

Формирование низкочастотных гармоник на поверхности жидкого водорода и гелия в турбулентном режиме

Л.В. Абдурахимов¹, М.Ю. Бражников¹, А.А. Левченко¹, А.М. Лихтер², И.А. Ремизов¹

¹Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка, Московская обл., 142432, Россия
E-mail: levch@issp.ac.ru

²Астраханский государственный университет, г. Астрахань, 414056, Россия

Статья поступила в редакцию 29 июня 2014 г., после переработки 6 октября 2014 г.,
опубликована онлайн 27 января 2015 г.

Экспериментально исследовано формирование гармоник на частотах ниже частоты накачки в системе капиллярно-гравитационных волн на поверхности жидкого водорода и сверхтекучего гелия в турбулентном режиме при монохроматической накачке. Показано, что выбором спектральной характеристики возбуждающей силы и дискретности в спектре поверхностных колебаний, изменяя границы экспериментальной ячейки, удастся создать условия для генерации волн в низкочастотном диапазоне. При определенных частотах монохроматической накачки на поверхности жидкого водорода низкочастотные гармоники наблюдаются только в прямоугольной ячейке. Передача энергии как в низкочастотные субгармоники, так и в высокочастотные гармоники, обусловлена трехволновыми процессами распада волн. На поверхности сверхтекучего гелия в цилиндрической ячейке обратный каскад формируется в результате трехволновых процессов распада, причем около 90% энергии сосредотачивается в обратном каскаде.

Експериментально досліджено формування гармонік на частотах нижче частоти накачування в системі капілярно-гравітаційних хвиль на поверхні рідкого водню і надплинного гелію в турбулентному режимі при монохроматичному накачуванні. Показано, що вибором спектральної характеристики збуджуючої сили та дискретності в спектрі поверхневих коливань, змінюючи межі експериментальної комірки, вдається створити умови для генерації хвиль в низькочастотному діапазоні. За певних частот монохроматичного накачування на поверхні рідкого водню низькочастотні гармоніки спостерігаються тільки в прямокутній комірці. Передача енергії як в низькочастотні субгармоніки, так і у високочастотні гармоніки, обумовлена трьоххвильовими процесами розпаду хвиль. На поверхні надплинного гелію в циліндричній комірці зворотний каскад формується в результаті трьоххвильових процесів розпаду, причому близько 90% енергії зосереджується у зворотному каскаді.

PACS: 47.27.Gs Изотропная турбулентность; однородная турбулентность.

Ключевые слова: низкие температуры, жидкий водород, сверхтекучий гелий, нелинейные волны, турбулентность, поверхностные волны.

Введение

Спектр волн на заряженной поверхности жидкости, находящейся в перпендикулярном электрическом поле, определяется силами гравитации и поверхностного натяжения и давлением электрического поля:

$$\omega^2 = k \operatorname{th}(kh) \left(g + \frac{\sigma}{\rho} k^2 - \frac{2P \operatorname{cth}(kd)}{\rho} k \right), \quad (1)$$

где ω — круговая частота волны, g — ускорение свободного падения, k — волновой вектор, σ — коэффициент поверхностного натяжения, ρ — плотность жидкости, h — глубина жидкости, d — расстояние до управляющего электрода, $P = (1/8\pi)(u/d)^2$ — давление электрического поля [1]. На поверхности воды волны длиной более $\lambda_0 = 2\pi(\sigma/\rho g)^{1/2} = 17$ мм принято считать гравитационными, а менее — капиллярными. Для жидкого водорода при температуре $T = 15,6$ К та-

кой переход происходит при длине волны λ_0 , равной 12 мм, для сверхтекучего гелия при $T = 1,7$ К — при $\lambda_0 = 1,8$ мм. Частота волны, соответствующая переходу от гравитационных волн к капиллярным, $f_0 = 1 / (2^{1/2} \pi) \times (g^3 \rho / \sigma)^{1/4}$, равняется 16 Гц (граничная частота) для жидкого водорода при $T = 15,6$ К и при $T = 1,7$ К $f_0 = 32$ Гц для сверхтекучего гелия.

Основной механизм взаимодействия нелинейных гравитационных волн — четырехволновые процессы, в то время как для капиллярных волн преобладают трехволновые процессы распада и слияния, так как закон дисперсии является распадным для капиллярных волн и нераспадным для гравитационных [2].

Поверхность жидкости можно возбуждать переменной силой, действующей в некотором интервале волновых масштабов. При таком воздействии в систему поверхностных волн вводится энергия, которая вследствие нелинейного взаимодействия волн распространяется из области накачки в область диссипации: в сторону больших волновых векторов — прямой каскад и в сторону малых волновых векторов — обратный каскад. В обратном каскаде сохраняется поток действия (число волн). Прямые и обратные каскады могут формироваться в системах капиллярных и гравитационных волн.

