

Проводимость двумерного электронного кристалла над жидкими растворами ${}^3\text{He}$ – ${}^4\text{He}$

В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, Ю.П. Монарха

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: sivokon@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 17 июня 2005 г., после переработки 5 июля 2005 г.

Приведены экспериментальные данные и теоретический анализ проводимости двумерного вигнеровского кристалла (ВК) на поверхности слабых растворов квантовых жидкостей ${}^3\text{He}$ – ${}^4\text{He}$ ($x < 0,25\%$ ${}^3\text{He}$). Проводимость определялась с использованием резонансного возбуждения низкочастотных связанных продольных фонон-риплонных мод ВК. Обнаружена сильная температурная зависимость сопротивления ВК, существенно отличающаяся от найденной ранее для невырожденного электронного газа. В то же время экспериментальная зависимость сопротивления от концентрации примесей оказывается довольно слабой, что свидетельствует о преобладающей роли рассеяния поперечных фононов риплонами в сопротивлении двумерного ВК при $x < 0,25\%$.

Приведено експериментальні дані і теоретичний аналіз провідності двовимірного вігнерівського кристала (ВК) на поверхні слабких розчинів квантових рідин ${}^3\text{He}$ – ${}^4\text{He}$ ($x < 0,25\%$). Провідність визначалася з використанням резонансного збудження низькочастотних зв'язаних подовжніх фонон-риплонних мод ВК. Виявлено сильну температурну залежність опору ВК, що істотно відрізняється від знайденої раніше для неvirодженого електронного газу. У той же час експериментальна залежність опору від концентрації домішок виявляється досить слабкою, що свідчить про переважну роль розсіяння поперечних фононів риплонами у опорі двовимірного ВК при $x < 0,25\%$.

PACS: 67.60.Js, 72.10.Di

Вигнеровский кристалл (ВК) на поверхности жидкого гелия представляет собой двумерную электронную систему, динамические свойства которой определяются как трансляционной симметрией, так и процессами, происходящими на поверхности квантовой жидкости. Особенности взаимодействия электронов с поверхностью жидкого гелия в условиях вигнеровской кристаллизации приводят к возможности возбуждения связанных электрон-риплонных колебаний, наблюдение которых явилось первым экспериментальным свидетельством кристаллизации в системе поверхностных электронов [1]. Изучение резонансных спектров связанных колебаний оказалось удобным способом определения комплексной проводимости электронного кристалла, реактивная часть которой связана с эффективной массой электрона, а активная часть отражает релаксационные процессы, возникающие при движении электронного кристалла вдоль поверхности гелия [2].

Теоретические исследования взаимодействия электронов с поверхностью жидкого гелия в условиях их кристаллизации позволили, в частности, рассчитать частоты связанных резонансов [3,4] и проанализировать особенности движения электронного кристалла вдоль границы раздела жидкость–пар [5]. Впоследствии было установлено, что частоты резонансов, рассчитанные в рамках самосогласованного подхода [4], и соответствующая реактивная часть проводимости количественно согласуются с экспериментальными данными [6]. В то же время при описании ширины электрон-риплонных резонансов проводимости ВК возникают серьезные трудности ввиду того, что электрон-риплонная система находится в условиях сильной связи. Для жидкого ${}^4\text{He}$ диссипативный механизм, обусловленный затуханием капиллярных волн [5], неэффективен из-за малости коэффициента затухания, и, следовательно, он не может объяснить экспериментально

полученные значения ширины связанных электрон-риплонных резонансов [6]. Теоретическое рассмотрение непосредственного рассеяния фононов двумерного ВК на риплонах [7] свидетельствует, что в условиях сильной связи преобладают двухфононные процессы, так как взаимодействие, приводящее к однофононным процессам, уже включено в перенормировку фононного спектра. В этих условиях проводимость ВК зависит от частоты внешнего поля. Поэтому сравнение теории с экспериментом требует согласованного учета температурной зависимости резонансной частоты связанных фонон-риплонных мод, которая сильно искажается даже при очень малой концентрации примесей ${}^3\text{He}$.

