

**И. Г. Кудинцева<sup>1</sup>, С. А. Николаенко<sup>1</sup>, А. П. Николаенко<sup>2</sup>, М. Хайакава<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина*

*4, пл. Свободы, Харьков, 61077, Украина*

<sup>2</sup>*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*

*12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

E-mail: [sasha@ire.kharkov.ua](mailto:sasha@ire.kharkov.ua)

<sup>3</sup>*Институт сейсмоэлектромагнетизма, Университет электросвязи*

*Токио 182-8585, Япония*

E-mail: [hayakawa@hi-seismo-em.jp](mailto:hayakawa@hi-seismo-em.jp)

## СИНТЕЗИРОВАННЫЙ ВРЕМЕННОЙ ФОНОВЫЙ СИГНАЛ ШУМАНОВСКОГО РЕЗОНАНСА

Моделирование сигналов глобального электромагнитного резонанса представляет интерес для теории и практики измерений. Описан способ получения и представлены основные свойства искусственного сигнала шумановского резонанса. Показано, что синтезированная временная запись объясняет многие свойства экспериментально наблюдаемых сигналов. Предложено использовать синтезированные сигналы для моделирования естественных шумов и калибровки приемной аппаратуры. Ил. 8. Библиогр.: 15 назв.

**Ключевые слова:** шумановский резонанс, фоновый СНЧ-радиосигнал, энергетический спектр шумановского резонанса.

Синтез и исследование свойств искусственного электромагнитного шума полости Земля–ионосфера интересны с двух точек зрения. С одной стороны, такой сигнал позволяет с помощью численного эксперимента проверить состоятельность общих представлений о регистрируемых экспериментально сигналах шумановского резонанса и его обработке. С другой стороны, цифровую реализацию, имеющую характеристики, близкие к реальности, можно использовать после ее преобразования в аналоговую форму как стандартный сигнал для калибровки каналов и сравнения выходных данных низкочастотных приемников, используемых в различных пунктах наблюдения. Свойства синтезированного сигнала шумановского резонанса обсуждались в [1].

**1. Модель сигнала.** По современным представлениям, естественный радиошум на сверхнизких частотах (СНЧ) образован случайной последовательностью импульсов излучения мировых гроз. Радиоимпульсы от самых отдаленных молний достигают наблюдателя благодаря низким потерям в тонком диэлектрическом промежутке Земля–ионосфера и участвуют в формировании сигнала, который можно представить в виде следующих случайных временных последовательностей [2]:

$$E(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e_k(t - t_k); \quad (1)$$

$$H_X(t) = H_{EW} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k h_k(t - t_k) [-\cos(B_k)]; \quad (2)$$

$$H_Y(t) = H_{NS} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k h_k(t - t_k) \sin(B_k), \quad (3)$$

где  $t$  – текущее время;  $A_k$  – случайная амплитуда  $k$ -го импульса;  $t_k$  – его время прихода;  $B_k$  – азимут грозового разряда, излучившего импульс;  $e_k(t)$  и  $h_k(t)$  – волновые формы электрической и магнитной компонент поля  $k$ -го импульса соответственно, которые зависят от случайного расстояния «источник–приемник»  $D_k$ . Величины  $A_k$ ,  $t_k$ ,  $D_k$  и  $B_k$  случайны и взаимно независимы.

Формальное суммирование в (1)–(3) ведется в бесконечных пределах. Однако, в соответствии с принципом причинности, амплитуда импульсов равна нулю, если временной аргумент отрицателен:  $t - t_k < 0$ . В вычислениях фонового радиошума на низких частотах используется формальное решение задачи о шумановском резонансе во временной области, подробно изложенное в работах [1–11]. Временные формы импульсов описываются следующими формулами:

$$e(t) = E_A \operatorname{Re} \left\{ A_\nu \tau^{-B_\nu} \left[ Q_{-1} + (Q_0 - 1)B_\nu + \left( \frac{Q_1}{\tau} - 1 \right) B_\nu (B_\nu + 1) + B_\nu (B_\nu + 1)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tau^n P_n(x)}{(n - B_\nu)(n + 1)} \right] \right\}; \quad (4)$$

$$h(t) = H_A \operatorname{Im} \left\{ \frac{\tau^{(1-B_\nu)} \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{(1-2x\tau+\tau^2)^3}} \right\}, \quad (5)$$

где  $E_A = M_C / (2\pi ha^2 \varepsilon_0)$  и  $H_A = M_C / (2\pi ahc^2)$  – амплитуды электрического и магнитного поля, зависящие от величины токового момента источника  $M_C$  (для простоты примем, что  $M_C = 1$ );  $\tau = \exp(it/A_V)$  – временной множитель;  $x = \cos(\pi D/20)$  учитывает расстояние «источник–приемник»  $D$ , измеряемое в мегаметрах (1 Мм = 1 000 км). Функции  $Q_{-1} = (1 - x\tau)/(1 - 2x\tau + \tau^2)^{3/2}$  и  $Q_1 = \ln\{[\tau - x + (1 - 2x\tau + \tau^2)^{1/2}]/(1 - x)\}$  получены из производящей функции для полиномов Лежандра  $Q_0 = (1 - 2x\tau + \tau^2)^{-1/2}$  с помощью интегрирования или дифференцирования по параметру  $\tau$ . Аналитические решения (4) и (5) предполагают линейную частотную зависимость постоянной распространения СНЧ-радиоволн вида  $\nu(\omega) = A_V\omega + B_V$ , ее параметры были найдены из экспериментальных данных и равны  $A_V = (1/6 - i/100)/(2\pi)$  и  $B_V = -1/3$  [1–8, 10, 11].

Волновые формы  $e_k(t)$  и  $h_k(t)$  убывают во времени, поэтому в формулах (1)–(3) можно полагать  $e_k(t) = 0$  и  $h_k(t) = 0$ , начиная с некоторого значения  $t - t_k > t_p$ . Мы в дальнейшем будем использовать временной интервал  $t_p = 0,3$  с, так что в суммировании принимают участие только импульсы, пришедшие к наблюдателю на  $0\dots0,3$  с раньше текущего момента времени  $t$ . За время 0,3 с радиоимпульс примерно три раза огибает Землю и при этом существенно убывает по амплитуде вследствие затухания и дисперсии волн. Предполагается, что грозовые разряды возникают независимо друг от друга, поэтому их радиоизлучение формирует пуссоновский поток с плотностью  $\lambda$  событий в секунду, а их взаимное запаздывание имеет экспоненциальное распределение [9].

Формулы (4) и (5) описывают импульсы, распространяющиеся в замкнутой сферической полости Земля–ионосфера и многократно огибающие Землю. Явление глобального электромагнитного резонанса учтено в соотношениях (4) и (5). В дальнейшем рассматривается только вертикальное электрическое поле. Горизонтальное магнитное поле можно моделировать аналогичным образом, только для азимута источника придется использовать дополнительную случайную последовательность.

Предположим, что случайная дистанция  $D$  от молний до наблюдателя равномерно распределена в некотором интервале, что амплитуды импульсов имеют нормальное распределение, а взаимная задержка времен прихода описывается экспоненциальным распределением.

