sigma_{i,m,t,n} - \tau_{m,t,n+1}B_{i,m,t,n};\\ h_{i,m,t,n+1} &= h_{i,m,t,n} - \mu_{m,t,n+1}C_{i,m,t,n}.\end{aligned} \qquad (2)$$

Здесь при $n = 0$ $s_{i,m,t,0}$, $h_{i,m,t,0}$ – векторы начальных условий для итерационного процесса (ИТП); $B_{i,m,t,n}$ – поправка для АНП на n-й итерации; $C_{i,m,t,n}$ – поправка для глубины до блоков

$$\begin{gathered}
B_{i,m,t,n} = (a_{i,j,m,t,n} / \lambda^{\alpha}{}_{i,m,t,n}, r_{j,m,t,n} / \lambda^{\beta}_{j,m,t,n});\\
C_{i,m,t,n} = (b_{i,j,m,t,n}, r_{j,m,t,n} / \lambda^{\alpha_1}{}_{1i,m,t,n}\lambda^{\beta_1}{}_{1j,m,t,n});\\
\lambda_{i,m,t,n} = (a_{ij,m,t,n}, 1)_j;\ \lambda_{j,m,t,n} = (a_{ij,m,t,n}, 1)_i;\\
\lambda_{i,m,t,n} = (b_{ij,m,t,n}, 1)_{\mathrm{j}};\ \lambda_{j,m,t,n} = (b_{ij,m,t,n}, 1)_i;\\
r_{j,m,t,n} = (a_{i,j,m,t,n},\ \sigma_{i,m,t,n}) - g_j;\\
r_{j,m,t,n+1} = r_{j,m,t,n} + \mu_{m,t,n+1}\beta_{j,m,t,n} - \tau_{m,t,n+1}\gamma_{j,m,t,n} -\\
- \mu_{m,t,n+1}\tau_{m,t,n+1}\beta_{1j,m,t,n};\\
\beta_{j,m,t,n} = (b_{i,j,m,t,n}C_{i,m,t,n}, \sigma_{i,m,t,n});\\
\beta_{1,j,m,t,n} = (b_{i,j,m,t,n}C_{i,m,t,n}, B_{i,m,t,n});\\
\gamma_{j,m,t,n} = (a_{i,j,m,t,n}, B_{i,m,t,n}),
\end{gathered} \qquad (3)$$

где α, β, α_1, β_1 – постоянные величины, которые получают из условия приближения решения ОЗГ к глобальному минимуму критерия на начальной стадии ИТП и условия удержания решения в ближайшей окрестности глобального минимума на заключительной стадии ИТП. Эти параметры равны: $\alpha = 0$, $\beta \geq 2$, $\alpha_1 = 0$, $\beta_1 \geq 2$ в методе простой итерации для невязок поля на начальной стадии ИТП и в том же методе для поправок к плотности на его заключительной части; $\alpha \geq 2$, $\beta = 0$, $\alpha_1 \geq 2$, $\beta_1 = 0$ на заключительной части ИТП в методе для невязок поля и на начальной стадии ИТП в методе для поправок к плотности. Такое же распределение параметров α, β, α_1, β_1 по принципу "в методе для невязок поля" и "в методе для поправок к плотности" соблюдается во всех других методах.

