Металлофиз. новейшие технол. / *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*
2017, т. 39, № 2, сс. 143–162 / DOI: 10.15407/mfint.39.02.0143
Оттиски доступны непосредственно от издателя

ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ И ЧАСТИЦ С КОНДЕНСИРОВАННЫМ ВЕЩЕСТВОМ

PACS numbers: 07.85.Jy, 07.85.Qe, 61.05.cc, 87.57.cj, 87.59.-e

Аналитическая модель формирования фазоконтрастных изображений неоднородных некристаллических объектов произвольной формы

С. В. Лизунова, Б. В. Шелудченко, В. Б. Молодкин, Н. Г. Толмачёв, Дж. Е. Айс*, Р. И. Барабаш*, В. Е. Сторижко**, В. В. Лизунов, Е. В. Фузик, Г. О. Велиховский, В. В. Молодкин, С. В. Дмитриев, Л. Н. Скапа

Институт металлофизики им. Г. В. Курдюмова НАН Украины,
бульв. Акад. Вернадского, 36,
03142 Киев, Украина
**Окриджская национальная лаборатория,*
Ок-Ридж, 37831-6118,
Теннесси, США
***Институт прикладной физики НАН Украины,*
ул. Петропавловская, 58,
40000 Сумы, Украина

В работе построена обобщённая теоретическая модель формирования трёхосевым способом фазоконтрастных изображений неоднородных некристаллических объектов произвольной формы. В модели самосогласованно учтены аналитически эффекты полной многократности рассеяния

Corresponding author: Svitlana Vyacheslavivna Lizunova
E-mail: svetlana.lizunova@gmail.com

G. V. Kurdyumov Institute for Metal Physics, N.A.S. of Ukraine,
36 Academician Vernadsky Blvd., UA-03142 Kyiv, Ukraine
**Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, 37831-6118 Tennessee, USA*
***Institute of Applied Physics, N.A.S. of Ukraine,*
58 Petropavlivska Str., UA-40000 Sumy, Ukraine

Please cite this article as: S. V. Lizunova, B. V. Sheludchenko, V. B. Molodkin, M. H. Tolmachov, G. E. Ice, R. I. Barabash, V. Yu. Storizhko, V. V. Lizunov, K. V. Fuzik, G. O. Velikhovskii, V. V. Molodkin, S. V. Dmitriev, and L. M. Skapa, Analytical Model of Formation of the Phase-Contrast Images for Inhomogeneous Noncrystalline Objects with Arbitrary Shape, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **39**, No. 2: 143–162 (2017) (in Russian), DOI: 10.15407/mfint.39.02.0143.

рентгеновских лучей как на периодических или постоянных (однородных в среднем), так и впервые на флуктуационных составляющих восприимчивости объектов. При этом учтена полная многократность и в монокристаллах монохроматора и анализатора, и в исследуемом объекте Использование модели и разработанных на её основе фазовариационных принципов формирования и интерпретации изображений позволяет аналитически описать наблюдаемое экспериментально повышение на несколько порядков чувствительности и обеспечивает возможность решения обратной задачи и при этом проблемы информативности неразрушающей многопараметрической диагностики.

Ключевые слова: фазоконтрастные изображения, трёхосевой способ получения изображений, неоднородные некристаллические объекты, преломление, динамическая теория.

В роботі побудовано узагальнений теоретичний модель формування тривісним способом фазоконтрастних зображень неоднорідних некристалічних об'єктів довільної форми. У моделю самоузгоджено враховано аналітично ефекти повної багатократности розсіяння Рентґенових променів як на періодичних або сталих (однорідних у середньому), так і вперше на флюктуаційних складових сприйнятливости об'єктів. При цьому враховано повну багатократність і у монокристалах монохроматора й аналізатора, і у досліджуваному об'єкті. Використання моделю та розроблених на його основі фазоваріяційних принципів формування й інтерпретації зображень уможливлює описати аналітично підвищення на кілька порядків чутливости, яке спостерігається експериментально, та забезпечити можливість вирішення оберненої задачі і при цьому проблеми інформативности неруйнівної багатопараметричної діагностики.

Ключові слова: фазоконтрастні зображення, тривісний спосіб одержання зображень, неоднорідні некристалічні об'єкти, заломлення, динамічна теорія.

In this paper, the generalized theoretical model of phase-contrast formation by triple-axis method is developed for inhomogeneous noncrystalline objects with arbitrary shape. This model takes into account self-consistently and analytically the effects of total X-ray multiple scattering on both the periodical or constant (uniform at the average) components of objects' susceptibility and, for the first time, on the fluctuation ones. The complete multiplicity of scattering is taken into account for both the monochromator and analyser single-crystals and the object under investigation. As shown, the use of both the developed model and the phase-variational principles of formation and interpretation of the phase-contrast images established on basis of it allows to describe analytically the experimentally observed increasing of sensitivity and to provide with the possibility of a solution in principle for the inverse problem and the problem of non-destructive multiparametric diagnostics.

Key words: phase-contrast images, analyser-based imaging, inhomogeneous noncrystalline objects, refraction, dynamical theory.

(Получено 29 декабря 2016 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

Существует возможность [1–25], обусловленная эффектами многократного (динамического) рассеяния, наблюдения и резкого повышения чувствительности и контрастности изображений некристаллических объектов за счёт использования вместо явления поглощения явления преломления рентгеновских лучей. Среди различных способов получения фазоконтрастных изображений (ФКИ) особого внимания заслуживает метод получения изображений на основе использования трёхосевых схем с анализатором (ABI—analyser-based imaging), благодаря своей относительной простоте и лёгкости реализации.

Кристалл-анализатор может быть размещён как в геометрии Брэгга [26], так и Лауэ [27]. Исследуемый объект поворачивается на некоторые углы и в каждом таком положении измеряется картина рассеяния, в результате получается набор так называемых дифференциальных проекций. Для проведения диагностики необходимо по полученному набору дифференциальных проекций определить характеристики исследуемого объекта.

Наиболее распространённым для определения характеристик объекта по его ФКИ является применение различных вариаций метода фильтрованных обратных проекций (ФОП) [28]. ФОП алгоритмы также широко применяются в медицинских и промышленных сканерах благодаря лёгкости, с которой они могут быть реализованы. Однако для получения достаточно точных количественных характеристик исследуемого объекта должны выполняться условия теоремы Найквиста–Шеннона: $N_{\mathrm{p}} \approx (\pi/2)N_{\mathrm{b}}$, где N_{b} и N_{p} — число элементов в проекции и число проекций соответственно. Например, если количество элементов детектора равно 3000, то необходимо не менее 4725 проекций для определения характеристик объекта.

Оказалось, что во многих случаях число необходимых проекций может быть уменьшено. Так, например, в работе [29] показано, что благодаря использованию метода общей вариационной минимизации фантом Шеппа–Логана 512×512 может быть удовлетворительно восстановлен при помощи гораздо меньшего количества измеряемых дифференциальных проекций. В настоящее время активно ведутся исследования по разработке новых методов, которые требуют измерения как можно меньшего числа дифференциальных проекций для получения характеристик объекта. Несмотря на то, что на сегодня предложено достаточно большое количество методов восстановления характеристик объекта по его ФКИ, все они испытывают сложности с получением стабильных решений.

В настоящей работе предлагается другой подход, основанный на построении квантово-механической теории многократного (динамического) рассеяния как в самом исследуемом объекте, так и в кристаллах монохроматора и анализатора. Такой подход позволяет учесть наличие дефектов в кристаллах монохроматора и, особенно, анализатора, которые могут сильно влиять на форму кривой отражения и, следовательно, на получаемое изображение. Для точного количественного описания рассеяния излучения в кристаллах монохроматора и анализатора необходимо использование строгой динамической теории рассеяния в кристаллах с дефектами, созданной впервые в работах [30–34]. Кроме того, в большинстве работ, посвящённых использованию метода ФКИ, для описания распространения лучей сквозь исследуемый некристаллический объект используется приближение геометрической оптики, которое не всегда применимо к объектам с резкими границами [9].

