

Мезоскопические антиферромагнетики: статика, динамика, квантовое туннелирование (Обзор)

Б.А. Иванов

Институт магнетизма НАН Украины, пр. Вернадского, 36б, г. Киев, 03142, Украина

Национальный университет имени Тараса Шевченко, пр. Глушкова, 2, г. Киев, 03127, Украина
E-mail: bivanov@i.com.ua

Статья поступила в редакцию 4 марта 2005 г.

С единых позиций обсуждаются статические и динамические, квантовые и классические свойства антиферромагнетиков (АФМ). Основное внимание уделяется мезоскопическим магнетикам, т.е. материалам с характерными масштабами неоднородностей порядка атомных размеров. Создание таких материалов, их исследование и применение во многом определяет лицо физики в наше время. К ним относятся малые магнитные частицы и их массивы, магнитные сверхрешетки и кластеры, высокоспиновые молекулы. Обсуждаются и традиционные проблемы физики антиферромагнетизма (симметричный анализ АФМ, переориентационные переходы, уравнения для спиновой динамики), однако они представлены в той мере, в которой это полезно для последовательного рассмотрения квантовых и классических свойств мезоскопических АФМ. Для описания спиновой динамики АФМ построен магнитный лагранжиан, вид которого согласован с квантовомеханическим гамильтонианом. Учтены эффекты понижения динамической симметрии АФМ, как за счет традиционных причин, например внешнего магнитного поля, так и за счет частичной раскомпенсации спинов подрешеток. Последний эффект особенно важен для мезоскопических частиц АФМ типа ферритина. Подробно обсуждается влияние дефектов, а также поверхности на переориентационные переходы в АФМ. Эти эффекты принципиально важны для описания малых частиц АФМ и обнаружены для магнитных сверхрешеток с антиферромагнитным взаимодействием элементов сверхрешеток. Особая роль уделяется описанию макроскопических квантовых эффектов в мезоскопических АФМ. На основе полученного спинового лагранжиана описаны новые туннельные эффекты, например осциллирующая зависимость вероятности туннелирования от магнитного поля. Исследованы квантовые эффекты в магнитных системах с неоднородным основным состоянием. Эти эффекты могут быть описаны как изменение вследствие процессов туннелирования топологических зарядов различной природы, характеризующих эти состояния.

З единих позицій обговорюються статичні та динамічні, квантові та класичні властивості антиферомагнетиків (АФМ). Основна увага приділяється мезоскопічним магнетикам, тобто матеріалам з характерними масштабами неоднорідностей порядку атомних розмірів. Створення таких матеріалів, їхнє дослідження і застосування багато в чому визначає обличчя фізики в наш час. До них відносяться малі магнітні частки та їхні масиви, магнітні надгратки та кластери, високоспінові молекули. Обговорюються й традиційні проблеми фізики антиферомагнетизму (симетрійний аналіз АФМ, переорієнтаційні переходи, рівняння для спінової динаміки), однак вони представлені в тій мірі, у якій це корисно для послідовного розгляду квантових і класичних властивостей мезоскопічних АФМ. Для опису спінової динаміки АФМ побудовано магнітний лагранжиан, вигляд якого погоджений із квантовомеханічним гамильтоніаном. Враховано ефекти зниження динамічної симетрії АФМ, як за рахунок традиційних причин, наприклад зовнішнього магнітного поля, так і за рахунок часткової розкомпенсації спінів підграток. Останній ефект особливо важливий для мезоскопічних часток АФМ типу ферритина. Докладно обговорюється вплив дефектів, а також поверхні на пере-

орієнтаційні переходи в АФМ. Ці ефекти принципово важливі для опису малих часток АФМ і виявлено для магнітних надграток з антиферромагнітною взаємодією елементів надграток. Особлива роль приділяється описові макроскопічних квантових ефектів у мезоскопічних АФМ. На основі отриманого спінового лагранжиана описано нові тунельні ефекти, наприклад осцилююча залежність імовірності тунелювання від магнітного поля. Досліджено квантові ефекти в магнітних системах з неоднорідним основним станом. Ці ефекти можуть бути описані як зміна внаслідок процесів тунелювання топологічних зарядів різної природи, що характеризують ці стани.

PACS: 75.50.Ee, **75.45.+j**, 75.50.Xx, 75.50.Tt

Содержание

1. Введение	842
2. Антиферромагнетики на рубеже столетий	843
3. Классическое и квантовое описание магнетиков	846
4. Индуцированные полем фазовые переходы в антиферромагнетиках	850
4.1. Классические объемные переходы	650
4.2. Понижение симметрии задачи	851
4.3. Спин-флоп переход и несоизмеримые фазы около поверхности и дефектов	853
4.4. Квантовый аналог спин-флоп перехода	857
5. Лагранжиан для описания динамики реальных АФМ	858
6. Туннелирование в малых частицах АФМ и антиферромагнитных молекулах	861
6.1. Инстантонный подход к описанию туннелирования	861
6.2. Инстантоны как решения динамической задачи	862
6.3. Флуктуационный детерминант	864
6.4. Инстантоны в одноосных АФМ	865
6.5. Туннелирование для АФМ в магнитном поле	867
6.6. Влияние раскомпенсации подрешеток на туннелирование	870
7. Неоднородные состояния в АФМ: структура, топологический анализ и эффекты квантового туннелирования	871
8. Заключение	878
9. Список литературы	880

1. Введение

На рубеже XX и XXI столетий началось систематическое изучение и внедрение в практику мезоскопических материалов с характерными масштабами неоднородностей от микронных до атомных размеров. К мезоскопическим магнетикам относят материалы с различными пространственными масштабами, такие как малые магнитные частицы микронных и субмикронных размеров и упорядоченные массивы таких частиц, магнитные сверхрешетки, магнитные кластеры и, наконец, высокоспиновые молекулы, включающие десятки спинов с сильным обменным взаимодействием [1,2]. Мезоскопические магнетики по характеру упорядочения (речь идет как об упорядочении спинов в отдельной малой частице, так и об упорядочении магнитных моментов отдельных элементов сверхрешетки) можно разделить на те же классы, что и массивные материалы (ферромагнетики, АФМ, ферримагнетики). Такие материалы зачастую проявляют уникальные физические свойства, отсутствующие у массивных образ-

цов магнетиков. Достаточно отметить макроскопические квантовые эффекты, проявляющиеся в когерентном квантовом поведении десятков, сотен и даже тысяч спинов.

Успехи физики мезоскопических магнетиков основываются на достижениях традиционной физики магнитоупорядоченных кристаллов. При исследовании предмета настоящего обзора, проявлений антиферромагнетизма в свойствах мезоскопических магнетиков, безусловно большую роль сыграли те значительные результаты исследования «обычных» АФМ, которые были получены, осмыслены и отражены в большом числе монографий, полностью или в значительной степени посвященных этой области физики [3–9].

