

Обнаружение детерминированно ослабленных сигналов в астрономических фотометрических системах

Е. И. Жилин, С. А. Безверхий

*Военный научный центр космических исследований,
61043, г. Харьков, пл. Свободы, 6, в/ч А 1449*

Статья поступила в редакцию 3 декабря 2001 г.

Предложен оптимальный алгоритм обнаружения сигналов на фоне аддитивной помехи, имеющих распределение Эрланга k -го порядка. Получены аналитические выражения для отношения правдоподобия и вероятностных характеристик обнаружения. На основе этих выражений построены кривые обнаружения. Предложена функциональная схема квазиоптимального обнаружителя.

Запропоновано оптимальний алгоритм виявлення сигналів на фоні адитивної завади, що мають розподіл Ерланга k -го порядку. Отримано аналітичні вирази для відношення правдоподібності і ймовірносних характеристик виявлення. На основі цих виразів побудовано криві виявлення. Запропоновано функціональну схему квазиоптимального виявника.

Введение

Задача обнаружения космических объектов (КО) на фоне дневного и сумеречного неба является весьма сложной. Одной из причин, усложняющих решение задачи, является высокая интенсивность фоновой составляющей аддитивной смеси сигнала и помехи, обусловленная рассеянием солнечного света в атмосфере Земли. Интенсивный фон приводит к “слипанию” импульсов фотоотсчетов на выходе фотоэлектронного умножителя (ФЭУ), а так же к насыщению фотоприемника и потере информации о наблюдаемом КО.

Для согласования динамических диапазонов входного сигнала и ФЭУ как правило используются нейтральные фильтры (НФ), осуществляющие ослабление оптического излучения. Известно, что такой способ ослабления входного сигнала приводит к уменьшению отношения сигнал/шум ослабленного светового потока [1] и, как следствие, к

ухудшению проникающей способности оптико-электронного средства (ОЭС). Тогда как при детерминированном способе ослабления оптических сигналов данные характеристики не изменяются [1], что расширяет возможности обнаружения КО на фоне аддитивных помех большой интенсивности.

На практике, обычно, выполняется условие, когда координаты КО известны с точностью $1 \div 10'$, что гораздо больше углового размера диафрагмы фотометра (порядка $10''$) [2, 3]. В этом случае путем сканирования должна быть решена задача поиска и обнаружения КО на фоне аддитивных помех. Важность решения данной задачи возрастает по мере уменьшения угловых размеров диафрагмы фотометра, которая согласуется с угловыми размерами КО.

Настоящая статья посвящена синтезу алгоритма обнаружения детерминированно ослабленных сигналов, распределенных по закону Эрланга k -го порядка.

Постановка задачи и анализ априорных данных

Пусть наблюдается сигнал от КО на фоне аддитивных помех большой интенсивности, вызванных рассеянием солнечного света в атмосфере Земли. Фотометрические измерения интенсивности сигнала проводятся с помощью двухканального фотометра с пространственным разделением каналов [4]. На вход первого канала поступает аддитивная смесь сигнала и фона, а на вход второго – фоновое излучение. Угол поля зрения $2\beta_\phi$ каждого из каналов фотометра максимально приближен (с использованием диафрагмы) к угловым размерам наблюдаемого КО $2\beta_{\text{ко}}$.

Случайный световой поток от КО и фона адекватно описывается пуассоновской моделью [3, 6, 7]. Как реализацию случайного потока можно рассматривать и случайные появления фотоотсчетов на выходе ФЭУ. Для проведения фотометрических измерений при сильных аддитивных помехах требуется осуществление согласования интенсивности сигнала с динамическим диапазоном ФЭУ. Одним из вариантов согласования является ослабление входного сигнала с помощью НФ. Ослабление оптического сигнала нейтральным фильтром в k раз не изменяет пуассоновскую статистику сигнала на выходе ФЭУ, однако уменьшает его среднее значение в k раз. Для НФ ослабление в $k > 1$ раз реализуется случайным (с вероятностью $p = k^{-1}$) пропусканием каждого фотона исходного потока. В этом случае реализуется стохастическое, вероятностное ослабление потока света [1]. Как показано в работах [1, 4, 5], отношение сигнал/шум исходного потока в результате стохастического ослабления уменьшается в \sqrt{k} раз, что может приводить к уменьшению проникающей способности ОЭС на несколько звездных величин.

