

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ЗМІННИХ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ ДЛЯ ПОБУДОВИ АЛГОРИТМУ ПРОГНОЗУВАННЯ

О.В. БРАТУСЬ, В.М. ПОДЛАДЧІКОВ

Запропоновано підхід до ідентифікації математичного сподівання прискорення зміни значень вибірки даних, що змінюється за невідомим законом. Розроблено метод оцінювання математичного сподівання прискорення зміни значень вибірки даних, який використано для побудови алгоритму прогнозування на основі фільтра Калмана. Виконано імітаційне моделювання, яке показало ефективність запропонованого підходу. За даними щодо середньодобових цін Лондонської біржі металів на свинець побудовано модель за алгоритмом прогнозування на основі фільтра Калмана, а також моделі авторегресії, авторегресії з ковзним середнім та виконано за ними прогнозування. Порівняльний аналіз розглянутих моделей за значеннями прогнозних характеристик показав перевагу алгоритму прогнозування на основі фільтра Калмана.

ВСТУП

Оптимальність алгоритмів оцінювання на основі фільтра Калмана у великій мірі залежить від достовірності знання параметрів у рівняннях, що описують систему. Але у більшості практичних випадків є неповними знання чисельних значень усіх або декількох характеристик вказаних параметрів. Хоча зазвичай, виходячи з фізичних міркувань, можна задати наближений діапазон невідомих параметрів, проте якість результатів може виявитись невисокою.

Через невизначеність параметрів задача оцінювання стану ускладнюється, оскільки виявляється необхідним паралельно оцінювати не тільки стан, але й параметри, використовуючи дані вимірів. Для розв'язання задачі ідентифікації параметрів запропоновано багато методів, широкий перелік яких наведено у статті Острема та Ейкоффа [1], у роботі за редакцією К.Т. Леондеса [2]. Основна увага у цій статті приділяється розробці методу, який був би однаково придатним для ідентифікації як постійних, так і таких, що змінюються за невідомим законом, параметрів системи.

У цій роботі запропоновано підхід до ідентифікації змінних статистичних параметрів моделі, що базується на формуванні однозалежного ряду нев'язок допоміжного субоптимального фільтра. Підхід було застосовано Андерсоном та ін. [3] для ідентифікації постійних невідомих статистичних характеристик параметрів стаціонарної системи за умови вимірюваності усіх компонентів вектора стану, тобто одиничної матриці спостережень. У роботі М.З. Згуровського та В.М. Подладчікова [4] цей підхід узагальнено для стаціонарної системи для випадку, коли вимірюються не всі компоненти вектора стану. Т.В. Подладчіковою та Р. Ван Дер Лінденом у роботі [5] синтезовано алгоритм ідентифікації постійних статистичних характеристик шумів моделі за умов змінних перехідної матриці та матриці спостережень.

У статті запропоновано розширення цього підходу для ідентифікації змінних параметрів. Розглядається математична модель, у якій компонентами вектора стану є значення часового ряду та швидкість зміни цих значень [4], що збурюється випадковим прискоренням, математичне сподівання якого змінюється за невідомим законом.

Мета роботи — здійснення переходу від ідентифікації постійних до ідентифікації змінних статистичних параметрів математичної моделі.

Розроблено метод оцінювання математичного сподівання випадкового прискорення зміни значень вибірки даних. Запропонований метод базується на побудові часового ряду незалежних псевдовимірів для цього параметру моделі. Для дослідження ефективності розробленого методу ідентифікації у цій статті виконується імітаційне моделювання.

З використанням запропонованого методу оцінювання математичного сподівання прискорення зміни значень вибірки даних виконується побудова алгоритму прогнозування на основі фільтра Калмана. Для аналізу запропонованого алгоритму прогнозування використовується імітаційне моделювання. За допомогою алгоритму прогнозування на основі фільтра Калмана та методів авторегресії, авторегресії з ковзним середнім виконується прогнозування цін на свинець для вибірки даних середньодобових цін Лондонської біржі металів, аналізуються та порівнюються отримані результати.

МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо математичну модель у просторі станів, що описується системою рівнянь, яка містить рівняння стану та рівняння вимірів. У рівнянні стану враховується зміна значень вибірки даних завдяки впливу випадкових прискорень.

Рівняння стану має вигляд [4]

$$\mathbf{X}_{i+1} = \Phi \mathbf{X}_i + \mathbf{G} a_i, \quad (1)$$

де $\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ v_i \end{bmatrix}$ — вектор стану, $\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ — перехідна матриця, $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix}$ —

матриця входів, x_i — i -те значення вибірки даних, v_i — швидкість зміни i -того значення вибірки даних, T — проміжок часу між i -тим та $(i+1)$ -м станами, a_i — випадкове прискорення зміни значень вибірки даних з наступними статистичними властивостями

$$E[a_i] = q^*, \quad E[(a_i - q^*)(a_k - q^*)] = (\sigma_a^*)^2 \delta(i - k),$$

де q^* — математичне сподівання прискорення зміни значень вибірки даних, σ_a^* — дисперсія прискорення зміни значень вибірки даних, $\delta(i - k)$ — значення дельта-функції Дірака в $(i - k)$ -й момент часу.

За умов, коли вимірюються значення вибірки даних за наявності адитивного шуму, рівняння вимірів має вигляд [4]:

$$Z_i = \mathbf{H} \mathbf{X}_i + W_i, \quad (2)$$

де $\mathbf{H} = [1 \ 0]$ — матриця спостережень, W_i — шум вимірів у i -й момент часу з наступними статистичними властивостями:

$$E[W_i] = 0, \quad E[W_i W_k] = (\sigma^*)^2 \delta(i - k),$$

де σ^* — дисперсія шуму вимірів. Статистичні характеристики q^* , σ_a^* та σ^* вважаються априорно невідомими.

У роботі ставиться задача розробки методу оцінювання математичного сподівання q^* прискорення зміни значень вибірки даних для випадку, коли цей параметр не є постійним і змінюється за невідомим законом. З використанням запропонованого методу оцінювання математичного сподівання q^* виконується побудова алгоритму прогнозування на основі фільтра Калмана.

ІДЕНТИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНОГО СПОДІВАННЯ ПРИСКОРЕННЯ

Алгоритм ідентифікації

З рівнянь (1)–(2) випливає, що використовуючи кожні два послідовних виміри Z_i та Z_{i-1} можна побудувати оцінку вектора стану з кінцевою дисперсією похибки цієї оцінки [4]. Використовуючи допоміжний фільтр з фіксованою пам'яттю $m = 2$, оцінку вектора стану визначимо наступним чином [4]:

$$\hat{\mathbf{X}}_i^{(2)} = \begin{bmatrix} Z_i \\ \frac{Z_i - Z_{i-1}}{T} \end{bmatrix}, \quad i = 2, 3, \dots, n,$$

де Z_i — оцінка i -го значення вибірки даних, $\frac{Z_i - Z_{i-1}}{T}$ — оцінка швидкості зміни i -го значення вибірки даних.

Тоді нев'язка фільтра з фіксованою пам'яттю $m = 2$ розраховується за наступною формулою, обґрунтування якої докладно показано у [6]:

$$v_i^{(2)} = Z_i - 2Z_{i-1} + Z_{i-2}. \quad (3)$$

Середнє значення нев'язки може бути представлено у вигляді лінійної функції параметра q^* , що підлягає ідентифікації, наступним чином [4]:

$$E[v_i^{(2)}] = T^2 q^*.$$

Звідси випливає, що шляхом усереднення однозалежної послідовності $\frac{v_i^{(2)}}{T^2}$ можна отримати консистентну оцінку математичного сподівання q^* [4]:

$$\hat{q}_n = \frac{1}{nT^2} \sum_{i=2}^n v_i^{(2)}.$$

У цій роботі запропоновано побудувати ряд однозалежних псевдовимірів математичного сподівання q^* прискорення зміни значень вибірки даних, де значення ряду в i -й момент часу розраховується за наступною формулою:

$$Z_q^{(i)} = \frac{V_i^{(2)}}{T^2}, \quad i = 3, 4, \dots, n. \quad (4)$$

Для оцінювання параметра q^* , що змінюється у часі, до отриманого ряду однозалежних псевдовимірів пропонується застосовувати процедуру експоненційного згладжування, яка широко використовується для оцінювання та прогнозування динамічних процесів за умов відсутності повної та надійної інформації про закономірності їх розвитку [7]. Експоненційне згладжування відфільтровує стохастичну компоненту нев'язок допоміжного фільтра, зумовлену шумами вимірів W_i , $i = 1, 2, \dots, n$ та враховує динаміку процесу зміни q^* , оскільки останній псевдовимір використовується з більшим ваговим коефіцієнтом у той час, коли вагові коефіцієнти попередніх псевдовимірів зменшуються за експоненційним законом.

Запропоновано метод, що полягає в оцінюванні значення q^* за допомогою застосування процедури експоненційного згладжування до значень ряду однозалежних псевдовимірів зі значенням початкового наближення, рівним першому значенню ряду псевдовимірів, наступним чином:

$$\hat{q}^{(i)} = \alpha * Z_q^{(i)} + (1 - \alpha) * \hat{q}^{(i-1)}, \quad (5)$$

де $\hat{q}^{(i)}$ — значення експоненційного середнього в i -й момент часу; α — параметр згладжування, $0 < \alpha < 1$; $\hat{q}^{(i-1)}$ — значення експоненційного середнього в $(i-1)$ -й момент часу; $i = 3, \dots, n$ — моменти часу, на які здійснювався прогноз [7].

Критерієм вибору оптимального значення параметру згладжування є мінімізація значення середньої відсоткової абсолютної похибки MAPE, що обчислюється за наступною формулою [8]:

$$MAPE = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n \frac{|Z_q^{(i)} - \hat{q}^{(i)}|}{|Z_q^{(i)}|} 100\%.$$

Імітаційне моделювання

Для дослідження ефективності розробленого методу ідентифікації математичного сподівання q^* для випадку, коли цей параметр не є постійним і змінюється за невідомим законом, виконується його імітаційне моделювання. Випадковий процес моделюється за рівняннями (1)–(2), кількість точок для моделювання обрано як $n = 100$ та період часу $T = 1$ є незмінним.

Прискорення a_i визначається як випадкова величина з дисперсією $(\sigma_a^*)^2$ та математичним сподіванням $q^{(i)}$, що змінюється за косинусоїдальним законом:

$$q^{(i)} = 10 * \cos\left(\frac{\pi}{60} i\right) + 10, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Шум вимірів W_i моделюється як випадкова величина з дисперсією $(\sigma^*)^2$ та нульовим математичним сподіванням.

Результати імітаційного моделювання наведено на рис. 1.