Предложенный подход позволил получить аналитическую связь между характеристиками исследуемого медицинского объекта и параметрами рентгеновской картины, изображающей этот объект.

С целью обеспечения возможности проведения обязательно необходимого строго динамического рассмотрения на всех этапах рассеяния как в кристаллах монохроматора и анализатора, так и в неоднородных некристаллических объектах, в настоящей работе построена такая самосогласованно учитывающая все эффекты многократности рассеяния теоретическая трёхосевая модель в микропучковом приближении динамического рассеяния и формирования изображений некристаллических объектов произвольной формы, обобщённая здесь на случай неоднородных составов объектов.

2. ТЕОРИЯ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ НЕКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Интенсивность рассеянного излучения, которое формируется при использовании ABI-метода, зависит как от координат x, y в плоскости, перпендикулярной лучу, так и от двух углов $\Delta\theta$ и $\Delta\theta'$, которые задают отклонения кристаллов соответственно монохроматора и анализатора, а именно их точных отражающих (брэгговских) положений по отношению к ориентации, когда направления выходящего из монохроматора и входящего в анализатор лучей совпадают при их точных брэгговских отражениях.

При диагностике неоднородных некристаллических объектов плоскость экрана (x'', y'') можно разбить на области двух типов: области типа I будут содержать вдоль всего пути луча окружающую объект однородную среду с коэффициентом преломления n_1 и области типа II, которые содержат и сам диагностируемый объект n_2.

Для обеспечения возможности строгого аналитического количественного описания формирования изображения неоднородного объекта произвольной формы и применения в содержащей объект произвольной формы области II плосковолнового (как наиболее простого) варианта динамической теории рассеяния [14–18] целесообразно проходящий в этой области поток излучения разбить на микропучки с поперечными размерами порядка нескольких микрон. Это позволит, с одной стороны, не выходить за дифракционный предел с запасом более чем на порядок величины (см. работы по микропучковой дифрактометрии, например, [35]), а с другой, входные в объект и выходные поверхности для микропучков заменить приближённо плоскостями с заданными их ориентациями относительно направления пучка. Отличия этих плоскостей от реальных поверхностей компенсируются недостающими или дополнительными атомами, объёмная доля и вклад которых в интенсивность изображений пренебрежимо малы при малых площадях сечений микропучков.

При этом ось z была выбрана вдоль направления пучка, а сами микропучки маркировались координатами x, y с учётом выбранной микронной точности (Δx и Δy). Развиваемую в настоящей работе теоретическую модель разбиения пучка можно рассматривать как обобщение известного из динамической теории рассеяния электронов «колонкового приближения» на случай динамической теории рассеяния рентгеновских лучей и нейтронов, что, однако, возможно только для некристаллических объектов, когда изменения направлений рассеянных (преломлённых, а не дифрагированных) лучей достаточно малы.

Таким образом, дальнейшее рассмотрение сводится к построению на основе использования результатов работ [14–16] теории полного [36] многократного рассеяния излучений в каждой из полученных указанным выше образом колонок неоднородного объекта исследования, т.е. для каждого из микропучков отдельно.

2.1. Потенциал объекта и основные уравнения теории

Потенциал V для каждой из колонок неоднородного некристаллического объекта, который, поскольку в работе учитывается и поглощение, является комплексным, запишем в виде:

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{r}',\alpha} C^{\alpha}_{\mathbf{r}'} V^{\alpha}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \sum_{\alpha} \frac{1}{\bar{V}} \int C^{\alpha}_{\mathbf{r}'} V^{\alpha}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') d\mathbf{r}',$$

$$V(\mathbf{r}) = \bar{V}(\mathbf{r}) + (V(\mathbf{r}) - \bar{V}(\mathbf{r})),\ \bar{V}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{r}',\alpha} C^{\alpha}_{0} V^{\alpha}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = V_0 = \sum_{\alpha} C^{\alpha}_{0} V^{\alpha}_{0} N, \quad (1)$$

$$V(\mathbf{r}) - \bar{V}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{r}',\alpha} (C^{\alpha}_{\mathbf{r}'} - C^{\alpha}_{0}) V^{\alpha}(\mathbf{r}-\mathbf{r}'),$$

где $\bar{V}$ — объём эффективного (усреднённого) атома, $\mathbf{r}'$ — радиусвектор, проведённый из начала координат в центр одного из атомов сорта α, $C^{\alpha}_{\mathbf{r}'}=1$, если в точке $\mathbf{r}'$ находится центр атома сорта α, и $C^{\alpha}_{\mathbf{r}'}=0$, если в точке $\mathbf{r}'$ находится центр атома сорта $\alpha'\neq\alpha$ или в эту точку не попадает никакой из центров атомов, $V^{\alpha}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ — потенциал взаимодействия в точке $\mathbf{r}$ излучения с одним из атомов сорта α, центры которых находятся в точках $\mathbf{r}'$ (зависимость V^{α} от структуры и состава окружения не учитывается).

Фурье-разложение величины $C^{\alpha}_{\mathbf{r}'}-C^{\alpha}_{0}$, где C^{α}_{0} — средняя концентрация атомов сорта α, имеет вид:

$$C^{\alpha}_{\mathbf{r}'}-C^{\alpha}_{0}=\sum_{\mathbf{k}'}C^{\alpha}_{\mathbf{k}'}e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}'},$$

где $\mathbf{k}'$ удовлетворяют условиям цикличности, а

$$C^{\alpha}_{\mathbf{k}'}=\frac{1}{N}\sum_{\mathbf{r}'}(C^{\alpha}_{\mathbf{r}'}-C^{\alpha}_{0})e^{i\mathbf{k}'\mathbf{r}'}=\frac{1}{V_{\mathrm{C}}}\int(C^{\alpha}_{\mathbf{r}'}-C^{\alpha}_{0})e^{i\mathbf{k}'\mathbf{r}'}d\mathbf{r}'.$$

Пусть

$$V(\mathbf{r})=V^{\mathrm{r}}(\mathbf{r})+iV^{\mathrm{i}}(\mathbf{r}),\tag{2}$$

где $V^{\mathrm{r}}(\mathbf{r})$ — вещественная, а $V^{\mathrm{i}}(\mathbf{r})$ — мнимая части потенциала $V(\mathbf{r})$.

Запишем потенциал в виде

$$V^{\mathrm{f}}(\mathbf{r})=\sum_{\mathbf{k}}V^{\mathrm{f}}_{\mathbf{k}}e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}},\tag{3}$$

где $\mathbf{k}/2\pi$ пробегает все значения, удовлетворяющие условиям цикличности. Выражение (3) может описывать разложение в ряд Фурье или отдельно вещественной части $V^{\mathrm{r}}(\mathbf{r})$ потенциала, и тогда индекс f заменяем на r, или мнимой части, и тогда f = i, или всего потенциала $V(\mathbf{r})$ (тогда индекс отсутствует). Из (3) ясно, что

$$V_{\mathbf{k}}=V^{\mathrm{r}}_{\mathbf{k}}+iV^{\mathrm{i}}_{\mathbf{k}},\tag{4}$$

где $V_{\mathbf{k}}$ — $\mathbf{k}$-я компонента Фурье от $V(\mathbf{r})$, а $V^{\mathrm{r}}_{\mathbf{k}}$ и $V^{\mathrm{i}}_{\mathbf{k}}$ — аналогичные компоненты соответственно от $V^{\mathrm{r}}(\mathbf{r})$ и $V^{\mathrm{i}}(\mathbf{r})$. При этом для каждой из указанных компонент справедливо

$$\begin{aligned}V^{\mathrm{f}}_{\mathbf{k}}&=\sum_{\mathbf{r}',\alpha}C^{\alpha}_{\mathbf{r}'}V^{\mathrm{f}\alpha}_{\mathbf{k}}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'}=\sum_{\mathbf{r}',\alpha}[C^{\alpha}_{0}+(C^{\alpha}_{\mathbf{r}'}-C^{\alpha}_{0})]V^{\mathrm{f}\alpha}_{\mathbf{k}}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'}=\\&=V^{\mathrm{f}}_{0}+\sum_{\mathbf{r}',\alpha}\sum_{\mathbf{k}'}C^{\alpha}_{\mathbf{k}'}V^{\mathrm{f}\alpha}_{\mathbf{k}}e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}'}=V^{\mathrm{f}}_{0}+\sum_{\alpha}C^{\alpha}_{\mathbf{k}}V^{\mathrm{f}\alpha}_{\mathbf{k}}N=\sum_{\alpha}(C^{\alpha}_{0}V^{\mathrm{f}\alpha}_{0}+C^{\alpha}_{\mathbf{k}}V^{\mathrm{f}\alpha}_{\mathbf{k}})N,\end{aligned}\tag{5}$$

$$V^{\mathrm{f}\alpha}_{\mathbf{k}}=\frac{1}{V_{\mathrm{C}}}\int_{v}V^{\mathrm{f}\alpha}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}d\mathbf{r},\tag{6}$$

где V_{C} — объём объекта (одной из колонок).