Далее выполним дифференцирование (1) по всем $\tau_{m,t,n+1}$ и $\mu_{m,t,n+1}$ и приравняем производные к нулю, после чего получим систему уравнений для вычисления всех ИТК, а затем по формулам (2) вычислим значения $\sigma_{i,m,t,n+1}$ и $h_{i,m,t,n+1}$ на следующей (n+1)-й итерации. Система уравнений для одной КГП ($t_1 = 1$) и трех ИТМ ($m_1 = 3$) содержит 6 уравнений. Если неизвестные представить в виде вектора $S = S(\tau_1, -\mu_1, \tau_2, -\mu_2, \tau_3, -\mu_3)$, то система уравнений для вычисления его компонент ($S_1 = \tau_1$ $S_2 = \tau_2$ и т. д.) имеет симметричную матрицу d_{ij} (где $i = 1, 6$ — номер строки; $i = 1, 6$ — номер столбца), а наборы АНП ($\sigma_{i,1,n+1}, \sigma_{i,2,n+1}, \sigma_{i,3,n+1}$) и глубин ($h_{i,1,n+1}$, $h_{i,2,n+1}$, $h_{i,3,n+1}$) вычисляются по формулам (2) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{i,m,1,n+1} &= \sigma_{i,m,1,n} - \tau_{m,,1n+1} B_{i,m,1,n}; \\ h_{i,m,1,n+1} &= h_{i,m,1,n} + \mu_{m,1,n+1} C_{i,m,1,n}. \end{aligned} \tag{4}$$

Запишем систему уравнений в матричном виде

$$d_{ij} s_i = v_j \,. \tag{5}$$

Тогда для (5) ненулевые элементы d_{ij} верхней треугольной матрицы и столбца v_j имеют следующий вид (для упрощения записи индексы $t = 1$ и n опустим):

$$\begin{aligned}
&d_{11} = (\gamma_{j1}, \gamma_{j1}) + \lambda_3 (B_{i,1}, B_{i,1}); \\
&d_{12} = (r_{j1}, \beta_{1,j1}) + (\beta_{j1}, \gamma_{j1}); \qquad d_{13} = -\lambda_3 (B_{i,1}, B_{i,2}); \\
&d_{22} = \left(\beta_{j1}, \beta_{j1}\right) + \lambda_1 \left(C_{i,1}, C_{i,1}\right); \qquad d_{24} = -\lambda_1 (C_{i,1}, C_{i,2}); \\
&d_{33} = (\gamma_{j2}, \gamma_{j2}) + (\lambda_3 + \lambda_4)(B_{i,2}, B_{i,2}); \\
&d_{34} = (r_{j2}, \beta_{1,j2}) + (\beta_{j2}, \gamma_{j2}); \qquad d_{35} = -\lambda_4 (\mathrm{B}_{i,2}, \mathrm{B}_{i,3}); \\
&d_{44} = (\beta_{j2}, \beta_{j2}) + (\lambda_1 + \lambda_2)(C_{i,2}, C_{i,2}); \quad d_{46} = -\lambda_2 (C_{i,2}, C_{i,3}); \\
&d_{55} = (\gamma_{j3}, \gamma_{j3}) + \lambda_4 (B_{i,3}, B_{i,3}); \\
&d_{56} = (r_{j3}, \beta_{1,j3}) + (\beta_{j3}, \gamma_{j3}); \\
&d_{66} = (\beta_{j3}, \beta_{j3}) + \lambda_2 (C_{i,3}, C_{i,3}); \\
&v_1 = (r_{j1}, \gamma_{j1}) + \lambda_3 (\sigma_{i,1} - \sigma_{i,2}, B_{i,1}); \\
&v_2 = (r_{j1}, \beta_{j1}) - \lambda_1 (h_{i,1} - h_{i,2}, C_{i,1}); \\
&v_3 = (r_{j2}, \gamma_{j2}) + \lambda_4 (\sigma_{i,2} - \sigma_{i,3}, \mathrm{B}_{i,2}) - \lambda_3 \times (\sigma_{i,1} - \sigma_{i,2}, B_{i,2}); \\
&v_4 = (r_{j2}, \beta_{j2}) + \lambda_1 (h_{i,1} - \mathrm{h}_{i,2}, C_{i,2}) - \lambda_2 \times (h_{i,2} - h_{i,3}, C_{i,2}); \\
&v_5 = (r_{j3}, \gamma_{j3}) - \lambda_4 (\sigma_{i,2} - \sigma_{i,3}, B_{i,3}); \\
&v_6 = (r_{j3}, \beta_{j3}) + \lambda_2 (h_{i,2} - h_{i,3}, C_{i,3}).
\end{aligned}$$

