

Д. т. н. В. Д. ЧЕРНЕНКО, А. В. ГОЛОВ

Россия, г. С.-Петербург, Сев.-зап. политехнический ин-т,
ГП «Дальняя связь»

Дата поступления в редакцию
14.09 1998 г.

Оппонент д. т. н. Л. С. ЛУТЧЕНКОВ

РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДОВ В НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Предлагается расчет волоконного световода на прочность по допускаемым напряжениям при растяжении и гидростатическом давлении.

The fibre light guide strength analysis according to allowed stress at tension and hydrostatic pressure is proposed.

Рассмотрим световод, состоящий из упругой сердцевины, отражающей оболочки и двух полимерных защитных покрытий. Пусть световод подвергается совместному воздействию растягивающей силы P и гидростатического давления P_4 .

Воспользуемся цилиндрической системой координат r, φ, z , совмещающей ось z с осью световода. Согласно закону Гука напряжения $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z$ для сердцевины и отражающей оболочки связаны с деформациями $\varepsilon_r, \varepsilon_\varphi, \varepsilon_z$ соотношениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^i &= [\sigma_r^i - \nu_i(\sigma_\varphi^i + \sigma_z^i)]/E_i; \\ \varepsilon_\varphi^i &= [\sigma_\varphi^i - \nu_i(\sigma_r^i + \sigma_z^i)]/E_i; \\ \varepsilon_z^i &= [\sigma_z^i - \nu_i(\sigma_r^i + \sigma_\varphi^i)]/E_i, \end{aligned} \quad (1)$$

где E_i, ν_i — модуль Юнга и коэффициент Пуассона при $i=1$ для сердцевины, $i=2$ для отражающей оболочки.

Поскольку оптический стержень находится под действием гидростатического давления и растяжения, то все смещения u, v, w симметричны относительно оси, и компоненты деформации будут

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r} \quad (2)$$

(т. к. $v=0$), а уравнение равновесия для элемента объема примет вид

$$\frac{d}{dr}(r\sigma_r) - \sigma_\varphi = 0. \quad (3)$$

Исключая u из равенств (2), получим:

$$\frac{d}{dr}(r\varepsilon_\varphi) - \varepsilon_r = 0. \quad (4)$$

Подставим ε_r и ε_φ в уравнение (4). Тогда, используя уравнение равновесия (3), получим:

$$\frac{d}{dr}(r\sigma_\varphi) - \sigma_r = 0. \quad (5)$$

Складывая и вычитая почленно уравнения (3) и (5), будем иметь:

$$\sigma_\varphi + \sigma_r = 2A, \quad \sigma_\varphi - \sigma_r = 2B/r^2, \quad (6)$$

где A и B — произвольные постоянные.

Решая выражения (6) относительно напряжений, получим:

$$\sigma_{r,\varphi} = A \pm B/r^2. \quad (7)$$

Первому индексу здесь соответствует знак «минус», второму — знак «плюс».

Растягивающее усилие P будет определять величину напряжения σ_z [1, с. 30]:

$$\sigma_z^i = PE_i \Omega^{-1}, \quad (8)$$

где

$$\Omega = \sum E_k F_k + \frac{3}{2} \sum \frac{E_i F_i}{1 + \nu_i} + (1 + \nu_i) \sum \frac{E_j F_j}{1 + \nu_j};$$

F — площади поперечных сечений соответствующих конструктивных элементов.

Используя решение задачи Ламе

$$\sigma_r^{(1)} = \sigma_\varphi^{(1)} = -P_1 \quad (9)$$

(где P_1 — давление от отражающей оболочки на световодный стержень) и формулы (1), находим радиальное перемещение в сердцевине:

$$u_1 = r \{ [E_1 / (\sigma_z^{(1)} + 2\nu_1 P_1 + E_1)]^{1/2} - 1 \}. \quad (10)$$

