

**СЕЙСМИЧЕСКИЙ СИГНАЛ И МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИЙ ФОН  
(МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ОЦЕНКИ)**

© С.В. Мостовой, В.С. Мостовой, М.В. Панченко, 2008

*Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины, Киев, Украина*

This article is dedicated to the problem of detecting a seismic signal against microbubble noise. It is worthy to be mentioned that background bubble noise caused by general Earth's vibration sets natural restrictions in the work of detecting appliances. An innovative model-detector in the field of seismic-acoustic spectrum of frequencies has been propounded, jointly with compatible scheme of its exploitation. Theoretical principles have been confirmed via anterior data processing and distinguishing the signal by means of evidence provided by field observation.

**Введение.** Статья посвящена проблеме обнаружения сигнала на фоне микросейсмического шума. Нужно отметить, что сейсмический фоновый шум, произведенный общим волнением Земли, устанавливает естественное ограничение тому, что может быть обнаружено сейсмической аппаратурой. В фундаментальной работе по обнаружению слабых сейсмических сигналов на фоне высокого уровня шума [1] приведен пример, когда параметры обнаруживаемого сигнала известны, но даже для опытного сейсмолога было бы трудным без предшествующего знания события обнаруживать вообще какие-либо сигналы в записях, даже при более низких уровнях шумов. Прежде всего, выделим главные особенности сейсмического шума.

**Сейсмический шум.** С возникновением инструментальной сейсмологии сейсмическому шуму уделяют пристальное внимание. Было отмечено, что природа сейсмического шума носит комплексный характер, т. е. составляющие шума имеют самую разную природу, и даже сегодня нет полного согласия по вопросам его физической природы. В данной работе сделан акцент на статистических свойствах сейсмического шума, как на информации, необходимой для повышения качества обнаружения сигнала. На широкополосных сейсмических записях в полосе частот 0,01–10 Гц, которую принято называть микросейсмической полосой частот, обычно преобладает микросейсмический фон, в то время как сигналы – достаточно редкое явление [1].

Вслед за [2], мы предполагаем, что характерные частоты микросейсм отражают структуру Земли, пройдя путь от источника до места регистрации. Традиционно регистрация выполняется длинно-, средне- и короткопериодными сейсмометрами, разбивающими микросейсмический диапазон на три поддиапазона. Все типы сейсмометров имеют инструментальный фильтр,

подавляющий сигналы с периодами выше и ниже микросейсмической полосы. Длиннопериодная полоса охватывает диапазон частот 0,01 – 0,1 Гц, среднепериодная – 0,1 – 0,5, короткопериодная – от 0,5 и до 5 Гц. Хотя это деление достаточно условно и часто аппаратура настраивается на фрагменты указанных диапазонов, именно данные полосы обычно используются в обнаружении и выделении сейсмических сигналов. Амплитудные характеристики в указанных диапазонах существенно меняются. Например, для короткопериодного шума в частотном диапазоне 0,5 – 5 Гц амплитуда шума уменьшается со скоростью, приблизительно обратно пропорциональной кубу частоты [3]. Были рассмотрены различные источники высокочастотных шумов, такие как ветер, транспортное движение и промышленные помехи. Глубокий анализ энергетической зависимости сейсмического фона от частоты дан в [3], согласно которому энергетически наиболее выражен поддиапазон микросейсмического фона в полосе частот от 0,5 до 5 Гц. Именно в этой узкой полосе и построим процедуры обнаружения сигнала.

Нами принята модель фона, в которой в достаточно узких полосах можно считать его энергетически стационарным. Нас интересует циклическая вариация фона во временных интервалах отсутствия промышленной активности, отражающей ежедневную деятельность человека [4]. При этом мы не учитываем инструментальную помеху, полагая ее несущественной в сравнении с уровнями регистрируемых значений фона.

**Процедуры обнаружения.** Цель процессов обнаружения, представленных ниже, состоит в том, чтобы исследовать различия между сигналами и шумом для улучшения способности обнаружения. В зависимости от типа сейсмических сигналов применяют различные методы обнаружения. Рас-

смотрим процессы обнаружения одиночной станцией, работающие на одном канале записи. Для всестороннего обзора этой области обратимся к работам по обработке сигнала [5, 6]. В одноканальном обнаружении сигнала до сих пор самым надежным методом является обнаружение глазом. Его цель — обнаружить визуально, а значит субъективно, изменение частоты и амплитуды записи. Рассматриваемые же в статье математические модели ориентированы на автоматическое или на интерактивное обнаружение сигнала в записях, когда эти записи подвергались предварительной обработке по вычитанию значительной части энергии шума.

Уже давно используются процедуры, основанные на отношении мощности краткосрочного сигнала к мощности долгосрочного: если отношение превосходит установленный уровень, то произошло обнаружение [7]. Такой подход использован в данной работе для предварительной, грубой, оценки одного из параметров, определяющих обнаруживаемый сигнал, а именно момента его появления.

Обычно методика фильтрации основана на информации об отношении шума и сигнала. Спектральный состав сейсмических сигналов отличается от спектрального состава шума, и поэтому сравнение спектральных компонентов предлагается как возможный метод получить оптимальную фильтрацию. В тех случаях когда форма волны обнаруживаемого сигнала известна, используются так называемые фильтры формы волны [1]. Эту методику можно рассматривать как корреляцию между обнаруживаемым сигналом и основным сигналом известной формы. Основной сигнал может быть синтетическим или предварительно зарегистрированным сигналом. Например, оба вида основного сигнала использовались для обнаружения волны Рэлея [8, 9]. Подавляющие шум фильтры могут быть полезны в случаях, когда известен только характер сигнала. Такие фильтры можно использовать для оценки формы волны сигнала, минимизируя эффект от искажения шумом. Есть типы шумоподавляющих фильтров, которые предсказывают шум по его предыстории и удаляют предсказанный шум [10]. Они требуют высокую степень стационарности шума. Короткопериодный шум можно рассматривать с постоянными статистическими характеристиками, по крайней мере, несколько часов; даже в этом случае такие фильтры обычно менее эффективны, чем обычные полосовые [11]. Другой тип шумоподавляющего фильтра — так называемый режекторный; он по существу вырезает шумовые пики из полосы частот [12]. Схематично именно подобный подход, но для модели нестационарного шума, использовался в данной работе. Для шумоподавления рассматривалась процедура вычитания

из наблюдаемых данных гипотетической модели микросейсмического фона с оптимальным значением свободных параметров, полученных на предыстории процесса [13]. Далее строилась оптимальная оценка для сигнала, принимаемого на фоне подавленного таким образом шума.