Решение Ψ уравнения Шредингера для данной задачи следует искать в виде

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{K}_0+\mathbf{k}} e^{-i(\mathbf{K}_0+\mathbf{k})\mathbf{r}}, \tag{7}$$

где $\mathbf{K_0}$ — волновой вектор проходящей в объекте волны, $\Psi_{\mathbf{K}_0+\mathbf{k}}$ — амплитуды волн с волновыми векторами $\mathbf{K_0} + \mathbf{k}$.

Если уравнение Шрёдингера записать в виде

$$\Delta\Psi + (K^2 - V)\Psi = 0, \tag{8}$$

где $K^2 = 2mE/\hbar^2$, E — энергия падающих частиц (например, электронов), m — их масса, $\hbar$ — постоянная Планка, делённая на 2π, V — умноженная на $2m/\hbar^2$ потенциальная энергия взаимодействия частиц с объектом исследования (1), то, подставляя в него выражения (3) и (7), можно получить систему основных уравнений динамической теории:

$$[K^2 - (\mathbf{K_0} + \mathbf{k})^2]\Psi_{\mathbf{K}_0+\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}'} \Psi_{\mathbf{K}_0+\mathbf{k}-\mathbf{k}'}, \tag{9}$$

где $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ пробегают все возможные значения.

При $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ уравнение (9) определяет амплитуду проходящей ($\Psi_{\mathbf{K}_0}$) волны через амплитуды всех остальных волн. В общем случае уравнения (9) выражают амплитуду каждой из волн через амплитуды всех остальных волн. Так, систему (9) удобно представить в виде

$$[\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}_0)^2]\Psi_{\mathbf{K}_0} = \sum_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{K}_0-\mathbf{k}}, \tag{10}$$

$$\Psi_{\mathbf{K}_0-\mathbf{k}} = \frac{\sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}'} \Psi_{\mathbf{K}_0-\mathbf{k}-\mathbf{k}'}}{\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}_0 - \mathbf{k})^2}. \tag{11}$$

Полученная бесконечная система основных уравнений (9) (или (10) и (11)), может быть решена только приближённо за счёт использования теории возмущений (ТВ) для непрерывного спектра, где в качестве малого параметра можно использовать отношение потенциальной энергии взаимодействия излучения с объектом к кинетической энергии налетающих частиц, т.е. параметр динамической теории рассеяния.

2.2. Решения в рамках теории возмущений

В нулевом приближении теории возмущений из (10), (11) получим:

$[\mathbf{K}^2-(\mathbf{K}_0^0)^2]\Psi^0_{\mathbf{K}_0^0}=0$, где индексы нуль сверху указывают на нулевое приближение для амплитуд и волновых векторов. Равенство нулю выражения в квадратных скобках определяет закон дисперсии для проходящей волны в нулевом приближении, т.е. $(\mathbf{K}_0^0)^2=\mathbf{K}^2$, и с учётом граничных условий $\Psi^0(\mathbf{r})=\Psi^0_{\mathbf{K}_0^0}e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}}$, где $\Psi^0_{\mathbf{K}_0^0}$ равно амплитуде падающей плоской волны $\tilde{\Psi}$, что в кинематической теории просто постулируется.

В первом приближении теории возмущений, но в нулевом для амплитуд, и не в приближении однократного рассеяния, а с учётом многократности рассеяния из (10), (11) получим уравнение: $[\mathbf{K}^2-(\mathbf{K}'_0)^2]\Psi^0_{\mathbf{K}'_0}=V_0\Psi^0_{\mathbf{K}'_0}$, т.е. новое нулевое приближение для амплитуд за счёт многократности, возможное только при изменённом законе дисперсии: $(\mathbf{K}'_0)^2=\mathbf{K}^2-V_0=\kappa^2$ (закон дисперсии для преломлённой волны), где индекс штрих сверху указывает на первое приближение для соответствующих величин.

Если строить ТВ за счёт многократности рассеяния, исходя из нулевого приближения $\Psi^0_{\mathbf{K}_0^0}$, то точным решением $\Psi^\infty_{\mathbf{K}_0}$ становится сумма геометрической прогрессии:

$$\Psi^\infty_{\mathbf{K}_0}=\sum_{n=0}^{\infty}\Psi^0_{\mathbf{K}_0^0}\left(\frac{V_0}{K^2-(K_0^0)^2}\right)^n,$$

которая даёт

$$\Psi^\infty_{\mathbf{K}_0}=\Psi^0_{\mathbf{K}_0}\frac{K^2-(K_0)^2}{K^2-(K_0)^2-V_0}.$$

Тогда

$$\Psi^\infty_{\mathbf{K}_0}[K^2-(K_0)^2-V_0]=\Psi^0_{\mathbf{K}_0}[K^2-(K_0)^2]=0,$$

т.е.

$$(K_0)^2=K^2-V_0.$$

С учётом граничных условий: $(K'_{0z})^2=K_z^2-V_0$, $K'_{0z}=K_z+\Delta K'_{0z}$, $2K_z\Delta K'_{0z}=-V_0$, $\Delta K'_{0z}=-V_0/(2K_z)$, т.е. $\mathbf{K}'_0=\mathbf{K}-(V_0/(2K_z))\mathbf{e}_z=\mathbf{K}'_\Pi$, где $\mathbf{K}'_\Pi$ — волновой вектор преломлённой волны в первом приближении ТВ. Тогда

$$\Psi'(\mathbf{r}) = \Psi^0_{\mathbf{K}'_\Pi} e^{-i(\mathbf{Kr}-V_0^r z/(2K_z))} e^{-V_0^i z/(2K_z)}.$$

Таким образом, первое приближение (нулевое для амплитуд) за счёт учёта многократности рассеяния позволяет описывать преломление и поглощение. Это есть дисперсионный механизм формирования картины динамического рассеяния, который дополнительно к влиянию характеристик объекта на дифракцию учитывает их влияние на преломление и поглощение.

Кроме того, при $V(\mathbf{r}) \neq \mathrm{const}$ в первом приближении ТВ появляются также (за счёт дифракции) дополнительные слагаемые (первое приближение для амплитуд) $\Psi'_{\mathbf{K}_0-\mathbf{k}} e^{-i(\mathbf{K}_0-\mathbf{k})\mathbf{r}}$, где амплитуды появившихся слабых (пропорциональных малому параметру ТВ) волн $\Psi'_{\mathbf{K}_0-\mathbf{k}}$ (см. (11)) при $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}$, $\mathbf{K_0} = \mathbf{K}'_\Pi$ имеют вид:

$$\Psi'_{\mathbf{K}_0-\mathbf{k}} = \Psi'_{\mathbf{K}'_\Pi-\mathbf{k}} = \frac{V_{-\mathbf{k}} \Psi^0_{\mathbf{K}'_\Pi}}{\mathbf{K}^2 - (\mathbf{K}-\mathbf{k})^2}. \tag{12}$$

Кроме частных решений (12) системы неоднородных уравнений (11), для получения общего решения необходимо учесть общие решения однородной системы (11) и использовать граничные условия.