Система шести уравнений (5) решается на каждой итерации. На каждой итерации также вычисляются и КЛ. Для их определения следует взять шесть производных от критерия (1) по всем ($\sigma_{i,1,n+1}$, $\sigma_{i,2,n+1}$, $\sigma_{i,3,n+1}$) и ($h_{i,1,n+1}$, $h_{i,2,n+1}$, $h_{i,3,n+1}$), просуммировать их по индексу i и каждую сумму приравнять к нулю. Из полученной системы уравнений вычисляются все значения КЛ. Более надежен способ согласования различных величин в критерии (1), обеспечивающий максимальные значения диагональных элементов матрицы d_{ij} Для приведенного алгоритма получим КЛ:

$$\begin{aligned} &\lambda_1 = (\beta_{j1}, \beta_{j1}) / (C_{i,1}, C_{i,1}); \quad \lambda_2 = (\beta_{j3}, \beta_{j3}) / (C_{i,3}, C_{i,3}); \\ &\lambda_3 = (\gamma_{j1}, \gamma_{j1}) / (B_{i,1}, B_{i,1}); \quad \lambda_4 = (\gamma_{j3}, \gamma_{j3}) / (B_{i,3}, B_{i,3}). \end{aligned}$$

Как видим, с правильным поиском ИТК в методах условной оптимизации есть проблемы из-за неоднозначности выбора способа их получения. Вот поэтому и необходимо применять различные системы поиска решения ОЗГ, использующие несколько интерпретационных моделей для того, чтобы снизить вероятность неопределенности в получаемом решении. Необходимо также иметь большое множество других методов, разработанных на иной фундаментальной основе, чтобы можно было контролировать решения обратных задач любым методом. Преимущество разработанного метода состоит в том, что в одном решении можно использовать в несколько раз больше блоков с неизвестными параметрами, чем это возможно в обратной задаче с одной моделью из-за ограниченного количества точек измеренного поля. Таким образом, использование предложенного метода позволило разработать более совершенную методику интерпретации КГП.

Однако желательно также, с целью контроля, сравнить полученное решение с решениями по другим геофизическим методам. В настоящее время эта проблема усиленно разрабатывается [3].

Заслуживает внимания разработка фильтрационного метода на базе гибридных аналогов фильтров Винера—Калмана [6]. Соответствующие им ИФ для плотности и интенсивности намагничивания имеют вид

$$\sigma_{i,n+1} = W_{11} \sigma_{i,n} + W_{12} J_{z,i,n} + W_{13} \,, \tag{6}$$

$$J_{z,i,n+1} = W_{21} \sigma_{i,n} + W_{22} J_{z,i,n} + W_{23} \,. \tag{7}$$

Умножим эти равенства, соответственно, на элементы матриц прямых задач гравиметрии и магнитометрии и вычтем из левой и правой частей элементы соответствующего измеренного поля:

$$(a_{ij}, \sigma_{i,n+1}) - g_j = W_{11} (\sigma_{i,n}, a_{ij}) + W_{12} (J_{z,i,n}, a_{ij}) + W_{13} (a_{ij}, 1) - g_j; \tag{8}$$

$$\begin{aligned} (b_{ij}, J_{z,i,n+1}) - Z_{a,j} &= W_{21} (b_{ij}, \sigma_{i,n}) + \mathrm{W}_{22} (b_{ij}, J_{z,i,n}) + \\ &+ W_{23} (b_{ij}, 1) - Z_{a,j}. \end{aligned} \tag{9}$$

Введем новые обозначения:

$$R_{11,j,n}=(\sigma_{i,n},a_{ij});R_{21,j,n}=(\sigma_{i,n},b_{ij});$$
$$R_{13,j,n}=(a_{ij},1);$$
$$R_{22,j,n}=(J_{z,i,n},b_{ij});R_{12,j,n}=(J_{z,i,n},a_{ij});$$
$$R_{23,j,n}=(b_{ij},1);$$
$$r_{j,n+1}=(a_{ij},\sigma_{i,n+1})-g_j;$$
$$r_{z,j,n+1}=(b_{ij},J_{z,i,n+1})-Z_{a,j}.$$