Напряжение $\sigma_z^{(1)}$ (8) в сердцевине будет, соответственно, равно

$$\sigma_z^{(1)} = PE_1 \Omega^{-1}. \quad (11)$$

Определяя в формуле (7) постоянные A и B из граничных условий ($\sigma_r^{(2)} = -P_1$ при $r=r_1$; $\sigma_r^{(2)} = -P_2$ при $r=r_2$) и пользуясь (8), находим напряжения в отражающей оболочке:

$$\begin{aligned} \sigma_{r,\varphi}^{(2)} &= \frac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \mp \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} \frac{P_1 - P_2}{r_2^2 - r_1^2}; \\ \sigma_z^{(2)} &= PE_2 \Omega^{-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

Перемещение u_2 находим из выражений (1), (2) и (12).

$$u_2 = \frac{1-v_2}{E_2} \frac{P_1 r_1^2 - P_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} r + \frac{1+v_2}{E_2} \frac{r_1^2 r_2^2}{r} \frac{P_1 - P_2}{r_2^2 - r_1^2} - r v_2 P \Omega^{-1}. \quad (13)$$

Из условия равенства $u_1 = u_2$ при $r = r_1$ находим величину внутреннего давления:

$$P_1 = \frac{E_2 (r_2^2 - r_1^2)}{(1+v_2)r_2^2 + (1-v_2)r_1^2} \left[\frac{2r_2^2 P_2}{E_2 (r_2^2 - r_1^2)} + \left(\frac{E_1}{PE_1 \Omega^{-1} + 2v_1 P + E_1} \right)^{1/2} + v_2 P \Omega^{-1} - 1 \right]. \quad (14)$$

При рассмотрении напряжений в полимерных защитных покрытиях используем нелинейный закон упругости [2, с. 69]:

$$\sigma_r = \lambda_r \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_r} + q, \quad \sigma_\phi = \lambda_\phi \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_\phi} + q, \quad \sigma_z = \lambda_z \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_z} + q, \quad (15)$$

где упругий потенциал Φ возьмем в форме Бартенева – Хазановича:

$$\Phi = 2\mu(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - 3). \quad (16)$$

Здесь λ_i – главные кратности удлинений, μ – постоянная Ламе.

Находя из третьего уравнения системы (15) произвольную функцию $q = -\lambda_z \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_z} + \sigma_z$ и подставляя ее в первые два уравнения, получим:

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(3)} &= \frac{E_3}{1+v_3} (\epsilon_r^{(3)} - \epsilon_z^{(3)}) + \sigma_z^{(3)}; \\ \sigma_\phi^{(3)} &= \frac{E_3}{1+v_3} (\epsilon_\phi^{(3)} - \epsilon_z^{(3)}) + \sigma_z^{(3)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя выражения (17) в уравнение равновесия (3) и используя зависимости (2), приходим к дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0, \quad (18)$$

решение которого будет иметь вид

$$u = c_1 r + c_2 / r. \quad (19)$$

С нахождением постоянных интегрирования c_1 и c_2 (в данном случае из граничных условий $\sigma_r^{(3)} = -P_3$ при $r = r_3$ и $\sigma_r^{(3)} = -P_2$ при $r = r_2$) выражения (8), (17) с учетом растягивающего усилия P примут вид

$$\begin{aligned} \sigma_{r,\phi}^{(3)} &= \frac{P_2 r_2^2 - P_3 r_3^2}{r_3^2 - r_2^2} \mp \frac{r_2^2 r_3^2}{r^2} \frac{P_2 - P_3}{r_3^2 - r_2^2}; \\ \sigma_z^{(3)} &= \frac{3}{2} P \frac{E_3}{1+v_3} \Omega^{-1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Смещение u_3 , с учетом растяжения, находим из выражений (1), (2) и (20):

$$u_3 = \frac{1-v_3}{E_3} \frac{P_2 r_2^2 - P_3 r_3^2}{r_3^2 - r_2^2} + \frac{1+v_3}{E_3} \frac{r_2^2 r_3^2}{r} \frac{P_2 - P_3}{r_3^2 - r_2^2} - \frac{3}{2} r P \frac{v_3}{1+v_3} \Omega^{-1}. \quad (21)$$