Теория волновой турбулентности [2], развитая для слабовзаимодействующих нелинейных волн, предсказывает степенной характер распределения энергии в каскаде по волновым векторам. Для гравитационных волн распределение энергии в прямом каскаде описывается степенной функцией $E \sim k^{-5/2}$, а в обратном каскаде $E \sim k^{-7/3}$, при этом сохраняется постоянным поток волнового действия. В диапазоне больших волновых векторов для капиллярных волн распределение энергии E в прямом каскаде пропорционально $k^{-7/4}$ [2]. Прямые каскады в системах капиллярных волн наблюдались неоднократно на поверхности воды [3–6], силиконового масла [7], жидкого водорода и гелия [8,9] и ртути [10].

Развитые обратные турбулентные каскады в экспериментальных условиях до сих пор наблюдать не удавалось. Однако недавно в системе волн второго звука наблюдали генерацию нескольких субгармоник на частотах ниже частоты накачки, которую авторы связали с формированием потока энергии в сторону больших масштабов (обратного потока) [11].

Ранее в исследованиях турбулентности на поверхности жидкого водорода, выполненных на цилиндрических ячейках, низкочастотные субгармоники не наблюдались [12]. Следует отметить, что при изучении турбулентности в экспериментах в цилиндрической ячейке мы имели дело с волнами в одномерном k -пространстве. Причем это пространство дискретное, и расстояние между резонансными модами для капилляр-

ных волн $\Delta\Omega$ на шкале частот увеличивается с ростом частоты:

$$\Delta\Omega = (3\pi / D) (\sigma / \rho)^{1/3} \omega^{1/3}, \quad (2)$$

где D — диаметр ячейки. Для линейных гравитационных волн, распространяющихся в бассейне со стороной L , расстояние между резонансными модами уменьшается с ростом частоты:

$$\Delta\Omega = \frac{\pi g}{L \omega}. \quad (3)$$

При взаимодействии нелинейных волн, находящихся в турбулентном режиме, выполняются законы сохранения энергии и импульса. Поэтому переход от непрерывного k -пространства к дискретному приводит к дополнительным ограничениям на возможные реакции волн: распад и слияние [13,14]. Эти жесткие ограничения смягчаются в результате уширения резонансных пиков из-за нелинейного взаимодействия $\Delta\omega_n$ и вязких потерь $\Delta\omega_v$.

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \delta, \quad k_1 + k_2 = k_3, \quad \Delta\omega = \Delta\omega_n + \Delta\omega_v, \quad (4)$$

где $|\delta| < \Delta\omega$.

Уширение, обусловленное нелинейным взаимодействием капиллярных волн, возбуждаемых на поверхности монохроматической силой, уменьшается при увеличении частоты,

$$\Delta\omega_n \sim f(A) \omega^{-1/6}, \quad (5)$$

где $f(A)$ — возрастающая функция амплитуды волны A на частоте накачки.

Величина вязкого уширения резонансных пиков поверхностных волн, наоборот, возрастает по закону, пропорциональному функции ω^β , где $\beta > 0$ [15], и на высоких частотах может сравняться с расстоянием между резонансными модами. При этом спектр становится квазинепрерывным. На низких частотах вязкое уширение пиков незначительно, а расстояния по частоте между резонансами еще относительно велики. Поэтому дискретность в спектре слабонелинейных поверхностных волн играет существенную роль во взаимодействии волн в капиллярно-гравитационном и гравитационном диапазонах (на низких частотах).

В цилиндрической ячейке влияние дискретности на турбулентное распределение слабонелинейных радиально симметричных волн более существенно, чем в ячейке прямоугольной (квадратной) формы, так как плотность собственных (резонансных) состояний в двумерном k -пространстве прямоугольной ячейки существенно выше, чем в одномерном k -пространстве цилиндрической ячейки при одинаковых характерных размерах сосуда. Поэтому изменение формы ячейки с цилиндрической на прямоугольную или квадратную приводит как к переходу к двумерному k -пространству, так и к изменению расстояния между собственными модами в резонаторе,

и, следовательно, открывает новые каналы для взаимодействия волн, оставляя систему дискретной.

Методика измерений и обработки результатов

Схема измерений турбулентных распределений на поверхности жидкого водорода и гелия приведена на рис. 1. Эксперименты были проведены в оптических ячейках, размещенных в оптическом гелиевом криостате. Внутри ячеек устанавливали горизонтальный конденсатор. Нижняя обкладка конденсатора была изготовлена в форме цилиндра диаметром 30 мм для экспериментов с жидким гелием либо в форме четырехгранного стакана со стороной грани, равной 40 мм, вставленного в цилиндр диаметром 60 мм и высотой $h = 3,5$ мм. Газообразный водород или гелий конденсировали в стаканы под срез. Уровень жидкости контролировали визуально с точностью в несколько десятых долей миллиметра. Над поверхностью жидкости на высоте 3,5 мм была расположена верхняя обкладка конденсатора, изготовленная в форме квадратной пластины с прорезью шириной 4 мм для прохождения лазерного луча. Длина стороны пластины равнялась 55 мм.