Образуем невязки каждого поля для следующей итерации:

$$r_{j,n+1}=W_{11}R_{11,j,n}+W_{12}R_{12,j,n}+W_{13}R_{13,j,n}-g_j; \tag{10}$$

$$r_{z,j,n+1}=W_{21}R_{21,j,n}+W_{22}R_{22,j,n}+W_{23}R_{23,j,n}-Z_{a,j}. \tag{11}$$

Затем построим критерии оптимизации для каждого поля:

$$F_g=(r_{j,n+1},r_{j,n+1})=\sum_j\Big(W_{11}R_{11,j,n}+W_{12}R_{12,j,n}+ +W_{13}R_{13,j,n}-g_j\Big)^2; \tag{12}$$

$$F_{Z_a}=(r_{z,j,n+1},r_{z,j,n+1})=\sum_j\Big(W_{21}R_{21,j,n}+W_{22}R_{22,j,n}+ +W_{23}R_{23,j,n}-Z_{a,j}\Big)^2. \tag{13}$$

Возьмем производные по ИТК $W_{kl_1}(k=1,2,$ $l_1=1,3)$ от критериев для магнитного и гравитационного полей, приравняем каждую к нулю и получим по каждому критерию систему из трех уравнений для вычисления ИТК. Подставив ИТК в ИФ (6)–(7), получим плотность и магнитные свойства для блоков ИНМ.

Теперь аналогичными приемами составим критерии для минимальных поправок к плотности.

Умножим первое из уравнений невязок (10)–(11) на оператор

$$D_i=\sum_j a_{ij}/(\lambda_i^{\alpha}\lambda_j^{\beta}),$$

а второе умножим на оператор

$$Z_i=\sum_j b_{ij}/(\lambda_{1,i}^{\alpha_1}\lambda_{1,j}^{\beta_1}).$$

Возведя в квадраты и суммируя их, получим критерии суммы квадратов поправок к плотности и интенсивности намагничивания блоков для тех же гибридных аналогов фильтров Винера–Калмана с теми же итерационными формулами для вычисления плотности (6) и интенсивности намагничивания (7) блоков горных пород:

$$F_{gg}=\big(B_{i,n+1},B_{i,n+1}\big)= =\sum_i\left(\sum_j a_{ij}\Big/\big(\lambda_{1,i}^{\alpha_1}\lambda_{1,j}^{\beta_1}\big)\big(W_{11}R_{11,j,n}+W_{12}R_{12,j,n}+W_{13}R_{13,j,n}-g_j\big)\right)^2; \tag{14}$$

$$F_{ZZ}=\sum_i Z_{i,n+1}^2= =\sum_i\left(\sum_j b_{ij}\Big/\big(\lambda_{1,i}^{\alpha_1}\lambda_{1,j}^{\beta_1}\big)\big(W_{21}R_{21,j,n}+W_{22}R_{22,j,n}+W_{23}R_{23,j,n}-g_j\big)\right)^2. \tag{15}$$

Введем обозначения:

$$D_{i,1l_1}=\sum_j a_{ij}/\big(\lambda_i^{\alpha}\lambda_j^{\beta}\big)R_{1l_1,j,n};$$
$$D_{i,14}=\sum_j a_{ij}/\big(\lambda_i^{\alpha}\lambda_j^{\beta}\big)g_j;\quad l_1=1,3;$$
$$D_{i,2l_1}=\sum_j b_{ij}/\big(\lambda_{1,i}^{\alpha_1}\lambda_{1,j}^{\beta_1}\big)R_{2L_1,j,n};$$
$$D_{i,24}=\sum_j b_{ij}/\big(\lambda_{1,i}^{\alpha_1}\lambda_{1,j}^{\beta_1}\big)R_{24,j,n}.$$