Уточнения формулы (12) за счёт учёта многократности рассеяния непосредственно на $V_{-\mathbf{k}}$ оказываются пренебрежимо малыми, т.к. $V_{-\mathbf{k}} << V_0$.

2.3. Эффект экстинкции за счёт рассеяния на неоднородностях

Так как интенсивность диффузного рассеяния определяется квадратом волновых функций (12), т.е. величиной второго порядка малости по параметру ТВ, то это требует в свою очередь учёта дисперсионных поправок второго порядка и в уравнениях для амплитуд нулевого приближения (10).

Для учёта влияния слабых волн на сильные лучи с точностью до квадратичных по V членов следует в уравнение (10) подставить выражение для $\Psi_{\mathbf{K}_0-\mathbf{k}}$, используя вместо (11) формулы (12).

Выражение (12) представляет собой первое приближение для амплитуд слабых волн. Оно учитывает влияние сильной (возникающей уже в нулевом приближении для амплитуд) волны на заданную $\Psi_{\mathbf{K}_0-\mathbf{k}}$ волну. Чтобы учесть с точностью до квадратичных по V членов влияние на заданную волну всех остальных (кроме сильной) волн, необходимо в правую часть (11) подставить (12). Если теперь полученное таким образом выражение для $\Psi_{\mathbf{K}_0-\mathbf{k}}$ подставить в уравнение (10), то получим кубические по V поправки к коэффициентам в уравнении для сильной волны, обусловленные слабыми волнами. Продлевая указанную итерационную процедуру, можно рассмотреть влияние слабых волн на сильную с точностью до членов любого порядка по V (смешанный амплитудно-дисперсионный механизм влияния структуры на экстинкционные эффекты). Тогда после первой итерации, если в (10) подставить (12), для сильной волны во втором приближении ТВ (в нулевом для амплитуды) получим:

$$[\mathbf{K}^2-(\mathbf{K}''_{\Pi})^2]\Psi^0_{\mathbf{K}''_{\Pi}}=\sum_{\mathbf{k}}V_{\mathbf{k}}\Psi'_{\mathbf{K}''_{\Pi}-\mathbf{k}}=\sum_{\mathbf{k}}\frac{V_{\mathbf{k}}V_{-\mathbf{k}}\Psi^0_{\mathbf{K}''_{\Pi}}}{\mathbf{K}^2-(\mathbf{K}-\mathbf{k})^2}, \tag{13}$$

$$[\mathbf{K}^2-(\mathbf{K}''_{\Pi})^2-\Delta V_0]\Psi^0_{\mathbf{K}''_{\Pi}}=0, \tag{14}$$

где

$$\Delta V_0=\sum_{\mathbf{k}}\frac{V_{\mathbf{k}}V_{-\mathbf{k}}}{\kappa^2-(\mathbf{K}-\mathbf{k})^2}\ (\mathbf{k}\neq\mathbf{0}), \tag{15}$$

с превышением точности за счёт перехода от ТВ по Рэлею–Шрёдингеру к ТВ по Бриллюэну–Вигнеру.

При $V(\mathbf{r})=V_0$ (15) переходит в

$$\Delta V_0=0, \tag{16}$$

а $(\mathbf{K}''_{\Pi})^2=(\mathbf{K}'_{\Pi})^2=K^2-V_0$.

Для описания эффекта экстинкции за счёт рассеяния на неоднородностях в соответствии с работой [36] в развиваемой в настоящей работе трёхосевой модели учтена полная многократность рассеяния как на неоднородностях состава объектов, так и на микродефектах второго класса по классификации Кривоглаза и макродеформациях в кристаллах монохроматора и анализатора. Так, в [36], в частности, для дисперсионных поправок к когерентной и диффузным волнам за счёт полной многократности рассеяния на флуктуационных отклонениях от структурного совершенства получено интегральное уравнение:

$$\Delta\chi'_{\mathrm{GG}'}(\mathbf{q})=f_{\mathrm{GG}'}(\mathbf{q})+\alpha_0\int d\mathbf{q}'\,\frac{\Delta\chi'_{\mathrm{G}'\mathrm{G}}(\mathbf{q}')S_{\mathrm{GG}'}(\mathbf{q}-\mathbf{q}')}{d(\mathbf{q}')}, \tag{17}$$

$$\alpha_0=\frac{sC^2V_{\mathrm{C}}}{(2\pi)^3},\quad f_{\mathrm{GG}'}(\mathbf{q})=\alpha_0\left(g_{\mathrm{GG}'}(\mathbf{q})-\frac{\Delta\chi'_{\mathrm{G}'\mathrm{G}}(\mathbf{0})}{d(\mathbf{0})}S_{\mathrm{GG}'}(\mathbf{q})\right),$$
$$g_{\mathrm{GG}'}(\mathbf{q})=\int\limits_{\mathbf{q}'\neq\mathbf{q}}d\mathbf{q}'\,\frac{a_{\mathrm{GG}'}(\mathbf{q}-\mathbf{q}')S_{\mathrm{GG}'}(\mathbf{q}')}{d(\mathbf{q}-\mathbf{q}')}, \tag{18}$$

$$d(\mathbf{q}') = [-2\varepsilon_{0\mathbf{q}'} + \chi_0][-2\varepsilon_{\mathbf{Hq}'} + \chi_0] - C^2E^2\chi_{-\mathbf{H}}\chi_{\mathbf{H}}\,, \tag{19}$$

где $a_{\mathbf{GG}}(\mathbf{q}) = -2\varepsilon_{\mathbf{Gq}} + \chi_0$ и $a_{\mathbf{GG}'}(\mathbf{q}) = CE\chi_{\mathbf{G}'-\mathbf{G}}$ при $\mathbf{G}' \neq \mathbf{G}$, E — фактор Кривоглаза (статический фактор Дебая–Валлера), C — поляризационный множитель, $\varepsilon_{0\mathbf{q}}$, $\varepsilon_{\mathbf{Hq}}$ — ошибки возбуждения, χ_0, $\chi_{\mathbf{H}}$ — Фурье-компоненты периодической «в среднем» составляющей поляризуемости кристалла, $\delta\chi_{\mathbf{q}}$, $\delta\chi_{\mathbf{H+q}}$ — Фурье-компоненты флуктуационной составляющей поляризуемости. Корреляционная функция $S_{\mathbf{GG}'}(\mathbf{q})$ определяется усреднением по ансамблю (распределению дефектов) квадратичных комбинаций Фурье-компонент флуктуационной составляющей поляризуемости:

$$S_{\mathbf{GG}'}(\mathbf{q}) = \left\langle \delta\chi_{\mathbf{q}-\mathbf{H}+2\mathbf{G}}\delta\chi_{-\mathbf{q}+\mathbf{H}-2\mathbf{G}'} \right\rangle,$$

где $\mathbf{G}$ и $\mathbf{G}' = \mathbf{0}$ или $\mathbf{H}$.

Решение этого интегрального уравнения в [36] получено в виде:

$$\Delta\chi_{\mathbf{G}}'^{\delta\mu}(\mathbf{q}_s) = f_{\mathbf{G}}^{\delta\mu}(\mathbf{q}_s) + i\pi\varepsilon\sum_{\tau}(-1)^{\tau}\int dS_{K'} f_{\mathbf{G}}^{\delta\tau}(\mathbf{q}_s')S_{\mathbf{G}}(\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_s'), \tag{20}$$

где интегрирование ведётся по обоим листам дисперсионной поверхности.