Как отмечено в [1], естественным ограничением на уровень обнаруживаемых сигналов является уровень микросейсмического фона. Повышение чувствительности сейсмических сенсоров «упирается» в уровень шумов, имеющих место при измерениях. Это обстоятельство сопутствует как измерению одиночными станциями, так и групповым измерениям большими массивами рассредоточенных сенсоров. Не вдаваясь в анализ природы микросейсмического фона, отметим важное обстоятельство: его статистические характеристики зависят от времени и места наблюдения, т. е. они нестационарны как во времени, так и в пространстве. Флуктуации статических характеристик от места наблюдения позволяют воспользоваться математической моделью, основанной на гипотезе о существенной роли в формировании фона фрагментов среды, непосредственно прилегающих к месту измерений. Естественный сейсмический фон, в конечном счете, зависит от таких характеристик, как спектральные свойства этих фрагментов и их добротность, которые могут изменяться во времени и тем самым отражать временные изменения и в состоянии объекта. Использование таких моделей позволяет надеяться на существенное снижение в предварительной обработке уровня естественного фона и, как результат, снижение уровня обнаруживаемых на этом фоне сейсмических сигналов.

На рис. 1 показан естественный фон, зарегистрированный на рукотворном объекте, спектральные характеристики которого соответствуют части среднепериодного и части короткопериодного поддиапазонов микросейсмического фона, и результат после предварительной обработки информации естественного фона, которая приводит регистрируемый сигнал к волне. Кривые на рис. 1 отвечают требованиям волны [15], а именно:

а) конечная энергия  $\int_{-\infty}^{\infty} y(t)^2 dt < \infty$ , в нашем случае

$$\int_{t_0}^{t_0+T} y(t)^2 dt < \infty, \text{ где } [t_0, T] \text{ — интервал существования}$$

наблюденных данных;

б)  $\int_0^{\infty} \frac{|F(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty$ , где  $F(\omega)$  — преобразование Фурье

функции  $y(t)$ ; это условие подразумевает, что волна не имеет нулевой компоненты в модуле спектра, т. е. отсутствие постоянной составляющей.

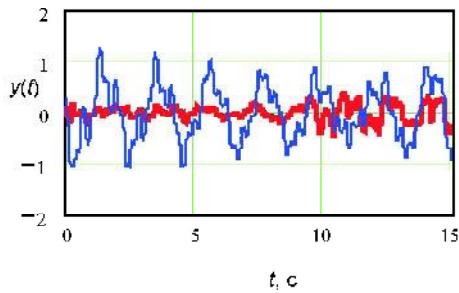


Рис. 1. Результат первого этапа предварительной обработки (или процессинга) по снижению уровня шума в полевых наблюдениях на рукотворном объекте: синяя кривая – наблюдаемые данные, красная – результат предварительной обработки по снижению уровня естественного фона

С учетом этого для выполнения пункта б) все данные подверглись следующей обработке:  $y(t) - m$ , где  $m = \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) dt < \infty$ ;  $y(t)$  – наблюдаемые данные.

Полностью методика такой обработки изложена в работе [13].

**Выделение сигнала.** Следующий этап предварительной обработки – обнаружение и оценка параметров сигнала, принимаемого на фоне микросейсмического шума. В качестве оператора обнаружения используем оценку энергии процесса  $E_2(t, T)$  в скользящем окне фиксированной длины  $T$  в метрике  $L_2(T)$ :

$$E_2(t, T) = \frac{1}{T} \sqrt{\int_t^{t+T} y(\tau)^2 d\tau},$$

или в метрике  $L_1(T)$ :

$$E_1(t, T) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} |y(\tau)| d\tau.$$

Как функции времени  $t$  и длины окна  $T$  изменение энергий  $E_1(t, T)$  и  $E_2(t, T)$  и топография их рельефов показаны на рис. 2–4.

Рис. 3–6 хорошо иллюстрируют субъективность процедуры принятия решений о наличии сигнала  $S(t, \Lambda)$  в наблюдаемых данных  $y(t)$  или его отсутствии в естественном фоне  $n(t)$  по энергетическому критерию:

- 1)  $y(t) = n(t)$ ;
- 2)  $y(t) = n(t) + S(t, \Lambda)$ ,

где  $\Lambda$  – множество параметров, определяющих сигнал.

Видно, что на результат влияют выбор метрики, длины скользящего окна для оценки уровня энергии в нем для уже выбранной метрики и выбор порога  $H$  для энергии в скользящем окне, который и определяет решения в пользу одной из альтернатив. Принимаемое решение зависит от ширины окна  $T$ .

Для энергии  $E_2(t, T)$  выбор ширины окна влияет на принятие решения, как и в случае  $E_1(t, T)$  (рис. 4).

На рис. 5, а видно, что даже выбор метрики при фиксированных порогах принятия решения может привести к различным результатам.

При  $T = 0,3$  с (рис. 5, б) расхождения в принятии решения могут быть еще большими, чем в случае  $T = 8 \cdot \Delta T$  (рис. 5, а).

Сечения, представленные на рис. 5, 6, приведены для подчеркивания субъективности подхода к решению. Но когда выбран критерий (субъективно) оптимальная точка находится объективно, как точка, минимизирующая значение критерия.

**Математическая модель сигнала.** В качестве модели сигнала выбираем суперпозицию решений дифференциального уравнения второго порядка, которая описывает суперпозицию осцилляторов, имеющих свои амплитуды, свои собственные частоты и вступивших в различные моменты времени:

$$M(t, \lambda) = \sum_{i=0}^I \Phi(t - \lambda_{0+4i}) \lambda_{1+4i} \times \times [e^{-\lambda_{2+4i}(t - \lambda_{0+4i})} \sin[\lambda_{3+4i}(t - \lambda_{0+4i})]]; \quad (1)$$

$$\lambda = \{ \lambda_{p+4i} \}_{i=0, T; p=0, 4},$$

где  $\lambda$  – вектор свободных параметров модели;  $I$  – количество участвующих в суперпозиции подмоделей;  $p$  – номер соответствующей подмодели;  $\Phi(t)$  – единичная функция Хэвисайда [15].

Оптимальная оценка параметров сигнала заключается в определении вектора свободных параметров, минимизирующих значение критерия согласия модели с наблюдаемыми данными. Достоинство такой модели заключается в простоте и в том, что она дает хорошее согласие в случае моделирования линейной системы осциллирующих объектов и, тем самым, учитывает осциллирующий характер наблюдаемых данных. Мы выбрали достаточно простой случай и в качестве критерия согласия – величину нормы  $L_2$  (интеграл от квадрата отклонения модели от наблюдаемых данных  $y(t)$ ) или  $L_1$  (интеграл от модуля отклонения модели от наблюдаемых данных  $y(t)$ ).