Как альтернатива представляется реализация такого же по величине ослабления потока фотонов (фотоэлектронов) строго детерминированным образом – пропусканием каждого k -го фотона (фотоотсчета) и непропусканием последующих $k - 1$. При этом, в силу

свойств детерминированного преобразования пуассоновского потока отношение сигнал/шум и проникающая способность ОЭС не изменяются. В результате детерминированного ослабления (прореживания) исходных потоков их статистика изменяется. Случайные потоки $N(t)$, получаемые прореживанием в k раз пуассоновских, представляют собой так называемые потоки Эрланга k -го порядка [7]. В процессе обнаружения выдвигаются гипотезы об отсутствии сигнала КО или его наличии. Таким образом, задача обнаружения сводится к принятию одной из гипотез по результатам наблюдения реализации $n(t)$ случайного потока $N(t)$ и выдачи решения γ_0 или γ_1 о принятии соответствующей гипотезы [6].

В каналах фотометра реализуется дискретная форма регистрации сигнала, в результате чего реализация случайного потока $n(t)$ подвергается временной дискретизации. При ограниченном времени наблюдения T_n и интервале дискретизации t_i ($n(t_i) = n_i$; $t_i \in T_n$; $i = 1, m$) получаем однородную выборку $n = (n_1, \dots, n_i, \dots, n_m)$ с вероятностями (при наличии сигнала и его отсутствии соответственно):

$$P_{n_i}^{(\text{сн})}(t_i) = \sum_{s=kn_i}^{k(n_i+1)-1} \frac{(\bar{n}_{ci} + \bar{n}_{ni})^s}{s!} e^{-(\bar{n}_{ci} + \bar{n}_{ni})}, \quad (1)$$

$$P_{n_i}^{(n)}(t_i) = \sum_{t=kn_i}^{k(n_i+1)-1} \frac{\bar{n}_{ni}^t}{t!} e^{-\bar{n}_{ni}}. \quad (2)$$

Здесь \bar{n}_{ci} , \bar{n}_{ni} – средние значения фотоотсчетов на i -ом подынтервале наблюдения в исходном пуассоновском потоке для сигнальной и помеховой составляющей соответственно [1].

В качестве неизвестного параметра сигнала принимается номер гипотезы с неопределенными априори вероятностями. К алгоритму предъявляется требование выдачи единственного решения в результате обработки входных данных за весь фиксированный интервал наблюдения. Матрица потерь считается априори неизвестной.

Оптимальный алгоритм обнаружения

Исходя из имеющихся априорных данных синтез алгоритма обнаружения сигнала от КО целесообразно производить по критерию Неймана-Пирсона [6]. В этом случае решающее правило будет состоять в вычислении значения отношения правдоподобия и сравнении результата вычислений с порогом h . Выражение для отношения правдоподобия, при разбиении интервала наблюдения на статистически независимые подынтервалы длительностью t_i , имеет вид [3]:

$$l = \prod_{i=1}^m \frac{P_{n_i}^{(cn)}(t_i)}{P_{n_i}^{(n)}(t_i)} \quad (3)$$

Используя выражения (1) и (2), для дроби под знаком произведения в (3) получим:

$$\frac{P_{n_i}^{(cn)}(t_i)}{P_{n_i}^{(n)}(t_i)} = e^{-\bar{n}_{ci}} \frac{\sum_{s=k_i}^{k(n_i+1)-1} \frac{(\bar{n}_{ci} + \bar{n}_{ni})^s}{s!}}{\sum_{t=k_i}^{k(n_i+1)-1} \frac{\bar{n}_{ni}^t}{t!}} = e^{-\bar{n}_{ci}} \left[1 + \frac{\bar{n}_{ci}}{\bar{n}_{ni}} \right]^{k_i} \times$$