Расстояние «источник–приемник» генерируется стандартной процедурой языка ФОРТРАН

`ran1(idum)`, где переменная `idum = e π = 8,53974322674` – это начальное значение, запускающее генератор псевдослучайных чисел. Получаемая при этом величина  $r_k$  равномерно распределена в открытом интервале (0; 1). Она преобразуется в дистанции  $D_k$  из области 7…12 Мм с помощью формулы  $D_k = D_A + r_k \Delta D$ , где «начальное» значение  $D_A = 7$  Мм, а интервал изменений  $\Delta D = 5$  Мм. Такой выбор интервала дистанций отвечает, например, вечерним наблюдениям в Харькове, когда максимальная активность мировых гроз сосредоточена вблизи западного побережья Африки и в бассейне Амазонки [1, 10].

Взаимное запаздывание пуссоновской последовательности случайных импульсов [9] вычислялось с помощью процедуры `expdev(idum1)`, где начальное значение принималось `idum1 = π/e = 1,15572734979`. Псевдослучайная величина  $\zeta_k$  имеет экспоненциальное распределение, она обеспечивает взаимное запаздывание импульсов  $\tau_k = \zeta_k / \lambda$ , где  $\lambda$  – плотность потока случайных событий (импульсов).

Амплитуда токового момента молнии, распределенная по нормальному закону, генерировалась с помощью стандартной процедуры `gasdev(idum2)`, где начальное значение последовательности псевдослучайных чисел принято равным `idum2 = e e = 7,38905609893`. Получаемая при этом величина  $g_k$  преобразуется в амплитуду  $A_k$  по формуле  $A_k = g_k \sigma_A + A_{AV}$ , где среднее значение амплитуды и ее дисперсия равны  $A_{AV} = 1$  и  $\sigma_A = 2,6666$  в условных единицах. Эти величины пропорциональны среднему току грозового пробоя 15 кА и его стандартному отклонению 40 кА [1, 10, 11].

Применение случайных амплитуд, распределенных поциальному закону, объясняется следующими особенностями молний. В зависимости от знака электрического заряда, переносимого молнией от облака к земле, наблюдаются грозовые разряды двух полярностей: положительной и отрицательной. На один положительный разряд в среднем приходится четыре отрицательных. Их амплитуды часто описываются с помощью двух различных логнормальных распределений, что оказывается неудобным. В то же время, как было показано в [11], нормальное распределение с указанными выше параметрами позволяет описать данные наблюдений для обоих типов грозовых пробоев с точностью не хуже, чем для логнормальных распределений. Поэтому для амплитуд молний использована более компактная модель нормального распределения. Подробное обоснование применения такого рас-

пределения амплитуд вертикальных грозовых пробоев можно найти в работе [11].

Генераторы случайных чисел позволили получить три реализации: дистанция «источник–приемник», амплитуда и взаимное запаздывание импульсов. Полная длина случайной последовательности составляла  $5,5 \cdot 10^5$  чисел. Чтобы проверить соответствие случайных величин наложенным требованиям, использовались гистограммы распределений всех переменных и соответствующие аналитические зависимости. Близость данных доказала корректность полученных случайных последовательностей.

## 2. Случайная временная реализация.

Временная реализация сигнала шумановского резонанса рассчитывалась по формулам (1)–(5) с помощью случайных последовательностей. Для устранения «краевого эффекта», связанного с началом генерации случайных чисел, первые 1 024 значения отбрасывались. Во временной реализации во избежание переходного процесса дополнительно отбрасывались первые 5 с записи.

Поскольку ансамбли случайных величин были фиксированы, при изменениях плотности потока импульсов обеспечивалась «воспроизведимость» синтетических временных реализаций, что невозможно в сигналах естественного происхождения. На рис. 1 приведен образец записи, полученной для плотности потока  $\lambda = 50$  имп./с. Текущее время наблюдения  $t$  квантовалось с частотой 204,8 Гц, поэтому реализация длиной 2 048 отсчетов занимает 10 с.

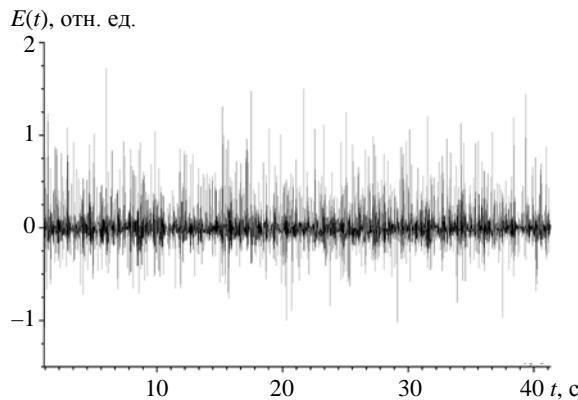


Рис. 1. Фрагмент синтезированного сигнала при  $\lambda = 50$  имп./с

По оси абсцисс на рис. 1 отложено время в секундах, а по оси ординат показан синтезированный радиошум  $E(t)$  в относительных единицах. Очевидно, что шумовой сигнал отличается от экспериментальных записей, потому что вступления отдельных импульсов в нем очень короткие и острые. Кроме того, отсутствуют всплески СНЧ-излучений от сверхмощных грозовых разрядов. Эти свойства обусловлены па-

метрами модели, в которой не учитывается частотная характеристика приемного устройства и игнорируются редкие СНЧ-всплески (они происходят один раз в несколько минут). Стандартный СНЧ-приемник имеет полосу пропускания 4...40 Гц, что заметно сглаживает импульсы. Если синтезированный сигнал пропустить через цифро-аналоговый преобразователь и подать затем на вход приемника, то получится реализация, мало отличающаяся от записей естественного шумового фона на СНЧ.

Как видно из реализации, показанной на рис. 1, положительные отклонения от нуля преобладают над отрицательными. Это связано с более высокой вероятностью отрицательных грозовых пробоев, которые дают импульсы с положительным вступлением. Такая асимметрия должна наблюдаться в соответствии с используемым распределением амплитуд, у которого среднее значение отлично от нуля. Как видно, поток в 50 имп./с очень плотный, поэтому отдельные импульсы во временной реализации существенно перекрываются. Сама временная реализация не позволяет судить о том, насколько реалистичен искусственный сигнал. Более информативными в этом смысле оказываются СНЧ-спектры, которые рассматриваются ниже.

**3. Спектральная обработка временных данных.** Получив временную запись, вычислим ее спектр, не принимая во внимание шумовой характер резонансного сигнала и свойства преобразования Фурье. Возьмем достаточно длинный фрагмент реализации ( $\approx 40$  мин) и выполним его фурье-преобразование, получив амплитудный спектр, приведенный на рис. 2. Здесь по оси абсцисс отложена частота в герцах, а по оси ординат – амплитуда спектра в относительных единицах.

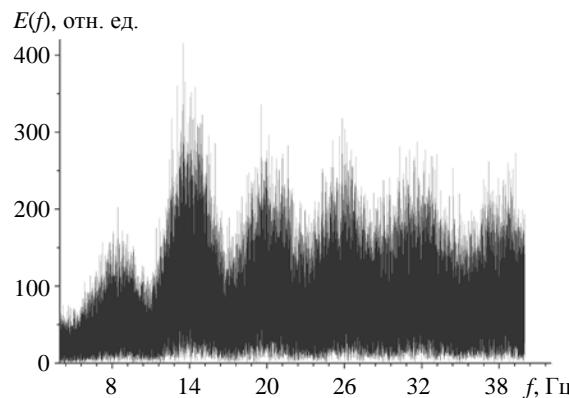


Рис. 2. Амплитудный спектр синтезированного сигнала при  $\lambda = 50$  имп./с и длине реализации  $\approx 40$  мин

Как видно, фурье-образ шумового сигнала остается шумом при любой длине исходной временной реализации. Дело в том, что увеличение ее длины  $T_0$  не приводит к усреднению дан-

ных, а только повышает спектральное разрешение  $\Delta f = 1/T_0$ , поэтому расстояние между отсчетами на оси частот уменьшается. Сам же спектр сохраняет шумовую природу, что и показывает график на рис. 2. Здесь шумановский резонанс несомненно присутствует в изменениях спектральной дорожки. Подобные спектры обычно озадачивают экспериментаторов, впервые измеряющих глобальный электромагнитный резонанс. Чтобы получить привычный энергетический спектр, необходимо произвести усреднение, которое стабилизирует спектральные оценки и выявляет резонансные линии.