В течение последних семидесяти лет исследования антиферромагнетизма составляли значительную часть фундаментальной физики магнетизма [10,11]. Это связано не только с особенностями «чисто магнитных» свойств этих материалов, среди которых можно отметить широкий спектр спонтанных и индуцированных полем фазовых переходов

порядок — порядок (см. монографии [5,12]) и интересные резонансные свойства АФМ, прежде всего «обменное усиление» резонансных частот [7]. Не менее важны и проявления антиферромагнетизма в таких «немагнитных» свойствах материалов, как оптические [8,13], гальваномагнитные [13] и акустические [13,14]. Нам не известны примеры применения традиционных кристаллических АФМ в качестве функциональных материалов твердотельной электроники, хотя многие их уникальные параметры, например присутствие частот магнитного резонанса в субмиллиметровой области [7] и огромные скорости движения доменных стенок (десятки километров в секунду) [6,15], выглядят многообещающе для их применений в современной функциональной электронике. Однако за последнее десятилетие в физике магнетизма возникли новые объекты, которые можно отнести к «искусственным АФМ». Среди них отметим одномерные (1D) сверхструктуры типа многослойных пленок и двумерные (2D) сверхструктуры типа решеток магнитных элементов субмикронного масштаба, которые расположены на немагнитной подложке. Такие материалы перспективны при разработке новых устройств для высокоплотной магнитной записи [16–18], датчиков магнитного поля и магнитных головок [19,20], логических элементов компьютеров [21]. Взаимодействие структурных элементов может быть антиферромагнитным как в 1D [19,22], так и в 2D сверхрешетках [23]. Антиферромагнитный порядок структурных элементов и его изменение под действием магнитного поля (аналог спин-флоп или спин-флип переходов в кристаллических АФМ [24–26], см. разд. 4) определяют такое практически важное свойство сверхрешеток, как гигантское магнитосопротивление [19,20].

Главная специфика физики мезоскопических магнетиков — наличие в них эффектов макроскопического когерентного квантового туннелирования, которые были обнаружены более 10 лет назад [1,27–30]. Интерес к этим явлениям обусловлен важностью проявления квантовых эффектов в макромире с общезначимой точки зрения. Мезоскопические объекты, обладающие квантовомеханическими свойствами, интересны как потенциальные элементы квантовых компьютеров [31]. Кроме того, при туннелировании в магнетиках возникает ряд тонких и красивых эффектов, например эффекты подавления туннельных переходов вследствие интерференции инстантонных траекторий [32,33]. Возможность управления туннельными эффектами («включения» или «выключения» туннелирования) — важный момент в случае применения мезоскопических магнетиков в качестве элементов квантовых компьютеров [31].

Анализ эффектов макроскопического квантового туннелирования требует привлечения ряда сложных методов современной квантовой физики магнетиков и квантовой теории поля. Однако изложение становится намного компактней и проще, если использовать известные результаты классической физики магнетиков. Сопоставление классической и квантовой картины магнетиков проведено в разд. 3. На основе этого обсуждения в разд. 4 исследованы переориентационные переходы в магнетиках, как в рамках традиционного подхода, адекватного описанию массивных АФМ, так и для мезоскопических магнетиков. В разд. 5 перейдем к анализу квазиклассической динамики АФМ в такой формулировке, которая наиболее близка к традиционной теории динамических свойств магнетиков, но позволяет последовательно проводить анализ чисто квантовых эффектов. Подробное обсуждение проблемы туннелирования в малых частицах АФМ на этой основе представлено в разд. 6. В заключительном разд. 7 обсуждается вопрос о топологических спиновых неоднородностях в мезоскопических АФМ, и на основе неоднородных инстантонов описаны эффекты туннелирования для таких неоднородных состояний АФМ.

Как всегда, при ограниченном объеме работы автор должен отбирать те области, которые представляют наибольший интерес в настоящее время. Естественно, при всем стремлении к объективности, такой выбор не может не быть субъективным. Здесь не затронуты вопросы динамики нелинейных возмущений (солитонов) в низкоразмерных кристаллических АФМ (см. обзоры [34–38]). В настоящей работе основное внимание уделяется специфическим свойствам мезоскопических АФМ, как квантовым (макроскопическое квантовое туннелирование, эффекты деструктивной интерференции), так и чисто классическим, связанным с особой ролью поверхности и дефектов; а также тем физическим явлениям, где указанные особенности мезоскопических АФМ проявляются совместно. Традиционные проблемы, например характер переориентационных переходов и вид динамических уравнений для параметра порядка, в понимание которых в последние годы также внесен немалый вклад, представлены в той мере, в какой это полезно для последовательного рассмотрения мезоскопических АФМ. Предлагаемый обзор не может претендовать на сколько-нибудь полное описание всех отмеченных выше явлений. Однако автор надеется, что хотя бы краткое обсуждение статических и динамических, в том числе нелинейных, квантовых и классических свойств АФМ, данное с единых позиций, может быть полезно читателям.

2. Антиферромагнетики на рубеже столетий

В настоящее время известно много различных типов спинового упорядочения конденсированных сред, как кристаллических, так и аморфных [10,11]. В человеческой практике с незапамятных времен используются такие магнетики, для которых отлично от нуля среднее значения спиновой плотности (\mathbf{S}) или намагниченности \mathbf{M} , в простейшем случае $\mathbf{M} = -g\mu_B \langle \mathbf{S} \rangle$, g – фактор Ланде, $g \approx 2$ для ионов в s -состоянии, μ_B – модуль магнетона Бора. На языке теории симметрии это означает, что такие материалы (к ним относятся не только чистые ферромагнетики (ФМ), но и большой класс ферримагнетиков, некоторые спиральные магнетики и т.д.) характеризуются спонтанным нарушением симметрии относительно инверсии времени $t \rightarrow -t$, при котором как среднее значение спина отдельного иона, так и значение намагниченности меняет знак. Антиферромагнетики представляют собой принципиально иной класс материалов. В них симметрия относительно инверсии времени спонтанно нарушена, но спонтанная намагниченность равна нулю. Явление антиферромагнетизма было открыто более 70-ти лет назад, и тогда же нашло теоретическое объяснение в работах Нееля [39,40] и Ландау [41].

Ситуацию с полной компенсацией намагниченности проще всего представить, полагая, что кристаллическая решетка АФМ содержит конечное число n магнитных подрешеток, каждая из которых имеет отличную от нуля намагниченность \mathbf{M}_α , но эти намагниченности компенсируют друг друга таким образом, что суммарная намагниченность АФМ в основном состоянии равна нулю, $\mathbf{M} = \sum_{\alpha=1}^n \mathbf{M}_\alpha = 0$.

Простейшим примером, которым мы и ограничимся, является двухподрешеточный АФМ, в основном состоянии которого намагниченности \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 равны по длине и антипараллельны. При таком определении подразумевается, что подрешетки обязательно эквивалентны кристаллографически, т.е. существует элемент кристаллической группы симметрии (группы симметрии парафазы), переводящий их одну в другую. Один из важнейших выводов, сделанных за много лет изучения явления антиферромагнетизма и связанных с ним «немагнитных» явлений, состоит в предельной важности симметричного анализа АФМ. Именно с симметричными ограничениями может быть связана возможность строго нулевого значения намагниченности $\mathbf{M} = 0$ при отличном от нуля среднем значении спинов, т.е. точной компенсации намагниченностей отдельных спинов в конечной области среды. Симметричное описание магнетиков базируется на

использовании или магнитных [4,9,42], или обменных [43] групп симметрии. Следуя Турову [4], будем называть операции симметрии, не переставляющие магнитные подрешетки, четными, а переставляющие – нечетными, и обозначать их значками (+) и (–) соответственно. Критерием антиферромагнетизма является присутствие хотя бы одного нечетного элемента симметрии парафазы. Это условие отличает АФМ от ферримагнетиков, подрешетки которых неэквивалентны, хотя их суммарная намагниченность может обращаться в нуль в точке компенсации. По существу, именно такое определение антиферромагнетизма (а не условие равенства нулю спонтанной намагниченности) является общепринятым в настоящее время.