$$\times \frac{1 + \frac{\bar{n}_{ci} + \bar{n}_{ni}}{k_i + 1} + \dots + \frac{(\bar{n}_{ci} + \bar{n}_{ni})^{k-1}}{(k_i + 1)(k_i + 2) \dots (k(n_i + 1) - 1)}}{1 + \frac{\bar{n}_{ni}}{k_i + 1} + \dots + \frac{\bar{n}_{ni}^{k-1}}{(k_i + 1)(k_i + 2) \dots (k(n_i + 1) - 1)}} \quad (4)$$

Соответственно для логарифма отношения правдоподобия имеем:

$$\ln l = \ln \prod_i \frac{P_{n_i}^{(cn)}(t_i)}{P_{n_i}^{(n)}(t_i)} = -\sum_{i=1}^m \bar{n}_{ci} + \sum_{i=1}^m \left[k_i \ln \left(1 + \frac{\bar{n}_{ci}}{\bar{n}_{ni}} \right) + \right.$$

$$\left. + \ln \frac{1 + \frac{\bar{n}_{ci} + \bar{n}_{ni}}{k_i + 1} + \dots + \frac{(\bar{n}_{ci} + \bar{n}_{ni})^{k-1}}{(k_i + 1)(k_i + 2) \dots (k(n_i + 1) - 1)}}{1 + \frac{\bar{n}_{ni}}{k_i + 1} + \dots + \frac{\bar{n}_{ni}^{k-1}}{(k_i + 1)(k_i + 2) \dots (k(n_i + 1) - 1)}} \right] \quad (5)$$

Как видно из (5), первый член выражения не содержит статистически зависимых харак-

теристик наблюдаемой реализации сигнала. Поэтому в качестве достаточной статистики можно принять:

$$S(l) = \sum_{i=1}^m \left\{ k_i \ln \left(1 + \frac{\bar{n}_{ci}}{\bar{n}_{ni}} \right) + \right.$$

$$\left. + \ln \frac{1 + \frac{\bar{n}_{ci} + \bar{n}_{ni}}{k_i + 1} + \dots + \frac{(\bar{n}_{ci} + \bar{n}_{ni})^{k-1}}{(k_i + 1)(k_i + 2) \dots (k(n_i + 1) - 1)}}{1 + \frac{\bar{n}_{ni}}{k_i + 1} + \dots + \frac{\bar{n}_{ni}^{k-1}}{(k_i + 1)(k_i + 2) \dots (k(n_i + 1) - 1)}} \right\} \quad (6)$$

Квазиоптимальные алгоритмы

Поскольку в процессе фотометрирования при малом интервале наблюдения ($T_n < 1$ с) изменение среднего значения фотоотсчетов для сигнала и помехи на подынтервалах наблюдения будет незначительным, правомерным будет допущение о постоянстве средних значений фотоотсчетов на всем интервале наблюдения: $\bar{n}_{ci} \rightarrow \bar{n}_c = \text{const}$; $\bar{n}_{ni} \rightarrow \bar{n}_n = \text{const}$. Тогда, выражение для достаточной статистики можно записать в виде:

$$S(l) = \sum_{i=1}^m \left[k_i \ln \left(1 + \frac{\bar{n}_c}{\bar{n}_n} \right) + \left[(k-1) \ln \left(1 + \frac{\bar{n}_c}{\bar{n}_n} \right) + \right.$$

$$\left. + \ln \left(1 + \frac{k-1}{\bar{n}_c + \bar{n}_n} + \dots + \frac{k(n_i+1) \times \dots \times (k(n_i+1)-1)}{(\bar{n}_c + \bar{n}_n)^{k-1}} \right) - \right.$$

$$\left. - \ln \left(1 + \frac{k-1}{\bar{n}_n} + \dots + \frac{(k(n_i+1)) \times \dots \times (k(n_i+1)-1)}{\bar{n}_n^{k-1}} \right) \right] \quad (7)$$