Для выяснения природы уширения электрон-риплонных резонансов и механизма диссипативных потерь электронного кристалла представляют большой интерес экспериментальные исследования его проводимости, в которых контролируемым образом изменяются не только параметры самого кристалла, но и свойства жидкой подложки. Попытка проанализировать роль поверхности в диссипативных процессах в электронном кристалле была сделана в работе [8], в которой экспериментально изучены спектры связанных электрон-риплонных резонансов в кристалле с заданными параметрами (поверхностная плотность электронов $n_e = 1,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$, прижимающее электрическое поле $E_{\perp} = 600 \text{ В/см}$) над растворами ${}^3\text{He}$ - ${}^4\text{He}$ с концентрациями 0,025% и 0,25% ${}^3\text{He}$. При низких температурах атомы ${}^3\text{He}$ заселяют поверхностные андреевские уровни, что приводит к изменению коэффициента поверхностного натяжения [9]. Было обнаружено, что при добавлении ${}^3\text{He}$ частоты резонансов (0,1) в экспериментальной ячейке смещаются в область более низких частот и резонансные кривые несколько уширяются. Предложен метод, позволяющий по измеренным резонансным кривым определить подвижность кристалла. В этом методе, наряду с системой уравнений, описывающих экспериментальную ячейку, использована теоретическая функция отклика кристалла при его движении вдоль поверхности жидкости, предложенная в работе [5], что позволило рассчитать ширину резонансной линии в зависимости от реальной части обратной проводимости и, сравнивая ее с полученной экспериментально, найти подвижность кристалла. Установлено, что подвижность кристалла над раствором несколько ниже, чем над чистым ${}^4\text{He}$, однако этот результат не комментировался, поскольку не было ясно, насколько точен предложенный метод обработки данных, а также ввиду того, что использованные при такой обработке данные по ${}^4\text{He}$ носили

предварительный характер и были получены в недостаточно контролируемых условиях.

Впоследствии были проведены подробные исследования проводимости электронного кристалла над чистым гелием в широком интервале параметров [2]. Проводимость электронного кристалла в этой работе определялась по анализу сигнала, снимаемого с измерительной ячейки, содержащей электронный кристалл, при воздействии ведущего поля с частотой, равной частоте связанного резонанса (0,1). При этом для определения комплексной проводимости достаточно уравнений, описывающих экспериментальную ячейку, и нет необходимости явно использовать теоретическую функцию отклика. Результаты расчета для экспериментальных данных подвижности ВК, полученные в работе [2], хорошо согласуются с имеющимися в литературе данными. В работе было высказано предположение, что уширение электрон-риплонных резонансов проводимости кристалла может быть связано с дефектами его кристаллической структуры (дислокациями). В этой связи возникла необходимость еще раз проанализировать роль поверхности жидкости в диссипативных процессах ВК, используя новый метод определения проводимости [2] и новые данные по проводимости электронного кристалла над чистым ${}^4\text{He}$. Такой анализ представляет собой цель настоящей работы.

В работе исследованы спектры связанных электрон-риплонных колебаний в электронных кристаллах с поверхностной плотностью $1,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ над чистым ${}^4\text{He}$ и растворами ${}^3\text{He}$ - ${}^4\text{He}$ с концентрацией ${}^3\text{He}$ 0,025% и 0,25% в области температур 80–400 мК. Экспериментальная ячейка и схема расчета проводимости электронного кристалла по измеренным компонентам отклика системы на возбуждающее электрическое напряжение описаны в работе [10]. Ячейка представляет собой плоский круглый конденсатор, в зазоре которого расположен слой жидкого гелия с находящимися на его поверхности электронами. К одной из пластин конденсатора приложено постоянное напряжение, удерживающее электроны у поверхности жидкости. Вторая пластина составная и содержит входной и выходной электроды. На входной электрод подается переменное напряжение, а на выходном измеряется ток. Связь между выходным током и входным напряжением имеет вид

$$J = (G_1 + i\omega G_2) V e^{i\omega t}. \quad (1)$$

Комплексную проводимость электронного слоя можно определить применительно к геометрии ячейки из экспериментально измеренных величин G_1 и G_2 :

$$G_1 = f_1(\chi_1, \chi_2, \omega, A), \quad G_2 = f_2(\chi_1, \chi_2, \omega, A) + G_0, \quad (2)$$