Это можно сделать двумя способами. Первый из них состоит в сглаживании спектра с помощью скользящего среднего. Такое усреднение стабилизирует данные благодаря тому, что флюктуирующие спектральные амплитуды на соседних частотах взаимно независимы. Таким образом, сглаживание оказывается эквивалентным усреднению по ансамблю реализаций [1, 9, 10, 13–15].

Второй способ сглаживания данных состоит в разбиении временной реализации на более короткие отрезки стандартной длины, вычислении энергетических спектров для каждого из этих отрезков и усреднении спектров по ансамблю реализаций. Так получают средний стабильный энергетический спектр, а спектр амплитуд вычисляют, извлекая квадратный корень из энергетического спектра. Стандартная длина фрагмента записи, идущего в обработку, должна обеспечивать приемлемое спектральное разрешение. Поскольку частоты шумановского резонанса равны 8, 14, 20 Гц и т. д., то обычно разрешение выбирают равным 0,1 Гц, тогда стандартная длина временного фрагмента записи оказывается равной 10 с.

**4. Естественная стабилизация спектров.** Модельная времененная реализация использует частоту квантования  $f_e = 204,8$  Гц, что близко к величине, применяемой в измерениях, поэтому стандартный отрезок длиной в 10 с содержит 2 048 отсчетов. Быстрое преобразование Фурье (БПФ) такого временного сегмента обеспечит частотное разрешение 0,1 Гц. Спектр отдельного фрагмента останется шумовым, но флюктуации должны ослабевать при усреднении (накоплении) спектров тем сильнее, чем больше ансамбль элементарных спектров, участвующих в усреднении. Такой процесс называют естественной стабилизацией спектральных оценок [1, 10].

На рис. 3 показаны изменения энергетического спектра шумановского резонанса, синтезированного при плотности потока 50 разрядов в секунду. По оси абсцисс отложена частота в герцах, а по оси ординат – спектральная плотность в

логарифмическом масштабе (относительные единицы). Самый нижний график на этом рисунке есть сумма двух спектров элементарных реализаций. Время накопления (20 с) указано справа от графика. Выше него расположен более гладкий график, полученный при накоплении шести спектров (время накопления равно 1 мин). Увеличение продолжительности накопления приподнимет результирующий спектр над осью частот благодаря сложению случайных элементарных спектров. Флюктуации отдельных спектров не совпадают и постепенно сглаживаются при суммировании, поэтому резонансные пики становятся заметнее.

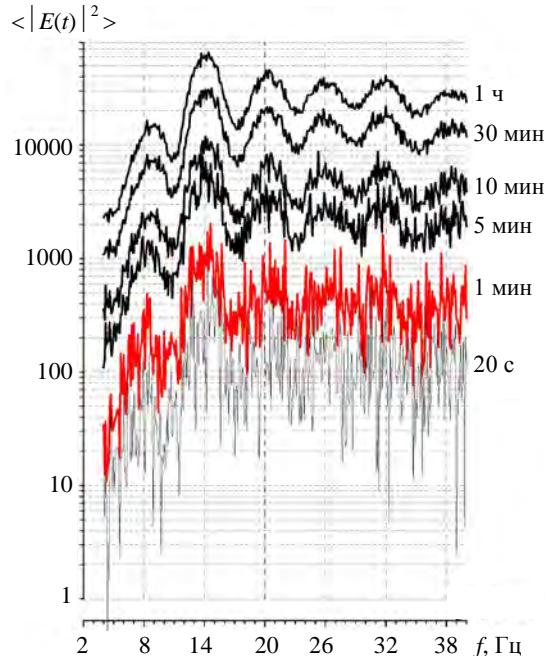


Рис. 3. Стабилизация спектра за счет увеличения времени накопления при  $\lambda = 50$  имп./с

Стабилизация уже хорошо видна в спектрах, накопленных за 5 и 10 мин, поэтому в системах сбора данных по шумановскому резонансу используют такие времена накопления, найденные эмпирическим путем. Если период накопления увеличить до 30 мин или даже до 1 ч (в суммировании участвуют 180 или 360 элементарных спектров), то изрезанность кривой существенно уменьшится, но не исчезнет полностью. Моделирование показало, что флюктуации не исчезают и при других плотностях потока атмосфериков. Использовать в наблюдениях времена накопления больше 1 ч неразумно, так как при этом нарушаются условия квазистационарности: в течение суток мировые грозы обходят вокруг планеты, поэтому за  $T > 1$  ч заметно изменяется среднее расстояние «источник–приемник» и форма среднего резонансного спектра начинает зависеть от

времени суток [1]. Поэтому мы ограничились длительностью модельной реализации в 1 ч.

Графики на рис. 3 показывают, что спектры шумановского резонанса стабилизируются при больших временах накопления. Действительно, если плотность потока  $\lambda = 50$  имп./с, то за 20 с к наблюдателю в среднем приходит  $\approx 1\,000$  импульсов, что кажется вполне достаточным для получения стабильных оценок. Однако наблюдаемые относительные флуктуации спектральной плотности явно превосходят привычную эмпирическую оценку:  $1000^{-1/2} \approx 3\%$ . Уровень флуктуаций в 3 % достигается при времени накопления в десятки минут, когда число независимых импульсов достигает десятков – сотен тысяч. Медленная стабилизация спектров присуща и модели, она объясняется природой шума. Дело в том, что спектр одиночного импульса гладкий, а случайная изрезанность возникает из-за интерференции спектров отдельных импульсов, сдвинутых во времени. За элементарное время наблюдения 10 с в спектре неизбежно возникнет интерференция отдельных взаимно перекрывающихся импульсов, пришедших в разное время. Если процесс пуссоновский и время усреднения бесконечно, то интерференционная картина в конце концов исчезнет (см., например [9]). Однако стабилизация за счет экспоненциального распределения случайного взаимного времени запаздывания импульсов происходит медленнее, чем в привычном нормальном случайном процессе, где применима приводившаяся выше оценка.

Второй фактор, объясняющий медленную стабилизацию и сохранение тонкой структуры спектра, связан с потерями энергии в полости Земля–ионосфера. Амплитуда импульсов уменьшается во времени. Поэтому в любой момент  $t$  в усреднении участвует ограниченное число молний, количество которых определяется скоростью убывания амплитуды импульса во времени. В силу этого обстоятельства величина ансамбля, по которому проходит усреднение, ограничена, и накопление данных происходит не по бесконечному, а по усеченному (эффективному) времени наблюдения. Поэтому интерференция не исчезнет полностью даже при длительном накоплении: резонатор «самостоятельно» ограничивает размер ансамбля.

