А. В. ГОЛОВ, к. т. н. С. Ю. ЛУЗИН

Россия, С.-Петербург, ГП «Дальняя связь»,
Гос. ун-т телекоммуникаций им. М. А. Бонч-Бруевича

Дата поступления в редакцию
14.09 1998 г.
Оппонент *д. т. н. Л. С. ЛУТЧЕНКОВ*

ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ СИНТЕЗА МНОГОВЫХОДНЫХ КОМБИНАЦИОННЫХ АВТОМАТОВ

Предложен метод решения задачи минимизации системы булевых функций при создании аппаратуры на основе программируемых пользователем логических ИС.

The method for solving a problem of minimization of Boolian functions system in creation of equipment on base logic IC to be programed by user has been proposed.

При разработке цифровой аппаратуры различного назначения все большее применение находят программируемые пользователем логические интегральные микросхемы (ПЛИС).

Быстро растущая номенклатура этих устройств наряду с увеличением их функциональных возможностей приводит, с одной стороны, к постоянному расширению сферы использования программируемых микросхем, а с другой — к существенному усложнению задач проектирования аппаратуры на их основе.

При создании аппаратуры на основе ПЛИС качество разработки во многом определяется эффективностью автоматизированных средств логического синтеза, мощностью математического и программного обеспечения.

Быстрый рост размерности решаемых на современном этапе задач приводит к необходимости постоянного развития теории и практики автоматизированного проектирования. Одним из наиболее трудоемких этапов проектирования цифровой аппаратуры является этап функционально-логического проектирования, теоретической основой которого является задача минимизации булевых функций. Известные подходы к решению данной проблемы отличаются высокой комбинаторной сложностью.

В данной работе приводится декомпозиционный метод минимизации системы булевых функций, комбинаторная сложность которого не превосходит сложности минимизации одной функции.

Обозначим I_i^0, I_i^1, I_i^* подмножества элементов n-мерного булевого пространства $I^{(n)}=\{a_0, \ldots, a_2n_{-1}\}$, на которых булева функция $f(X)\in F$, $X=\{x_0, \ldots, x_{n-1}\}$ имеет соответственно нулевое, единичное и неопределенное значение. Системы булевых функций $F(X)=\{f_0, \ldots, f_{m-1}\}$, среди которых могут быть частичные, будем задавать в виде множества $\Psi_0=\{(\alpha_j, \beta_j)\}$ $(j=1, \ldots, p_0)$ пар в общем случае троичных векторов. Пару (α_j, β_j) будем называть обобщенным (на множестве функций) интервалом. Часть α_j обобщенного интервала назовем входной, а часть β_j — выходной. Входная часть $\alpha_j=\{\alpha_j^{n-1},\ldots, \alpha_j^0\}$ обобщенного интервала является интервалом в пространстве булевых переменных $X=\{x_0, \ldots, x_{n-1}\}$. Выходная часть $\beta_j=\{\beta_j^{m-1},\ldots, \beta_j^0\}$ обобщенного интервала является троичным вектором значений функций $f_0, \ldots, f_i, \ldots, f_{m-1}$ на интервале α_j. При этом $\beta_j^i=1$, если $I_{\alpha_j}\subseteq I_i^1$; $\beta_j^i=0$, если $I_{\alpha_j}\subseteq I_i^0$; $\beta_j^i=*$, если $I_{\alpha_j}\subseteq I_i^*$.

Задача состоит в приведении исходного множества обобщенных интервалов Ψ_0, представляющих систему булевых функций F, к кратчайшему множеству обобщенных интервалов.

Один из способов минимизации многовыходного комбинационного автомата заключается в следующем. Получают простые импликанты как для каждой функции в отдельности, так и для всех непустых пересечений множеств импликант каждой из функций (их может быть 2^m-1, где m — число функций). В таблицу Квайна помимо простых импликант каждой из функций включаются многовыходные импликанты.

Другой способ заключается в сведении задачи минимизации многовыходного автомата к минимизации одновыходного с помощью кодирования выходов первого [1, с. 323].

В обоих случаях по сравнению с минимизацией одной функции комбинаторная сложность задачи возрастает примерно в 2^m раз.

Обозначим через I_j объединение интервалов α_i, для которых $\beta_i=j$:

$$I_j = \bigcup_{\beta_i=j} I_{\alpha_i}. \qquad (1)$$

Разобьем множество обобщенных интервалов Ψ_0 на классы —

$$\Psi_0 = \bigcup_{j=0}^{2^m-1} I_j \qquad (2)$$

и проведем минимизацию для каждого класса в отдельности.

Таким образом, исходная задача минимизации системы функций разбивается на 2^m подзадач минимизации одной функции [2—4]. В результате будет получено некоторое решение, в общем случае не оптимальное. Оно может быть улучшено, если существует возможность изменить оценку для каких-либо классов.

Векторы β_i, β_j — выходные части обобщенных интервалов — будем сравнивать поразрядно, чтобы установить между ними следующее отношение:

$$\text{если } \forall k \in \overline{0, 2^n-1} \quad \beta_i^k \le \beta_j^k, \ \text{ то } \ \beta_i \subset \beta_j .$$

Для уменьшения оценки некоторого класса существует две возможности.