где $\chi_1 = \text{Re } \sigma_{\text{eff}}^{-1}$, $\chi_2 = \text{Im } \sigma_{\text{eff}}^{-1}$, A и G_0 — коэффициенты, задаваемые геометрией ячейки, f_1 и f_2 — некоторые, довольно громоздкие, функции. Измерения проведены в области частот, соответствующей возбуждению в ячейке связанных электрон-риплонных колебаний. В процессе измерения снимали частотную зависимость амплитуды и фазы тока при фиксированных температурах и амплитудах возбуждающего напряжения.

На рис. 1 приведены резонансные спектры кристалла с $n_e = 1,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ над раствором ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$, содержащим 0,25% ${}^3\text{He}$, измеренные при различных температурах в интервале 80–400 мК. Температура плавления такого кристалла составляет 760 мК. На рисунке наиболее отчетливо выражены резонансные особенности, соответствующие возбуждению резонансной моды (0,1), но видна также и следующая гармоника (0,2). Аналогичные спектры измерены для такого же кристалла над чистым ${}^4\text{He}$ (атомная примесь ${}^3\text{He}$ около $5 \cdot 10^{-7}$) и раствора с содержанием 0,25% ${}^3\text{He}$.

Температурные зависимости частот резонанса (0,1) представлены на рис. 2. Экспериментальные данные сравниваются с результатами теоретического расчета. Для описания связанных фонон-риплон-

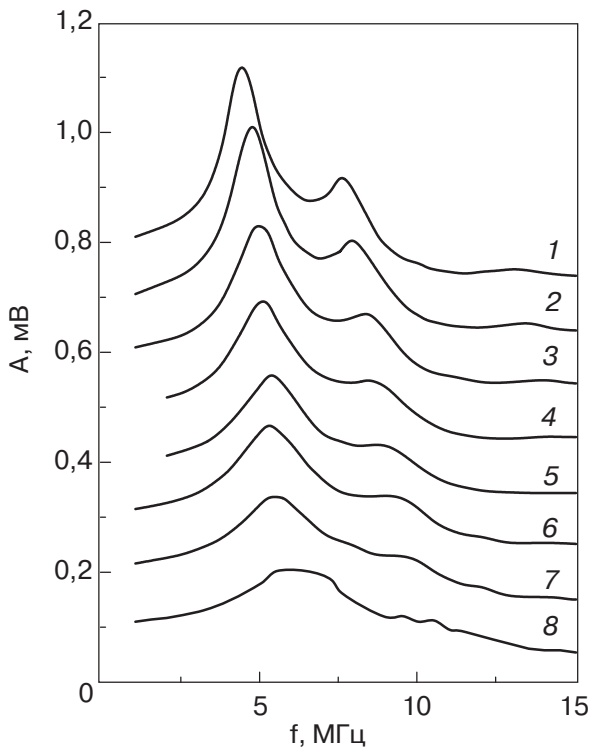


Рис. 1. Резонансные спектры связанных электрон-риплонных колебаний двумерного ВК плотностью $n_e = 1,3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$ над поверхностью раствора с концентрацией ${}^3\text{He}$ 0,25% при различных температурах T , мК: 81 (1), 98 (2), 134 (3), 164 (4), 195 (5), 221 (6), 258 (7) и 348 (8).