**5. Динамические спектры.** Динамические спектры шумановского резонанса, построенные над плоскостью «время–частота», более наглядно иллюстрируют свойства сигнала. На рис. 4 приведены такие спектры для трех плотностей потока атмосфериков  $\lambda = 1, 10$  и  $110$  имп./с (сверху вниз). По горизонтальной оси отложено время, представленное как номер элементарного 10-секундного фрагмента записи. По вертикальной оси отложена частота сигнала в герцах, а

спектральная амплитуда показана черной заливкой. Минимальный уровень спектральной плотности отвечает белому цвету, а максимальный – черному.

В динамических спектрах рис. 4, несмотря на присутствие шума, хорошо видны темные горизонтальные дорожки резонансных пиков. Конечно, при малой плотности потока импульсов флуктуации проявляются заметнее, и на рис. 4, а труднее заметить резонансные дорожки, особенно первый мод в окрестности 8 Гц.

Все три спектра на рис. 4 были синтезированы с помощью одинаковых последовательностей случайных чисел. Поскольку при расчетах спектра для  $\lambda = 1$  имп./с (рис. 4, а) импульсы идут редко, то в реализацию попадает лишь начальная часть полного массива случайных чисел. Для спектра на рис. 4, в плотность потока импульсов возросла в 110 раз, и диапазон использованных данных соответственно возрос. Однако все это одна и та же реализация псевдослучайных чисел.

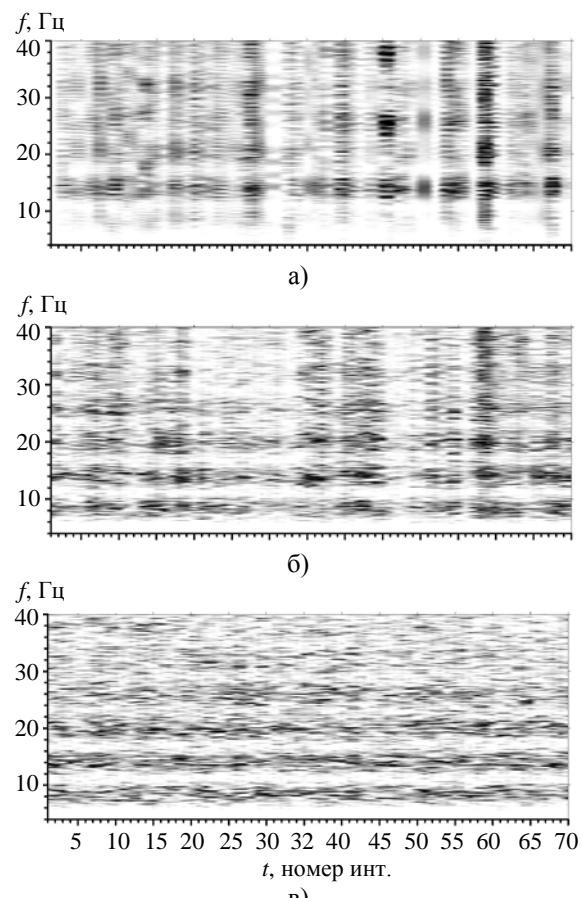


Рис. 4. Динамические спектры для потоков атмосфериков: а)  $\lambda = 1$  имп./с; б)  $\lambda = 10$  имп./с; в)  $\lambda = 110$  имп./с

Из-за низкой плотности потока атмосфериков на спектрах рис. 4, а и б видны вертикальные полосы, составленные из горизонтальных черно-белых отрезков, когда число импульсов,

попавших в 10-секундный интервал, невелико. Если это число оказывается равным 2, что часто бывает при  $\lambda = 1$ , в спектрах возникает характерная интерференция, и в динамическом спектре видна регулярная вертикальная последовательность светлых и темных отрезков. При большей плотности потока провалы и пики сглаживаются, поэтому в нижнем динамическом спектре они почти не видны. Однако изрезанность все же сохраняется, и динамический спектр остается фрагментированным вдоль оси частот.

#### 6. Влияние плотности потока на стабилизацию спектров. Стабилизация спектральных

оценок при увеличении времени накопления обусловлена увеличением количества импульсов, участвующих в суммарном спектре. Естественно предположить, что скорость стабилизации должна зависеть не только от времени накопления при постоянной плотности потока атмосфериков, но и от плотности потока при фиксированном времени накопления. Проверим эту гипотезу, используя синтетические записи при различных плотностях потока.

На рис. 5 показаны четыре набора спектров, построенных при увеличивающемся времени накопления  $T$  от 20 с до 1 ч.