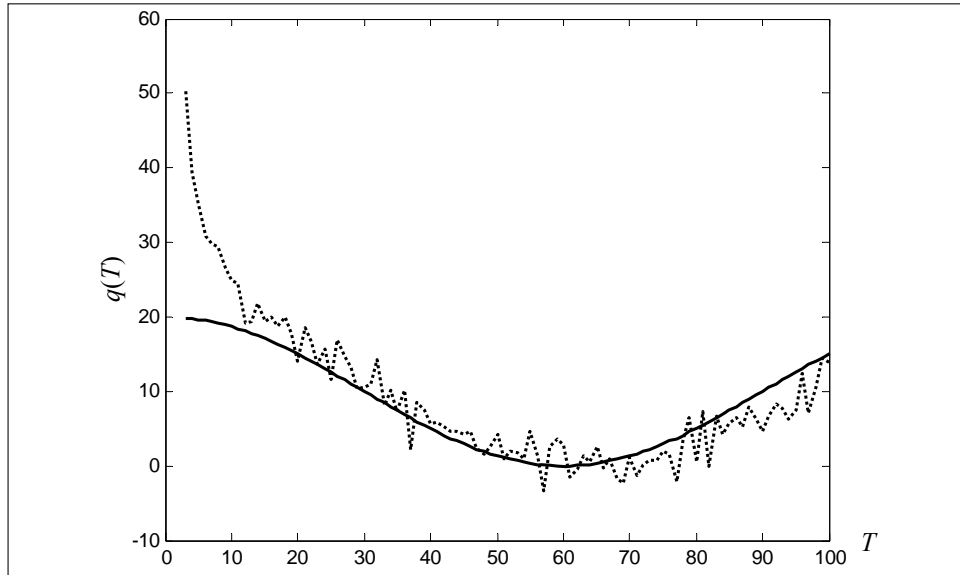


Рис. 1. Значення $q^{(i)}$ та $\hat{q}^{(i)}$ при істинних значеннях $(\sigma_a^*)^2 = 10$, $(\sigma^*)^2 = 50$, де — — істинні значення $q^{(i)}$, ... — оцінки $\hat{q}^{(i)}$, обчислені за розробленим методом

З рис. 1 видно, що зі збільшенням часу спостереження значення експоненційних середніх $\hat{q}^{(i)}$, розраховані за формулою (5), наближаються до істинних значень. На інтервалі $T \in [3; 10]$ похибка оцінок $\hat{q}^{(i)}$ зменшується і після цього інтервалу переважно не перевищує 15% від істинних значень.

АЛГОРИТМ ПРОГНОЗУВАННЯ НА ОСНОВІ ФІЛЬТРА КАЛМАНА

Застосування фільтра Калмана дає можливість отримати досить надійні оцінки в умовах неповної інформації про процес, що досліджується [2]. Оцінювання параметрів, що подаються на вхід фільтра Калмана, дає змогу покращити його роботу та отримати у результаті більш точні оцінки. Саме тому у статті розроблений метод оцінювання математичного сподівання q^* прискорення зміни значень вибірки даних застосовується для підвищення точності та надійності прогнозу, є складовою частиною побудованого алгоритму прогнозування на основі фільтра Калмана.

Алгоритм прогнозування на основі фільтра Калмана складається з наступних етапів:

1. За розробленим методом оцінювання математичного сподівання q^* виконується ідентифікація значень $\hat{q}^{(i)}$ для $i = 3, 4, \dots, n$.

2. Оцінювання значення $(\hat{\sigma}_a^{(i)})^2$ для $i = 4, 5, \dots, n$ за алгоритмом, наведеним у [4].

Алгоритм оцінювання дисперсії прискорення зміни значень вибірки даних $(\sigma_a^*)^2$ як складову частину містить у собі побудову стаціонарного фільтра з пам'яттю $m = 2$ та з пам'яттю $m = 3$. Нев'язки фільтра з пам'яттю $m = 2$ розраховуються за формулою (3). Нев'язки фільтра з пам'яттю $m = 3$ розраховуються за формулою [4]:

$$v_i^{(3)} = Z_i - \frac{4}{3}Z_{i-1} - \frac{1}{3}Z_{i-2} + \frac{2}{3}Z_{i-3}.$$

Їх кореляційна функція обчислюється наступним чином [4]:

$$C_1 = \frac{7}{12}T^4(\sigma_a^*)^2.$$

Оцінка кореляційної функції невязок розраховується за формулою [4]:

$$\hat{C}_1 = \frac{1}{i-3} \sum_{j=4}^i (v_j^{(3)} - \frac{5}{3}q^{(j)}T^2)(v_{j-1}^{(2)} - q^{(j-1)}T^2).$$

Оцінка дисперсії прискорення зміни значень вибірки даних розраховується таким чином [4]:

$$(\hat{\sigma}_a^{(i)})^2 = \frac{12}{7T^4} \hat{C}_1.$$

3. Оцінювання значення $(\hat{\sigma}^{(i)})^2$ для $i = 4, 5, \dots, n$ за підходом, наведеним у [4], з застосуванням центрованих значень невязок $v_i^{(2)}$ для оцінювання дисперсії невязок $v_i^{(2)}$.