Функциональная схема квазиоптимального обнаружителя изображена на рис. 1. Представленная схема является трехканальной по входу. Источником информации для первого канала обнаружителя является выход фотомет-

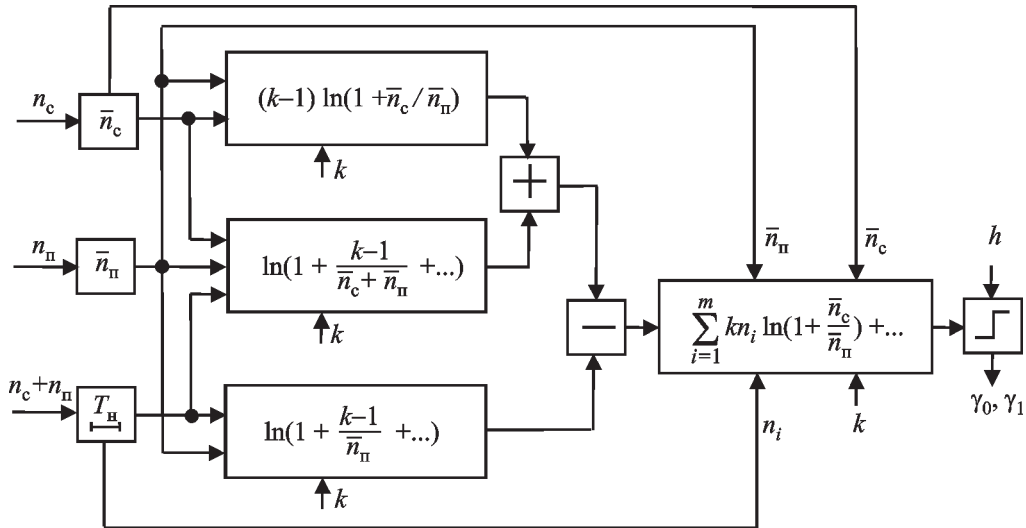


Рис. 1. Функциональная схема обнаружителя

ра, а для третьего и второго – первый и второй каналы фотометра, где формируются фотоотсчеты смеси сигнала и помехи и фотоотсчеты только помехи соответственно. На выходе схемы определяется значение отношения правдоподобия. В результате его сравнения с выбранным значением порога вырабатывается решение о наличии или отсутствии сигнала.

При проведении фотометрических измерений КО в условиях сильного фона, характерного для сумеречного и дневного времени суток, интенсивность помехи намного превышает интенсивность обнаруживаемого сигнала от КО ($\bar{n}_n \gg \bar{n}_c$), и выражение (7) приобретает вид:

$$S(l) \approx k \frac{\bar{n}_c}{\bar{n}_n} \sum_{i=1}^m n_i. \quad (8)$$

В этом случае обработка реализации существенно упрощается и сводится к подсчету импульсов фотоотчетов с весом $k \bar{n}_c / \bar{n}_n$.

Когда смесь сигнала и помехи не превышает верхней границы динамического диапазона фотометра и коэффициент ослабления $k = 1$, выражение (6) приобретает вид:

$$S(l) = \ln \left(1 + \frac{\bar{n}_c}{\bar{n}_n} \right) \sum_{i=1}^m n_i, \quad (9)$$

что соответствует оптимальному алгоритму обнаружения пуассоновского потока [3].

Рабочие характеристики алгоритма обнаружения

Процесс обнаружения сигнала на фоне помех будет сопровождаться наличием ошибок принятия решения первого рода α (условная вероятность ложного обнаружения) и второго – β (условная вероятность пропуска цели) [6]. Качество полученных алгоритмов будет определяться значениями вероятностных характеристик, обеспечиваемых использованием данных алгоритмов. На практике для оценки качества обнаружения наряду с ошибками первого и второго рода часто используют условную вероятность ложной тревоги F ($F = \alpha$) и правильной обнаружения D ($D = 1 - \beta$). Исходя из выражений (1), (2) и определения вероятностных характеристик обнаружения [3]:

$$D = \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{j=k-n}^{k(n+1)-1} \frac{(\bar{n}_c + \bar{n}_n)^j}{j!} e^{-(\bar{n}_c + \bar{n}_n)}, \quad (10)$$

$$F = \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{j=k-n}^{k(n+1)-1} \frac{\bar{n}_n^j}{j!} e^{-\bar{n}_n}, \quad (11)$$

где n_0 – порог обнаружения.