В первом случае критерий  $F(\lambda)$  принимает вид

$$F(\lambda) = \int_T [y(t) - M(t, \lambda)]^2 dt, \quad (2)$$

во втором –

$$F(\lambda) = \int_T |y(t) - M(t, \lambda)| dt.$$

Оптимальная оценка свободных параметров  $\lambda^*$  – это точка в пространстве параметров, минимизирующая критерий (2):

$$F(\lambda^*) = \min_{\lambda \in \Lambda} F(\lambda);$$

$y(t)$  – аналитическая аппроксимация вектора значений обработанных наблюдаемых данных, пред-

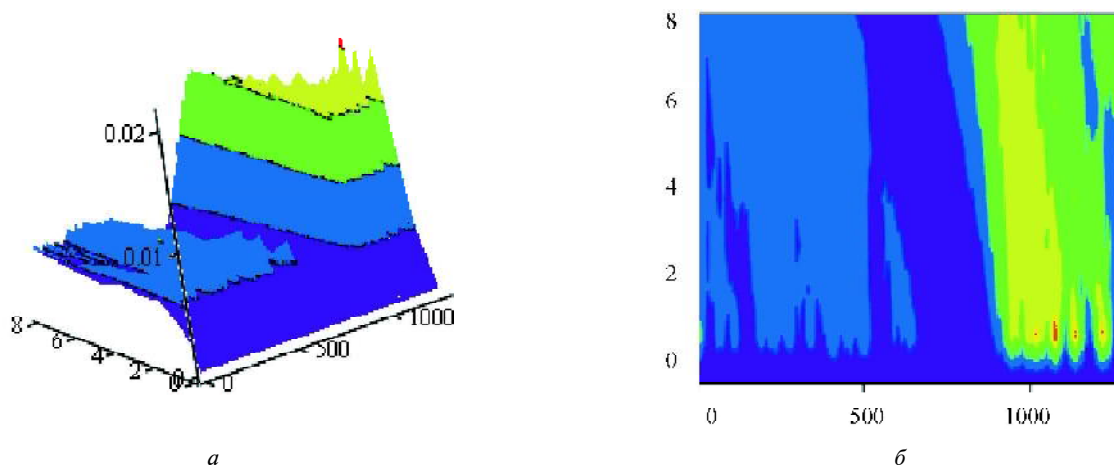


Рис. 2. Энергия  $E_1(t, T)$  как функция  $T$  фиксированных по длине окон со значениями  $T$  от 0,3 до 2,4 с и времени  $t$  (а) и соответствующая топография ее рельефа (б)

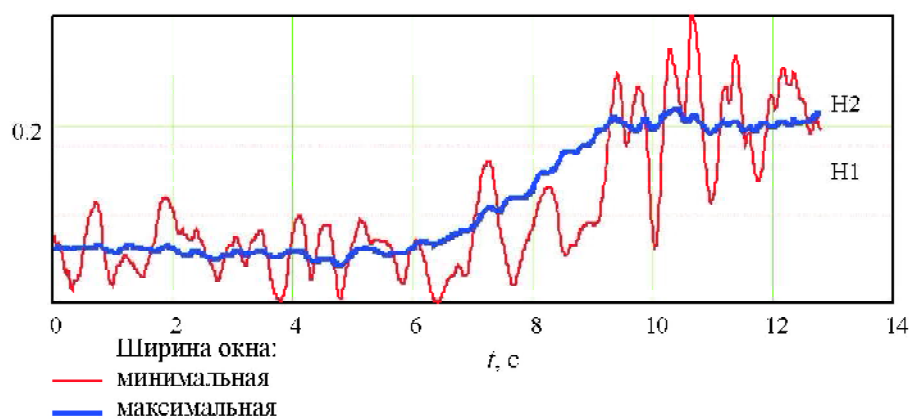


Рис. 3. Сечение энергии  $E_1(t, T)$  плоскостями, перпендикулярными оси  $OT$  на уровне  $T = 1 \cdot \Delta T$  (красная кривая) и  $T = 8 \cdot \Delta T$  (синяя кривая):  $\Delta T$  – дискретность в изменении ширины скользящего окна, равная 0,3 с;  $H_1, H_2$  – различные уровни значимости критерия (сечение плоскостями, перпендикулярными оси  $OZ$  на уровнях  $z = H_1$  и  $z = H_2$ ) для принятия решения о выборе одной из альтернатив (наличии или отсутствии сигнала)

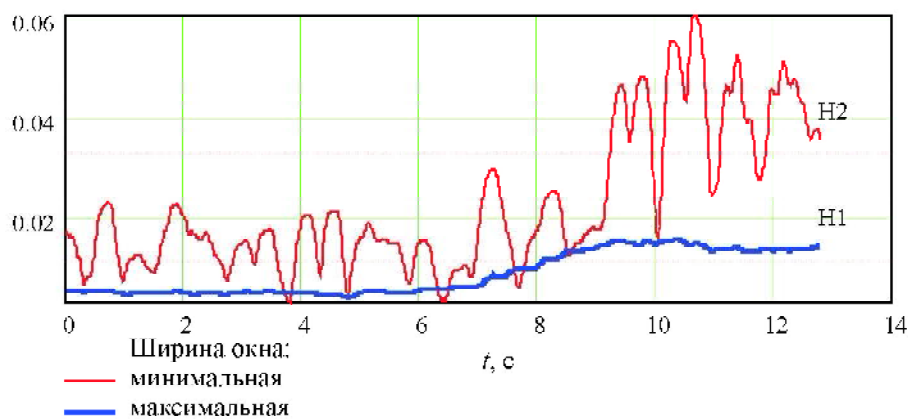


Рис. 4. Сечение энергии  $E_2(t, T)$ . Условные обозначения, те же что и для рис. 3

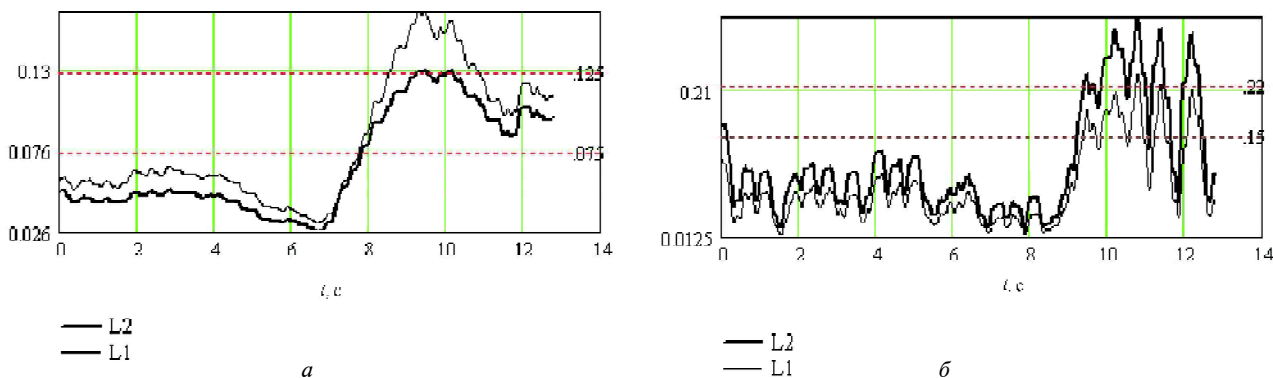


Рис. 5. Сравнение метрик энергий  $E_1(t, T)$  и  $E_2(t, T)$  при фиксированном окне сканирования: *a* – максимальная энергия,  $T = 8 \cdot \Delta T$  (2,4 с); *б* – минимальная энергия,  $T = 1 \cdot \Delta T$  (0,3 с)