Оцінка дисперсії невязок $v_i^{(2)}$ стаціонарного фільтра під час використання прорідженої послідовності невязок розраховується за наступною формулою:

$$\hat{C}_0 = \frac{2}{i-1} \sum_{j=2}^{\frac{i+1}{2}} (v_{2j-1}^{(2)} - q^{(2j-1)}T^2)^2.$$

Оцінка $(\hat{\sigma}^{(i)})^2$ розраховується таким чином [4]:

$$(\hat{\sigma}^{(i)})^2 = \frac{\hat{C}_0}{6} - \frac{(\hat{\sigma}_a^{(i)})^2}{12}T^4.$$

4. Побудова фільтра Калмана з використанням отриманих на кроках 1–3 оцінок статистичних параметрів моделі: екстраполяція:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{\Phi} \hat{\mathbf{X}}_k + \mathbf{B}_k,$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{\Phi}_{k+1} \mathbf{F}_k \mathbf{\Phi}_{k+1}^T + \mathbf{GQ}_k \mathbf{G}^T;$$

фільтрація:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{X}}_k &= \hat{\mathbf{X}}_{k-1} + \mathbf{K}_k \mathbf{V}_k, \\ \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}, \\ \mathbf{F}_k &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k,\end{aligned}$$

де $\mathbf{V}_k = Z_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ — нев'язка фільтра, $\mathbf{V}_k = \begin{vmatrix} \hat{q}_k \\ 0 \end{vmatrix}$, $\mathbf{Q}_k = (\hat{\sigma}_a^{(k)})^2$,

$$\mathbf{R}_k = (\hat{\sigma}^{(k)})^2.$$

В якості початкового значення вектора $\hat{\mathbf{X}}_1$ використовується таке значення:

$$\hat{\mathbf{X}}_1 = \begin{bmatrix} Z_1 \\ \frac{Z_2 - Z_1}{T} \end{bmatrix}.$$

Тоді коваріаційна матриця похибки початкової оцінки \mathbf{F}_1 має вигляд:

$$\mathbf{F}_1 = \begin{vmatrix} (\hat{\sigma}^{(1)})^2 & \frac{(\hat{\sigma}^{(1)})^2}{T} \\ \frac{(\hat{\sigma}^{(1)})^2}{T} & \frac{2 * (\hat{\sigma}^{(1)})^2}{T^2} \end{vmatrix}.$$

Варто зауважити, що принцип оцінювання, подібний до принципу оцінювання значень q^* , можна застосувати для знаходження оцінок змінних у часі значень $(\sigma_a^*)^2$ та $(\sigma^*)^2$, якщо розглядати в якості рядів псевдовимірів $(\sigma_a^{(i)})^2$, $(\sigma^{(i)})^2$ та застосувати до цих рядів процедуру експоненційного згладжування.

Для визначення ефективності побудованого алгоритму на основі фільтра Калмана виконується його імітаційне моделювання. Значення параметрів моделі, отримані для випадкового процесу за однією реалізацією, будуть випадковими величинами і не будуть повторюватись. Тому для більш точного отримання результатів виконується моделювання за ансамблем реалізацій. Статистичну дисперсію похибок оцінок значень ряду можна знайти шляхом усереднення значень, отриманих за ансамблем реалізацій [9].

Для доведення ефективності алгоритму прогнозування на основі фільтра Калмана виконано імітаційне моделювання для нормально розподіленого випадкового процесу, кількість точок $n = 100$, незмінний період часу $T = 1$ та $N = 100$ реалізацій.

В якості критерію ефективності оцінювання використовується статистична оцінка дисперсії похибок оцінок значень ряду, що описується наступним рівнянням:

$$D_i = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N [x_j^{(i)} - \hat{x}_j^{(i)}]^2, \quad i=3,4,\dots,n,$$

де $x_j^{(i)}$ — істинні значення ряду в i -й момент часу при j -й реалізації;

$\hat{x}_j^{(i)}$ — значення, отримане за алгоритмом прогнозування на основі фільтра Калмана в i -й момент часу при j -й реалізації.

Результати імітаційного моделювання показано на рис. 2–3.