На рис. 2 представлены кривые обнаружения сигнала, рассчитанные по выражениям

(10), (11) при разных значениях коэффициента ослабления, условной вероятности ложной

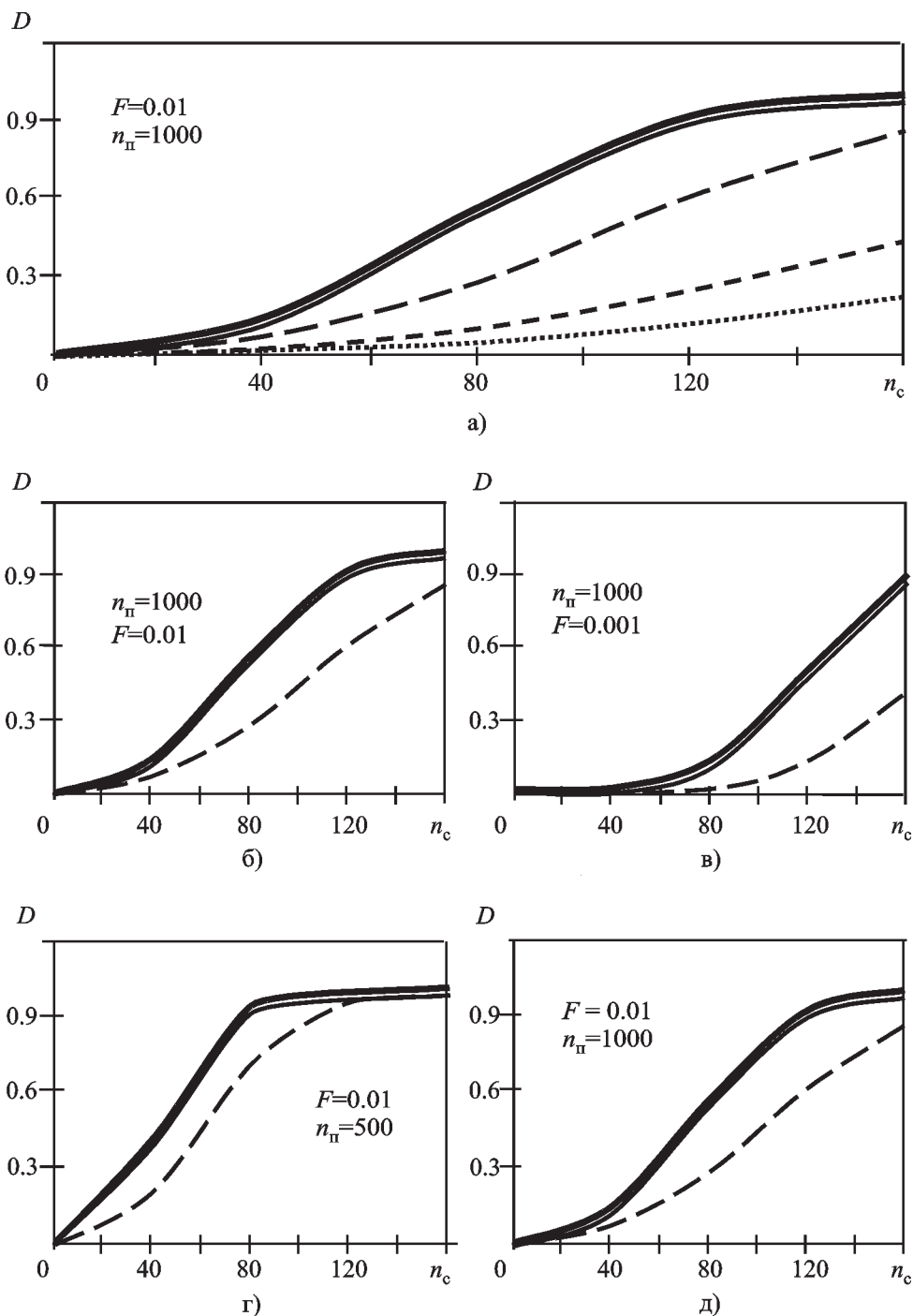


Рис. 2. Кривые обнаружения сигнала:

- а) ———— — нет ослабления, ————— — детерминированное ослабление ($k = 1, 2, 5, 10$),
 - - - - - стохастическое ослабление ($k = 2$), - · - · - · стохастическое ослабление ($k = 5$),
 · · · · · стохастическое ослабление ($k = 10$);
- б), в), г), д) ———— — нет ослабления, ————— — детерминированное ослабление ($k = 2$),
 - - - - - стохастическое ослабление ($k = 2$)

тревоги и интенсивности помехи. При заданной вероятности ложной тревоги (рис. 2, а) и интенсивности помехи увеличение коэффициента ослабления, в случае стохастического ослабления, приводит к уменьшению вероятности правильного обнаружения, тогда как при детерминированном ослаблении такое уменьшение происходит не при любом k . При значении коэффициента ослабления $k = 1$ процесс обнаружения сигнала согласно (7), как и предполагалось, сводится к алгоритму обнаружения пуассоновского сигнала (рис. 2, а). При $k > 1$ применение детерминированного ослабления сигнала (в отличие от стохастического ослабления) в совокупности с полученным алгоритмом позволяет обнаруживать сигналы без потерь в вероятностных характеристиках при различных значениях F (рис. 2, б, в) и \bar{p}_n (рис. 2, г, д).

Заключение

Предложен оптимальный алгоритм обнаружения сигнала на фоне помехи, имеющих распределение Эрланга. Громоздкость полученного аналитического выражения для достаточной статистики отношения правдоподобия усложняет техническую реализацию этого алгоритма. Рассмотрены условия, при которых возможно обнаружение детерминированно ослабленного сигнала с помощью оптимального алгоритма обнаружения сигнала с пуассоновской статистикой. В этих условиях техническая реализация алгоритма упрощается без потерь в характеристиках обнаружения сигнала. Использование описанных в статье оптимального и квазиоптимального алгоритмов совместно с детерминированным ослаблением сигнала (при котором величина коэффициента ослабления не будет оказывать влияния на вероятностные характеристики обнаружения) позволит повысить проникающую способность астро-

номических фотометрических систем в условиях сильного фонового излучения.

Авторы выражают благодарность Стрелкову А. И. и Стаднику А. М. за оказанную помощь при постановке задачи и выборе методов ее решения.

Литература

1. А. И. Стрелков, А. М. Стадник, А. П. Лытюга, Т. А. Стрелкова. Радиотехника. 1988, Вып. 108, с. 37-44.
2. Д. Я. Мартынов. Курс практической астрофизики. Москва, Наука, 1967, 536 с.
3. С. В. Москвитин, А. И. Стрелков. Теоретические основы оптической локации. Харьков, ВИРТА, 1992, 369 с.
4. А. И. Стрелков, Е. И. Жилин. Системы обработки информации. Харьков, Изд-во ХВУ, 2001, № 14, с. 135-141.
5. А. И. Стрелков, Е. И. Жилин, А. П. Лытюга, Т. А. Стрелкова. Системы обработки информации. Харьков, 2001, № 13, с. 85-92.
6. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. Москва, Радио и связь, 1989, 656 с.
7. В. И. Тихонов. Статистическая радиотехника. Москва, Радио и связь, 1982, 624 с.

Detection of Deterministically Moderated Signals in Astronomical Photometric Systems

E. I. Zhilin, S. A. Bezverhiy

Algorithm for optimum detection of a signal in additive noise, both having Erlang distribution of the order k , is presented. Analytical expressions for ratio of the likelihood and probability characteristics of detection are obtained. The detection plots are built on this basis. The functional scheme of the quasioptimum detector is proposed.