Свободная поверхность жидкости заряжалась с помощью источника зарядов, который располагался на дне стакана. Между обкладками конденсатора прикладывалось постоянное напряжение U_c в диапазоне от 600 В до 1 кВ. Знак зарядов, образующих квазидвумерный слой под поверхностью жидкости, определялся полярностью приложенного напряжения U_c . В данных экспериментах изучали взаимодействие волн на поверхности, заряженной положительными ионами гелия или водорода. Колебания поверхности жидкого водорода возбуждали с помощью переменного напряжения U_d , прикладываемого к стакану в дополнение к постоянному напряжению. Амплитуда переменного напряжения U_d была меньше амплитуды постоянного напряжения U_c . Колебания поверхности жидкости регистрировали с помощью лазерного луча, отражающегося от поверхности. Отраженный от колеблющейся поверхности жидкости луч с помощью линзы фокусировался на фотоприемник. Таким образом, в эксперименте измеряли вариации полной мощности отраженного луча. Угол между лучом и невозмущенной плоской поверхностью жидкости (угол скольжения) α составлял 0,2 рад. Лазерный луч, падающий на поверхность, лежал в вертикальной плоскости, проходящей через середину ячейки. Выходной сигнал фото-

приемника, прямо пропорциональный полной мощности луча $W(t)$, записывался компьютером с помощью 24-битного аналого-цифрового преобразователя в течение времени порядка 10^2 с с частотой 102,4 кГц. В работе анализировался частотный спектр W_ω^2 мощности отраженного лазерного луча, получаемый фурье-преобразованием по времени регистрируемой зависимости $W(t)$ [16].

Экспериментальная методика позволяет получить фурье-представление парной корреляционной функции $I_\omega = \langle \eta_\omega^2 \rangle$ отклонения поверхности жидкости от равновесного плоского положения η . В работе [16] показано, что в цилиндрической ячейке $W_\omega^2 \sim \Phi(\omega)I_\omega$, $\Phi(\omega)$ — аппаратная функция, вид которой зависит от отношения размера пятна лазерного луча на поверхности a к длине волны λ , распространяющейся по ней. Для широкого луча ($a \gg \lambda$) функция $\Phi(\omega)$ не зависит от частоты, т.е. парная корреляционная функция отклонений поверхности от равновесия I_ω пропорциональна W_ω^2 . Для узкого луча ($a \ll \lambda$) $W_\omega^2 \sim \omega^{-4/3}I_\omega$.

В случае прямоугольной (квадратной) ячейки аппаратная функция определяется не только соотношением между длиной волны и размером светового пятна, но и направлением волнового вектора волны относительно плоскости падения лазерного луча. В линейном приближении вариация мощности отраженного света пропорциональна усредненному по площади пятна углу наклона касательной, лежащей в плоскости падения луча:

$$W(t) \sim \int \frac{d\eta(x, y, z)}{dx} dS. \quad (6)$$

Предполагая, что 2D спектр $h_k = \int \eta(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{r}$ изотропен (или слабоанизотропен), можно показать, что в режиме «узкого луча» ($ka \ll 1$, где a — линейный размер пятна вдоль плоскости падения луча, k — модуль волнового вектора капиллярной волны)

$$W_\omega^2 \sim \langle |\Phi_\omega|^2 \rangle \sim k^2 \langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim \omega^{4/3} \langle |\eta_\omega|^2 \rangle$$

(как и в цилиндрической геометрии). В режиме «широкого луча» ($ka \gg 1$) основной вклад в мощность поступает за счет отражения от волн, волновой вектор которых лежит в плоскости падения луча или близок к ней. В случае непрерывного спектра в k - и в ω -пространстве (как, например, для широкополосной накачки)

$$W_\omega^2 \sim \eta_k^2 \sim \omega^{-4/3} \langle |\eta_\omega|^2 \rangle.$$

Как известно [17,18], при уменьшении ширины полосы возбуждения волн частотная зависимость корреляционной функции $I_\omega \sim \omega^{-m}$ в случае изотропного спектра изменяется на единицу от $I_\omega \sim \omega^{-17/6}$ на $I_\omega \sim \omega^{-23/6}$. Измерения показали, что в квадратной ячейке изменение показателя степени частотной зави-

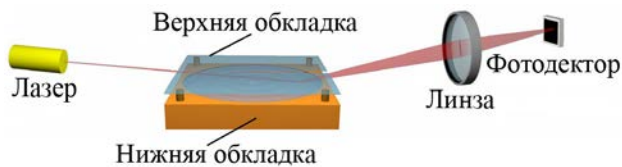


Рис. 1. Схема измерений спектра поверхностных колебаний.

симости I_ω при переходе от узкополосной к широкополосной накачке также составляет единицу, $\Delta m = -1$. Однако абсолютные значения величин показателя степени m меньше теоретических значений (и экспериментальных величин в цилиндрической ячейке) приблизительно на $3/2$. Это отличие, по-видимому, обусловлено как дискретностью, так и анизотропией в спектре поверхностных возбуждений и частотной зависимостью аппаратной функции.