Для дисперсионных поправок к когерентным волнам за счёт многократности диффузного рассеяния получим:

$$\Delta\chi_{\mathbf{G}}'^{\delta}(\mathbf{0}) = \sum_{\mu\neq\mu'=1}^{2} \frac{b_{\mathbf{G}}^{\delta\mu}(1-(-1)^{\mu}I_{\mathbf{G}}^{\delta\mu'}) - I_{\mathbf{G}}^{\delta\mu'}b_{\mathbf{G}}^{\delta\mu'}}{(1-I_{\mathbf{G}}^{\delta1})(1+I_{\mathbf{G}}^{\delta2}) - I_{\mathbf{G}}^{\delta1}I_{\mathbf{G}}^{\delta2}}, \tag{21}$$

$$b_{\mathbf{G}}^{\delta\mu} = f_{\mathbf{G}}^{\delta\mu}(\mathbf{0}) + i\pi\varepsilon\alpha_0\sum_{\tau}(-1)^{\tau}\int dS_{K'} g_{\mathbf{G}}^{\delta\tau}(\mathbf{q}_s')S_{\mathbf{G}}(-\mathbf{q}'),$$

$$I_{\mathbf{G}}^{\delta\tau} = i\pi\varepsilon\frac{\alpha_0}{d(\mathbf{0})}\int dS_{K'} S_{\mathbf{G}}^{\delta\tau}(\mathbf{q}_s')S_{\mathbf{G}}^{\delta\tau}(-\mathbf{q}_s'),$$

где $S_{\mathbf{G}}^{\delta\tau}(\mathbf{q}_s') = S_{\mathbf{G}}(\mathbf{q}_s', K'^{(\delta\tau)})$, $S_{\mathbf{G}}(\mathbf{q}_s') = S_{\mathbf{G}}(\mathbf{q}_s, 0)$.

2.4. Обобщённые формулы Френеля

Амплитуды волн (14) находятся из граничных условий на верхней границе ($z = 0$) раздела между вакуумом и объектом. Точка пересечения луча с этой границей принимается в качестве начала отсчёта по оси z, которая направлена вертикально вниз. Граничные условия имеют вид:

$$\tilde{\Psi}(\mathbf{r})\Big|_{z=0} = \Psi(\mathbf{r})\Big|_{z=0}\,, \tag{22}$$

$$\left.\frac{d\tilde{\Psi}(\mathbf{r})}{dz}\right|_{z=0} = \left.\frac{d\Psi(\mathbf{r})}{dz}\right|_{z=0}, \tag{23}$$

где $\tilde{\Psi}(\mathbf{r})$ и $\Psi(\mathbf{r})$ — волновые функции в вакууме и в объекте соответственно.

Пусть ось z совпадает с нормалью к границе раздела (плоскость $z = 0$), и для определённости будем считать, что монохроматическая рентгеновская волна $\Psi_<(\mathbf{r})$ распространяется из оптически менее плотной среды ($z < 0$) в более плотную среду ($z > 0$). Падающую и прошедшую через границу раздела волны в случае полубесконечной по толщине колонки для однородного объекта, когда существует только одна преломлённая волна в качестве точного решения в объекте, запишем в виде (используя несколько другие более удобные обозначения):

$$\Psi_<(\mathbf{r}) = \Psi_{\mathbf{K}} e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}}, \;\; \Psi_>(\mathbf{r}) = \Psi_{\mathbf{K}_0} e^{-i\mathbf{K}_0\mathbf{r}}.$$

Представим векторы $\mathbf{r}$, $\mathbf{K}$ и $\mathbf{K}_0$ в виде суммы тангенциальных и нормальных компонент:

$$\mathbf{r} = \boldsymbol{\rho} + z\mathbf{e}_z, \;\; \mathbf{K} = \boldsymbol{\kappa} + \mathbf{K}_z\mathbf{e}_z, \;\; \mathbf{K}_0 = \boldsymbol{\kappa}_0 + \mathbf{K}_{0z}\mathbf{e}_z.$$

При этом для тангенса угла падения луча (α) получим:

$$\mathrm{tg}\alpha = \kappa / K_z.$$

Введём коэффициенты отражения R и преломления T, через которые выразим $\Psi_<(\mathbf{r})$ и $\Psi_>(\mathbf{r})$:

$$\Psi_<(\mathbf{r}) = \Psi_{\mathbf{K}} e^{-i\kappa\rho}(e^{iK_z z} + R\, e^{-iK_z z}),$$
$$\Psi_>(\mathbf{r}) = \Psi_{\mathbf{K}} e^{-i\kappa_0\rho} T e^{iK_{0z} z}.$$

Из условий непрерывности волновых функций и их производных по z на границе раздела находим

$$\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\kappa}_0, \;\; 1 + R = T, \;\; K_z(1 - R) = K_{0z}T,$$

что, естественно, приводит к формулам Френеля:

$$R = \frac{K_z - K_{0z}}{K_z + K_{0z}}, \tag{24}$$

$$T = \frac{2K_z}{K_z + K_{0z}}. \tag{25}$$

Таким образом, обобщение формул Френеля на случай неоднородных объектов сводится для сильных волн к замене $\mathbf{K}_0$ на $\mathbf{K}''_{\Pi}$. Однако при этом закон дисперсии с учётом экстинкционных поправок ΔV_0 имеет вид:

$$K^2 - (V_0 + \Delta V_0) = K_0^2 \text{ или } K_z^2 - (V_0 + \Delta V_0) = K_{0z}^2 = (K''_{\Pi z})^2.$$

Соотношение между нормальными компонентами волновых векторов запишется через коэффициент аккомодации Δ (<< 1):

$$K_{0z} = K_z(1 - \Delta), \ \Delta \approx \frac{V_0 + \Delta V_0}{2K_z^2}.$$

Для амплитуд отражённой и прошедшей волн получим, соответственно, $\Psi_{\text{К}}\Delta/2$ и $\Psi_{\text{К}}(1 + \Delta/2)$. В результате волновая функция, описывающая преломлённую волну внутри некристаллического объекта, выражается как

$$\Psi_{>}(\rho, z) = \Psi_{\text{К}}\left(1 + \frac{V_0 + \Delta V_0}{4K_z^2}\right)\exp\left[-i\left(\mathbf{Kr} - \frac{(V_0 + \Delta V_0)z}{2K_z}\right)\right], \qquad (26)$$

где ΔV_0 определяется формулами (21).

3. ТРЁХОСЕВАЯ МОДЕЛЬ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ И ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НЕОДНОРОДНЫХ НЕКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

При использовании, например, бездисперсионной трёхосевой схемы $(n, 0, n)$ с геометрией дифракции по Брэггу в монохроматоре и по Лауэ в анализаторе отражательные способности системы для областей I и II с учётом поглощения и возможности наличия дефектов в монохроматоре и анализаторе можно записать в виде:

$$R_i(\Delta\theta) = \int R_{\text{М}}(\varkappa) R_{\text{А}}(\varkappa - \Delta\theta - \varphi_i) R_{\text{об}}(\varkappa, \varphi_i, \mu_i, l_x, \Phi_i)\, d\varkappa \quad (i = \text{I,II}), \qquad (27)$$

где

$$R_{\text{М}}(\varkappa) = b_{\text{М}}^{-1} R_{\text{coh}}^{\text{М}}(b_{\text{М}}^{-1}\varkappa) + \int r_{\text{dif}}^{\text{М}}(\varkappa', \varkappa) d\varkappa^1,$$

$$R_{\text{А}}(\varkappa, \Delta\theta) = R_{\text{coh}}^{\text{А}}(\varkappa - \Delta\theta - \varphi_i(x, y)) + R_{\text{dif}}^{\text{А}}(\varkappa - \Delta\theta - \varphi_i(x, y)),$$

$$r_{\text{dif}}(\varkappa', \varkappa) = r_{\text{dif}}(\mathbf{k}) = \frac{1}{k}\int dk_y R_{\text{dif}}(\mathbf{k}),$$

$$R_{\text{dif}}(\mathbf{k}) = \frac{<\left|f(\mathbf{k}',\mathbf{k})\right|^2>}{\gamma_0 S\left|E_0\right|^2},$$

$$R_{\text{dif}}(x) = \int d\Omega_{\mathbf{k}'} R_{\text{dif}}(\mathbf{k}).$$

Отражательная способность объекта $R_{\text{об}}(x,\varphi_i,\mu_i,l_x,\Phi_i)$ определяется с использованием формул, полученных в разд. 2.