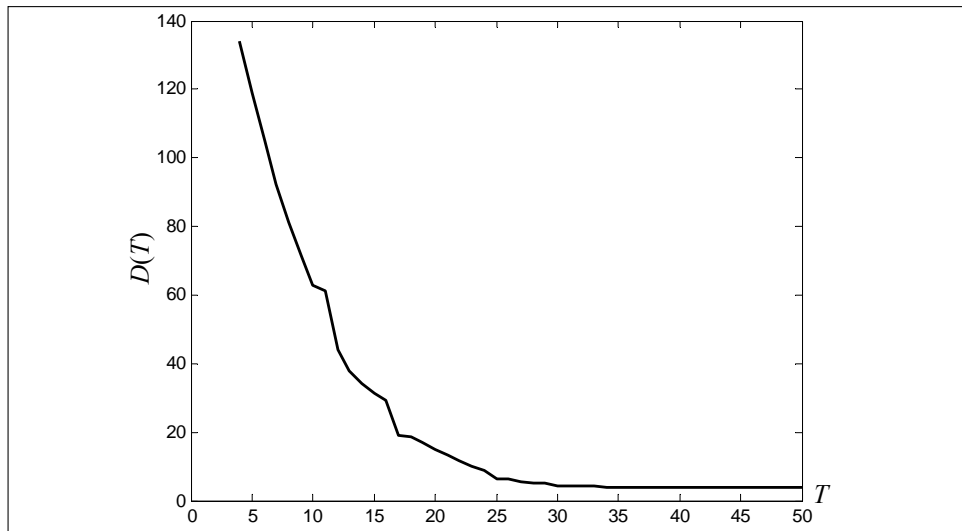


Рис. 2. Значення дисперсії D_i при істинних значеннях $(\sigma_a^*)^2 = 5$, $(\sigma^*)^2 = 15$

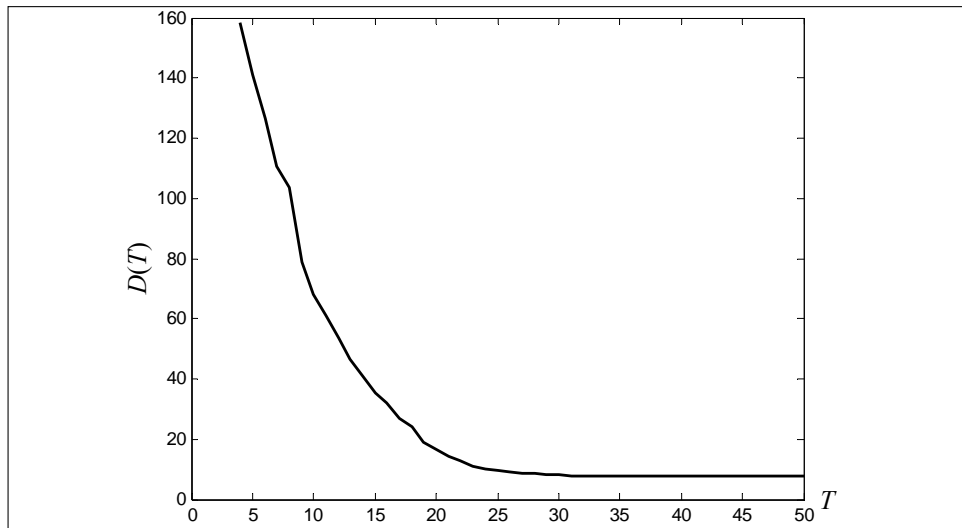


Рис. 3. Значення дисперсії D_i при істинних значеннях $(\sigma_a^*)^2 = 10$, $(\sigma^*)^2 = 30$

З рис. 2 видно, що на проміжку часу $T \in [3; 25]$ значення дисперсії D_i різко зменшуються, а після $T = 25$ — стають практично сталими. З рис. 3 у порівнянні з рис. 2 видно, що зі збільшенням істинних значень дисперсій

$(\sigma_a^*)^2$ та $(\sigma^*)^2$ значення D_i зменшуються повільніше, але все одно стають майже сталими після $T = 28$. Таким чином, результати імітаційного моделювання демонструють збіжність дисперсії до сталих значень та високу точність прогнозування значень ряду для побудованого алгоритму.

ПРОГНОЗУВАННЯ СЕРЕДНЬОДОБОВИХ ЦІН НА СВИНЕЦЬ

На основі вибірки даних (32 значення) щодо середньодобових цін Лондонської біржі металів на свинець в американських доларах за тонну з 15.08.2012 по 28.09.2012 у робочі дні [10] виконується прогнозування на наступні три робочих дні.