Результаты

На рис. 2 представлено турбулентное распределение W_ω^2 в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода в квадратной ячейке при интенсивной монохроматической накачке на частоте $f_p = 25$ Гц при $U_c = 800$ В, $U_d = 300$ В. Турбулентное распределение W_ω^2 состоит из набора эквидистантных гармоник. Первый пик соответствует колебаниям поверхности жидкости на частоте накачки f_p . Остальные пики, частоты которых кратны частоте накачки, возникают вследствие нелинейных трехволновых процессов, осуществляющих передачу энергии в диссипативную область. В диапазоне частот от 100 Гц до 10 кГц турбулентный каскад можно описать степенной функцией, близкой к $W_\omega^2 \sim \omega^{-2,5}$. На высоких частотах, от 1 до 10 кГц, в спектре W_ω^2 наблюдаются провалы на частотах 2, 4,5, 6 кГц. Инерционный интервал, как видно, начинается на частотах около 100 Гц и простирается до 10 кГц. Выше 10 кГц отчетливо выделяется область диссипации, в которой каскад резко затухает.

Понижение частоты монохроматической накачки до $f_p = 24,2$ Гц без изменения ее амплитуды привело к появлению в спектре гармоник на половинной частоте $f_p/2$ (рис. 3). Высокочастотная область распределения W_ω^2 также заметно изменилась. Теперь распределение W_ω^2 состоит из гармоник с частотами, кратными частоте $f_p/2$. На частоте около 1,5 кГц провал в спектре W_ω^2 стал более выраженным по сравнению со спектром

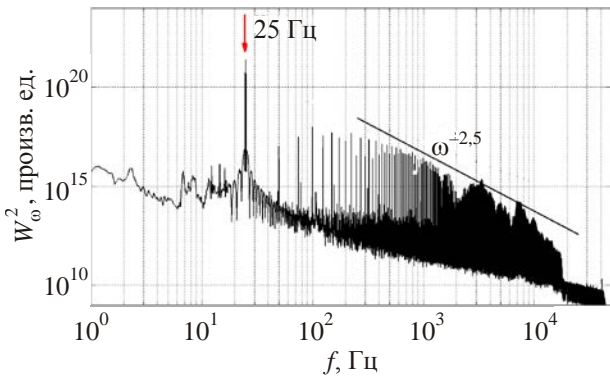


Рис. 2. Турбулентный спектр на поверхности жидкого водорода при интенсивной накачке на частоте 25,0 Гц. Прямая линия соответствует зависимости, пропорциональной $\omega^{-2,5}$.

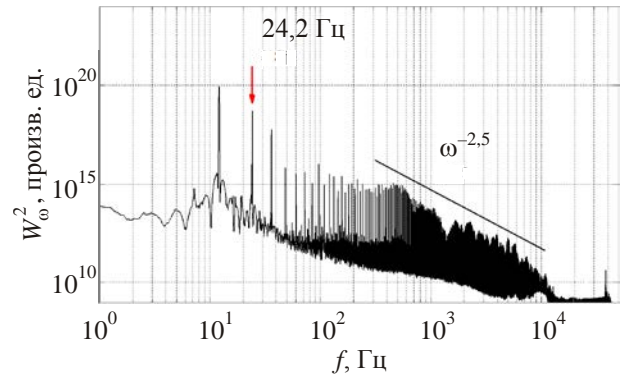


Рис. 3. Турбулентный спектр на поверхности жидкого водорода при интенсивной накачке на частоте 24,2 Гц. Наблюдается генерация гармоник на частоте $f_p/2$. Прямая линия соответствует зависимости, пропорциональной $\omega^{-2,5}$.

на рис. 2, а на высоких частотах появились осцилляции около некоторой средней частотной зависимости. В диапазоне частот от 500 Гц до 5 кГц спектр W_ω^2 можно также описать частотной зависимостью, пропорциональной $\omega^{-2,5}$. Переход из инерционного интервала в диссипативную область стал более гладким.

После дальнейшего уменьшения частоты накачки на 0,2 Гц до $f_p = 24,0$ Гц при неизменной амплитуде накачки кроме гармоник на половинной частоте в спектре появляются низкочастотные пики в частотном диапазоне от 0,64 до 24 Гц (рис. 4). Отметим, что частота низкочастотной гармоник в разных экспериментах изменялась от 0,6 до 1,2 Гц, по-видимому, вследствие вариации уровня жидкости в ячейке. Видно, что появление низкочастотных субгармоник привело к серьезной перестройке спектра на высоких частотах. Пропали провалы на каскаде, и наблюдается четко определяемый инерционный интервал, в котором распределение W_ω^2 удовлетворительно описывается степенной функцией. Для наглядности на рис. 4 приведена прямая линия, соответствующая степенной зависимости $\omega^{-3,75}$. Более крутая частотная зависимость может

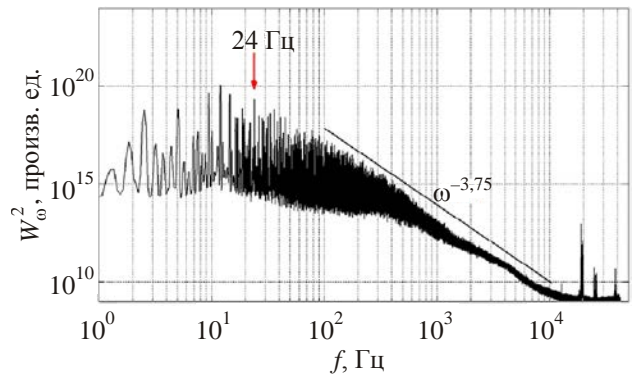


Рис. 4. Турбулентный каскад на поверхности жидкого водорода при интенсивной накачке на частоте 24,0 Гц. Наблюдается генерация субгармоник на частотах ниже $f_p/2$. Прямая линия соответствует зависимости, пропорциональной $\omega^{-3,75}$.