ных мод ранее использовали модель, учитывающую связывание только с риплонами, волновой вектор которых совпадает по величине с наименьшим вектором обратной электронной решетки g_1 . Эта модель правильно описывает положение электрон-риплонных резонансов только вблизи температуры плавления ВК T_m . При существенно более низких температурах необходимо учитывать также связывание с риплонами, имеющими волновой вектор $|\mathbf{q}| = g_n$ с $n > 1$ даже для низкочастотной моды $\omega < \omega_1$ (здесь $\omega_1 = \omega_q$ с $q = g_1$, а $\omega_q = \sqrt{\alpha/\rho} q^{3/2}$ — закон дисперсии капиллярных волн жидкости с плотностью ρ и коэффициентом поверхностного натяжения α). Необходимое обобщение легко находится для случая, когда можно пренебречь частотной зависимостью вклада в эффективную массу электрона от слагаемых $|\mathbf{q}| = g_n$ при $n > 1$: $\sum_{n=2}^{\infty} C_n$, где коэффици-

енты C_n характеризуют степень фонон-риплонной связи с $q = g_n$ [5]. Это приближение применимо, если рассматривается мода с $\omega < \omega_1$. В результате закон дисперсии низкочастотной связанной моды принимает следующий вид:

$$\Omega_{l,k}^2 = \frac{\omega_{l,k}^2 + M_d \omega_1^2 - \sqrt{(\omega_{l,k}^2 + M_d \omega_1^2)^2 - 4(M_d - C_1)\omega_{l,k}^2 \omega_1^2}}{2(M_d - C_1)}, \quad (3)$$

где $\omega_{l,k}$ — спектр продольных колебаний ВК над плоской поверхностью, $M_d = \sum_{n=1}^{\infty} C_n$ — эффективная

масса лунки (нормированная на массу свободного электрона m_e), образующейся на поверхности жидкого гелия под каждым электроном из-за электрон-риплонного взаимодействия. В пределе $M_d \rightarrow C_1$ формула (1) переходит в уже известный результат упрощенной модели [3,4].

Коэффициенты C_n пропорциональны фактору Дебая–Валлера высокочастотных мод ВК $\exp(-g^2 \langle u_f^2 \rangle / 4)$ и, следовательно, имеют сильную температурную зависимость. Мы находили C_n , следуя выводам самосогласованного подхода [11]: среднеквадратичные смещения электронов в узлах решетки $\langle u_f^2 \rangle$ и фактор Дебая–Валлера можно описывать упрощенной моделью [4], так как она правильно отражает оба предельных случая: $T \rightarrow T_m$ и $T \rightarrow 0$. Однако при этом нужно иметь в виду, что в соответ-

ствующих решеточных суммах по \mathbf{g}_n необходимо учитывать достаточно большое количество слагаемых с $n > 1$. Результаты расчета резонансной частоты по формуле (3) с волновым вектором $k = k_0$, задаваемым геометрией ячейки, представлены на рис. 2. При расчете использованы измеренные значения коэффициента поверхностного натяжения для раствора, имеющего соответствующую концентрацию ${}^3\text{He}$ [9], либо линейная интерполяция, основанная на известных данных для двух ближайших концентраций. В области низких температур данные, полученные для всех растворов, сильно отклоняются от кривой, рассчитанной для идеально чистого ${}^4\text{He}$. Учет температурной зависимости поверхностного натяжения слабых растворов существенно сближает теоретический расчет с экспериментальными данными, особенно для контролируемых концентраций 0,025% и 0,25% (штриховая и сплошная линии). Очевидно, что уточненная теория правильно описывает положение низкочастотных электрон-риплонных резонансов, согласующееся с ожидаемыми свойствами поверхности раствора.