Подставив новые обозначения в формулы критериев (14), (15), получим

$$F_{gg}=\sum_i\big(W_{11}D_{i,11}+W_{12}D_{i,12}+W_{13}D_{i,13}-D_{i,14}\big)^2; \tag{16}$$

$$F_{ZZ}=\sum_i\big(W_{21}D_{21,i,n}+W_{22}D_{22,i,n}+W_{23}D_{23,i,n}-D_{i,24}\big)^2. \tag{17}$$

Возьмем производные по неизвестным переменным $W_{kl_1}(k=1,2,\ l_1=1,3)$ от критериев (16), (17) для магнитного и гравитационного полей, приравняем каждую к нулю и получим для каждого критерия систему из трех уравнений:

$$(F_{gg})'_{W_{1l_2}}=\sum_i\big(W_{11}D_{i,11}+W_{12}D_{i,12}+W_{13}D_{i,13}-D_{i,14}\big)D_{i,1l_2}=0; \tag{18}$$

$$(F_{ZZ})'_{W_{2l_2}}=\sum_i\big(W_{21}D_{21,i}+W_{22}D_{22,i}+W_{23}D_{23,i}-D_{i,24}\big)D_{2l_2,i}=0. \tag{19}$$

Введем обозначения:

$$B_{l_2l_1,g}=(D_{i,1l_1},D_{i,1l_2});\ l_1=1,4;\ l_2=1,3;\ B_{l_2l_1,Zz}=(D_{i,2l_1},D_{i,2l_2}).$$

С их учетом составим систему трех уравнений для критерия по гравитационному полю:

$$B_{l_21,g}W_{11}+B_{l_22,g}W_{12}+B_{l_23,g}W_{13}=B_{l_24,g}. \tag{20}$$

Аналогично составим систему трех уравнений для критерия по магнитному полю:

$$B_{l_21,Zz}W_{21}+B_{l_22,Zz}W_{22}+B_{l_23,Zz}W_{23}=B_{l_24,Zz}. \tag{21}$$

Решив системы уравнений (20), (21), получим ИТК для итерационных формул (6), (7), по которым вычисляются плотность и интенсивность намагничивания блоков горных пород.

Теперь запишем итерационные формулы для глубин, определяемых по гравитационному и магнитному полю:

$$h_{i,g,n+1}=W_{11}h_{i,g,n}+W_{12}h_{i,m,n}+W_{13}, \tag{22}$$

$$h_{i,m,n+1}=W_{21}h_{i,g,n}+W_{22}h_{i,m,n}+W_{23}. \tag{23}$$

Умножим левую часть равенства (22) на величину

$$I = (\sigma_{i,n} / R^3_{ij,g,n+1}),$$

где

$$R^2_{ij,g,n+1} = S_j + h^2_{i,g,n+1};\ R^2_{ij,g,n} = S_j + h^2_{i,g,n};\ S_j = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2,$$

а правую часть – на ее разложение в ряд

$$I \approx (\sigma_{i,n} / R^3_{ij,g,n}) \times (1 - 3\mu C_{i,n} h_{i,g,n} / R^2_{ij,g,n}).$$

Затем проинтегрируем обе части равенства (22) по объему элемента сеточной модели (полубесконечной вертикальной прямоугольной призмы с горизонтальным сечением s_0). Суммировав по индексу i (от 1 до M) и вычтя из полученных сумм элементы измеренного поля g_j, окончательно получим: в левой части – невязку поля, в правой – сумму решений прямых задач для различных производных потенциала, умноженных на ИТК:

$$r_{j,g,n+1} = (W_{1k}, R_{1k,j,n}) - g_j \tag{24}$$

где

$$R_{11,j,n} = (\sigma_{i,n}, a_{ij});\qquad R_{12,j,n} = (\sigma_{i,n} h_{i,m,,n}, h_{i,g,n} f);$$
$$R_{13,j,n} = (\sigma_{i,n}, h_{i,g,,n} f);\qquad R_{14,j,n} = (\sigma_{i,n}, C_{i,n}(e\text{-}f));$$
$$R_{15,j,n} = (\sigma_{i,m,n} h_{i,m,n}, C_{i,n} e);\quad R_{16,j,n} = (\sigma_{i,n}, C_{i,,n} e);$$
$$e = \iint R^{-3}_{ij,g,n} dx_i dy_i;\qquad f = \iint S^{-1}_j R^{-1}_{ij,g,n} dx_i dy_i;$$
$$W_{1k+3} = W_{1k}\mu;\ k = 1,3;\qquad h_{i,g,n+1} = h_{i,g,n} - \mu_{n+1} C_{i,n}.$$

Использовав уравнение (24), составим критерий по минимуму суммы квадратов невязок гравитационного поля:

$$\begin{gathered} F_{rhg} = \left(r_{j,g,n+1}, r_{j,g,n+1}\right) = \\ = \left(\left(W_{1k}, R_{1k,j,n}\right) - g_j, \left(W_{1k}, R_{1k,j,n}\right) - g_j\right). \end{gathered} \tag{25}$$

Аналогично, умножим левую часть равенства (23) на величину

$$J = (J_{i,n} / R^3_{ij,m,n+1}),$$

где

$$R^2_{ij,m,n+1} = S_j + h^2_{i,m,n+1};$$
$$R^2_{ij,m,n} = S_j + h^2_{i,m,n};$$
$$S_j = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2,$$

а правую – на ее разложение в ряд

$$J \approx (J_{i,n} / R^3_{ij,m,n}) \times (1 - 3\mu C_{i,n} h_{i,m,n} / R^2_{ij,m,n}).$$

Затем проинтегрируем обе части равенства (23) по площади s_0 элемента сеточной модели. Просуммируем по индексу i (от 1 до M) и вычтем из полученных сумм элементы $Z_{a,j}$ измеренного поля. В результате окончательно получим: в левой части – невязку магнитного поля, в правой – сумму формул, решающих прямые задачи потенциала для различных функций, умноженных на ИТК:

$$r_{j,m,n+1} = \left(W_{2k}, R_{2k,j,n}\right) - Z_{a,j}, \tag{26}$$

где

$$R_{21,j,n} = (J_{i,n} h_{i,g,n}, f_1);\qquad R_{22,j,n} = (J_{i,n}, b_{ij});$$
$$R_{23,j,n} = (J_{i,n}, f_1);\qquad R_{24,j,n} = -(J_{i,m,,n} h_{i,m,,n}, h_{i,g,,n} C_{i,,n} e_1);$$
$$R_{25,j,n} = -(J_{i,n}, h^2_{i,m,n} C_{i,n} e_1);\quad R_{26,j,n} = -(J_{i,n}, h_{i,m,n} C_{i,n} e_1);$$
$$e_1 = \iint R^{-5}_{ij,m,n} dx_i dy_i;\qquad f_1 = \iint R^{-3}_{ij,m,n} dx_i dy_i;$$
$$W_{2(k+3)} = 3W_{2k}\mu;\ k = 1,3;\qquad h_{i,m,n+1} = h_{i,m,n} - \mu_{n+1} C_{i,n}.$$

Использовав уравнение (26), составим критерий по минимуму суммы квадратов невязок магнитного поля:

$$\begin{gathered} F_{rhm} = \left(r_{j,m,n+1}, r_{j,m,n+1}\right) = \\ = \left(\left(W_{2k}, R_{2k,j,n}\right) - Z_{a,j}, \left(W_{2k}, R_{2k,j,n}\right) - Z_{a,j}\right). \end{gathered} \tag{27}$$

Продифференцировав критерии (25), (27) по всем ИТК, затем приравняв производные к нулю и решив две системы уравнений, получим все ИТК, которые необходимы для вычисления глубин до блоков горных пород по формулам (22), (23), используя совместно магнитное и гравитационное поля. В этом методе на каждой итерации в каждом критерии магнитное и гравитационное поле используются совместно.