В общем случае объекта произвольной формы угол φ зависит от x и y и определяется соответствующими им углами поворота входной и выходной поверхностей «колонки» (микропучка) по отношению к направлению луча (см. [14–18, 38, 39]). Этими углами $\varphi(x, y)$ и фазами Φ или $\Phi_{\text{П}}$, по существу, описываются искажения фронта плоских волн в наборе микропучков.

Более детальные выражения для R_{M} и R_{A}, связывающие их с характеристиками дефектов, приведены в [14–18].

В результате в построенной теории количественно адекватно учтены оба основных механизма формирования контраста изображения неоднородного некристаллического объекта. Первый из них отвечает за формирование преломлённого в объекте и повёрнутого в результате различия граничных условий на входе и выходе луча, а также за изменение его фазы и вклад диффузного рассеяния на неоднородностях состава объекта и обусловленную этим диффузным рассеянием экстинкцию, а второй — за различные усиления этих преломлённого, диффузного и основного лучей кристаллом-анализатором. При этом именно первый механизм непосредственно несёт искомую информацию о форме и размерах злокачественной опухоли. Если ограничиться случаем, когда и монохроматор и анализатор являются идеально совершенными кристаллами, то полученные здесь для этого случая формулы позволяют легко решить обратную задачу по определению из измеренных величин R_{I} и R_{II} искомых параметров исследуемого объекта. Действительно, как видно из формул при заранее установленных (или, как правило, известных) величинах коэффициентов преломления и поглощения, а также при известных отражательных способностях идеальных монокристаллов монохроматора и анализатора единственными неизвестными параметрами в пренебрежении малым вкладом диффузного рассеяния в объекте оказываются толщина некристаллического объекта t_{xy} и углы $\alpha_1(x, y)$ и $\alpha_2(x, y)$, которые легко могут быть определены с использованием полученных выше формул.

Из построенной здесь теоретической модели также следует, что такая обратная задача принципиально становится неразрешимой в случаях отсутствия адекватного учёта (при количественном описании вклада второго из указанных механизмов) наличия в монокристаллах монохроматора и анализатора искажений, которые ранее не учитывались.

В тоже время в работах [16–18] в рамках строгой динамической теории показано, что микродефекты могут (за счёт установленного дисперсионного механизма их влияния) на порядки величины изменять отражательные способности динамически рассеивающих кристаллов, а пренебрежение этим может полностью нивелировать адекватность диагностики на основе явления преломления.

Построенная в настоящей работе модель позволяет адекватно учесть наличие и влияние всех типов дефектов как первого, так и второго (с учётом результатов [36]) классов и их распределений в монокристаллах монохроматора и анализатора на второй механизм формирования изображений, который обеспечивает различные усиления преломлённых лучей. Только настоящая модель может позволить сделать указанные усиления надёжно контролируемыми, без чего метод теряет свои уникальные возможности.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе построена теоретическая трёхосевая модель формирования на основе многократного рассеяния изображений неоднородных некристаллических объектов произвольной формы с обусловленными проявляющейся в таких случаях дисперсионной природой влияния на картину рассеяния структуры объектов уникальными чувствительностью и информативностью благодаря использованию возникающего исключительно за счёт многократности рассеяния явления преломления лучей и искажения их плосковолнового фронта в отличие от традиционной диагностики, использующей только их поглощение. При этом показана существенная роль впервые аналитически самосогласованно учтённых в построенной модели эффектов полной многократности рассеяния как в неоднородных по составу объектах, так и в монокристаллах монохроматора и анализатора. Этим, благодаря созданной модели, впервые обеспечена возможность адекватного количественного учёта также оказавшегося значительным влияния на изображение объекта однородно и неоднородно распределённых микродефектов второго класса и макродеформаций в монокристаллах монохроматора и анализатора.

Работа выполнена при финансовой поддержке УНТЦ (проект № 6062).

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. E. Forster, K. Goets, and P. Zaumseil, *Kristall und Technik*, **15**, No. 8: 937 (1980).

2. В. А. Соменков, А. К. Ткалич, С. Ш. Шильштейн, *ЖТФ*, **61**, № 11: 197 (1991).
3. V. N. Ingal and E. A. Beliaevskaya, *J. Phys. D*, **28**, No. 10: 2314 (1995).
4. В. Н. Ингал, Е. А. Беляевская, *ЖТФ*, **66**, № 3: 344 (1996).
5. T. J. Davis, D. Gao, T. E. Gureyev, A. W. Stevenson, and S. W. Wilkins, *Nature*, **373**: 595 (1995).
6. D. Gao, T. J. Davis, and S. W. Wilkins, *Aust. J. Phys.*, **48**, No. 1: 103 (1995).
7. T. J. Davis, T. E. Gureyev, D. Gao, A. W. Stevenson, and S. W. Wilkins, *Phys. Rev. Lett.*, **74**, No. 16: 3173 (1995).
8. A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov, and I. Schelokov, *Rev. Sci. Instrum.*, **66**, No. 12: 5486 (1995).
9. В. А. Бушуев, В. Н. Ингал, Е. А. Беляевская, *Кристаллография*, № 5: 808 (1996).
10. К. М. Подурец, В. А. Соменков, С. Ш. Шильштейн, *ЖТФ*, **59**, № 6: 115 (1989).
11. В. Н. Ингал, Е. А. Беляевская, *ЖТФ*, **63**, № 6: 137 (1993).
12. В. Н. Ингал, Е. А. Беляевская, В. А. Бушуев, *Способ фазовой рентгенографии объектов и устройство для его осуществления (варианты)*, Патент РФ № 2115943 (Опубликован 20 июля 1998 г.).
13. M. Ando, H. Sugiyama, A. Maksimenko, W. Pattanasiriwisawa, K. Hyodo, and Zh. Xiaowei, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **40**, No. 8A: 844 (2001).
14. С. В. Лизунова, В. Б. Молодкин, Б. В. Шелудченко, В. В. Лизунов, *Металофиз. новейшие технол.*, **35**, № 11: 1585 (2013).
15. Б. В. Шелудченко, В. Б. Молодкин, С. В. Лизунова, С. И. Олиховский, Е. Н. Кисловский, А. Ю. Гаевский, В. В. Лизунов, А. И. Низкова, Т. П. Владимирова, В. В. Молодкин, Е. В. Фузик, А. В. Гошкодеря, А. А. Белоцкая, Г. О. Велиховский, А. А. Музыченко, Р. В. Лехняк, *Металофиз. новейшие технол.*, **36**, № 4: 559 (2014).
16. Б. В. Шелудченко, В. Б. Молодкин, С. В. Лизунова, М. В. Ковальчук, Э. Х. Мухамеджанов, В. А. Бушуев, Ю. П. Хапачев, В. Е. Сторижко, С. И. Олиховский, Е. Н. Кисловский, А. Ю. Гаевский, В. В. Лизунов, А. И. Низкова, Т. П. Владимирова, В. В. Молодкин, Е. В. Фузик, А. В. Гошкодеря, А. А. Белоцкая, Г. О. Велиховский, А. А. Музыченко, Р. В. Лехняк, *Актуальные вопросы современного естествознания*, вып. 12: 32 (2014).
17. В. Б. Молодкин, М. В. Ковальчук, И. М. Карнаухов, В. Е. Сторижко, С. В. Лизунова, С. В. Дмитриев, А. И. Низкова, Е. Н. Кисловский, В. В. Молодкин, Е. В. Первак, А. А. Катасонов, В. В. Лизунов, Е. С. Скакунова, Б. С. Карамурзов, А. А. Дышеков, А. Н. Багов, Т. И. Оранова, Ю. П. Хапачев, *Основы интегральной многопараметрической диффузнодинамической дифрактометрии* (Нальчик: Кабардино-балкарский университет: 2013).
18. В. Б. Молодкин, М. В. Ковальчук, И. М. Карнаухов, В. Ф. Мачулин, В. Е. Сторижко, Э. Х. Мухамеджанов, А. И. Низкова, С. В. Лизунова, Е. Н. Кисловский, С. И. Олиховский, Б. В. Шелудченко, С. В. Дмитриев, Е. С. Скакунова, В. В. Молодкин, В. В. Лизунов, В. А. Бушуев, Р. Н. Кютт, Б. С. Карамурзов, А. А. Дышеков, Т. И. Оранова, Ю. П. Хапачев, *Основы динамической высокоразрешающей дифрактмет-*