Намагниченность АФМ может быть отличной от нуля при наличии внешнего поля $\mathbf{H} \neq 0$, при сохранении спонтанного нарушения симметрии. Здесь уместно сравнить поведение различных гейзенберговских магнетиков, в гамильтониане которых есть только чисто изотропное обменное взаимодействие вида

$$\hat{H}^{(\text{Heis})} = J \hat{\mathbf{S}}_1 \hat{\mathbf{S}}_2, \quad (1)$$

где J – обменный интеграл, $J > 0$ для АФМ, $\hat{\mathbf{S}}_{1,2}$ – спиновые операторы. В гейзенберговском ФМ, без учета анизотропных взаимодействий релятивистской природы, намагниченность \mathbf{M} параллельна полю \mathbf{H} , т.е. спонтанное нарушение симметрии при $\mathbf{H} \neq 0$ отсутствует. Для изотропного АФМ вызванная полем намагниченность также отлична от нуля, $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$, где χ – восприимчивость АФМ. Однако, в противоположность ФМ, различие намагниченностей подрешеток, а следовательно, антиферромагнитный порядок, существует в широкой области значений поля $|\mathbf{H}| < H_{\text{ex}}$, где H_{ex} – обменное поле. Эти же закономерности в целом остаются справедливыми и при учете достаточно слабых релятивистских взаимодействий: в ФМ магнитный порядок существует только при ориентации поля \mathbf{H} вдоль определенных избранных осей симметрии, в то время как в АФМ с учетом анизотропии упорядочение по-прежнему не разрушается полем $H < H_{\text{ex}}$.

Критерий $\mathbf{M} = 0$ для определения антиферромагнетизма не является исчерпывающим еще и потому, что в некоторых кристаллических АФМ при учете релятивистских взаимодействий, даже в отсутствие внешнего магнитного поля, компенсация намагниченностей не полная, и возникает слабый спонтанный момент. Для двухподрешеточного АФМ неполная компенсация намагниченностей (явление слабого ферромагнетизма) может быть описана как появление неколлинеарности, или скашивания, намагниченностей \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 . Такие АФМ называются *слабы-*

ми ферромагнетиками, или скошенными АФМ. Теорию слабого ферромагнетизма на основе феноменологического подхода построил Дзялошинский [44] (см. подробнее недавнюю монографию Турова с соавторами [9]), микроскопический механизм предложил Мория [45].

Применение обычных представлений физики кристаллических АФМ для описания мезоскопических АФМ может потребовать определенной модификации. Для атомных кластеров, включающих сотни или тысячи спинов с антиферромагнитным взаимодействием, весьма заметной становится роль поверхности. Даже для атомарно-гладкой поверхности числа частиц в подрешетках могут отличаться. Как следствие, возникает раскомпенсация суммарного спина частицы АФМ. Приведем пример частиц ферритина, играющих важную роль в жизнедеятельности теплокровных животных. Эти частицы используются как модельный объект для экспериментального исследования свойств частиц АФМ [27]. Магнитная часть частицы ферритина состоит из примерно 4500 ионов железа Fe^{3+} со спином $S = 5/2$, связанных антиферромагнитным взаимодействием и упорядоченных в почти идеальной магнитной структуре типичного кристаллического АФМ — гематита $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$. Однако нескомпенсированный момент частицы ферритина не мал и составляет около $200\mu_B$, т.е. порядка 1 % от максимально возможного значения. Таким образом, с точки зрения анализа намагниченности ферритин представляет собой ферриманетик, близкий к точке компенсации, что принципиально меняет его динамические свойства, классические и особенно квантовые (см. разд. 5 и 6). С другой стороны, для большинства магнитных атомов, расположенных в центральной части такой частицы, применимо стандартное описание на языке кристаллических магнитных групп.

В последние годы возникли новые объекты, которые можно отнести к мезоскопическим магнетикам. Их характерные масштабы еще меньше, чем для упомянутых выше частиц ферритина, но больше атомных. Это так называемые высокоспиновые молекулы, содержащие десятки спинов со взаимодействием, близким к изотропному гейзенберговскому (1), причем достаточно сильным (значение обменного интеграла J до 100 К), см. обзоры [1,46]. Для них известны также проявления взаимодействия Дзялошинского—Мория [47]. Для высокоспиновых молекул характерно регулярное расположение магнитных ионов, образующих хорошо определенную магнитную структуру. По существу, синтез и исследование высокоспиновых молекул, и особенно создание высококачественных монокристаллов таких молекул с хорошей ориентацией магнитных осей молекул в кристалле, открыли новую эру в

исследовании макроскопических квантовых эффектов в магнетиках. Важным классом таких молекул (и принципиально новым объектом физики антиферромагнетизма) являются так называемые спиновые кольца (используются термины *spin rings*, *ferric wheels*). В таких молекулах четное число магнитных ионов (наиболее изучены молекулы с 6, 8 и 10 ионами железа Fe^{3+} со спином $S = 5/2$) образует замкнутое кольцо с антиферромагнитным взаимодействием ближайших соседей ($J \sim 15\text{--}30$ К) и полностью скомпенсированным полным спином [48–52]. В собственно высокоспиновых молекулах (молекулярных магнитах) взаимодействие в основном ферромагнитное, их суммарный магнитный момент может достигать значения $26\mu_B$ [53]. Некоторые высокоспиновые молекулы следует отнести к молекулярным ферриманетикам. Они состоят из двух неэквивалентных групп спинов с ферромагнитным взаимодействием внутри группы и антипараллельной ориентацией спинов этих двух групп (аналог подрешеток). К ним относится наиболее хорошо изученный молекулярный магнит $\text{Mn}_{12}\text{-ac}$, в котором 8 ионов марганца Mn^{3+} с $S = 2$ и четыре иона Mn^{4+} с $S = 3/2$ дают суммарный спин $S_{\text{tot}} = 10$ [48]. Известны также и высокоспиновые молекулы с полуцелым спином, к ним относятся комплексы Mn_4 со спином $9/2$ [54,55]. Для $\text{Mn}_{12}\text{-ac}$ раскомпенсация не мала, но известна и молекула V_{15} с 15 атомами ванадия со спином $S = 1/2$, у которой суммарный спин равен $1/2$ [56]. С точки зрения классического симметричного анализа высокоспиновые молекулы должны описываться конечными классами магнитной симметрии, но в отличие от изученных кристаллических магнитных классов здесь могут присутствовать элементы симметрии типа осей C_n , D_n , S_n с $n = 5$ или $n > 6$. Как пример, можно привести молекулу $\text{Mo}_{72}\text{Fe}_{30}$, в которой 30 ионов железа Fe^{3+} , связанные антиферромагнитным обменным взаимодействием, образуют икосадодекаэдрическую структуру с осями 5- и 3-го порядков [57].