быть связана с высоким уровнем возбуждения волн, влиянием низкочастотных гармоник на прямой каскад и с изменением аппаратной функции при возбуждении низкочастотных гармоник (случай широкополосного возбуждения).

На рис. 5 подробно показаны гармоники, возникшие вследствие нелинейного взаимодействия волн. Прекрасно наблюдаются колебания на частотах $f_1 = 0,64$ Гц, $f_2 = 1,3$ Гц, $f_3 = 1,9$ Гц, $f_4 = 2,5$ Гц, $f_5 = 3,2$ Гц, $f_6 = 5,1$ Гц, $f_7 = 6,9$ Гц, $f_8 = 7,6$ Гц, $f_9 = 9,5$ Гц, $f_{10} = 12,0$ Гц, $f_{11} = 14,5$ Гц.

На рис. 5 прослеживается тенденция к уменьшению амплитуды субгармоник при понижении частоты. По-видимому, это связано с изменением аппаратной функции в низкочастотной области, но в основном с вязкими потерями, обусловленными трением волн о дно и стенки ячейки. Последующее понижение частоты возбуждающей силы до $f_p = 23,8$ Гц приводит к исчезновению низкочастотных субгармоник, за исключением пика на половинной частоте.

Поэтому уменьшение в 10 раз величины коэффициента кинематической вязкости при замене жидкого водорода на сверхтекучий гелий могло бы привести к существенному изменению распределения W_ω^2 на частотах ниже частоты накачки.

Эксперименты со сверхтекучим гелием проводили в цилиндрической ячейке. Оказалось, что и в цилиндрической ячейке можно наблюдать формирование низкочастотных гармоник при определенных частотах возбуждения поверхности. На рис. 6 представлен турбулентный спектр поверхностных волн на поверхности сверхтекучего гелия при умеренной монохроматической накачке на частоте $f_p = 68$ Гц и амплитуде накачки $U_d = 4$ В. Напомним, что постоянное напряжение, приложенное к металлическому стакану, составляло 600 В, а амплитуда переменного напряжения в экспериментах со сверхтекучим гелием значительно меньше, чем в экспериментах с жидким водородом. В диапазоне частот от 100 Гц до 5 кГц отчетливо виден инерционный интервал, в котором турбулентный спектр описывается

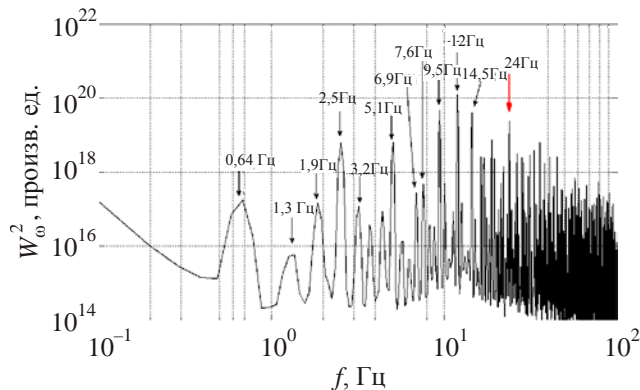


Рис. 5. Спектр W_ω^2 на поверхности жидкого водорода на частотах ниже частоты интенсивной накачки 24,0 Гц.

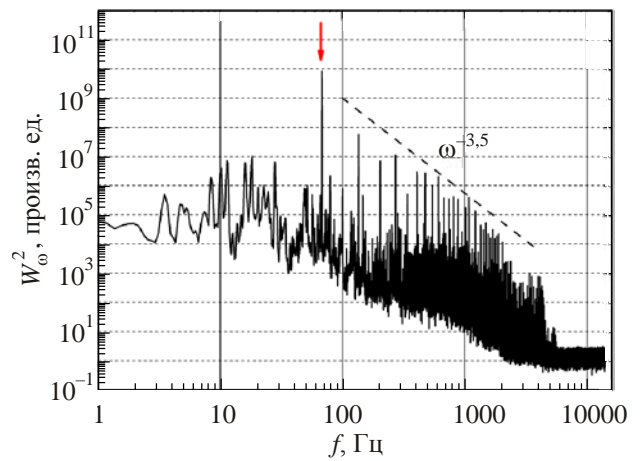


Рис. 6. Турбулентный спектр капиллярных волн W_ω^2 на поверхности He II в цилиндрической ячейке при умеренной гармонической накачке $U_d = 4$ В. В инерционном интервале спектр описывается степенным законом (прямая линия).

степенным законом $W_\omega^2 \sim \omega^{-3,5}$. На частотах выше высокочастотного края инерционного интервала (4 кГц) наблюдается резкое затухание каскада.