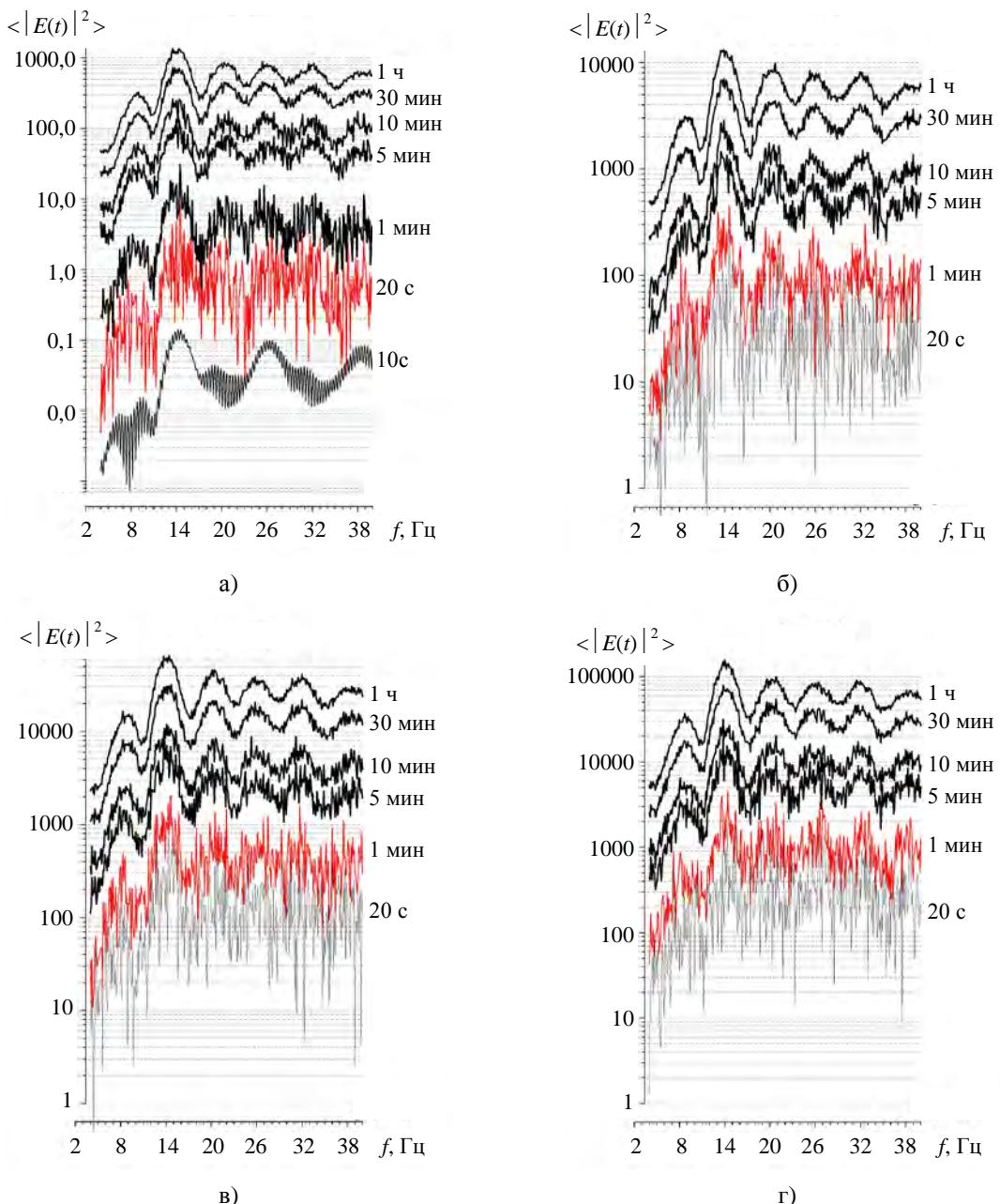


Рис. 5. Изменение формы и стабилизация спектров с увеличением времени накопления от 20 с до 1 ч при плотности потока атмосфериков: а)  $\lambda = 1$  имп./с; б)  $\lambda = 10$  имп./с; в)  $\lambda = 50$  имп./с; г)  $\lambda = 110$  имп./с

Каждый набор отвечает плотностям потока атмосфериков  $\lambda = 1, 10, 50$  и  $110$  событий в секунду. Верхние графики на каждой панели показывают энергетические спектры, накопленные за  $1$  ч наблюдений. Эти спектры стабильны и похожи друг на друга, поскольку влияние случайных факторов сильно ослаблено, а общий рисунок резонансной кривой определяется свойствами резонатора: постоянной распространения радиоволн и набором дистанций «источник–приемник». Мы используем равномерное распределение дистанций от  $7$  до  $12$  Мм, при котором первый резонансный максимум вблизи  $8$  Гц ослабляется по сравнению со вторым, лежащим около  $14$  Гц.

Нижние графики на каждой из панелей (за исключением рис. 5, а) показывают энергетические спектры, накопленные за  $20$  с ( сумму двух элементарных спектров). Они сильно изрезаны, и глобальные резонансы маскируются флюктуациями, возникшими благодаря интерференции импульсов. Из графиков видно, что стабилизация перестает зависеть от  $\lambda$  при плотности потока не ниже  $10$  имп./с.

Графики на рис. 5, а, построенные для  $\lambda = 1$  имп./с, содержат дополнительно спектр первого 10-секундного фрагмента временной реализации. Он приведен для того, чтобы показать характерные биения, возникшие из-за интерференции двух импульсов. Известно, что у пуссоновского потока среднее значение и дисперсия случайной задержки равны друг другу [9]. Поэтому количество импульсов в стандартном временном интервале сильно флюктуирует. Если при этом плотность потока мала ( $\lambda = 1$ ), то возможна ситуация, когда в 10-секундный интервал попадает всего лишь пара событий вместо полагающихся в среднем десяти. Такая ситуация реализовалась в первом временном сегменте случайного процесса.

Поскольку импульсы разнесены во времени, их комплексные фурье-образы сдвинуты по фазе. Поэтому в энергетическом спектре элементарной временной реализации появляются «биения». Чем больше задержка второго импульса относительно первого, тем более частыми становятся интерференционные биения. Поскольку каждый из импульсов обладает индивидуальным резонансным спектром, зависящим от дальности до соответствующего грозового источника, то структура искажений, кроме биений, приобретет дополнительные более сложные очертания.

Чтобы продемонстрировать справедливость этого утверждения, приведем на отдельном рисунке энергетические спектры первого и второго 10-секундных интервалов синтезированной записи при  $\lambda = 1$  (рис. 6). Очевидно, что спектр сигнала из второго 10-секундного интервала

рис. 6, б имеет привычный нерегулярный хаотический вид. Над каждым из спектров рис. 6 приведена исходная временная 10-секундная реализация. Как упоминалось выше, во избежание нестационарности и краевого эффекта первые  $5$  с синтезированной записи были отброшены. Поэтому время, отложенное по оси абсцисс и показывающее первый элементарный фрагмент реализации, попадает в интервал от  $5$  до  $15$  с, а показывающее второй – от  $15$  до  $25$  с.

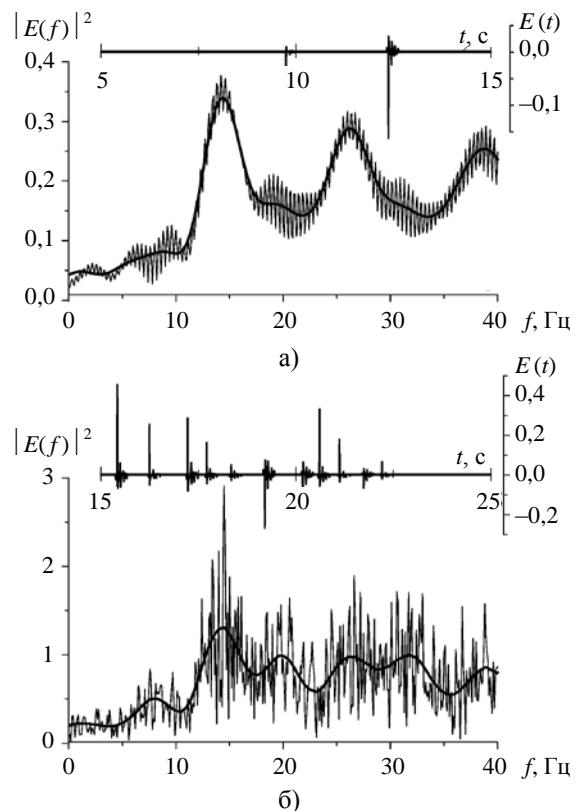


Рис. 6. Спектры двух первых 10-секундных отрезков временной реализации при  $\lambda = 1$ : а)  $t = 5 \dots 15$  с; б)  $t = 15 \dots 25$  с

Временные реализации на рис. 6 показывают, что в первый временной интервал действительно попали только два импульса, причем оба пришли от положительных грозовых пробоев, о чем свидетельствует отрицательная полярность первой полуволны. Второй импульс по амплитуде существенно превосходит первый. Во втором 10-секундном промежутке наблюдается одиннадцать импульсов. Восемь из них имеют отрицательную (более вероятную) полярность. Большее число импульсов, их случайные задержки и амплитуды обусловливают сильные нерегулярные флюктуации спектральной плотности на втором отрезке синтезированной записи.

Импульсы во временных реализациях рис. 6 быстро убывают, показывая, что интервал  $t_p = 0,3$  с позволяет корректно описать форму

радиоимпульса отдельной молнии, участвующего в формировании искусственного сигнала. Кроме флюктуирующих кривых, на рис. 6 гладкими линиями показаны резонансные спектры, выделенные из исходных спектров с помощью сингулярного спектрального анализа (алгоритм «гусеница» [12]). Ниже будет применен сингулярный спектральный анализ для отделения скрытой резонансной структуры (тренда) от случайных флюктуаций спектра. Это позволяет также оценить относительную долю регулярного спектра и шума в полной энергии исходного сигнала.