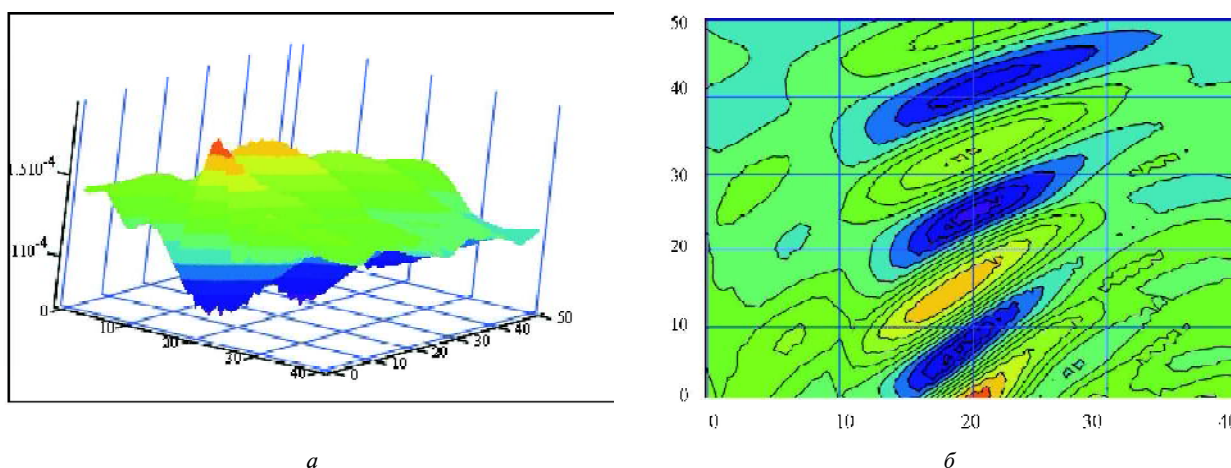


Рис. 6. Критерий  $F(\lambda^*)$ , заданный на пространстве признаков  $\lambda_1 - \lambda_3$  как функция двумерного вектора параметров  $\lambda$  (*a*) и топография его поверхности (*б*) при фиксированных остальных компонентах

ставленных на рис. 2;  $\Lambda$  – множество возможных значений вектора  $\lambda$ .

Чтобы найти минимум критерия, необходимо вычислить частные производные  $\frac{\partial F(\lambda)}{\partial \lambda_k}$ ,  $k = \overline{0, K}$

и, приравняв их к нулю, создать систему уравнений вида

$$\frac{\partial F(\lambda)}{\partial \lambda_k} = \int_T [y(t) - M(t, \lambda)] \frac{\partial M(t, \lambda)}{\partial \lambda_k} dt = 0, \quad k = \overline{0, K}. \quad (3)$$

Система уравнений сводится к выражению

$$\int_T [y(t) \cdot \mathbf{D}(M(t, \lambda))] dt = \int_T [M(t, \lambda) \cdot \mathbf{D}(M(t, \lambda))] dt. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{D}(M(t, \lambda))$  – вектор, составленный из функций, каждая из которых – это производная модели по всем соответствующим компонентам вектора  $\lambda$ .

Для модели (1) этот вектор имеет вид

$$\mathbf{D}(M(t, \lambda)) = \left\{ \frac{\partial M(t, \lambda)}{\partial \lambda_{p+i}} \right\}, \quad p = \overline{0, 3}; \quad i = \overline{0, I}, \quad (5)$$

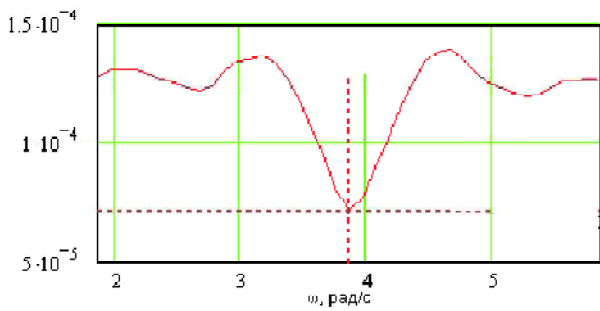
где  $i$  – порядковый номер подмодели в модели (1).

Актуальность вариационного подхода в решении геофизических задач можно проследить, например, в работе [16].

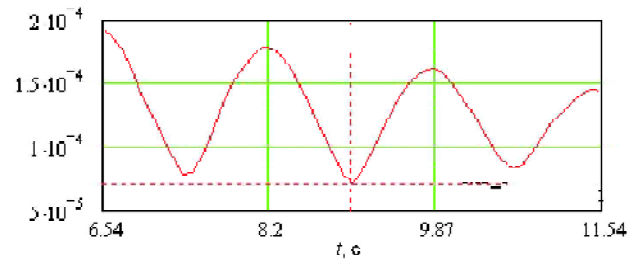
Поиск минимума осуществляется по алгоритму Ливенберга–Маркварда [17] для априори случайным образом выбранной точки в пространстве свободных параметров модели (1).

**Анализ полученных результатов.** Сложность поиска глобального минимума критерия согласия обусловлена большим количеством нелинейно входящих в модель (1) параметров. На рис. 6 показан критерий как функция 2 из 12 параметров, а именно амплитуда первой гармоники  $\lambda_1$  и ее частота  $\lambda_3$ , при фиксированных квазиоптимальных значениях остальных, т. е.  $F(\lambda^*)$  имеет локальный минимум. Значения двумерного вектора  $\lambda = \{\lambda_{p+4i}\}_{i=0; p=1,3}$  изменяются в прямоугольнике, ограниченном отрезками:  $\lambda_1 \in [3; 7 \text{ рад/с}]$ ;  $\lambda_3 \in [5; 10 \text{ с}]$ , середины которых – компоненты квазиоптимального вектора:  $\lambda_1^* = 3,8 \text{ рад/с}$ ;  $\lambda_3^* = 9 \text{ с}$ .

На рис. 7 отражены сложный, овражистый, характер критерия и его многоэкстремальность. Алгоритм поиска локального минимума в окрестности случайным образом выбранной точки в пространстве параметров осуществляется скорейшим спуском от этой точки в ближайший локальный



*a*



*б*

Рис. 7. Сечение критерия  $F(\lambda^*)$ , представленного на рис. 6, *a* плоскостью, параллельной оси  $Z$ , перпендикулярной осям  $0\lambda_3$  (*a*) и  $0\lambda_1$  (*б*) и проходящей через точку локального минимума  $\lambda^*$

минимум. Мы видим, что при этом спуске траекторию «поджидает» множество ловушек в виде локальных минимумов (часть замкнутых изолиний на рис. 7, *б*). Сходимость к глобальному минимуму может быть ускорена, если исследователь оперирует «хорошими» априорными знаниями об области возможных значений параметров, входящих в модель нелинейно, например в виде их априорных распределений с малыми дисперсиями.