Наконец, отметим «антиферромагнитные» аспекты физики чисто рукотворных магнитных материалов (магнитных сверхструктур), которые создаются с использованием современных нанотехнологий. К ним относятся многослойные системы, состоящие из слоев ферромагнитных металлов толщиной в несколько атомов, разделенных прослойками из немагнитных или антиферромагнитных металлов [19]. Для таких $1D$ сверхструктур взаимодействие магнитных элементов (отдельных слоев) определяется обменом через прослойки и может быть как ферромагнитным, так и антиферромагнитным; для них известны и эффекты биквадратичного обмена [19,22].

В последние годы широко изучаются и $2D$ сверхструктуры типа решеток субмикронных магнитных частиц на немагнитной подложке. В зависимости от

формы эти частицы условно называют магнитными точками, полосками, кольцами или проволоками, их чаще всего изготавливают из магнитомягких материалов, таких как Co, Fe, пермаллой [17]. Взаимодействие отдельных частиц в такой системе определяется магнитным дипольным взаимодействием их магнитных моментов, т.е. они представляют собой чистую реализацию дипольных АФМ [58]. Итак, ориентация магнитных моментов элементов сверхструктур (макроскопических спинов) часто бывает антиферромагнитной [23], и такие системы можно рассматривать как «искусственные АФМ». В них наблюдаются эффекты, присущие обычным кристаллическим АФМ, такие как спин-флор или спин-флип переходы [24–26], особенность которых — значительная роль граничных элементов (поверхности). Эти и другие новые явления, например переход в специфическую несоразмерную фазу, подробно рассмотрим в разд. 4.3.

Нам не известны какие-либо эффекты разброса значений магнитных моментов отдельных структурных элементов, «раскомпенсации макроскопических спинов» для таких искусственных АФМ. Однако для них хорошо известен другой важный эффект неидеальности структуры на атомном уровне: топологические дефекты атомной структуры АФМ или границ раздела ФМ–АФМ в силу эффектов фрустрации приводят к появлению спиновых мезоскопических неоднородностей. Свойства таких неоднородных состояний, включая проблему квантового туннелирования для них, будут рассмотрены в разд. 7.

3. Классическое и квантовое описание магнетиков

Для магнитных диэлектриков, а также для ряда материалов с металлической проводимостью [59], адекватно описание на основе гамильтониана, записанного в терминах операторов спинов \mathbf{S}_α , локализованных в узлах кристаллической решетки α . В качестве примера рассмотрим гамильтониан \hat{H} , который содержит билинейное по операторам спина взаимодействие вида $J_{ij} S_1^{(i)} S_2^{(j)}$. Здесь тензор J_{ij} определяет как изотропное (обменное), так и анизотропное парное взаимодействие спинов, он может содержать и антисимметричную часть, связанную со взаимодействием Дзялошинского–Мория [45]. Дальнейшее рассмотрение будет базироваться на гамильтониане со взаимодействием только ближайших соседей. Приведем его простую версию с чисто одноосной симметрией (избранная ось z есть ось C_∞):

$$\hat{H} = \sum_{\langle\alpha\beta\rangle} \{J\mathbf{S}_\alpha\mathbf{S}_\beta + (\mathbf{d}[\mathbf{S}_\alpha, \mathbf{S}_\beta]) + \kappa S_\alpha^z S_\beta^z\} - d - K \sum_\alpha (S_\alpha^z)^2 - g\mu_B \sum_\alpha \mathbf{H}\mathbf{S}_\alpha. \quad (2)$$

Здесь первые три слагаемые, в которых суммирование распространяется на пары ближайших соседей $\langle\alpha\beta\rangle$ и каждая пара учитывается один раз, описывают билинейные взаимодействия спинов. Они определяют три типа взаимодействий: стандартное изотропное обменное (гейзенберговский обмен (1)) с обменным интегралом J ; антисимметричное взаимодействие Дзялошинского–Мория [44,45], при записи которого антисимметричной части J_{ij} сопоставлен дуальный вектор \mathbf{d} ; и симметричное анизотропное. Последнее часто называют *межионной анизотропией*. Кроме того, в гамильтониане \hat{H} учтена также *одноионная анизотропия* с константой K , которая может существовать только для значений спина в узле $S \geq 1$. Последнее слагаемое описывает зеэмановское взаимодействие спинов с внешним магнитным полем. Здесь и далее для удобства и наглядности считаем, что векторный оператор спина \mathbf{S}_α параллелен намагниченности. Будем в основном рассматривать слабоанизотропные магнетики, для которых $\kappa, K \ll J$, а величина обменно-релятивистской константы $d \sim \sqrt{\kappa, K} J \ll J$.

Обсудим переход от квантового спинового гамильтониана типа (2) к «привычному» феноменологическому описанию магнетиков. Хотя в реальности в качестве стартовой точки часто используют макроскопическое описание, анализ такого перехода представляет интерес, прежде всего, для исследования макроскопических квантовых эффектов. Не менее существенно, что последовательный микроскопический анализ может прояснить вопрос об адекватности макроскопического подхода при описании данных эксперимента.

Для перехода от спиновых операторов к соответствующим полевым переменным обычно используют спиновые когерентные состояния (СКС) $|\sigma\rangle$, которые были введены Радклиффом [60] (см. также обзоры [61]). Спиновые когерентные состояния параметризуются единичным вектором σ , $\sigma^2 = 1$, или угловыми переменными θ, φ :

$$\sigma_x = \sin \theta \cos \varphi, \quad \sigma_y = \sin \theta \sin \varphi, \quad \sigma_z = \cos \theta. \quad (3)$$

Спиновые когерентные состояния можно построить путем воздействия оператора поворота $\hat{\mathbf{O}}$ на состояние спина $\hat{\mathbf{S}}$ с заданной максимальной проекцией $S_z = S$ на некоторое направление \mathbf{n} . Эти состояния являются собственными для оператора $\sigma \hat{\mathbf{S}}, \sigma \hat{\mathbf{S}} |\sigma\rangle = S |\sigma\rangle$, для них среднее значение оператора спина совпадает с его классическим значением

$$\langle \sigma | \hat{S} | \sigma \rangle = S \sigma. \quad (4)$$

Последнее свойство благоприятно для перехода от квантовой физики спинов к феноменологической теории магнетизма. СКС составляют полный (точнее, переполненный) набор квантовых состояний оператора спина \hat{S} , что проявляется в существовании соотношения «разрешения единицы»

$$\int \mathcal{D}\sigma |\sigma\rangle \langle \sigma| = \hat{1}, \quad \int \mathcal{D}\sigma = \frac{(2S+1)}{4\pi} \int \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (5)$$

где $\hat{1}$ — единичный оператор, $\mathcal{D}\sigma$ — мера, которая определяется через элемент площади на сфере $\sigma^2 = 1$.

Для приложений к теории гейзенберговских магнетиков существенно то, что все средние значения от степеней компонент спина выражаются через соответствующие степени средних от компонент спина, например [62,63]

$$\langle \sigma | (\hat{S} \mathbf{e})^2 | \sigma \rangle = \left(1 - \frac{1}{2S}\right) \langle \sigma | \hat{S} \mathbf{e} | \sigma \rangle^2 + \frac{S}{2}. \quad (6)$$

Это соотношение справедливо для любого значения спина, для спина $S = 1/2$ оно соответствует известному свойству матриц Паули [64] и исключает существование одноионной анизотропии. Здесь важно отметить, что в процессе построения СКС не использовано каких-либо приближений типа приближения большого спина. Однако существует ряд свойств СКС, которые позволяют конструктивно использовать их только в этом квазиклассическом пределе.