Естественная стабилизация спектров при накоплении демонстрируется графиками рис. 5. Они аналогичны модельным и наблюдательным данным, приведенным на рис. 4.32 и 6.2 в книге [1]. На первом из этих рисунков демонстрировалась аналогичная стабилизация модельных энергетических спектров шумановского резонанса, наблюдавшаяся при плотности потока 50 имп./с и времени накопления до 14 мин. На втором рисунке (рис. 6.2) приведены экспериментальные данные, полученные при времени накопления от 6,8 с до 7,5 мин. Эти рисунки демонстрировали качественное соответствие модельных и экспериментальных данных. В настоящей работе время накопления увеличено до 60 мин и использованы потоки с плотностями от 1 до 110 имп./с.

Графики на рис. 5 и 6 показывают, что стабилизация мало зависит от плотности потока импульсов. Это принципиально важно для экспериментальных исследований: благодаря этой особенности наблюдаемые резонансные параметры (частоты и добротности) средних спектров практически не зависят от уровня мировой грозовой активности, а определяются глобальными свойствами нижней ионосферы. Неусредненные спектры для этой цели не пригодны, поскольку они сохраняют шумовую природу и сильно зависят от случайных источников.

Остановимся на этом свойстве подробнее. На рис. 7 показаны две панели. На верхних графиках (рис. 7, а) построены спектры для кардинально отличающихся плотностей потока  $\lambda = 110$  и  $\lambda = 1$  имп./с (верхняя и нижняя пара графиков соответственно). Использованы времена накопления 5 и 10 мин. Спектры, накопленные за 5 мин, оказываются ниже спектров с интервалом накопления 10 мин.

Сами спектры показаны на рис. 7, а тонкими линиями, а толстые линии изображают форму, выделенную с помощью алгоритма «гусеница» при учете трех главных компонент разложения. Очевидно, что все спектры похожи, а небольшие отличия за счет разной плотности потока примерно равны расхождению кривых при фиксированной плотности потока, но при разном времени накопления.

Графики рис. 7, б иллюстрируют девиации средних спектров друг от друга. Здесь по оси ординат отложены отношения  $R$  сглаженных спектральных плотностей, отвечающих потокам  $\lambda = 1$  и  $\lambda = 110$  имп./с при времени накопления 5, 10, 30 и 60 мин. Для того, чтобы построить графики рис. 7, б, флюктуации энергетических спектров, накопленных за указанные промежутки времени, были устранены с помощью сингулярного спектрального анализа (метод «гусеница»), а затем были вычислены отношения

$$R(f) = \frac{S_1^T(f)}{S_{110}^T(f)}, \quad (6)$$

где  $S_1^T(f)$  и  $S_{110}^T(f)$  – гладкие спектры, накопленные за время  $T$  при плотностях потока  $\lambda = 1$  и  $\lambda = 110$  имп./с.

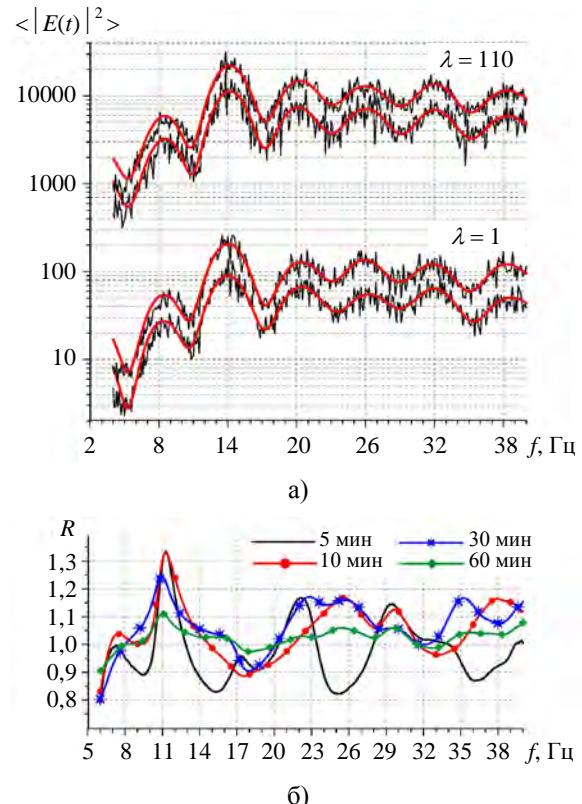


Рис. 7. Сопоставление энергетических спектров при разных плотностях потока атмосфериков (а) и времени накопления данных (б)

На рис. 7, б показаны графики отношения  $R(f)$  для четырех интервалов накопления  $T = 5, 10, 30$  мин и 1 ч. Очевидно, что девиации спектральной плотности примерно равны  $\pm 20\%$ . Исключение составляет только  $T = 60$  мин, для которого максимальные девиации не превышают 10 %. Таким образом, плотность потока грозовых разрядов, формирующих естественный электромагнитный шум СНЧ-диапазона, практически не

влияет на спектр шумановского резонанса при времени накопления 5...10 мин. Именно это свойство по умолчанию предполагается в измерениях. С помощью модели нам удалось продемонстрировать справедливость такого допущения.

**7. О возможности оценки плотности потока по скорости стабилизации.** Скорость стабилизации спектральных оценок должна зависеть от плотности потока импульсных событий. Конечно, реально существующие потоки от 50 до 100 имп./с заметно выше основной частоты шумановского резонанса 8 Гц. За один период этой частоты к наблюдателю в среднем приходит от 6 до 12 случайных импульсов, они существенно перекрываются, что не дает возможности определить их количество. С помощью модельных сигналов можно оценить, при каких потоках событий появляется шанс оценить их плотность по наблюдениям спектров шумановского резонанса.

Рассмотрим изменения относительных флуктуаций энергетических спектров при разных временах накопления. Применим общепринятые способы обработки данных наблюдений. Построим энергетические спектры при времени накопления 5, 10 и 30 мин и при фиксированной плотности потока  $\lambda = 1, 10, 50, 110$  имп./с. Полученные элементарные спектры  $S_\lambda^5(f)$ ,  $S_\lambda^{10}(f)$  и  $S_\lambda^{30}(f)$  усредним за 1 ч наблюдений (ансамбли из 12, 6 и 2 спектров), получив средние спектры  $G_5(f)$ ,  $G_{10}(f)$  и  $G_{30}(f)$ . Затем в полосе частот 4...40 Гц вычислим суммарную величину  $Q$  квадрата относительных флуктуаций спектральных оценок:

$$Q = \sum_{f_k=4}^{f_k=40} \frac{100}{G_T^2(f_k)} \left\{ \sum_N [S_T(f_k) - G_T(f_k)]^2 \right\}. \quad (7)$$

Внешнее суммирование ведется по частоте, изменяющейся от 4 до 40 Гц с шагом 0,1 Гц. Индекс  $T$  обозначает время накопления спектров, а внутреннее суммирование по  $N$  разностным спектрам включает соответственно 12 членов при  $T = 5$  мин, 6 членов при  $T = 10$  мин и 2 слагаемых при времени накопления  $T = 30$  мин.

Очевидно, что величина нормированных отклонений  $Q$  зависит от времени накопления  $T$  и от плотности потока импульсов  $\lambda$  как от параметра. Результаты обработки показаны на рис. 8. Здесь по горизонтальной оси отложено время накопления, а по вертикальной – относительный уровень флуктуаций энергетических спектров для  $\lambda = 1, 10, 50$  и  $110$  имп./с. Видно, что флуктуации заметно ослабевают при увеличении времени накопления.