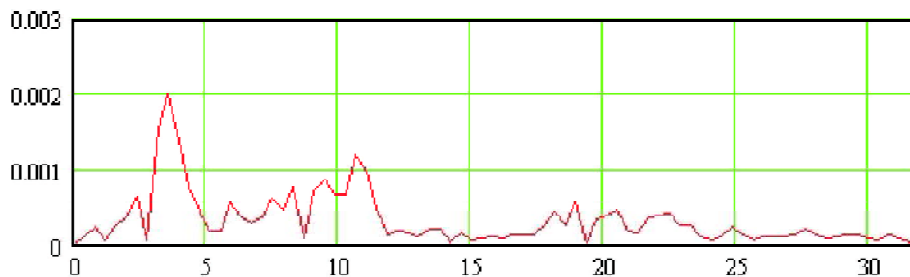
На рис. 8 показан модуль спектра  $|F(\omega)|$  фрагмента кривой  $y(t)$  на участке начала интервала, выбранного по энергетическому критерию, как начало несущего сигнала фрагмента записи. Другими словами, от точки выхода кривой уровня энергии  $E_1(t, 8)$  из-под уровня  $H_1$  до входа под этот уровень или до конца записи (в нашем случае до конца записи). Данная кривая позволяет грубо оценить значение доминирующих частот в сигнале.

Фазовая кривая указанного фрагмента кривой  $y(t)$  позволяет приближенно определить фазовое соотношение этих частот. Отношение ширины амплитудного спектра в окрестности какой-либо из доминирующих гармоник к ее частоте дает возможность грубо оценить показатель степени экспонент  $\exp[-\alpha t]$ , демпфирующих соответствующие гармоники. А соотношение амплитуд кривой спектра позволяет оценить соотношение в векторе параметров  $\{\lambda_{1+i}\}_{i=1}^J$  для каждого  $i$  в модели (1). Начала интервала, выбранного по энергетическому критерию, можно грубо оценить как начало несущего сиг-

нал фрагмента записи, или как вектор параметров  $\{\lambda_{1+i}\}_{i=1}^J$ . Как показывают расчеты, их значения оказываются достаточно далекими от оптимальных. Они могут быть приняты лишь как начальная точка для поиска глобального минимума критерия на множестве разумно допустимых значений свободных параметров модели. Поэтому возможные значения вектора свободных параметров модели мы оцениваем окрестностью выбранных таким образом компонент. Оцененный таким образом вектор параметров естественно принять за центр области возможных значений оцениваемого вектора в параметрическом пространстве свободных параметров модели (1), например, в виде  $M$ -мерного параллелепипеда, когда оцениваемые параметры должны принадлежать многомерному параллелепипеду в пространстве параметров модели, где  $M$  – размерность вектора свободных параметров этой модели в случае априори бета-распределения, а в частности – равномерного.

Для сравнения в расчетах использовались два случая априорных распределений: равномерного, как максимально энтропийного для случайных величин, распределенных в конечном объеме, и нормального, как максимально энтропийного для случайных величин, распределенных в бесконечном объеме и имеющих конечную дисперсию. Эти данные сведены в представленные ниже векторы.

Для 12 параметрических моделей при априори равномерном распределении вектор  $\mathbf{a}$  – это век-



*ω*

Рис. 8. Модуль спектра естественного фона, сопровождающего измерение сигнала, как функция круговой частоты

тор значений начальных точек параллелепипеда возможных значений; вектор **b** – вектор значений конечных точек данного параллелепипеда; вектор **μ** – вектор математических ожиданий; вектор **σ** – вектор дисперсий возможных значений параметров:

<b>a</b>	<b>b</b>
-0,0153	-0,0013
3,8	3,9
0,00022	0,00024
8,5	9,0
0,063	0,064
10,21	10,52
0,00041	0,00043
11,0	12,0
-0,17	-0,14
10	12,1
0,0002	0,0003
9,0	10,1

<b>μ</b>	<b>σ</b>
-0,143	0,1
3,66	0,1
0,00024	0,001
8,9	0,1
0,064	0,1
10,5	0,1
0,00041	0,001
11,61	0,1
-0,16	0,1
9,5	0,1
0,0002	0,001
9,8	0,1

Во всех случаях компоненты случайных векторов принимаются независимыми.

Решение задач с помощью симуляции методом Монте-Карло заключается в том, что по априорному распределению векторов свободных параметров модели (1) выбрасывается  $N$  псевдослучайных векторов и для каждого из них отыскивается ближайший локальный минимум. Для каждого из локальных минимумов вычисляется значение критерия (2). Из множества локальных минимумов выбирается точка, которая дает наименьшие значения критерию из данного множества точек. Эта точка и выбирается в качестве решения.

Следовательно, по вероятности с увеличением  $N$  эта точка сходится к оптимальному решению в смысле критерия (2) [18]. Для большей наглядности предлагается серия лишь из пяти псевдослучайных, равномерно распределенных точек.

Для каждого из этих псевдослучайных векторов в результате решения уравнения (4) получены ближайшие к ним локальные минимумы. Они сведены в матрицу А:

-0,041	-0,079	-0,107	-0,043	-0,06
3,817	3,821	3,832	3,853	3,856
$2,079 \cdot 10^{-4}$	$1,735 \cdot 10^{-4}$	$1,591 \cdot 10^{-4}$	$2,0701 \cdot 10^{-4}$	$1,888 \cdot 10^{-4}$
8,974	8,981	9,001	9,016	9,025
-0,038	-0,189	-0,152	0,137	-0,337
10,208	11,065	9,917	10,74	9,701
$9,119 \cdot 10^{-5}$	$1,67 \cdot 10^{-4}$	$3,449 \cdot 10^{-5}$	$3,091 \cdot 10^{-4}$	$6,968 \cdot 10^{-5}$
11,32	12,2	11,279	11,636	11,826
0,216	0,218	0,321	0,092	0,170
11,273	10,542	11,564	10,115	11,3
$2,866 \cdot 10^{-4}$	$2,821 \cdot 10^{-4}$	$2,619 \cdot 10^{-4}$	$2,673 \cdot 10^{-4}$	$2,504 \cdot 10^{-4}$
10,063	9,429	10,67	10,616	9,503
$3,746 \cdot 10^{-5}$	$4,369 \cdot 10^{-5}$	$5,242 \cdot 10^{-5}$	$4,972 \cdot 10^{-5}$	$3,821 \cdot 10^{-5}$

Квазиоптимальные оценки упорядочены по значению критерия (энергии невязки: от минимальной к максимальной).

В каждом векторе-столбце матрицы даны координаты локальных минимумов критерия (2) в пространстве параметров модели. Эти координаты дополнены значением критерия (последний элемент вектора столбца), т. е. по энергии невязки в метрике  $E_2(t, T)$ , и упорядочены по значению невязки от минимума к максимуму. Поэтому на первом месте стоит вектор, который на множестве из пяти векторов принимается оптимальным (рис. 9–11).

В этой матрице даны значения критериев для каждого из квазиоптимальных векторов в последней ее строке, в то время как с первой по предпоследнюю строку даны значения свободных квазиоптимальных параметров модели. Столбцы упорядочены по значению критерия.

Качество выделения сигнала можно оценить по энергии естественного фона, которая остается после режекции сигнала. На рис. 12 представлен естественный фон после вычитания сигнала. Из смеси сигнала и шума (см. рис. 1) вычитается оптимальным образом оцененный сигнал. Визуально можно оценить, что не все высокочастотные составляющие сигнала убраны из микросейсмического фона, но энергетически фон после вычитания сигнала, вступившего на 9-й секунде, не отличается от предыстории.

Данные рис. 12 позволяют оценить значение энергии процедурой извлечения (режектирующей процедурой) сигнала из наблюдаемых данных, распределенной по спектру.