Для побудови моделі динаміки цін на свинець і їх прогнозування використовується запропонований алгоритм прогнозування на основі фільтра Калмана та традиційні методи авторегресії, авторегресії з ковзним середнім.

Авторегресійна модель порядку p описується наступним чином:

$$y(i) = a(0) + \sum_{k=1}^p a(k) * y(i-k), \quad (6)$$

де $i=1, \dots, n$ — моменти часу; $y(i)$ — значення ряду в i -й момент часу; $y(i-k)$ — значення ряду в $(i-k)$ -й момент часу; $a(0)$, $a(k)$ — це числові коефіцієнти авторегресійної моделі порядку p , де $k=1, \dots, p$ [8].

Авторегресійна модель порядку p з ковзним середнім порядку s має такий вигляд:

$$y(i) = a(0) + \sum_{k=1}^p a(k) * y(i-k) + v(i) + \sum_{j=1}^s b(j) * v(i-j), \quad (7)$$

де $v(i)$ — значення залишків ряду в i -й момент часу; $v(i-j)$ — значення залишків ряду в $(i-j)$ -й момент часу; $b(j)$ — числові коефіцієнти, обчислені за авторегресійною моделлю порядку p з ковзним середнім порядку s , де $j=1, \dots, s$ [8].

Обчислюються значення прогнозних характеристик для побудованих моделей, а саме, значення середньоквадратичної похибки RMSE (Root Mean Square Error), середньої відсоткової абсолютної похибки MAPE (Mean absolute percentage error) та коефіцієнта Тейла (U).

Значення середньоквадратичної похибки RMSE обчислюється за наступною формулою:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y(i) - \hat{y}(i)]^2}, \quad (8)$$

де n — загальна кількість днів, на які здійснювався прогноз; $y(i)$ — реальні значення; $\hat{y}(i)$ — значення, що отримані за математичними моделями; $i=1, \dots, n$ — дні, на які здійснювався прогноз [8].

Значення середньої відсоткової абсолютної похибки MAPE розраховується наступним чином [8]:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y(i) - \hat{y}(i)|}{|y(i)|} 100\% . \quad (9)$$

Значення коефіцієнта Тейла (U) обчислюється за наступною формулою [8]:

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y(i) - \hat{y}(i)]^2}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y(i)]^2} + \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\hat{y}(i)]^2}} . \quad (10)$$

У таблиці наводяться прогнози характеристики за побудованими моделями, розраховані за формулами (8)–(10). У цій таблиці моделі позначено таким чином: побудовану за алгоритмом прогнозування на основі фільтра Калмана — АПОФК; побудовану за формулою (6) авторегресійну модель порядку 3 — АР(3); побудовану за формулою (7) модель авторегресії порядку 3 з ковзним середнім порядку 3 — АРКС(3,3). У процесі побудови моделей АР(3) та АРКС(3,3) порядок авторегресії обрано як значення, при якому значення часткової автокореляційної функції ряду відмінні від нуля у статистичному значенні, поріг значень обрано як 0.01. При побудові моделі АРКС(3,3) порядок ковзного середнього обрано як значення, при якому значення часткової автокореляційної функції залишків ряду відмінні від нуля у статистичному значенні, при цьому в якості порогу значень використовується 0,01.

Таблиця. Прогнози характеристики моделей

Назва прогнози характеристики моделей	Назва моделей		
	АПОФК	АР(3)	АРКС(3,3)
<i>RMSE</i>	34,267312	39,780883	46,805083
<i>MAPE</i>	1,167581	1,384351	1,636914
<i>U</i>	0,007412	0,008656	0,010172

У таблиці показано, що значення усіх прогнозних характеристик для моделі, побудованої за алгоритмом прогнозування на основі фільтра Калмана, є меншими у середньому на 14%, ніж для АР(3), та на 26%, ніж для АРКС(3,3). Це свідчить про те, що алгоритм прогнозування на основі фільтра Калмана має переваги у порівнянні з іншими методами прогнозування.