Энергетические потери кристалла характеризуются реальной компонентой проводимости σ . Величина $\text{Re}(1/\sigma)$ для всех серий измерений в настоящей работе определена аналогично тому, как это сделано для чистого гелия в работе [2]. Результаты анализа комплексного отклика кристалла в зависимости от температуры на частоте моды (0,1) приведе-

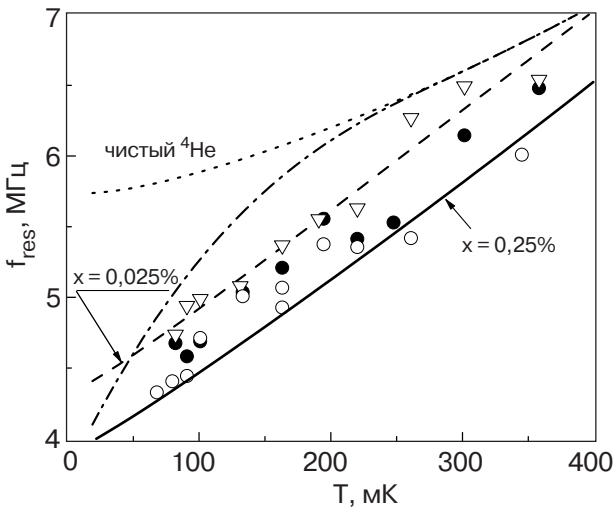


Рис. 2. Температурная зависимость резонансной частоты связанных продольных фонон-риплонных мод над растворами ${}^3\text{He}$ - ${}^4\text{He}$ различной концентрации: чистый ${}^4\text{He}$ (пунктир — теоретический расчет), ${}^4\text{He}$ технической чистоты (∇ — экспериментальные данные, штрих-пунктир — теоретический расчет), $x = 0,025\%$ (\bullet — экспериментальные данные, штриховая линия — расчет), и $x = 0,25\%$ (\circ — экспериментальные данные, сплошная линия — теория).

ны на рис. 3. Найденные данные сильно отличаются от сопротивления невырожденного электронного газа (штриховая линия, рассчитанная для $x = 0,25\%$) и имеют иную температурную зависимость (в сильных прижимающих полях $1/\sigma$ возрастает с понижением температуры из-за уменьшения коэффициента поверхностного натяжения раствора). Имеется также значительное расхождение экспериментальных данных по отношению к сопротивлению ВК, рассчитанному в приближении слабой связи (пунктир, $x = 0,25\%$). Завышенность этой оценки была объяснена в теории сильной связи [7] тем, что слагаемые гамильтониана взаимодействия, ответственные за однофононные процессы рассеяния на риплонах, уже включены в перенормировку спектра ВК и релаксация импульса электронов на низких частотах определяется только многофононными процессами рассеяния.

Для высокочастотных связанных фонон-риплонных мод ($\omega > \omega_f$, здесь ω_f — предельная частота оптических фононов) эффективная частота столкновений, в которых участвуют два поперечных фонона ВК, имеет вид [7]:

$$v_{2f}^{(f)} = \frac{\pi n_e}{8\alpha m_e \omega_f} \sum_g \alpha_g^2 \tilde{V}_g^2, \quad (4)$$

где

$$\alpha_g = \frac{g^2 T}{4\pi m_e c_T^2 n_e}; \quad \tilde{V}_g = V_g \exp(-g^2 \langle u_f^2 \rangle / 4);$$