У нас есть возможность проследить поведение критерия в окрестности оптимального решения в проекциях на плоскости координат, линейно и нелинейно входящих в модель параметров в удовлетворяющем нас масштабе. Прежде всего, рассмотрим зависимость критерия от линейно входящих в модель параметров, а именно амплитуд первой  $\lambda_1$  и второй  $\lambda_2$  гармоник (рис. 13).

Подобная ситуация имеет место и с параметрами, входящими в модель нелинейно, но моно-

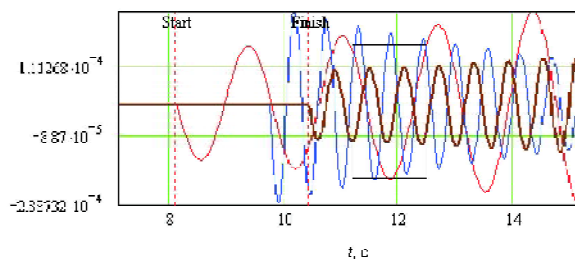


Рис. 9. Три осциллятора, составляющие оптимальный сигнал. Квазиоптимальный сигнал. Интервал, на котором вступила каждая из подмоделей, отмечен штриховыми вертикальными линиями, амплитуда каждой из подмоделей – вертикальная линия, с вершины которой и начинается соответствующая экспонента

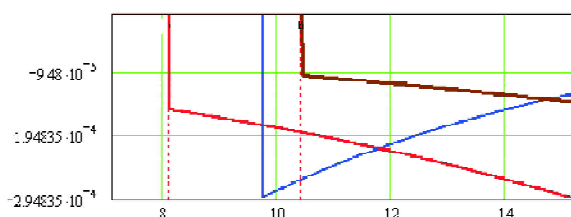


Рис. 10. Три экспоненты квазиоптимального сигнала. Каждая из экспонент берет начало из точки, которая является начальной амплитудой соответствующей гармоники

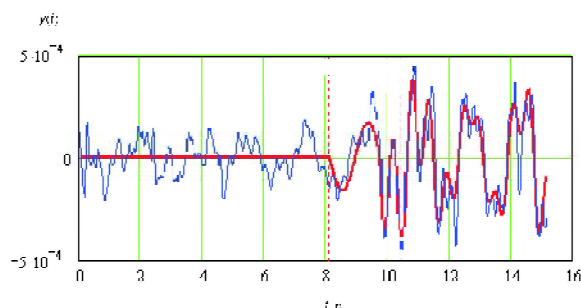


Рис. 11. Оптимальный сигнал, выбранный на множестве из 100 квазиоптимальных (красная кривая) на фоне наблюдаемых данных, прошедших предварительную обработку – препроцессинг (синяя линия). Для этого сигнала невязка в метрике  $L_2(T)$ , где  $T$  – длина интервала – носителя сигнала, с фоновой кривой минимальная из 100 квазиоптимальных невязок

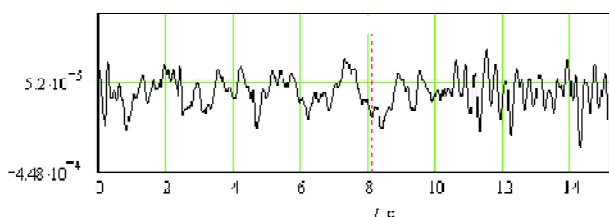


Рис. 12. Естественный фон после вычитания (режекции) сигнала

тонно. В нашей модели это касается параметров, входящих в показатели экспонент соответствующих гармоник. На рис. 14 показан критерий  $F(\lambda)$  как функция параметров  $\lambda_2$  и  $\lambda_6$ , которые являются показателями степеней первой и второй гармоник, при фиксированных остальных параметрах. Функционал вогнутый и минимум единственный.

Более сложной является ситуация с такими нелинейно входящими в модель параметрами, как частоты соответствующих гармоник. На рис. 15, 16 показана зависимость критерия  $F(\lambda)$  от частот первой  $\lambda_3$  и второй  $\lambda_7$  гармоник, нелинейно входящих в модель (1).

На рис. 17, 18 показан критерий  $F(\lambda)$  как функция моментов вступления первой  $\lambda_0$  и второй  $\lambda_4$  гармоник при фиксированных остальных параметрах. Видно сложную овражистую структуру критерия с множеством локальных экстремумов в окрестности глобального минимума.

**Обобщение модели.** Модель может быть обобщена и на более сложный случай, а именно на поток неразрешенных сигналов, т. е. когда носители сигналов пересекаются. Тогда модель сигнала имеет вид

$$M(t, \lambda) = \sum_{s=1}^S \sum_{i=0}^I \Phi(t - \lambda_{0+i,s}) \lambda_{1+i,s} \times \times \left[ e^{-\lambda_{2+i,s}(t-\lambda_{0+i,s})} \sin[\lambda_{3+i,s}(t-\lambda_{0+i,s})] \right], \quad (6)$$

где  $S$  – количество пересекающихся сигналов в группе, т. е. группа состоит из  $S$  неразрешенных сигналов.

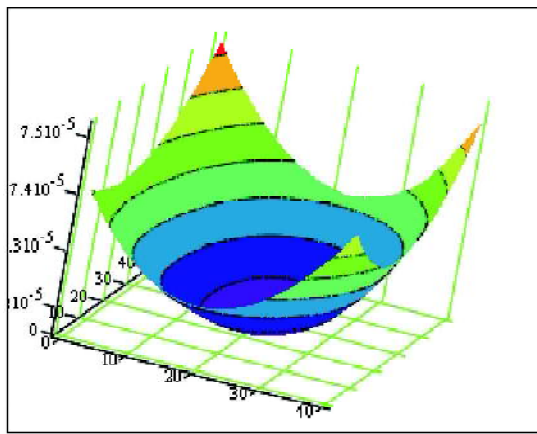
В общем случае  $S$  – случайная величина. В матрице свободных параметров модели  $\Lambda = \{\lambda_{k,s}\}; k = \overline{0, K}; s = \overline{1, S}; K = 4I$ ; столбец с номером  $s$  является вектором параметров  $s$ -го сигнала. В этом векторе параметров  $\text{mod}(k, 4)$  – номер  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  или  $\lambda_3$  параметра соответствующей затухающей (или возрастающей) гармоники. Эта гармоника имеет номер  $\text{ant}(k, 4)$ .

Мы приняли следующую символику:  $\text{mod}(k, 4)$  – остаток от деления числа  $k$  на 4;  $\text{ant}(k, 4)$  – целая часть от деления  $k$  на 4.

Рассмотренный выше пример модели (1) можно считать частным случаем более общей модели (6), когда  $\lambda_{0+i,s}$  не зависит от  $i$ . Тогда каждая гармоника, а это один из осцилляторов, является одной из составляющих оптимального сигнала и представляет собой отдельный сигнал из группы неразрешенных сигналов, каждый из которых имеет свое время вступления.