Важным отличием СКС (как и других когерентных состояний) от состояний, обычно принятых в квантовой механике, является отсутствие ортогональности:

$$|\langle \sigma_1 | \sigma_2 \rangle| = \left[\frac{1}{2} (1 + \sigma_1 \sigma_2) \right]^S.$$

В пределе $S \rightarrow \infty$ величина $\langle \sigma_1 | \sigma_2 \rangle$ экспоненциально мала, что формально позволяет при некоторых вычислениях считать эти состояния ортогональными в пределе большого спина.

Спиновые когерентные состояния, как и «обычные» когерентные состояния $|\alpha\rangle$ для бозонов, где α — комплексное число (они были введены Глаубером [65] и определяются как собственные функции бозонного оператора уничтожения \hat{a} , $\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$), являются частными примерами введенных Переломовым обобщенных когерентных состояний (ОКС) [66]. Их можно построить для любой группы Ли \hat{G} . Для спиновых когерентных состояний \hat{G} совпадает с группой вращений трехмерного пространства $SO(3)$, для бозонных состояний это так называемая группа Гей-

зенберга — Вейля [61]. Для всех ОКС общим является то фундаментальное свойство, что они минимизируют неопределенность значений переменных, определяющихся квантовым соотношением неопределенностей. Это означает, что ОКС (в частности, СКС) являются квантовыми состояниями, свойства которых наиболее близки к классическим. Применение когерентных состояний наиболее эффективно в том случае, когда гамильтониан системы линеен по генераторам соответствующей группы Ли \hat{G} . Тогда если начальное состояние было когерентным и описывалось некоторым ОКС, его квантовая эволюция сводится к изменению параметров ОКС, которые описываются классическими уравнениями движения [61]. Это позволило просто и изящно построить точные решения ряда задач о квантовой эволюции произвольного спина во внешнем переменном магнитном поле [61]. Возможно точное решение и более сложных задач о взаимодействии нескольких спинов, с гамильтонианом, билинейным по операторам компонент спинов.

Для нашей задачи в значительно большей степени важен тот факт, что использование ОКС позволяет последовательно получить квазиклассический лагранжиан системы, который *в принципе* невозможно восстановить только из классических уравнений движения. Лагранжианы, описывающие одни и те же классические уравнения движения системы, могут отличаться слагаемым, которое является полной производной по времени. Это слагаемое не влияет на классическую динамику системы, но ответственно за интерференцию инстантонных траекторий [67,68] (см. разд. 6); оно также важно для определения импульса солитона [69].

Наиболее изящный способ получения лагранжиана для любых когерентных состояний основан на возможности представить квантовый *пропагатор* P_{12} (амплитуду вероятности перехода из одного квантового состояния в другое) через интеграл по траекториям [67]:

$$P_{12} \equiv \langle \psi_1 | \exp\{i\hat{H}t/\hbar\} | \psi_2 \rangle = \int_{\psi_1}^{\psi_2} \mathcal{D}\psi \exp\{i\mathcal{A}[\psi]/\hbar\}, \quad (7)$$

где $\mathcal{A}[\psi]$ — функционал действия, известный из классической физики, $\mathcal{A}[\psi] = \int dt \mathcal{L}[\psi]$, \mathcal{L} — лагранжиан системы, интегрирование идет по всем значениям переменной ψ , описывающей ОКС. Мы не обсуждаем здесь проблему последовательного определения меры $\mathcal{D}\psi$. Этот подход, по существу, основан на идее фейнмановских интегралов по траекториям. Он имеет то преимущество, что может применяться к квантовым полевым задачам, когда речь идет о пространственно-временных конфигурациях $\psi \equiv \psi(\mathbf{x}, t)$ поля [67,68].

Используя свойства ОКС $|\psi\rangle$, лагранжиан $\mathcal{L}[\psi]$ может быть записан в виде

$$\mathcal{L} = -\hbar\langle\psi|\partial/\partial t|\psi\rangle - W(\psi), \quad W(\psi) \equiv \langle\psi|\hat{H}|\psi\rangle. \quad (8)$$

Лагранжиан имеет стандартную форму $T - W$, где форма кинетического слагаемого T может быть легко найдена для когерентных состояний любой группы Ли. «Потенциальная энергия» W в этой формуле есть просто квантовый гамильтониан системы, усредненный по когерентному состоянию $\langle\psi|\hat{H}|\psi\rangle$.

Вернемся к описанию магнетиков в терминах СКС $|\sigma\rangle$. Лагранжиан отдельного спина S в угловых переменных (3) обычно записывают в виде [34–38,67]

$$\mathcal{L} = \hbar S(\partial\varphi/\partial t)(1 - \cos\theta) - W(\varphi, \theta), \quad (9)$$

где $W(\varphi, \theta)$ имеет смысл классической энергии $W(\sigma) = \langle\sigma|\hat{H}|\sigma\rangle$, выраженной через угловые переменные для вектора σ . Вариация этого лагранжиана дает хорошо известные уравнения Ландау – Лифшица [70] в угловых переменных (см. монографии и обзоры [34–37,71]).

Кинетическое слагаемое можно представить в более общей форме, чем (9), непосредственно для векторной динамической переменной σ :

$$\mathcal{L} = \hbar S \mathbf{A}(\sigma) \frac{\partial\sigma}{\partial t} - W(\sigma), \quad \mathbf{A}(\sigma) = \frac{\sigma \times \mathbf{n}}{\sigma(\sigma + \sigma\mathbf{n})}, \quad (10)$$

где \mathbf{n} – ось квантования когерентного состояния. Для наглядности интерпретации удобно считать, что переменная σ не связана условием $\sigma^2 = 1$, и ввести длину вектора $|\sigma| = \sigma \neq 1$. Тогда этот лагранжиан формально отвечает динамике заряженной частицы с радиусом-вектором σ , движущейся в магнитном поле с векторным потенциалом \mathbf{A} . Векторный потенциал \mathbf{A} в формуле (10) представляет собой поле магнитного монополя, он имеет сингулярность при $\sigma\mathbf{n} = -\sigma$, т.е. на некоторой полупрямой в пространстве σ . Обычно выбирают $\mathbf{n} = \mathbf{e}_z$, при этом величина $\mathbf{A}(\sigma)(\partial\sigma/\partial t)$ принимает известный вид (9). Для построения лагранжиана АФМ удобнее использовать общую форму (10).

Обсудим вопрос об описании статических характеристик АФМ, прежде всего его энергии. Когерентное состояние для спинового гамильтониана типа (2) выберем в виде прямого произведения СКС $|\sigma\rangle = \Pi_\alpha |\sigma_\alpha\rangle$, где $|\sigma_\alpha\rangle$ – СКС для оператора спина \hat{S}_α , расположенного в узле α . В этом случае переход от спинового гамильтониана, не содержащего произведений операторов компонент спина на одном узле, к классической энергии осуществляется путем замены операторов \hat{S}_α на классические векторы длины S , $S\sigma_\alpha$.