Зависимости, показанные на рис. 8, оказываются близкими для плотностей потока в 10, 50 и 110 имп./с. Из-за стохастического характера

модели эти графики следует рассматривать как совпадающие. График для  $\lambda = 1$  имп./с подобен всем остальным графикам, однако он заметно приподнят над ними. Это отличие свидетельствует о том, что стабилизация резонансных спектров в принципе позволяет оценить плотность потока импульсов от молний, если грозовая активность сравнительно невелика.

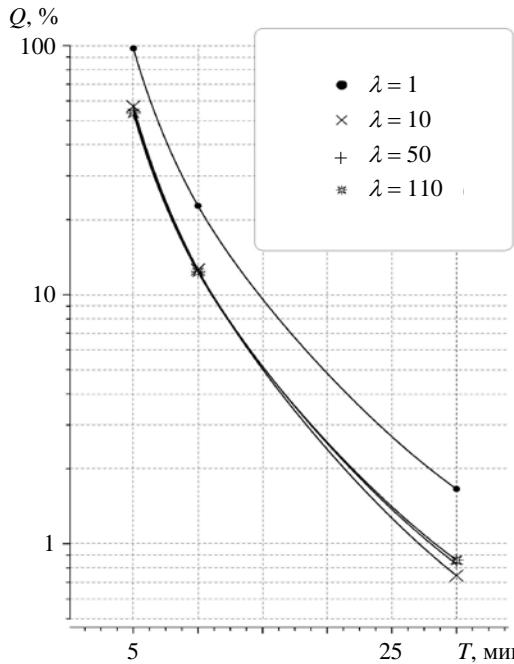


Рис. 8. Графики зависимостей относительных флуктуаций спектра от времени накопления при разных плотностях потока атмосфериков

Критерием малости служит количество событий, приходящихся на длину элементарной реализации, идущей в спектральную обработку (10 с), а не на период основного резонансного колебания ( $\sim 0,125$  с), как мы предполагали выше. Очевидно, что это более жесткое условие вытекает из необходимого спектрального разрешения. Для Земли, где резонансные частоты равны 8, 14, 20, ... Гц, спектральное разрешение должно быть не хуже 0,1 Гц. Отсюда длина элементарного сегмента записи, используемого в БПФ, оказывается равной 10 с.

Для успешной оценки плотности потока импульсов в 10-секундном временном интервале должно находиться немного импульсов, поэтому допустимая плотность потока составляет  $\approx 1$  событие в секунду. В этом случае стабильность спектральных оценок зависит как от времени накопления  $T$ , так и от плотности потока  $\lambda$ . К сожалению, реализовать это свойство в земных условиях невозможно из-за высокой грозовой активности, которая обычно обеспечивает плотность потока 50...100 событий в секунду.

**Выводы.** В статье описано получение временной реализации шумового радиосигнала, моделирующего реальные записи шумановского резонанса и состоящего из случайных импульсов, каждый из которых описывается решением во временной области [1–8, 10–15]. При этом приходится использовать случайные переменные с экспоненциальным, нормальным и равномерным распределением. Первая из них отвечает временной задержке импульсов, вторая позволяет описать случайные амплитуды сигналов, приходящих от молний, а третья – применяется для создания ансамбля случайных расстояний от наблюдателя до молний. Мы ограничились вертикальной электрической компонентой, что позволило использовать только три случайные независимые величины. Для моделирования горизонтального магнитного поля потребуется еще одна случайная переменная, описывающая азимут источника поля. В простейшем случае ею может служить еще одна случайная величина с равномерным распределением.

Используя заранее подготовленные псевдослучайные последовательности, удалось гарантировать подобие модельных сигналов, генерируемых при различных значениях плотности потока импульсов. В общем случае при получении модельных записей шумановского резонанса можно осуществлять генерацию случайных величин непосредственно в процессе вычислений временной реализации поля.

Представлены результаты спектральной обработки синтетических импульсных последовательностей при плотности потока 1, 10, 50 и 110 событий в секунду и при длине временной записи до 1 часа. С помощью стандартных 10-секундных реализаций, использованных в БПФ, продемонстрировано, что искусственный сигнал обладает многими особенностями реальных записей. Главные из них – это шумоподобная тонкая структура спектров длительных реализаций и естественная стабилизация спектральных оценок при суммировании (или усреднении) энергетических спектров элементарных реализаций. Синтезированный радиосигнал позволил оценить скорость стабилизации спектров и показать, что она практически не зависит от плотности потока атмосфериков, изменяющейся от 10 до 110 имп./с. Частоты и добротности резонансных пиков определяются при этом свойствами полости Земля–ионосфера. Иными словами, спектры фонового сигнала шумановского резонанса действительно можно использовать для исследований нижней ионосферы.

При времени накопления 5...10 мин спектры существенно сглаживаются, максимальные флуктуации не превышают 20...30 %, что согласуется с наблюдениями естественных сигналов.

Необходимость в большом времени накопления  $T$  и его слабая зависимость от плотности потока  $\lambda$  обусловлены пуассоновским характером сигнала.

Флуктуации спектра не исчезают полностью при длительном усреднении. Так, при  $T = 1$  ч относительные флуктуации энергетического спектра выходят на уровень 1...10 % и слабо убывают при дальнейшем увеличении времени накопления.

Существует возможность оценить плотность потока событий по данным шумановского резонанса при выполнении следующего условия. Плотности потока импульсов, для которых записи глобального электромагнитного резонанса зависят от  $\lambda$ , связаны с необходимым спектральным разрешением и соответствующей длиной элементарной временной реализации БПФ. В обрабатываемой реализации в среднем должно содержаться небольшое число грозовых импульсов, что исключает их существенное перекрытие. Для резонатора Земля–ионосфера должно выполняться условие  $\lambda \leq 1$  имп./с, что невозможно в условиях реальной мировой грозовой активности. Использовать глобальный электромагнитный резонанс для оценки потока атмосфериков возможно на планетах меньшего размера, чем Земля, при условии, что грозовая активность там слабее, чем на Земле.

Синтетический сигнал хорошо моделирует экспериментальные записи и может применяться в качестве эталона при тестировании и калибровке аппаратуры разных пунктов наблюдения. Его использование может оказаться полезным для приведения записей различных обсерваторий к единому стандарту.

#### Библиографический список

1. Nickolaenko A. P. and Hayakawa M. Resonances in the Earth-ionosphere cavity. Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publ., 2002. 380 p.
2. Николаенко А. П. Естественные электромагнитные импульсы СНЧ-диапазона. *Радиофизика и электроника*. 1997. Т. 2. № 1. С. 73–79.
3. Nickolaenko A. P., Hayakawa M. Natural electromagnetic pulses in the ELF range. *Geophys. Res. Lett.* 1998. Vol. 25, No.16, pp. 3103–3106.
4. Nickolaenko A. P., Hayakawa M., Kudintseva I. G., Myand S. V. and Rabinowicz L.M. ELF sub-ionospheric pulse in time domain. *Geophys. Res. Lett.* 1999. Vol. 26. No.7. PP. 999–1002.
5. Мянд С. В., Николаенко А. П., Рабинович Л. М., Кудинцева И. Г., Хаякава М. СНЧ-импульсы от грозовых разрядов во временном представлении. *Радиофизика и электроника*. 2000. Т. 5. № 1. С. 116–124.
6. Николаенко А. П., Рабинович Л. М. Ускорение сходимости временных представлений для СНЧ-импульсов, излучаемых грозовыми разрядами. *Радиофизика и электроника*. 2000. Т. 5. № 2. С. 275–282.
7. Nickolaenko A. P., Rabinowicz L. M., Hayakawa M. Time domain presentation for ELF pulses with accelerated convergence. *Geophys. Res. Lett.* 2004. Vol. 31. L05808. DOI:10.1029/2003GL018700