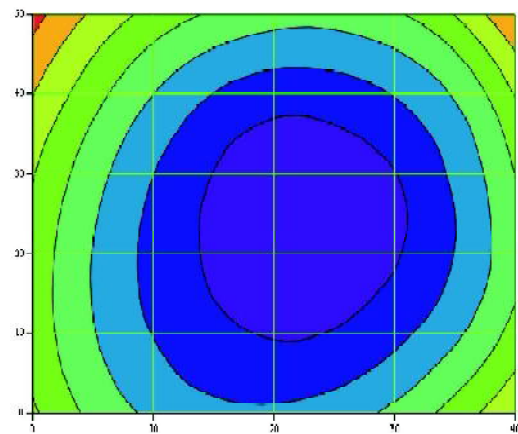
Оптимальная оценка матрицы свободных параметров  $\Lambda$  в модели (6) получается как оценка свободных параметров, дающая минимальное значение критерию (2), на множестве локальных минимумов этого критерия. Каждый локальный минимум вычисляется, как и в случае модели (1).





M2\_6

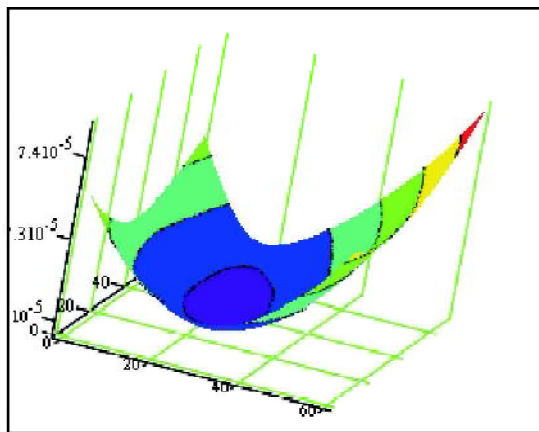
*a*



M2\_6

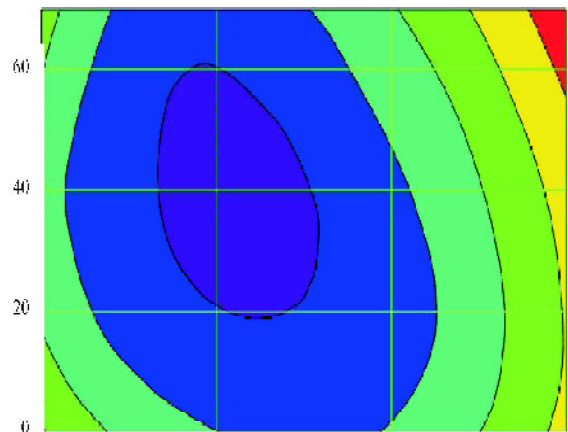
*б*

Рис. 13. Критерий  $F(\lambda)$  как функция двух переменных  $\lambda_1$  и  $\lambda_5$  (*a*) и его топография (*б*)



M0\_4

*a*



0

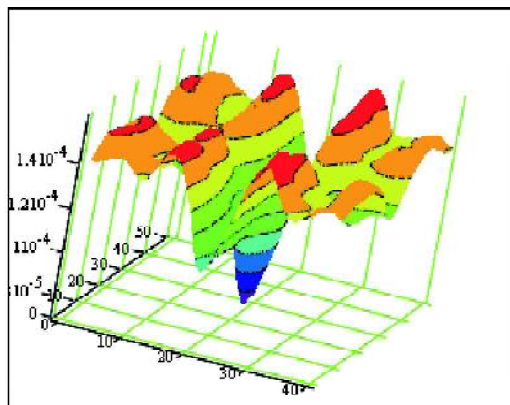
20

40

60

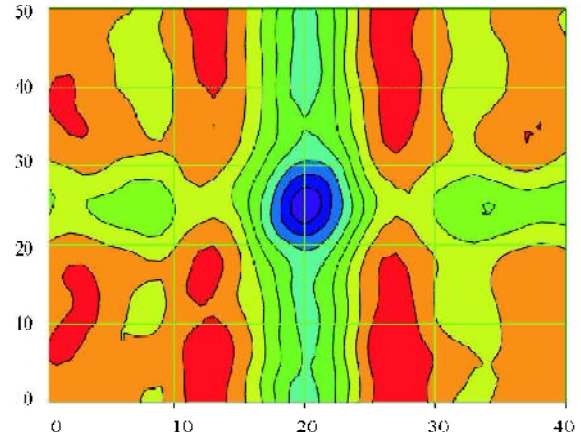
*б*

Рис. 14. Критерий  $F(\lambda)$ , заданный на пространстве признаков  $\lambda_2 - \lambda_6$  (*a*), и его топография (*б*)



M1\_5

*a*



0

10

20

30

40

*б*

Рис. 15. Критерий  $F(\lambda)$ , заданный на пространстве признаков  $\lambda_3 - \lambda_7$  (*a*), и его топография (*б*)

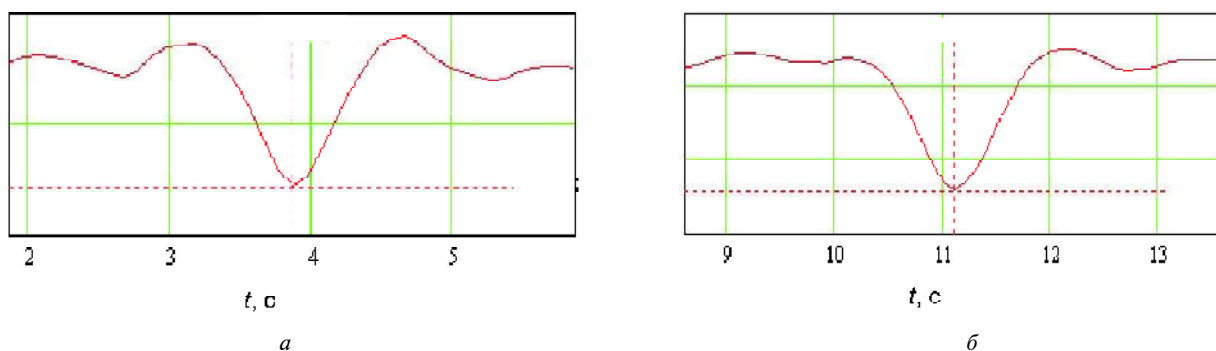


Рис. 16. Критерий  $F(\lambda)$  как функция частоты первой  $\lambda_3$  (а) и второй  $\lambda_7$  гармоник (б) при фиксированных остальных параметрах