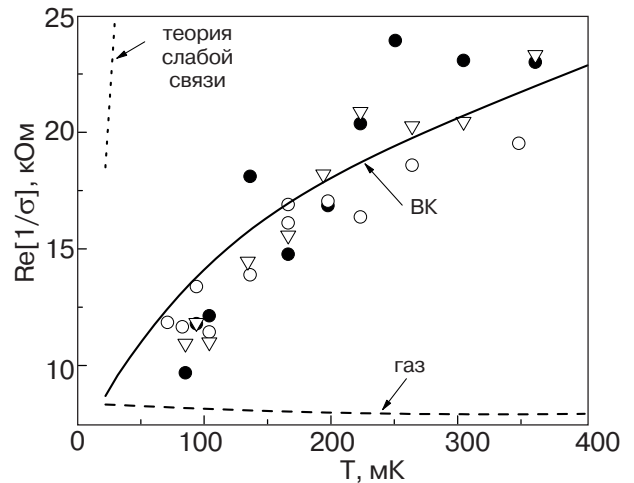


Рис. 3. Температурная зависимость сопротивления $[\text{Re}(1/\sigma)]$ двумерного ВК над ${}^4\text{He}$ технической чистоты (∇) и растворов с $x = 0,025\%$ (\bullet) и $x = 0,25\%$ (\circ). Пунктир — расчет в приближении слабой связи; штриховая линия — расчет для невырожденного двумерного электронного газа; сплошная линия — расчет с использованием формул (4)–(6), полученных для ВК при $x = 0,25\%$.

c_t — скорость поперечных фононов двумерного ВК на плоской подложке, V_g — функция, описывающая гамильтониан электрон-риплонного взаимодействия (в пределе сильных прижимающих полей $V_g \rightarrow eE_\perp$).

Несколько больший вклад дают процессы с участием низкочастотных связанных мод [7]:

$$v_{2f}^{(8)} = \frac{\pi n_e}{16\alpha m_e} \sum_{|\mathbf{g}|=g_1} \alpha_g^2 \frac{J(\omega_g - \omega)}{|\omega_g - \omega|} \tilde{V}_g^2. \quad (5)$$

Здесь функция $J(\omega)$ логарифмически зависит от размера системы и приближенно описывается формулой

$$J(\omega) \approx \ln \left(\frac{\omega_f |\omega|}{c_t k_0 \sqrt{\omega_1^2 - \omega^2}} \right),$$

в которой k_0 определяется размером экспериментальной ячейки (в конкретных расчетах мы использовали более точную формулу, приведенную в [7]).

Для достаточно больших концентраций (больше или порядка 0,25%) необходимо учитывать также эффект рассеяния квазичастиц раствора на подрешетке поверхностных лунок, индуцированной ВК. Для чистого гелия ${}^3\text{He}$ этот эффект приводит к сильному сопротивлению лунок, характеризующемуся эффективной частотой столкновений [11]:

$$v_D = \frac{2\kappa}{m_e n_e} \sum_{\mathbf{g}} g_x^2 |\xi_g|^2, \quad (6)$$

где ξ_g — фурье-компоненты смещения поверхности гелия $\xi(\mathbf{r})$. При отсутствии энергетической щели в спектре примесных атомов

$$\kappa = \frac{1}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty f(p) p^3 dp,$$

где $f(p)$ — равновесная функция распределения квазичастиц по импульсу. В работе [11] проанализирован случай вырожденной статистики чистого ${}^3\text{He}$, для которого коэффициент κ не зависит от температуры и определяется значением импульса квазичастиц на поверхности Ферми. Для слабых растворов, рассматриваемых в данной работе, газ примесонов не вырожден и коэффициент $\kappa = n_3 \sqrt{2m_3^* T / \pi}$ растет с увеличением температуры (n_3 — число атомов примеси в единице объема раствора, m_3^* — эффективная масса примесных квазичастиц).

Полное сопротивление ВК определяется суммой луночного вклада (6) и электронных вкладов (4) и (5). Первый очень сильно зависит от концентрации примеси, второй — в значительно меньшей степени. Расчет показывает, что электронный вклад в сопро-

тивление может даже немного увеличиваться при уменьшении концентрации. Наличие заметного электронного вклада существенно уменьшает концентрационную зависимость полного сопротивления. Результат расчета для концентрации примеси 0,25% представлен на рис. 3 сплошной линией. В этих условиях ($x = 0,25\%$) теоретические оценки показывают, что электронный и луночный вклады примерно одного порядка.