Особенностью методов на основе гибридных аналогов фильтров Винера–Калмана является то, что их можно применять все вместе и вместе с другими методами [7, 8] в одной итерации. Для этого необходимо выбрать не меньше двух частей одного поля или два разных поля с любыми заданными векторами начальных условий.

Применяемая схема интерпретации геофизических полей фактически более выгодно заменяет методы условной оптимизации, для которых нужны, скорее всего, удачно найденные методы вычисления КЛ. В приведенных здесь методах на основе гибридных аналогов фильтров Винера–Калмана эта операция отсутствует, поэтому с их помощью можно проверять правильность теоретических разработок в области создания других методов, а также поиска способов определения КЛ для условной оптимизации в обратных задачах геофизики.

Выводы. Описанные методы устойчивого и однозначного решения обратных задач гравиметрии открывают новое направление в интерпретации потенциальных полей, основанное на использовании классов интерпретационных моделей.

Перспективы дальнейших исследований следующие. Приведенные принципы разработки устойчивых и однозначных методов решения обратных задач гравиметрии могут позволить разработать аналогичные методы интерпретации в других отраслях геофизики и на их основе повысить эффективность геологоразведочных работ при поисках рудного сырья и углеводородов.

1. *Булах Е.Г., Ржаницын В.А., Маркова М.Н.* Применение метода минимизации для решения задач структурной геологии по данным гравиразведки. – Киев: Наук. думка, 1976. – 220 с.
2. *Старостенко В.И.* Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. – Киев: Наук. думка, 1978. – 227 с.
3. *Петровский А.П.* Информационное обеспечение и модельные представления интегральной интерпретации геолого-геофизических данных при изучении нефтегазоносных структур // Геофиз. журн. – 2004. – **26**, № 3. – С. 77–86.
4. *Миненко П.А.* Методы и критерии оптимизации устойчивых решений обратной задачи глубинной морской гравиметрии// Наук. вісн. НГУ. – 2007. – № 11. – С. 83–91.
5. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
6. *Миненко П.А.* Обратная нелинейная задача гравиметрии на основе аналогов фильтров Винера–Калмана // Доп. НАН України. – 2008. – № 7. – С. 118–123.
7. *Миненко П.А.* Проблемы и перспективы применения линейных методов интепретации гравиметрических измерений в рудных районах // Всеукр. ассоциация геоинформатики "Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики": Сб. научн. тр. – К., 2006. – С. 244–256.
8. *Миненко П.А.* Метод погружения аномальних масс в обратной линейно-нелинейной задаче гравиметрии и магнитометрии // Наук. вісн. НГУ. – 2007. – № 2. – С. 37–42.

Поступила в редакцию 05.08.2008 г.

П.А. Миненко

МЕТОД ОДНОКРИТЕРИАЛЬНОЙ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ГРАВИМЕТРИИ С НЕСКОЛЬКИМИ ИНТЕРПРЕТАЦИОННЫМИ МОДЕЛЯМИ

Разработан итерационный метод решения нелинейной обратной задачи гравиметрии на основе совместного применения в одной итерации 1–3 карт измеренного поля при трех интерпретационных моделях и трех векторах начальных условий для глубин до блоков горных пород и их плотности.

П.О. Міненко

МЕТОД ОДНОКРИТЕРІАЛЬНОЇ УМОВНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ В ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧАХ ГРАВІМЕТРІЇ З КІЛЬКОМА ІНТЕРПРЕТАЦІЙНИМИ МОДЕЛЯМИ

Розроблено ітераційний метод розв'язку нелінійної оберненої задачі гравіметрії на основі сумісного використання в одній ітерації 1–3 карт поля з трьома інтерпретаційними моделями та трьома векторами початкових умов для глибин до блоків гірських порід та їхньої густини.