Приравнявая выражения (13) и (21) при $r = r_2$, находим внутреннее давление P_2 :

$$P_2 = \left(\frac{2}{E_2} \frac{P_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{2}{E_3} \frac{P_3 r_3^2}{r_3^2 - r_2^2} + \left(\frac{3}{2} \frac{v_3}{1+v_3} - v_2 \right) P \Omega^{-1} \right) \times \left(\frac{(1-v_2)r_2^2 + (1+v_2)r_1^2}{E_2 (r_2^2 - r_1^2)} + \frac{(1-v_3)r_2^2 + (1+v_3)r_3^2}{E_3 (r_3^2 - r_2^2)} \right)^{-1}. \quad (22)$$

Если полимерное покрытие мягкое, то целесообразно использовать неогуковский потенциал [2, с. 71]

$$\Phi = \frac{1}{2} \mu (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \quad (23)$$

Повторяя предыдущий расчет, находим поле напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{r,\phi}^{(4)} &= \frac{P_3 r_3^2 - P_4 r_4^2}{r_4^2 - r_3^2} \mp \frac{r_3^2 r_4^2}{r^2} \frac{P_3 - P_4}{r_4^2 - r_3^2}; \\ \sigma_z^{(4)} &= P \frac{1+v_4}{1+v_4} E_4 \Omega^{-1}. \end{aligned} \quad (24)$$

Смещение u_4 с учетом растяжения соответственно будет равно

$$u_4 = \frac{1-v_4}{E_4} \frac{P_3 r_3^2 - P_4 r_4^2}{r_4^2 - r_3^2} r + \frac{1+v_4}{E_4} \frac{r_3^2 r_4^2}{r} \frac{P_3 - P_4}{r_4^2 - r_3^2} - \frac{1+v_4}{1+v_4} r P \Omega^{-1}. \quad (25)$$

Из равенства смещений $u_3 = u_4$ при $r = r_3$ находим внутреннее давление:

$$P_3 = \left(\frac{2P_2 r_2^2}{E_3 (r_3^2 - r_2^2)} + \frac{2P_4 r_4^2}{E_4 (r_4^2 - r_3^2)} + \left(\frac{1+v_1}{1+v_4} - \frac{3}{2} \frac{v_3}{1+v_3} \right) P \Omega^{-1} \right) \times \left(\frac{(1-v_3)r_3^2 + (1+v_3)r_2^2}{E_3 (r_3^2 - r_2^2)} + \frac{(1-v_4)r_3^2 + (1+v_4)r_4^2}{E_4 (r_4^2 - r_3^2)} \right)^{-1}. \quad (26)$$

Из решения системы уравнений (14), (22) и (26) находим внутренние давления, а следовательно, и распределение напряжений. При расчете волокна на прочность найденные напряжения следует сравнить с допускаемыми напряжениями $[\sigma_r^i]$, $[\sigma_\phi^i]$ и $[\sigma_z^i]$ по всем элементам конструкции.

Зависимости между компонентами тензора напряжений и показателя преломления [1, с. 15] для сердцевин и оболочки имеют вид

$$\begin{aligned} n_{r1} &= n_1 + c_{11}\sigma_r^{(1)} + c_{21}(\sigma_\phi^{(1)} + \sigma_z^{(1)}); \\ n_{\phi1} &= n_1 + c_{11}\sigma_\phi^{(1)} + c_{21}(\sigma_z^{(1)} + \sigma_r^{(1)}); \\ n_{z1} &= n_1 + c_{11}\sigma_z^{(1)} + c_{21}(\sigma_r^{(1)} + \sigma_\phi^{(1)}); \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} n_{r2} &= n_2 + c_{12}\sigma_r^{(2)} + c_{22}(\sigma_\phi^{(2)} + \sigma_z^{(2)}); \\ n_{\phi2} &= n_2 + c_{12}\sigma_\phi^{(2)} + c_{22}(\sigma_z^{(2)} + \sigma_r^{(2)}); \\ n_{z2} &= n_2 + c_{12}\sigma_z^{(2)} + c_{22}(\sigma_r^{(2)} + \sigma_\phi^{(2)}), \end{aligned} \quad (28)$$

где n_1, n_2 — показатель преломления сердцевины и оболочки в недеформированном состоянии;

c_{11}, c_{21} — светопругие постоянные сердцевины;
 c_{12}, c_{22} — светопругие постоянные оболочки.