Такой способ записи энергии в наибольшей степени отвечает нашим интуитивным представлениям

о том, как производится переход от квантового спинового гамильтониана к классической энергии магнетика. Отметим, что возможность такого перехода (а не записи, допустим, спина \mathbf{S}_α в форме $\sigma_\alpha \sqrt{S(S+1)}$, наивно учитывающей условие $\hat{S}^2 = S(S+1)$, что неверно) не связана с приближением $S \gg 1$.

Обсудим теперь специфику магнетиков, гамильтониан которых включает произведения операторов компонент спина на одном узле. Такие слагаемые присутствуют для магнетиков с одноионной анизотропией (2) или биквадратичным обменным взаимодействием вида $J'(\mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\beta)^2$. Магнетики с немалым взаимодействием такого типа часто называют *негейзенберговскими* [72]. Для них «классическому» пределу отвечает замена $\langle\sigma_\alpha | (\hat{S}_\alpha \mathbf{e})^2 | \sigma_\alpha\rangle \rightarrow \rightarrow (1 - 1/2S) (\mathbf{e}\sigma_\alpha)^2 + \text{const}$, см. формулу (6). Однако на самом деле при описании негейзенберговских магнетиков на основе СКС $|\sigma_\alpha\rangle$ возникают более серьезные проблемы, чем перенормировка константы одноионной анизотропии типа $K \rightarrow K(1 - 1/2S)$.

Объясним специфику негейзенберговских магнетиков на примере магнетика с сильной легкоплоскостной одноионной анизотропией вида KS_z^2 , $K > 0$ [72]. Основным состоянием для такого иона является квантовое состояние с фиксированной проекцией $S_z = 0$, для которого $\langle\hat{S}_x\rangle = 0$, $\langle\hat{S}_y\rangle = 0$, но $\langle\hat{S}_x^2\rangle = \langle\hat{S}_y^2\rangle = S(S+1)/2$. Свойства этого состояния далеки от свойств соответствующего СКС с проекцией $\sigma_z = 0$, в котором вектор σ имеет определенное направление в плоскости (x, y) . Поэтому трудно ожидать, что основное состояние такого гамильтониана даже при наличии обменного взаимодействия будет хорошо описываться в терминах СКС. Конечно, это состояние можно описать в виде суперпозиции спиновых когерентных состояний (полнота набора СКС!), но этот подход весьма громоздкий.

Для описания негейзенберговских магнетиков Островский и Локтев [73,74] предложили использовать ОКС для группы Ли $SU(2S+1)$, которые для спина $S > 1/2$ являются более общими, чем СКС. (Напомним, что СКС строятся с использованием группы вращений $SO(3)$, которая эквивалентна группе $SU(2)$). Этот подход позволяет построить последовательную полевую теорию необычных состояний таких магнетиков, включающих не только магнитоупорядоченные фазы, но и так называемые *нематические*, или *квадрупольные* фазы, в которых отсутствует магнитное упорядочение. Эти фазы инвариантны относительно инверсии времени, но могут характеризоваться спонтанным нарушением симметрии, обусловленным анизотропией квадрупольных переменных типа $\langle\hat{S}_x\rangle$, $\langle\hat{S}_y\rangle$. Геометриче-

ским образом спинового состояния нематической фазы является эллипсоид. В нематической фазе спиновых систем с изотропным гамильтонианом низкочастотная динамика описывается в терминах сигма-модели для вектора-директора \mathbf{n} , определяющего ориентацию этого эллипсоида [75]. Даже в квадрупольно-ферромагнитной фазе с $\mathbf{M} \neq 0$ для подобных магнетиков динамика намагниченности \mathbf{M} включает изменение \mathbf{M} по длине и существенно отличается от той, что получается при использовании уравнения Ландау — Лифшица [76]. Статические состояния такого типа давно изучаются, как пример приведем анализ доменной стенки с обращением $|\mathbf{M}|$ в нуль в центре стенки [77]. В последние несколько лет интерес к проблеме нематических фаз и других нетривиальных типов немагнитного порядка спиновых систем возрос в связи с исследованием бозе-эйнштейновских конденсатов нейтральных атомов с ненулевым спином [78–80].

Для большого числа магнетиков негейзенберговские взаимодействия достаточно слабые, и СКС являются наиболее удобным аппаратом для их квазиклассического описания. Вернемся к анализу почти-гейзенберговских АФМ в рамках СКС. Рассмотрим систему с локализованными спинами, в которой ближайшие соседи связаны антиферромагнитным взаимодействием типа (1). Будем считать, что узлы, в которых расположены спины, можно разбить на две группы таким образом, что все спины, входящие в пары ближайших соседей, относятся к разным группам. (Такое условие нарушается, например, для фрустрированной треугольной решетки.) Для идеального АФМ эти две группы соответствуют двум магнитным подрешеткам. Введение подрешеток можно также представить как разбиение решетки на пары спинов (димеры). Лагранжиан АФМ можно записать в терминах двух единичных векторов σ_1 и σ_2 для каждого такого димера. В случае протяженного магнетика можно также ввести более общее описание слабонеоднородных состояний на основе спиновых плотностей $\sigma_1(\mathbf{x}, t)$ и $\sigma_2(\mathbf{x}, t)$ (или же их неприводимых комбинаций $\mathbf{l}(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ (14), \mathbf{x} — координата димера) как непрерывных функций координат. Учет энергии неоднородности производится путем разложения по градиентам, см. ниже формулу (40).

Во многих задачах, например о квантовом туннелировании в АФМ молекулах, неоднородностями можно пренебречь и считать все векторы $\sigma_{1,2}$ параллельными. Тогда удобно ввести спины подрешеток $\mathbf{S}_1 = \sum \mathbf{S}_{\alpha_1}$ и $\mathbf{S}_2 = \sum \mathbf{S}_{\alpha_2}$ и когерентные состояния для спинов каждой подрешетки, $\mathbf{S}_1 = sN_1\sigma_1$, $\mathbf{S}_2 = sN_2\sigma_2$. Здесь и далее s — значение спина на

узле, $N_{1,2}$ — числа узлов в каждой подрешетке, также будем использовать обозначения

$$N = N_1 + N_2, \quad N_{\text{ex}} = N = N_1 - N_2, \quad (11)$$

где N_{ex} определяет избыточный (нескомпенсированный) спин $S_{\text{ex}} = sN_{\text{ex}}$, N — суммарное число узлов в АФМ. Таким образом, мы пришли к описанию однородной динамики образца АФМ в терминах двух векторов единичной длины σ_1 и σ_2 :

$$\mathcal{L} = \hbar s N_1 \mathbf{A}_1(\sigma_1) \frac{\partial \sigma_1}{\partial t} + \hbar s N_2 \mathbf{A}_2(\sigma_2) \frac{\partial \sigma_2}{\partial t} - W(\sigma_1, \sigma_2). \quad (12)$$

Кинетические слагаемые представлены через векторный потенциал поля магнитного монополя (10), $W(\sigma_1, \sigma_2)$ — классическая энергия АФМ, которая соответствует гамильтониану (2). В интересующем нас случае малой раскомпенсации $N_{\text{ex}} \ll N$ в выражении для этой энергии слагаемое с $N_{\text{ex}} \neq 0$ следует сохранить только в зеемановском члене, во всех остальных можно положить $N_1 = N_2 = N/2$, тогда получается

$$W(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{1}{2} s^2 Z N [J \sigma_1 \sigma_2 + (\mathbf{d}[\sigma_1, \sigma_2])] + \frac{1}{2} s^2 N [\kappa Z \sigma_{z,1} \sigma_{z,2} - K(\sigma_{z,1}^2 + \sigma_{z,2}^2)] - \frac{1}{2} g \mu_B s \mathbf{H} [N(\sigma_1 + \sigma_2) + N_{\text{ex}}(\sigma_1 - \sigma_2)], \quad (13)$$