рии функциональных материалов (Нальчик: Кабардино-Балкарский университет: 2013).
19. A. Momose, T. Takeda, Y. Itai, and K. Hirano, *Nat. Med.*, **2**: 473 (1996).
20. M. N. Wernick, O. Wirjadi, D. Chapman, Z. Zhong, N. P. Galatsanos, Y. Yang, J. G. Brankov, O. Oltulu, M. A. Anastasio, and C. Muehleman, *Phys. Med. Biol.*, **48**: 3875 (2003).
21. M. J. Kitchen, K. M. Pavlov, S. B. Hooper, D. J. Vine, K. K. W. Siu, M. J. Wallace, M. L. L. Siew, N. Yagi, K. Uesugi, and R. A. Lewis, *Eur. J. Radiol.*, **68**: S49 (2008).
22. P. Coan, J. Mollenhauer, A. Wagner, C. Muehleman, and A. Bravin, *Eur. J. Radiol.*, **68**: S41 (2008).
23. S. Ichihara, M. Ando, E. Hashimoto, A. Maksimenko, H. Sugiyama, C. Ohbayashi, T. Yuasa, K. Yamasaki, Y. Arai, K. Mori, and T. Endo, *Virchows Arch.*, **452**: 41 (2008).
24. Y. Zhao, E. Brun, P. Coan, Z. Huang, A. Sztrykay, P. C. Diemoz, S. Liebhardt, A. Mittone, S. Gasilov, J. Miao, and A. Bravin, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, **109**: 18290 (2012).
25. M. Ando, N. Sunaguchi, Y. Wu, S. Do, Y. Sung, A. Louissaint, T. Yuasa, S. Ichihara, and R. Gupta, *Eur. Radiol.*, **24**: 423 (2014).
26. D. Chapman, W. Thomlinson, R. E. Johnson, D. Washburn, E. Pisano, N. Gmuer, Z. Zhong, R. Menk, F. Arfelli, and D. Sayers, *Phys. Med. Biol.*, **42**: 2015 (1997).
27. M. Ando, A. Maksimenko, H. Sugiyama, W. Pattanasiriwisawa, K. Hyodo, and C. Uyama, *Japan. J. Appl. Phys.*, **41**: L1016 (2002).
28. A. C. Kak and M. Slaney, *Principles of Computed Tomographic Imaging* (IEEE: 1988).
29. E. J. Candes, J. Romberg, and T. Tao, *IEEE Trans. Inf. Theory*, **52**, No. 2: 489 (2006).
30. В. Б. Молодкин, Е. А. Тихонова, *Физ. мет. металловед.*, **24**, № 3: 385 (1967).
31. В. Б. Молодкин, *Физ. мет. металловед.*, **25**, № 3: 410 (1968).
32. В. Б. Молодкин, *Физ. мет. металловед.*, **27**, № 4: 582 (1969).
33. В. Б. Молодкин, *Металлофизика*, **2**, № 1: 3 (1980).
34. V. B. Molodkin, *Phys. Metals*, **3**: 615 (1981).
35. R. Barabash, G. E. Ice, B. C. Larson, G. M. Pharr, K.-S. Chung, and W. Yang, *Applied Physics Letters*, **79**, Iss. 6: 749 (2001).
36. С. В. Дмітрієв, В. Б. Молодкін, М. Г. Толмачов, О. С. Скакунова, С. В. Лізунова, Р. В. Лехняк, К. В. Фузік, Г. О. Веліховський, О. П. Васькевич, В. В. Лізунов, А. А. Катасонов, І. Е. Голентус, С. Й. Оліховський, Л. М. Скапа, В. В. Молодкін, *Металофиз. новейшие технол.*, **39**, № 1: 1 (2017).
37. С. Й. Оліховський, Є. М. Кисловський, В. Б. Молодкін, Є. Г. Лень, Т. П. Владімірова, О. В. Решетник, *Металофиз. новейшие технол.*, **22**, № 6: 3 (2000).
38. V. B. Molodkin, G. O. Velikhovskii, S. V. Lizunova, V. V. Lizunov, B. V. Sheludchenko, E. M. Kislovskii, Ya. V. Vasilik, O. S. Skakunova, S. V. Dmitriev, K. V. Fuzik, and R. V. Lekhnyak, *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* [Materials Science and Engineering Technology], **47**, Iss. 2–3: 246 (2016).

39. Б. Є. Патон, В. Б. Молодкін, І. М. Карнаухов, І. М. Неклюдов, В. Ю. Сторіжко, П. П. Горбик, Г. І. Низкова, С. Й. Оліховський, О. Ю. Гаєвський, С. В. Лізунова, Б. В. Шелудченко, В. В. Лізунов, О. В. Третяк, С. П. Репецький, М. Г. Толмачов, А. Д. Шевченко, К. В. Фузік, В. В. Молодкін, Г. О. Веліховський, *Спосіб фазової рентгенографії некристалічного об'єкту довільних форми і розмірів*, Патент України № 111437 (Опубл. 25 квітня 2016 р.).

REFERENCES

1. E. Forster, K. Goets, and P. Zaumseil, *Kristall und Technik*, **15**, No. 8: 937 (1980).
2. V. A. Somenkov, A. K. Tkalich, and S. Sh. Shil'shtein, *ZhTF*, **61**, No. 11: 197 (1991) (in Russian).
3. V. N. Ingal and E. A. Beliaevskaya, *J. Phys. D*, **28**, No. 10: 2314 (1995).
4. V. N. Ingal and E. A. Beliaevskaya, *ZhTF*, **66**, No. 3: 344 (1996) (in Russian).
5. T. J. Davis, D. Gao, T. E. Gureyev, A. W. Stevenson, and S. W. Wilkins, *Nature*, **373**: 595 (1995).
6. D. Gao, T. J. Davis, and S. W. Wilkins, *Aust. J. Phys.*, **48**, No. 1: 103 (1995).
7. T. J. Davis, T. E. Gureyev, D. Gao, A. W. Stevenson, and S. W. Wilkins, *Phys. Rev. Lett.*, **74**, No. 16: 3173 (1995).
8. A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov, and I. Schelokov, *Rev. Sci. Instrum.*, **66**, No. 12: 5486 (1995).
9. V. A. Bushuev, V. N. Ingal, and E. A. Beliaevskaya, *Kristallografiya*, No. 5: 808 (1996) (in Russian).
10. K. M. Podurets, V. A. Somenkov, and S. Sh. Shil'shtein, *ZhTF*, **59**, No. 6: 115 (1989) (in Russian).
11. V. N. Ingal and E. A. Beliaevskaya, *ZhTF*, **63**, No. 6: 137 (1993) (in Russian).
12. V. N. Ingal, E. A. Beliaevskaya, and V. A. Bushuev, *Sposob Fazovoy Rentgenografii Ob'ektov i Ustroystvo dlya Ego Osushchestvleniya (Varianty)* [The Method of Phase Radiography of Objects and the Device for Its Implementation (Options)], Patent RF No. 2115943 (Publ. July 20, 1998) (in Russian).
13. M. Ando, H. Sugiyama, A. Maksimenko, W. Pattanasiriwisawa, K. Hyodo, and Zh. Xiaowei, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **40**, No. 8A: 844 (2001).
14. S. V. Lizunova, V. B. Molodkin, B. V. Sheludchenko, and V. V. Lizunov, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **35**, No. 11: 1585 (2013) (in Russian).
15. B. V. Sheludchenko, V. B. Molodkin, S. V. Lizunova, S. J. Olikhovskyi, Ye. M. Kyslovskyi, O. Yu. Gaevskyi, V. V. Lizunov, A. I. Nizkova, T. P. Vladimirova, V. V. Molodkin, K. V. Fuzyk, A. V. Goshkoderya, A. O. Bilotska, G. O. Velikhovskyi, A. A. Muzychenko, and R. V. Lekhnyak, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **36**, No. 4: 559 (2014) (in Russian).
16. B. V. Sheludchenko, V. B. Molodkin, S. V. Lizunova, M. V. Koval'chuk, E. Kh. Mukhamedzhanov, V. A. Bushuev, Yu. P. Khapachev, V. E. Storizhko, S. I. Olikhovskiy, E. N. Kislovskii, A. Yu. Gaevskiy, V. V. Lizunov, A. I. Nizkova, T. P. Vladimirova, V. V. Molodkin, E. V. Fuzik, A. V. Goshkoderya, A. A. Belotskaya, G. O. Velikhovskiy, A. A. Muzychenko, and R. V. Lekhnyak, *Aktual'nye Voprosy Sovremennogo Estestvoznaniya*, Iss. 12: 32 (2014) (in Russian).