Световод при различных видах механических нагрузок становится анизотропным. Так, при растяжении сердцевина и оболочка становятся одноосно анизотропными с оптической осью, параллельной оси световода. Зависимости между компонентами тензора напряжений и показателя преломления в этом случае примут вид

$$\begin{aligned} n_{r1} &= n_1 + c_{11}\sigma_r^{(1)} + c_{21}\sigma_\phi^{(1)} + c_{31}\sigma_z^{(1)}; \\ n_{\phi1} &= n_1 + c_{21}\sigma_r^{(1)} + c_{41}\sigma_\phi^{(1)} + c_{31}\sigma_z^{(1)}; \\ n_{z1} &= n_1 + c_{31}(\sigma_r^{(1)} + \sigma_\phi^{(1)}) + c_{51}\sigma_z^{(1)}; \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} n_{r2} &= n_2 + c_{12}\sigma_r^{(2)} + c_{22}\sigma_\phi^{(2)} + c_{32}\sigma_z^{(2)}; \\ n_{\phi2} &= n_2 + c_{22}\sigma_r^{(2)} + c_{42}\sigma_\phi^{(2)} + c_{32}\sigma_z^{(2)}; \\ n_{z2} &= n_2 + c_{32}(\sigma_r^{(2)} + \sigma_\phi^{(2)}) + c_{52}\sigma_z^{(2)}, \end{aligned} \quad (30)$$

где c_{31}, c_{41}, c_{51} — светопругие постоянные сердцевины;
 c_{32}, c_{42}, c_{52} — светопругие постоянные оболочки.

При распространении излучения через оптически анизотропный световод возникают две ортогонально-поляризованные волны. Это является одной из основных причин уширения импульса при приложенных внешних механических нагрузках. Поскольку плоскости поляризации по разному ориентированы относительно внешних нагрузок, то вследствие анизотропии возникает разница в постоянных распространения волн.

Для градиентных световодов профиль показателя преломления по поперечному сечению в напряженном состоянии будет равен

$$n_z(r) = \begin{cases} n_{z1} [1 - \Delta(r/a^2)], & 0 \leq r \leq a; \\ n_{z1}(1 - \Delta), & r \geq a, \end{cases} \quad (31)$$

где $a=r_1-u_1$ — радиус сердцевины после деформации;
 r_1 — радиус сердцевины до деформации;
 r — текущий радиус;

$\Delta=(n_{z1}-n_{z2})/n_{z1}$ — относительная разность показателей преломления;

n_{z1}, n_{z2} — показатели преломления напряженно-деформированного световода — находятся из последних выражений (27), (28) или (29), (30) в зависимости от требуемой точности.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Черненко В. Д. Оптомеханика волоконных световодов и кабелей связи. — СПб. : СПбГУТ, 1994.
2. Черных К. Ф. Нелинейная теория упругости в машиностроительных расчетах. — Л. : Машиностроение, 1986.

АО «Техномаш» (Завод технологического оборудования)

ОБОРУДОВАНИЕ для гальванического нанесения покрытий для изготовления печатных плат

Линия гальваническая ЛАГ-12
 Линия химической металлизации печатных плат "Аргон"
 Выпрямительные агрегаты реверсивные ВАКР (3200, 1600, 800, 100 А; 12, 24 В)
 Оборудование для электрического нагрева растворов гальванических ванн:
 ♦ нагреватели в корпусах из кварцевого стекла, титана, стали
 ♦ пульт управления нагревателями
 Ванна колокольная
 Установка сушильная конвекционная УСК-02
 Установка регенерации травильного раствора

Линия травления печатных плат
 ♦ модуль загрузки
 ♦ модуль травления
 ♦ модуль промывки
 ♦ модуль приводной
 ♦ модуль снятия защитной краски
 ♦ модуль горячей промывки
 ♦ модуль механической зачистки
 ♦ модуль зачистки щетками
 ♦ фильтровальная установка
 ♦ модуль сушки
 ♦ модуль разгрузки

**Украина, 295600, г. Хуст Закарпатской обл.,
 ул. И. Франко, 207. Тел.: (031-42) 253-02, 257-40, 230-45.
 Факс: (031-42) 247-67**