где Z — координационное число, вторая строка описывает энергию анизотропии, третья — зеемановскую энергию. Вместо единичных векторов σ_1 и σ_2 удобно ввести их неприводимые комбинации

$$\mathbf{l} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2, \quad \mathbf{m} = (\sigma_1 + \sigma_2)/2, \quad (14)$$

которые связаны между собой соотношениями

$$\mathbf{l}^2 + \mathbf{m}^2 = 1 \quad \text{и} \quad \mathbf{m} \mathbf{l} = 0. \quad (15)$$

Эти новые переменные естественным образом описывают присущую АФМ симметрию относительно перестановки подрешеток, они удобны при записи феноменологической энергии АФМ. Приведем запись энергии (13) через векторы \mathbf{l} и \mathbf{m} :

$$W(\mathbf{l}, \mathbf{m}) = J s^2 z N \mathbf{m}^2 + s^2 z N (\mathbf{d}[\mathbf{m}, \mathbf{l}]) + \frac{1}{2} s^2 N [\kappa Z (m_z^2 - l_z^2) - K (l_z^2 + m_z^2)] - g \mu_B s N \mathbf{m} \mathbf{H} - g \mu_B s N_{\text{ex}} \mathbf{l} \mathbf{H}. \quad (16)$$

Отметим важную закономерность, справедливую для любого АФМ: энергия анизотропии всегда содержит только четные степени компонент векторов \mathbf{l} или \mathbf{m} , а взаимодействие Дзялошинского линейно

по \mathbf{m} . В общем случае вместо $(\mathbf{d} \cdot [\mathbf{m}, \mathbf{l}])$ появляется выражение $D_{ik}(\mathbf{l})m_i l_k$, где тензор $D_{ik}(\mathbf{l})$ содержит четные степени компонент \mathbf{l} и определяется симметрией АФМ.

4. Индуцированные полем фазовые переходы в антиферромагнетиках

Основное состояние АФМ определяется минимумом энергии (16) по отношению к векторам \mathbf{l} и \mathbf{m} . Еще Неель обратил внимание на то, что при непрерывном изменении магнитного поля это состояние может изменяться скачком [40]. Иными словами, в АФМ могут происходить фазовые переходы, индуцированные сильным магнитным полем. Примером является спин-флоп переход (СФП) [40], экспериментальное обнаружение которого из-за необходимости использовать сильные поля потребовало немалого времени [81]. Спин-флоп переход изучается уже более 50 лет и до сих пор привлекает большое внимание исследователей (см. монографии и обзоры [5,9,12,82]). Как уже отмечалось, в последние годы при исследовании «новых» АФМ (спиновых пар и кластеров, магнитных сверхрешеток) был обнаружен ряд явлений, сходных с СФП.

4.1. Классические объемные переходы

В безграничном магнетике СФП происходит однородно во всем объеме материала, мы будем называть его объемным СФП. Его происхождение легко пояснить путем анализа энергии чисто одноосной модели АФМ (16). Для простоты будем считать, что $\mathbf{d} = 0$ и магнитное поле параллельно легкой оси АФМ (более общий случай будет рассмотрен ниже). Анализируя энергию АФМ (16) можно показать, что в этом случае при всех значениях поля векторы σ_1 и σ_2 лежат в одной плоскости (скажем, плоскости (x, z)). Тогда неприводимые векторы \mathbf{m} и \mathbf{l} определяются только двумя переменными θ, m :

$$l_z = l \cos \theta, \quad l_x = l \sin \theta, \quad l = \sqrt{1 - m^2},$$

$$m_z = m \sin \theta, \quad m_x = -m \cos \theta. \quad (17)$$

Минимизация энергии по переменной m приводит к простому соотношению

$$m = \frac{g\mu_B H \sin \theta}{s(2JZ + 2K \cos 2\theta + Z\kappa)}. \quad (18)$$

Формула (18) отражает анизотропию восприимчивости АФМ по отношению к взаимной ориентации магнитного поля \mathbf{H} и вектора \mathbf{l} . В частности, при $\mathbf{l} \parallel \mathbf{H}$ ($\theta = 0$) намагниченность \mathbf{m} равна нулю даже при $H \neq 0$. Далее удобно исключить вектор суммар-

ного спина \mathbf{m} и записать энергию АФМ только через угловую переменную θ :

$$W = -\frac{(g\mu_B H)^2 N \sin^2 \theta}{2(2ZJ + Z\kappa + 2K \cos 2\theta)} + \left(K + \frac{Z\kappa}{2}\right) s^2 N \sin^2 \theta. \quad (19)$$

В отсутствие магнитного поля получается стандартный результат: как обменная, так и одноионная анизотропии вносят аддитивный вклад в эффективную магнитную анизотропию вида

$$W_a(\theta) = \frac{1}{2} s^2 K_{\text{eff}} N \sin^2 \theta, \quad K_{\text{eff}} = 2K + \kappa Z, \quad (20)$$

которая является легкоосной при $2K + Z\kappa > 0$. Для этой модели при $H < H_1$ устойчива коллинеарная фаза Φ_{\parallel} , в которой $\theta = 0$ или π , а при $H > H_2$ устойчива спин-флоп фаза Φ_{\perp} , в которой $\theta = \pi/2$. Характерные поля потери устойчивости коллинеарной Φ_{\parallel} и спин-флоп Φ_{\perp} фаз H_1 и H_2 для модели (19) определяются формулами

$$H_1 = \frac{s}{g\mu_B} \sqrt{(2K + \kappa Z)(2ZJ + \kappa Z + 2K)}, \quad H_2 = \frac{H_1^2}{H_{sf}},$$

$$H_{sf} = \frac{s}{g\mu_B} \sqrt{(2K + \kappa Z)(2ZJ + \kappa Z - 2K)}. \quad (21)$$

В спин-флоп фазе m_z линейно растет с увеличением поля как

$$m_z = \frac{H}{H_{\text{ex}}}, \quad H_{\text{ex}} = \frac{s(2JZ + \kappa Z - 2K)}{g\mu_B}, \quad H \leq H_{\text{ex}}, \quad (22)$$

где H_{ex} — обменное поле АФМ в модели (19), значения $H_1, H_2 \ll H_{\text{ex}}$. Если значение поля H превышает H_{ex} , то $m = 1$, $\mathbf{l} = 0$ и система достигает насыщения. Переход к насыщенному состоянию Φ_{PM} с $\mathbf{l} = 0$ сопровождается разрушением антиферромагнитного порядка и называется *спин-флип переходом*. Он является типичным переходом второго рода типа порядок — беспорядок, но вызван не повышением температуры, а увеличением внешнего поля.