8. Nickolaenko A. P., Rabinowicz L. M., Hayakawa M. Natural ELF pulses in the time domain: series with accelerated convergence. *IEEJ Trans. on Fundamentals and Materials*. 2004. Vol. 124, N 12. PP. 1210–1215.
9. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника, изд. 2-е. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
10. Nickolaenko A., Hayakawa M. Schumann resonance for tyros (Essentials of Global Electromagnetic Resonance in the Earth–Ionosphere Cavity). Tokyo-Heidelberg-New York-Dordrecht-London: Springer, 2014. 348 р.
11. Николаенко А. П. Одномерная функция распределения вероятности вертикальной электрической компоненты земного радиошума в диапазоне СНЧ. *Изв. вузов. Радиофизика*. 1981. Т. 24, № 1. С. 34–42.
12. Данилов Д. Л., Жиглявский А. А. Главные компоненты временных рядов: метод «гусеница». СПб.: Изд-во СпбГУ, 1997. 307 с.
13. Price C. ELF Electromagnetic Waves from Lightning: The Schumann Resonances. *Atmosphere*. vol. 7, 116, pp. 1–20; 2016, doi:10.3390/atmos7090116 www.mdpi.com/journal/atmosphere
14. Nickolaenko A. P., Shvets A.V., and Hayakawa M. Propagation of Extremely Low-Frequency Radio Waves. Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering. J. Webster (ed.), John Wiley & Sons, Inc., 2016, pp. 1–20, DOI:10.1002/047134608X.W1257.pub2, eeee@wiley.com
15. Nickolaenko A. P., Galuk Yu. P. and Hayakawa M. Extremely Low Frequency (ELF) Wave Propagation: Vertical Profile of Atmospheric Conductivity Matching with Schumann Resonance Data. *Horizons in World Physics*. vol. 288, Chapter 6, NOVA Sci. Publ., 2016.
16. NICKOLAENKO, A. P. and HAYAKAWA, M., 2000. Resonances in the Earth-ionosphere cavity. Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publ.
17. NICKOLAENKO, A. P., 1997. Natural ELF Electromagnetic Pulses. *Telecommunications and Radio Engineering*. vol. 51, no. 1, pp. 25–34 (in Russian).
18. NICKOLAENKO, A. P., HAYAKAWA, M., 1998. Natural electromagnetic pulses in the ELF range. *Geophys. Res. Lett.* vol. 25, no. 16, pp. 3103–3106.
19. NICKOLAENKO, A. P., HAYAKAWA, M., KUDINTSEVA, I. G., MYAND, S.V. AND RABINOWICZ, L.M., 1999. ELF sub-ionospheric pulse in time domain. *Geophys. Res. Lett.* vol. 26, no. 7, pp. 999–1002.
20. MYAND, S. V., NICKOLAENKO, A. P., RABINOWICZ, L. M., KUDINTSEVA, I. G., HAYAKAWA, M., 2001. Time-Domain Representation of ELF Pulses Generated by Lightning Discharges. *Telecommunications and Radio Engineering*. vol. 55, no. 4, pp. 1–8.
21. NICKOLAENKO, A. P., RABINOWICZ, L. M., 2001. Acceleration of the convergence of time domain presentations for the ELF pulses from the lighting strokes. *Telecommunications and Radio Engineering*. vol. 55, no. 5, pp. 16–22.
22. NICKOLAENKO, A. P., RABINOWICZ, L. M., HAYAKAWA, M., 2004. Time domain presentation for ELF pulses with accelerated convergence. *Geophys. Res. Lett.* vol. 31, L05808, doi:10.1029/2003GL018700
23. NICKOLAENKO, A. P., RABINOWICZ, L. M., HAYAKAWA, M., 2004. Natural ELF pulses in the time domain: series with accelerated convergence. *IEEJ Trans. on Fundamentals and Materials*. vol. 124, no. 12, pp. 1210–1215.
24. TIKHONOV, V. I., 1982. Startistical radio technique, 2nd ed. Moscow: Radio i svyaz' (in Russian).
25. NICKOLAENKO, A., HAYAKAWA, M., 2014. Schumann resonance for tyros (Essentials of Global Electromagnetic Resonance in the Earth–Ionosphere Cavity). Tokyo-Heidelberg-New York-Dordrecht-London: Springer.
26. NICKOLAENKO, A. P., 1981. One-dimensional distribution function of the vertical electric component of terrestrial ELF radio noise. *Radiophysics and Quantum Electronics*. vol. 24, no. 1, pp. 24–30.
27. DANILOV, D. L., AND ZHIGLYAVSKY, A. A., 1997. Principal components of time series: the Caterpillar method. SPb.: SPb. University Publ. (in Russian).
28. PRICE, C., 2016. ELF Electromagnetic Waves from Lightning: The Schumann Resonances. *Atmosphere*. vol. 7, 116, pp. 1–20; DOI:10.3390/atmos7090116 www.mdpi.com/journal/atmosphere
29. NICKOLANEKO, A. P., SHVETS, A. V., AND HAYAKAWA, M., 2016. Propagation of Extremely Low-Frequency Radio Waves. Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering. J. Webster (ed.), John Wiley & Sons, Inc. pp. 1–20, DOI:10.1002/047134608X.W1257.pub2, eeee@wiley.com
30. NICKOLAENKO, A. P., GALUK, Yu. P., AND HAYAKAWA, M., 2016. Extremely Low Frequency (ELF) Wave Propagation: Vertical Profile of Atmospheric Conductivity Matching with Schumann Resonance Data. *Horizons in World Physics*. vol. 288, Chapter 6, NOVA Sci. Publ.

Рукопись поступила 12.12.2016.

I. G. Kudintseva, S. A. Nikolayenko,  
A. P. Nickolaenko, M. Hayakawa

## SCHUMANN RESONANCE BACKGROUND SIGNAL SYNTHESIZED IN TIME

Simulation of signals of the global electromagnetic resonance is of great interest in theory and the measurement practice. We describe a method of generating the artificial Schumann resonance signal and present its major features. It is shown that the synthesized time domain record exhibits many of the experimentally observed characteristics pertinent to the natural radio signals. We propose using the synthetic signals in simulations of natural ELF radio noise and in calibrations of the receiving equipment.

**Key words:** Schumann resonance, ELF background radio noise, power spectra of Schumann resonance.

І. Г. Кудинцева, С. О. Ніколаєнко,  
О. П. Ніколаєнко, М. Хайакава

## СИНТЕЗОВАНІЙ У ЧАСІ ФОНОВИЙ СИГНАЛ ШУМАНІВСЬКОГО РЕЗОНАНСУ

Моделювання сигналів глобального електромагнітного резонансу викликає значний інтерес для теорії та практики вимірювань. Описано генерацію та представлено основні властивості штучного сигналу шуманівського резонансу. Показано, що синтезований сигнал пояснює численні властивості сигналів, що спостерігаються експериментально. Пропонується використовувати такі сигнали для моделювання природного шуму та калібрування приймальної апаратури.

**Ключові слова:** шуманівський резонанс, фоновий ННЧ-радіосигнал, енергетичний спектр шуманівського резонансу.