При увеличении амплитуды накачки до $U_d = 14$ В турбулентный спектр существенно изменяется. На рис. 7 показано стационарное распределение W_ω^2 в широком частотном диапазоне при интенсивной накачке. Кроме высокочастотных гармоник в спектре появились и низкочастотные. Как видно, генерация низкочастотных гармоник привела к значительным изменениям в прямом турбулентном каскаде. Плотность пиков значительно увеличилась. На частотах выше частоты накачки в инерционном интервале от 100 Гц до 1 кГц распределение W_ω^2 хорошо описывается частотной функцией, пропорциональной $\omega^{-2,5}$, т.е. наклон изменился приблизительно на единицу по сравнению со спектром, приведенным на рис. 6. Диссипативная об-

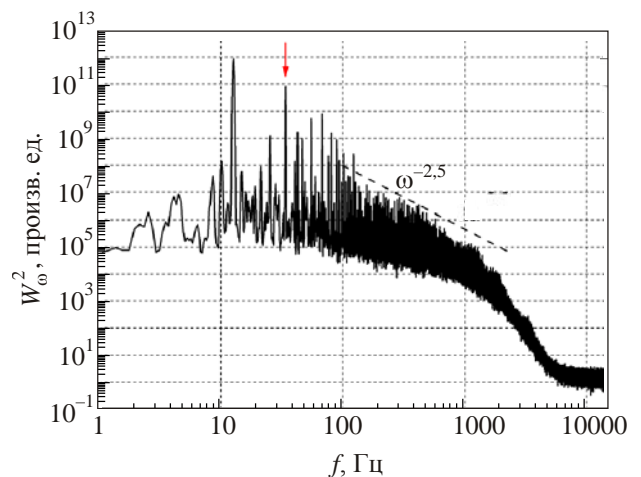


Рис. 7. Спектр поверхностных волн W_ω^2 на поверхности He II в цилиндрической ячейке. При интенсивной гармонической накачке наблюдается генерация низкочастотных субгармоник.

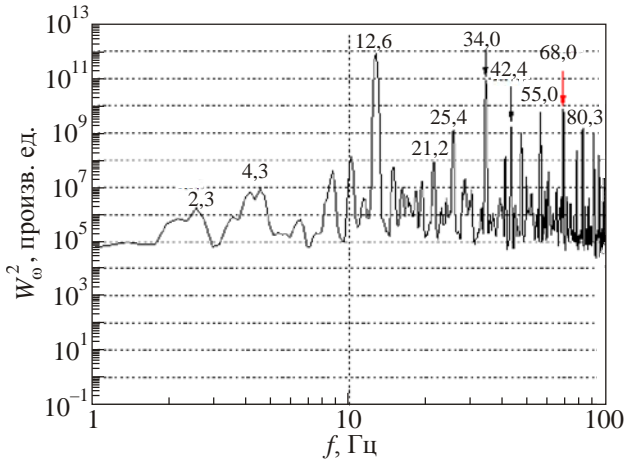


Рис. 8. Субгармоники на частотах ниже частоты накачки на поверхности He II в цилиндрической ячейке при интенсивной накачке.

ласть расширилась, а каскад на высоких частотах затухает по закону, близкому к экспоненциальному.

На рис. 8 показано распределение W_{ω}^2 в узком интервале частот от 1 до 100 Гц. Стрелкой отмечен пик на частоте накачки f_p , равной 68 Гц. Частота самого мощного низкочастотного пика составляет 12,6 Гц, что близко к частоте пятого резонанса экспериментальной ячейки. Кроме того, виден пик на половинной частоте, равной 34 Гц. На низкой частоте видны два широких пика с частотами 2,3 и 4,3 Гц. Остальные пики возникли в результате нелинейного волнового взаимодействия.

Обсуждение результатов

Вначале отметим, что в области низких частот мы не можем однозначно говорить о принадлежности волны к гравитационному или капиллярному диапазону, так как их частоты незначительно отличаются от оцененной граничной частоты $f_0 = 16$ Гц. Поэтому, вообще говоря, мы имеем дело с капиллярно-гравитационными волнами, а поэтому трехволновые процессы распада и слияния оказываются незапрещенными и при частотах ниже f_p [14,19].

Генерация низкочастотных субгармоник на поверхности как жидкого водорода, так и сверхтекучего гелия, приводит к значительной модификации прямого каскада: в водороде распределение становится более крутым (абсолютная величина показателя степенной функции увеличивается), а в сверхтекучем гелии турбулентный каскад — наоборот, более слабый. Такое изменение в наклонах обусловлено переходом от монохроматической накачки к широкополосной, роль которой играют все низкочастотные субгармоники. Более подробно этот вопрос будет рассмотрен в следующей статье.