ВИСНОВКИ

Запропоновано підхід до ідентифікації статистичних параметрів моделі, що змінюються за невідомим законом, та його застосування для оцінювання математичного сподівання прискорення зміни значень вибірки даних. Розроблений метод оцінювання базується на формуванні однозалежного ряду нев'язок допоміжного фільтра, статистичні характеристики яких представляються у вигляді лінійних функцій параметрів, що ідентифікуються. До отриманого ряду однозалежних псевдовимірів запропоновано застосовувати процедуру експоненційного згладжування. Побудова ряду однозалежних псевдовимірів дозволяє застосовувати експоненційне згладжування до них так само, як це традиційно застосовується до вихідних даних за умов відсутності

ті повної та надійної інформації про закономірності розвитку досліджуваного процесу. Виконано імітаційне моделювання розробленого методу для априорно невідомого математичного сподівання прискорення, що змінюється за косинусоїдальним законом. Результати імітаційного моделювання показали ефективність розробленого методу. Похибки оцінок математичного сподівання прискорення швидко зменшуються на початковому інтервалі оцінювання, а в подальшому демонструють лише незначні коливання відносно істинних значень.

Запропонований метод оцінювання математичного сподівання прискорення зміни значень вибірки даних використано для побудови алгоритму прогнозування на основі фільтра Калмана. Виконано імітаційне моделювання побудованого алгоритму за ансамблем реалізацій, яке показало ефективність алгоритму за умов змінного математичного сподівання прискорення. Результати імітаційного моделювання демонструють збіжність дисперсії до сталих значень та високу точність прогнозування значень ряду для побудованого алгоритму.

За даними щодо середньодобових цін Лондонської біржі металів на свинець в американських доларах за тону з 15.08.2012 по 28.09.2012 у робочі дні [10] побудовано модель за алгоритмом прогнозування на основі фільтра Калмана, а також моделі авторегресії, авторегресії з ковзним середнім та виконано за ними прогнозування. Проведено порівняльний аналіз побудованого алгоритму прогнозування з моделями авторегресії, авторегресії з ковзним середнім за значеннями прогнозних характеристик RMSE, MAPE та U , який показав перевагу алгоритму прогнозування на основі фільтра Калмана за всіма характеристиками.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Astrom K.J., Eykhoff P.* System identification — a survey // *Automatica.* — 1971. — 7. — P. 123–162.
2. *Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах: под ред. К.Т. Леондеса.* — М.: Мир, 1980. — 407 с.
3. *Anderson W.N., Kleindorfer G.B., Kleindorfer P.R., Woodroffe M.B.* Consistent Estimates of the Parameters of a Linear System // *The Annals of Mathematical Statistics.* — 1969. — 40. — P. 2064–2075.
4. *Згуровский М.З., Подладчиков В.Н.* Аналитические методы калмановской фильтрации для систем с априорной неопределённостью. — К.: Наукова думка, 1995. — 283 с.
5. *Podladchikova T., Van der Linden R.* A Kalman Filter Technique for Improving Medium-Term Predictions of the Sunspot Number // *Solar Physics.* — 2012. — 277. — P. 397–416.
6. *Братусь О.В., Подладчиков В.М.* Побудова багатовимірної моделі на основі фільтра Калмана й аналіз алгоритмів оцінювання її параметрів // *Наукові вісті НТУУ «КПІ».* — 2013. — № 5. — С. 28–34.
7. *Лукашин Ю.П.* Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов: учеб. пособие. — М.: Финансы и статистика, 2003. — 416 с.
8. *Бідюк П.І., Коршевиюк Л.О.* Проектування комп'ютерних інформаційних систем підтримки прийняття рішень: навч. посібник. — К.: ННК «ПСА» НТУУ «КПІ», 2010. — 340 с.
9. *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных / Пер. с англ. д-ра физ.-мат. наук В.Е. Привальского и А.И. Кочубинского под ред. акад. И.Н. Коваленко. — М.: Мир, 1989. — 540 с.
10. *Офіційний сайт Лондонської біржі металів.* Розділ «Історичні дані»: http://www.lme.com/historical_data.asp.

Надійшла 18.06.2013