1. Расширение интервалов некоторого класса I_j за счет использования термов из классов с бóльшим индексом, для которых выполняется условие $\beta_i \subset \beta_k$. Для этого определяется минимальный интервал, включающий все термы класса I_j, затем для каждого из термов, принадлежащих дополнению I_j до найденного интервала, определяется класс, в который он входит. При выполнении условия $\beta_j \subset \beta_k$ осуществляется расширение интервалов класса I_j. Очевидно, что при этом оценки для «старших» классов не изменяются.

2. Разборка «старших» классов в случае многократного использования принадлежащих им термов: если с помощью некоторого интервала α класса β_p можно расширить интервалы k классов $\beta_j \subset \beta_k$ и при этом $\bigcup\limits_{i=1}^{k} \beta_i = \beta_p$, то α можно удалить из класса β_p.

Рассмотрим пример из [1, с. 318]. Задана система функций трехвыходного комбинационного автомата:

$$F_1 = \overline{x}_1 (\overline{x}_3 \vee \overline{x}_2 x_3),$$

$$\overline{F_1} = x_1 \vee x_2 x_3 ;$$

$$F_2 = x_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1 (x_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_2 x_3),$$

$$\overline{F_2} = \overline{x}_2 (x_1 \vee \overline{x}_3);$$

$$F_3 = \overline{x}_1 \overline{x}_3 \vee x_2 (x_3 \vee \overline{x}_3 \overline{x}_4),$$

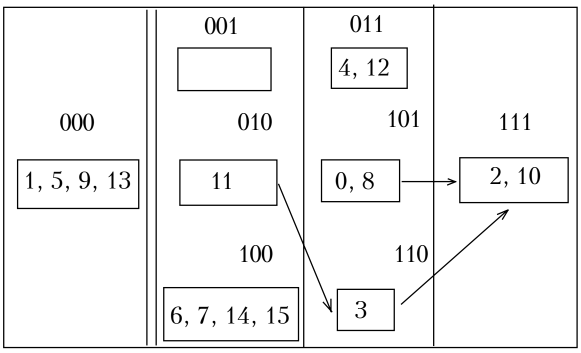
$$\overline{F_3} = \overline{x}_2 (x_3 \vee x_1 \overline{x}_4) \vee x_1 \overline{x}_3 x_4 .$$

Для сокращения записи вместо буквенных выражений будем использовать их десятичные этикетки. Например, терму $\overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 x_4$ соответствует двоичная этикетка 1010 (позиция разряда соответствует номеру переменной) или десятичная этикетка 10.

$F_1 = \Sigma$ 0, 2, 4, 8, 10, 12,
$\overline{F}_1 = \Sigma$ 1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 14, 15;
$F_2 = \Sigma$ 2, 3, 4, 10, 11, 12,
$\overline{F}_2 = \Sigma$ 0, 1, 5, 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15;
$F_3 = \Sigma$ 0, 2, 3, 6, 7, 8, 10, 14, 15,
$\overline{F}_3 = \Sigma$ 1, 4, 5, 9, 11, 12, 13;
$F_1 \cup F_2 \cup F_3 = \Sigma$ 0, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15;
$\overline{F}_1 \cup \overline{F}_2 \cup \overline{F}_3$ = 1, 5, 9, 13.

В **таблице** термы разбиты на классы с различными кодами функциональной принадлежности.

В данном примере совокупность термов каждого из классов представляет собой интервал. Уменьшить чис-



ло покрывающих интервалов путем расширения термов некоторого класса за счет термов классов с бóльшим индексом невозможно. Поэтому единственная возможность — попытаться «разобрать» некоторый класс, т. е. использовать термы некоторого класса с бóльшим индексом при расширении интервалов классов с меньшими индексами. Если при этом объединение кодов классов меньших индексов дает код класса с бóльшим индексом, то термы этого класса будут покрыты.

Расширение интервала 11 (код класса 010) — 2, 3, 10, 11 и интервала 0, 8 (код класса 101) — 0, 2, 8, 10 осуществляется с использованием термов 2 и 10 класса с кодом 111. Поскольку объединение кодов 010 и 101 дает код 111, то термы класса 111 оказываются поглощенными.

Таким образом, классы рассматриваются в порядке возрастания единиц в коде класса и осуществляются возможные расширения интервалов класса за счет интервалов из классов с бóльшим числом единиц. При этом помечаются используемые термы. Тогда минимизацию системы булевых можно осуществить за время, не превосходящее время минимизации одной функции.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Гаврилов М. А., Девятков В. В., Пупырев Е. И. Логическое проектирование дискретных автоматов. — М. : Наука, 1977.

2. Лузин С. Ю., Сорокин С. В., Вахабов М. Т., Ткачев Д. Б. ППП синтеза комбинационных автоматов // Всесоюз. науч.-техн. конф. «Совершенствование технических средств связи для решения проблем информатизации общества в новых условиях хозяйствования». Тез. докл. — Л. : 1991. — С. 90—91.

3. Лузин С. Ю. Минимизация булевых функций на основе синтеза распределения термов по индексам // Сб. науч. трудов учебных институтов связи. — 1996. — Вып. 162. — С. 27—30.

4. Лузин С. Ю., Полубасов О. Б. Логический синтез с использованием программы PLAST // Междунар. конф. «Современные технологии обучения». Тез. докл. — С.-Пб. : 1998. — С. 128.