Возникновение низкочастотных субгармоник на частотах, значительно ниже частоты накачки, в спектре W_{ω}^2 в квадратной ячейке свидетельствует, что изменение геометрии ячейки в экспериментах с жидким водородом сопровождается переходом к двумерному k -пространству. Это приводит к возрастанию плотности резонансных мод и оказывается определяющим для формирования обратной передачи энергии в капиллярно-гравитационной области. Поскольку низкочастотные гармоники хорошо генерируются при накачке на частоте 24,0 Гц и не формируются при накачках на частотах 24,2 и 25,0 Гц, то можно сделать вывод, что дискретность в спектре поверхностных волн определяет разрешенные взаимодействия волн, удовлетворяющие законам сохранения энергии и импульса с учетом параметра δ (4). Из эксперимента следует, что расстройка в 0,2 Гц приводит к существенным изменениям на низких частотах. Поэтому можно предположить, что значение параметра δ для процессов распада половинной гармоники на низкочастотные субгармоники находится на уровне порядка 0,1 Гц. Оценка величины вязкого уширения пика на частоте 12 Гц дает значение $\Delta\omega_p / 2\pi = 4 \cdot 10^{-3}$ Гц, что много меньше требуемого значения δ . По-видимому, необходимое уширение пика обусловлено в основном нелинейным взаимодействием между соседними гармониками ω_n , а $f(A) \sim 0,1$.

Генерация гармоники на половинной частоте возникает в результате распада волны на частоте накачки. Однако не следует исключать механизм, связанный с параметрической неустойчивостью системы, возбуждаемой на резонансной частоте f_p . Гармоники на частотах ниже половинной частоты однозначно являются результатом нелинейных волновых процессов: распада волны на две волны с разными частотами. Так, например, на рис. 5 можно выделить следующие трехволновые процессы, приводящие к передаче энергии в сторону низких частот на поверхности жидкого водорода:

$$\begin{aligned} 14,5 \text{ Гц} &\Rightarrow 7,6 \text{ Гц} + 6,9 \text{ Гц}, \\ 12 \text{ Гц} &\Rightarrow 6,9 \text{ Гц} + 5,1 \text{ Гц}, \\ 7,6 \text{ Гц} &\Rightarrow 5,1 \text{ Гц} + 2,5 \text{ Гц}, \\ 2,5 \text{ Гц} &\Rightarrow 1,9 \text{ Гц} + 0,6 \text{ Гц}. \end{aligned}$$

Обратим внимание на то, что пик на частоте 12 Гц имеет спутники, отстоящие от него на $\pm 2,5$ Гц. Скорее всего, спутники возникли в результате нелинейного взаимодействия двух резонансов на частотах 12 и 2,5 Гц. Пики с резонансными частотами 9,5, 7,6, 5,1 и 2,5 Гц имеют спутники, отстоящие от основного пика приблизительно на 0,6 Гц. Кроме того, отметим, что пики на частотах 3,6 и 6,2 Гц спутников не имеют. Поэтому можно предположить, что спутники у некоторых низкочастотных пиков возникают в результате их взаимодействия с поверхностной волной с частотой около 0,64 Гц.

Оценка по формуле (1) с учетом приложенного перпендикулярного электрического поля в квадратной ячейке со стороной 40 мм дает наименьшую резонансную частоту волны, равную 0,64 Гц, при постоянном напряжении $U \cong 1800$ В, которое значительно превосходит величину постоянного напряжения, приложенного между обкладками конденсатора. Однако следует иметь в виду, что в экспериментах заряженная поверхность не является плоской, и переменным электрическим полем на ней возбуждаются волны. Поэтому условие эквипотенциальности заряженной поверхности, предполагаемое в формуле (1), нарушается. Следует также отметить, что амплитуда низкочастотных колебаний первого резонанса с длиной волны 80 мм может достигать величины порядка 0,5 мм, а поэтому расстояния d и h медленно осциллируют. При этом угловая амплитуда волны в экспериментальной ячейке еще не превосходит величину $\sim 0,05$ рад, максимально регистрируемую в наших экспериментах. Кроме того, амплитуда переменного напряжения, прикладываемого к ячейке, не является малой по сравнению с постоянным напряжением $U_c/U_d = 0,375$. Суммарная максимальная величина $U_d + U_c$ достигает 1100 В на частоте накачки. Таким образом, формула (1), справедливая при малых амплитудах волн на заряженной поверхности, в нашем случае только качественно отражает тенденцию в смягчении спектра колебаний. Эта задача требует отдельного рассмотрения.

В формировании сателлитов пика на частоте 12 Гц участвует мода с частотой 2,5 Гц, которая соответствует третьему резонансу ячейки в оцененном электрическом поле.

В экспериментах со сверхтекучим гелием амплитуда переменного напряжения U_d значительно меньше величины постоянного напряжения U_c , приложенного между обкладками конденсатора. Судя по угловым отклонениям лазерного луча, амплитуда волн на поверхности гелия также меньше, чем на поверхности жидкого водорода. Поэтому влияние переменного электрического поля и колебаний поверхности на дисперсию поверхностных волн незначительно. Частоты низкочастотных пиков 2,3 и 4,3 Гц, оцененные по формуле (1), близки к частотам первой и второй резонансной радиальной моды в цилиндрической ячейке. Поэтому можно заключить, что эти пики возникают в результате распада волн с более высокими частотами, например $25,4 \text{ Гц} \Rightarrow 21,2 \text{ Гц} + 4,3 \text{ Гц}$, $12,6 \text{ Гц} \Rightarrow 10,1 \text{ Гц} + 2,3 \text{ Гц}$.