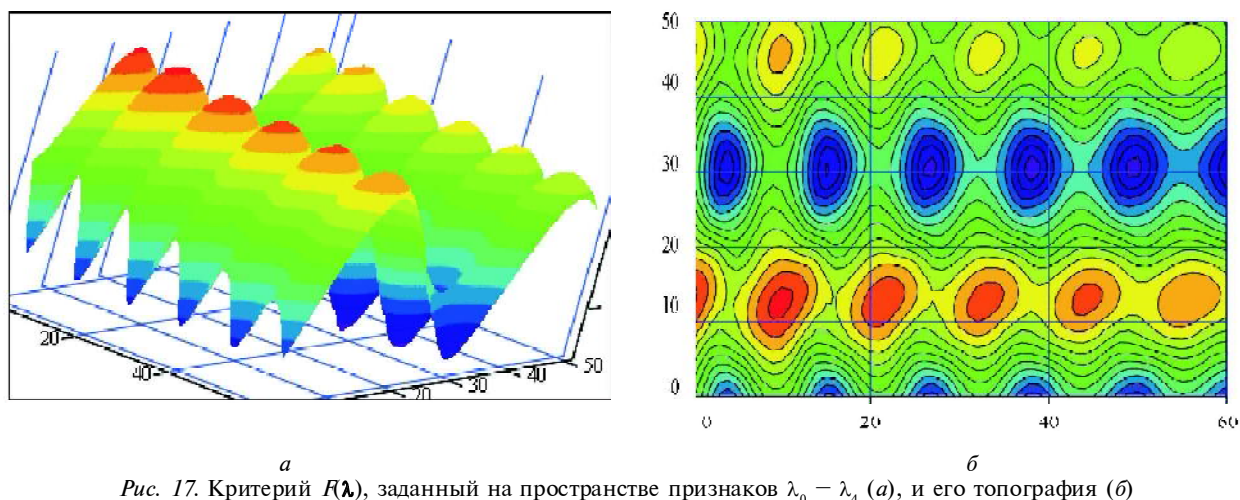


Рис. 17. Критерий  $F(\lambda)$ , заданный на пространстве признаков  $\lambda_0 - \lambda_4$  (а), и его топография (б)

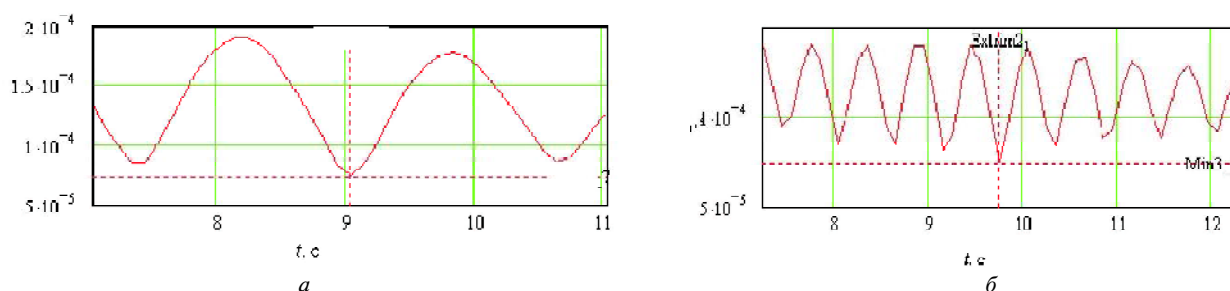


Рис. 18. Критерий  $F(\lambda)$  как функция момента вступления первой  $\lambda_0$  (а) и второй  $\lambda_4$  гармоник (б) при фиксированных остальных параметрах

Процедура получения оптимальной оценки заключается в том, что для множества из  $M$  псевдослучайных матриц  $\Lambda$  определяются точки локальных экстремумов, ближайших к каждой из них, и далее на множестве локальных минимумов выбирается глобальный. Точка, которая дает этот минимум критерию в  $(K+1)S$ -мерном пространстве, и выбирается как оптимальная для свободных параметров модели сигнала. Как и ранее для модели (1), в такой процедуре нам обеспечена сходимость к оптимальному решению по вероятности с ростом количества  $M$  псевдослучайных матриц  $\Lambda$ .

В рассмотренном нами примере (модель (1)) можно считать, что в результате решения получена суперпозиция трех сигналов, вступивших в разное время (в нашем примере в интервале от момента вступления первого осциллятора до момента вступления последнего).

**Выводы.** Предложены новая математическая модель выделения сигнала в сейсмоакустическом диапазоне частот и конструктивные алгоритмы ее реализации. Теоретические положения подтверждаются расчетами по предварительной обработке и выделению сигнала из данных полевых наблюдений.

1. Dahlman O., Israelson H. Monitoring Underground Nuclear Explosions. — Amsterdam; Oxford; New York, 1977. — 440 p.
2. Savarensky E.F., Proskurjakova T.A., Voronina E.V. On microseisms phase velocities and the direction to the excitation source // Papers presented at the 9th Assembly of the Europ. Seismol. Commission. — Copenhagen: Akademisk Forlag, 1967. — P. 347–356.
3. Fix J. Ambient earth motion in the period range from 0.01 – 2560 s. // Dull.Seism. Soc. Amer. — 1972. — 62. — P. 1753–1760.

4. *Bungum H., Ringdahl F.* Diurnal variation of seismic noise and its effect on detectability // NTNF/NORSAR. Kjeller. Sci. Report. – 1974. – № 5.
5. *Robinson E.A.* Statistical communication and detection with special reference to digital data processing of radar and seismic signals. – London: Charles Griffin and Co. Ltd., 1967. – 362 p.
6. *Van Trees H.L.* Detection, estimation and modulation theory. P. 1. – New York: John Wiley & Sons Inc., 1969. – 647 p.
7. *Frasier C.W.* Single-channel event detector in real time // Seismic Discrimination, Semiannual Technical Summary to the Advanced Research Projects Agency, 1 Jan. – 30 June 1974. – Massachusetts: Inst. of Technology, Lincoln Laboratory, 1974. – P. 51.
8. *Capon J., Greenfield R.J.* Matched filtering of long period Rayleigh-waves // Seismic Discrimination, Semiannual Technical Summary Report to the Advanced Research Projects Agency 1 Jan.–30 June 1967. – Massachusetts Inst. of Technology, Lincoln Laboratory, 1967. – P. 21–23.
9. *Toksoz M.N.* Crustal effects on long period chirp filters // Copies of papers presented at Woods Hole Conference on Seismic discrimination. – Alexandria; Virginia: Laboratories of Teledyne Geotech, 1970.
10. *Peacock K.L., Treitel S.* Predictive deconvolution. Theory and practice // Geophysics. – 1969. – **34**. – P. 155–169.
11. *Gjoystdahl H., Husebye E.S.* A comparison of performance between prediction error and bandpass filters // NTNF/NORSAR, Kjeller, Techn. Report. – 1972. – № 43.
12. *Capon J., Greenfield R.J., Kolker R.J., Lacoss R.T.* Short period signal processing results for the large aperture seismic arrays // Geophysics. – 1968. – **33**. – P. 452–472.
13. *Мостовой С.В., Мостовой В.С.* Модели оптимизации динамических параметров объекта в пассивном мониторинге // Геофиз. журн. – 2007. – **28**, № 5. – С. 31–41.
14. Addison Paul S. The illustrated wavelet transform handbook. – Bristol; Philadelphia Institute of Physics Publishing, 2002. – 353 p.
15. <http://mathworld.wolfram.com/HeavisideStepFunction.html>
16. *Plessix R.-E.* A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications // Geophys. J. Int. – 2006. – **167**. – P. 495–503.
17. <http://mathworld.wolfram.com/Levenberg-MarquardtMethod.html>
18. *Ермаков С.М.* Метод Монте-Карло и смежные вопросы. – М.: Наука, 1975. – 471 с.

*Поступила в редакцию 21.09.2007 г.*