Необходимо отметить, что хорошее численное согласие теории и эксперимента имеется лишь для концентрации 0,25%. Для меньших концентраций можно говорить лишь о качественном соответствии теории и эксперимента. Возможно, что численное расхождение связано с нарушением баллистичности режима для квазичастиц, рассеивающихся на лунках, из-за рассеяния примесей фононами, который использовался при выводе (6). Другое возможное объяснение связано с асимптотическим характером разложения электронного динамического структурного фактора, использованного при выводе (5).

Необходимо отметить также, что сравнение данных $\text{Re}(1/\sigma)$, найденных в настоящей работе, с данными, полученными ранее по ширине резонанса [6], показывает хорошее согласие только для 0,25% раствора. Для раствора с концентрацией 0,025% имеется расхождение примерно в 2 раза. Это расхождение вряд ли можно объяснить недостаточной надежностью ранее использованных данных для технически чистого ${}^4\text{He}$, поскольку двукратное различие существует для достаточно надежных и измеренных в идентичных условиях растворов с 0,025% и 0,25% ${}^3\text{He}$. По-видимому, причина такого расхождения заключается в недостаточной точности определения подвижности по ширине резонанса.

Эксперименты со свободной поверхностью слабого раствора возможны и при значительно больших концентрациях примеси ${}^3\text{He}$ (вплоть до значений порядка 6%). В этих условиях, согласно приведенным теоретическим формулам, луночное сопротивление должно значительно превосходить электронное, даже при условии вырожденности газа квазичастиц ${}^3\text{He}$ при низких температурах. Экспериментальное исследование сопротивления ВК с такими концентрациями представляет большой интерес для определения вкладов поверхностных и объемных возбуждений раствора и планируется в дальнейшем.

Авторы признательны Ю.З. Ковдре и С.С. Соколову за обсуждение результатов работы.

1. С.С. Grimes and G. Adams, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 795 (1979).
2. В.Е. Сивоконь, *ФНТ* **30**, 509 (2004).
3. D.S. Fisher, B.I. Halperin, and P.M. Platzman, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 798 (1979).

4. Ю.П. Монарха, В.Б. Шикин, *ФНТ* **9**, 913 (1983).
5. Ю.П. Монарха, *ФНТ* **6**, 685 (1980); Ю.П. Монарха, *ФНТ* **7**, 692 (1981).
6. В.Е. Сивоконь, В.В. Доценко, Ю.З. Ковдря, В.Н. Григорьев, *ФНТ* **22**, 1107 (1996).
7. Yu.P. Monarkha, *Fiz. Nizk. Temp.* **29**, 910 (2003).
8. В.В. Доценко, В.Е. Сивоконь, Ю.З. Ковдря, В.Н. Григорьев, *ФНТ* **23**, 1028 (1997).
9. D.O. Edwards and W.F. Saam, in: *Progress in Low Temp. Phys.* **7A**, D.F. Brewer (ed.) North-Holland (1978).
10. В.Е. Сивоконь, В.В. Доценко, С.С. Соколов, Ю.З. Ковдря, В.Н. Григорьев, *ФНТ* **22**, 716 (1996).
11. Yu.P. Monarkha and K. Kono, *J. Phys. Soc. Jpn.* **66**, 3901 (1997).

Conductivity of a two-dimensional electron crystal
over liquid solutions $^3\text{He}-^4\text{He}$

V.E. Syvokon, K.A. Nasedkin, and Yu.P. Monarkha

New experimental data on conductivity of a two-dimensional Wigner solid (WS) on the surface of dilute quantum mixture $^3\text{He}-^4\text{He}$ ($x = 0,25\%$) are presented. The conductivity is estimated using resonant excitation low-frequency coupled longitudinal phonon-ripplon modes of WS. A strong temperature dependence of the WS conductivity is observed, which differs essentially from that found before for a non-degenerated electronic gas. At the same time, the dependence of resistance on impurity concentration is found to be rather weak, suggesting that scattering of transverse phonons by riplons is dominant in the resistance of a two-dimensional WS at $x < 0,25\%$.