17. V. B. Molodkin, M. V. Koval'chuk, I. M. Karnaukhov, V. E. Storizhko, S. V. Lizunova, S. V. Dmitriev, A. I. Nizkova, E. N. Kislovskii, V. V. Molodkin, E. V. Pervak, A. A. Katasonov, V. V. Lizunov, E. S. Skakunova, B. S. Karamurzov, A. A. Dyshekov, A. N. Bagov, T. I. Oranova, and Yu. P. Khapachev, *Osnovy Integral'noy Mnogoparametricheskoy Diffuznodinamicheskoy Difraktometrii* [Fundamentals of Integrated Multiparametric Diffuse-Dynamical Diffractometry] (Nal'chik: Kabardino-Balkarskiy Universitet: 2013) (in Russian).
18. V. B. Molodkin, M. V. Koval'chuk, I. M. Karnaukhov, V. F. Machulin, V. E. Storizhko, E. Kh. Mukhamedzhanov, A. I. Nizkova, S. V. Lizunova, E. N. Kislovskii, S. I. Olikhovskiy, B. V. Sheludchenko, S. V. Dmitriev, E. S. Skakunova, V. V. Molodkin, V. V. Lizunov, V. A. Bushuev, R. N. Kyutt, B. S. Karamurzov, A. A. Dyshekov, T. I. Oranova, and Yu. P. Khapachev, *Osnovy Dinamicheskoy Vysokorazreshayushchey Difraktometrii Funktsional'nykh Materialov* [Fundamentals of Dynamical High-Resolution Diffractometry of Functional Materials] (Nal'chik: Kabardino-Balkarskiy Universitet: 2013) (in Russian).
19. A. Momose, T. Takeda, Y. Itai, and K. Hirano, *Nat. Med.*, **2**: 473 (1996).
20. M. N. Wernick, O. Wirjadi, D. Chapman, Z. Zhong, N. P. Galatsanos, Y. Yang, J. G. Brankov, O. Oltulu, M. A. Anastasio, and C. Muehleman, *Phys. Med. Biol.* **48**: 3875 (2003).
21. M. J. Kitchen, K. M. Pavlov, S. B. Hooper, D. J. Vine, K. K. W. Siu, M. J. Wallace, M. L. L. Siew, N. Yagi, K. Uesugi, and R. A. Lewis, *Eur. J. Radiol.*, **68**: S49 (2008).
22. P. Coan, J. Mollenhauer, A. Wagner, C. Muehleman, and A. Bravin, *Eur. J. Radiol.*, **68**: S41 (2008).
23. S. Ichihara, M. Ando, E. Hashimoto, A. Maksimenko, H. Sugiyama, C. Ohbayashi, T. Yuasa, K. Yamasaki, Y. Arai, K. Mori, and T. Endo, *Virchows Arch.*, **452**: 41 (2008).
24. Y. Zhao, E. Brun, P. Coan, Z. Huang, A. Sztrykay, P. C. Diemoz, S. Liebhardt, A. Mittone, S. Gasilov, J. Miao, and A. Bravin, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, **109**: 18290 (2012).
25. M. Ando, N. Sunaguchi, Y. Wu, S. Do, Y. Sung, A. Louissaint, T. Yuasa, S. Ichihara, and R. Gupta, *Eur. Radiol.*, **24**: 423 (2014).
26. D. Chapman, W. Thomlinson, R. E. Johnson, D. Washburn, E. Pisano, N. Gmuer, Z. Zhong, R. Menk, F. Arfelli, and D. Sayers, *Phys. Med. Biol.*, **42**: 2015 (1997).
27. M. Ando, A. Maksimenko, H. Sugiyama, W. Pattanasiriwisawa, K. Hyodo, and C. Uyama, *Japan. J. Appl. Phys.*, **41**: L1016 (2002).
28. A. C. Kak and M. Slaney, *Principles of Computed Tomographic Imaging* (IEEE: 1988).
29. E. J. Candes, J. Romberg, and T. Tao, *IEEE Trans. Inf. Theory*, **52**, No. 2: 489 (2006).
30. V. B. Molodkin and E. A. Tikhonova, *Fiz. Met. Metalloved.*, **24**, No. 3: 385 (in Russian).
31. V. B. Molodkin, *Fiz. Met. Metalloved.*, **25**, No. 3: 410 (1968) (in Russian).
32. V. B. Molodkin, *Fiz. Met. Metalloved.*, **27**, No. 4: 582 (1969) (in Russian).
33. V. B. Molodkin, *Metallofizika*, **2**, No. 1: 3 (1980) (in Russian).
34. V. B. Molodkin, *Phys. Metals*, **3**: 615 (1981).

35. R. Barabash, G. E. Ice, B. C. Larson, G. M. Pharr, K.-S. Chung, and W. Yang, *Applied Physics Letters*, **79**, Iss. 6: 749 (2001).
36. S. V. Dmitriev, V. B. Molodkin, M. G. Tolmachev, O. S. Skakunova, S. V. Lizunova, R. V. Lekhnyak, K. V. Fuzik, G. O. Velikhovskii, O. P. Vaskevich, V. V. Lizunov, A. A. Katasonov, I. E. Golentus, S. I. Olikhovskii, L. M. Skapa, and V. V. Molodkin, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **39**, No. 1: 1 (2017) (in Ukrainian).
37. S. J. Olikhovs'ky, Ye. M. Kislovs'ky, V. B. Molodkin, Ye. G. Len', T. P. Vladimirova, and O. V. Reshetnyk, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **22**, No. 6: 3 (2000) (in Ukrainian).
38. V. B. Molodkin, G. O. Velikhovskii, S. V. Lizunova, V. V. Lizunov, B. V. Sheludchenko, E. M. Kislovskii, Ya. V. Vasilik, O. S. Skakunova, S. V. Dmitriev, K. V. Fuzik, and R. V. Lekhnyak, *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* [Materials Science and Engineering Technology], **47**, Iss. 2–3: 246 (2016).
39. B. Ye. Paton, V. B. Molodkin, I. M. Karnaukhov, I. M. Neklyudov, V. E. Storizhko, P. P. Horbyk, A. I. Nizkova, S. I. Olikhovskiy, O. Yu. Hayevs'kyy, S. V. Lizunova, B. V. Sheludchenko, V. V. Lizunov, O. V. Tretyak, S. P. Repetsky, M. H. Tolmachov, A. D. Shevchenko, K. V. Fuzik, V. V. Molodkin, and G. O. Velikhovskii, *Sposib Fazovoyi Rentgenografiyi Nekrystalichnogo Ob'yektu Dovil'nykh Formy i Rozmiriv* [Phase Roentgenography Method of Noncrystalline Object with Arbitrary Forms and Sizes], Ukrainian Patent No. 111437 (Publ. April 25, 2016) (in Ukrainian).