Отметим особо, что амплитуда пика на частоте 12,6 Гц, который является, по-видимому, результатом взаимодействия мод с частотами 55 и 42,4 Гц, значительно превосходит амплитуду пика на частоте накачки. Оценка показывает, что формирование низкочастотных пиков приводит к перераспределению энергии в системе поверхностных волн: почти 90% энергии поверхностных колебаний сосредоточено в низкочас-

тотной области на частотах, ниже частоты накачки. Эта энергия передается из области накачки в область низких частот в результате процессов распада, в которых участвуют несколько резонансных пиков. На низких частотах энергия диссипирует в результате вязкого трения волн о дно и стенки экспериментальной ячейки.

Заключение

Таким образом, экспериментально показано, что выбором дискретности в спектре поверхностных колебаний в капиллярно-гравитационной области и частоты возбуждающей силы можно создать условия для передачи энергии как в область низких, так и в область высоких частот, обусловленной в основном трехволновыми процессами. При этом выполнение законов сохранения энергии и импульса в низкочастотной области оказывается возможным только в результате уширения резонансных пиков, в основном из-за нелинейного взаимодействия волн.

Авторы благодарны Л.П. Межову-Деглину, Г.В. Колмакову и В.В. Лебедеву за полезные дискуссии. Работа выполнена при частичной поддержке проекта программы Президиума РАН «Квантовые мезоскопические и неупорядоченные структуры» и проекта РФФИ № 13-02-00329.

1. Д.М. Черникова, *ФНТ* **2**, 1374 (1976) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **2**, 669 (1976)].
2. V.E. Zakharov, V.S. L'vov, and G. Falkovich, *Kolmogorov Spectra of Turbulence*, Springer-Verlag, New-York (1992).
3. W.B. Wright, R. Budakian, and S.J. Putterman, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4528 (1996).
4. E. Henry, P. Alstrøm, and M.T. Levinsen, *Europhys. Lett.* **52**, 27 (2000).
5. H. Punzmann, M. G. Shats, and H. Xia, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 064502 (2009).
6. M.Yu. Brazhnikov, G.V. Kolmakov, A.A. Levchenko, and L.P. Mezhev-Deglin, *Europhys. Lett.* **58**, 510 (2002).
7. Luc Deike, Michael Berhanu, and Eric Falcon, *Phys. Rev. E* **89**, 023003 (2014).
8. Л.В. Абдурахимов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, И.А. Ремизов, С.В. Филатов, *УФН* **182**, 879 (2012).
9. M.Yu. Brazhnikov, L.V. Abdurakhimov, S.V. Filatov, and A.A. Levchenko, *Письма ЖЭТФ* **93**, 34 (2011).
10. E. Falcon, C. Laroche, and S. Fauve, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 094503 (2007).
11. V.B. Efimov, A.N. Ganshin, and P.V.E. McClintock, *Phys. Rev. B* **86**, 054515 (2012).
12. Л.В. Абдурахимов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, И.А. Ремизов, С.В. Филатов, *Письма ЖЭТФ* **95**, 751 (2012).
13. E.A. Kartashova, *Physica D* **46**, 43 (1990), *ibid. D* **54**, 125 (1991).
14. A.N. Pushkarev and V.E. Zakharov, *Physica D* **135**, 98 (2000).

15. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Курс теорфизики*, Наука, Москва (1987).
16. М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, Л.П. Межев-Деглин, *ПТЭ* **6**, 31 (2002).
17. I.V. Ryzhenkova and G.E. Falkovich, *JETP* **98**, 1931 (1990).
18. M.Yu. Brazhnikov, L.V. Abdurakhimov, and A.A. Levchenko, *JETP Lett.* **89**, 120 (2009).
19. M.Yu. Brazhnikov, A.A. Levchenko, and I.A. Remizov, to be published.

Formation of low-frequency harmonics on the surface of liquid hydrogen and helium in a turbulent regime

L.V. Abdurakhimov, M.Yu. Brazhnikov,
A.A. Levchenko, A.M. Lihter, and I.A. Remizov

Formation of harmonics on frequencies below pumping frequency in system of capillary-gravity waves on the surface of liquid hydrogen and superfluid helium in a turbulent regime is experimentally in-

vestigated at monochromatic pumping. It is shown, that by a choice of spectral characteristics of exciting force and discreteness in a surface vibrations spectrum, changing bounds of an experimental cell, it is possible to create conditions for generation of waves in a low-frequency range. Low-frequency harmonics on the surface of liquid hydrogen are observed at the certain frequencies of monochromatic pumping in a rectangular cell only. The energy transfer both to low-frequency subharmonics and to high-frequency harmonics is caused by three-wave decay processes. On the surface of superfluid helium in cylindrical cell the inverse cascade is formed as a result of three-wave decay processes, moreover about 90% of energy concentrates in the inverse cascade.

PACS: 47.27.Gs Isotropic turbulence; homogeneous turbulence.

Keywords: low temperatures, liquid hydrogen, liquid helium, nonlinear waves, turbulence, surface waves.