Одновременный учет обоих типов анизотропии важен для описания всех возможных фаз АФМ и переходов между ними. Если анизотропия носит чисто обменный характер, т.е. $K = 0$, то возникает вырожденный СФП, для которого критические поля H_1 и H_2 совпадают. Если $K > 0$, то СФП происходит как переход первого рода при введенном выше (21) поле H_{sf} , с изменением полного спина системы S_z скачком на величину ΔS_z :

$$\Delta S_z = 2sN \sqrt{\frac{\kappa Z + 2K}{2JZ + \kappa Z - 2K}}. \quad (23)$$

Возможен другой случай, когда $H_1 < H_2$, и области устойчивости фаз Φ_{\parallel} и Φ_{\perp} не перекрываются. При этом в интервале полей $H_1 < H < H_2$ существует угловая фаза Φ_{\angle} со значением $0 < \theta < \pi/2$, и величина S_z изменяется от нуля до ΔS_z по линейному закону, но с большим наклоном, чем в области спин-флор фазы (см. рис. 1). В таком случае переход $\Phi_{\parallel} \leftrightarrow \Phi_{\perp}$ идет путем двух переходов второго рода через угловую фазу. В модели (19) для этого необходимо наличие конкурирующих анизотропий — одноионной с $K < 0$ (что при $K = 0$ соответствует легкоплоскостной анизотропии) и достаточно большой обменной с $KZ > 2|K|$, с тем, чтобы эффективная магнитная анизотропия была легкоосной.

4.2. Понижение симметрии задачи

Мы обсудили фазовые переходы, СФП и спин-флип переход, в наиболее простом и симметричном случае модели (2), считая дополнительно, что $\mathbf{d} = 0$ и магнитное поле строго параллельно легкой оси АФМ. Для практических применений развитой теории важно знать, сохранятся ли эти переходы при выходе за рамки такой модели. Как уже отмечалось, в присутствии магнитного поля в случае ФМ переход в точке Кюри исчезает. Для АФМ ситуация более благоприятная, и как СФП первого рода, так и спин-флип переход, состоящий в разрушении антиферромагнитного порядка, «выживают» в достаточно общем случае.

Начнем с анализа вопроса, что происходит при отклонении магнитного поля \mathbf{H} от легкой оси АФМ на некий достаточно малый угол ψ в рамках модели (16). При $\psi \neq 0$ вектор \mathbf{l} не направлен вдоль симмет-

ричных направлений, $\theta \neq 0, \pi/2$. Будем называть фазами Φ_1 и Φ_2 те фазы, которые при $\psi = 0$ переходят в Φ_{\parallel} и Φ_{\perp} соответственно. При увеличении угла ψ поля устойчивости этих фаз H_1 и H_2 ведут себя по-разному, H_1 уменьшается, а H_2 увеличивается по закону [83]

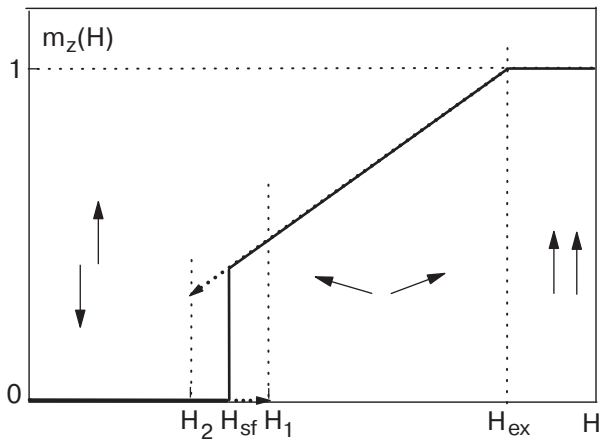
$$H_1(\psi) = H_1[1 - a\psi^{2/3}], \quad H_2(\psi) = H_2[1 + a\psi^{2/3}], \quad (24)$$

где $a = (3/2)(K/JZ)^{1/3}$ мала в меру малости K/J . Отсюда следует, что при некотором значении $\psi = \psi_c$ все характерные значения полей совпадают, $H_1(\psi_c) = H_2(\psi_c) = H_c \approx H_{sf}$, и фазовый переход $\Phi_1 \leftrightarrow \Phi_2$ существует лишь при достаточно малом значении угла $\psi \leq \psi_c$,

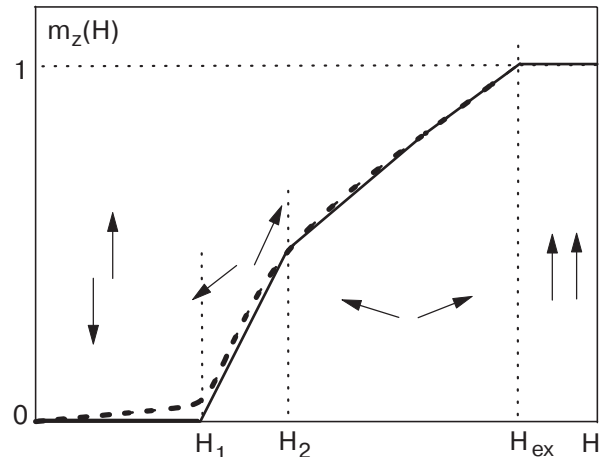
$$\psi_c = \frac{2}{3} \left(\frac{K}{JZ} \right)^{2/3}. \quad (25)$$

Таким образом, в модели (16) на плоскости (H, ψ) линия фазовых переходов первого рода заканчивается в критической точке (ψ_c, H_c) , в этой точке $\theta_1(\psi_c, H_c) = \theta_2(\psi_c, H_c) = \pi/4$ [83].

При $K < 0$, когда в симметричном случае $\psi = 0$ реализуются два перехода второго рода, наклон поля принципиален: при $\psi \neq 0$ фазовые переходы второго рода $\Phi_{12} \leftrightarrow \Phi_{\angle}$ исчезают. Действительно, при $\psi \neq 0$ вектор \mathbf{l} отклонен от симметричных направлений $\theta = 0, \pi/2$ при любом значении поля, поэтому симметричные отличия фаз Φ_1, Φ_2 от угловой фазы Φ_{\angle} отсутствуют. При очень малом $\psi \neq 0$ изменение угла θ вблизи значения поля, при котором при $\psi = 0$ были переходы второго рода, является достаточно резким и приблизительно повторяет зависимость



(а) $K > 0$, переход первого рода, продолжение зависимостей в области метастабильности фаз указаны прерывистой линией, которая заканчивается стрелкой в точке неустойчивости.



(б) $K < 0$, переходы второго рода, прерывистая линия отвечает изменению намагниченности при наклоне поля.

Рис. 1. Основное состояние классического АФМ с энергией (19) при различных K и значениях поля (схематически). Стрелки изображают направления спинов подрешеток в различных состояниях АФМ, см. текст.

$\theta(H)$ при $\psi = 0$ (см. рис. 1), но эта зависимость является аналитической и не содержит изломов.

При анализе фазовых переходов в конкретной модели, например (2), возникает вопрос, не могут ли измениться результаты при учете каких-либо иных инвариантов. Пример такой ситуации приведен выше: переходы второго рода $\Phi_{1,2} \leftrightarrow \Phi_{<}$ очень чувствительны к симметрии задачи и исчезают при сколь угодно малом отклонении поля от оси, в то время как переход первого рода «выживает» при достаточно сильном возмущении задачи. Общий (безмодельный) анализ существования спин-флип перехода может быть дан на основе соображений симметрии [84]. В насыщенной фазе Φ_{PM} магнитные моменты подрешеток параллельны друг другу и магнитному полю, т.е. все компоненты \mathbf{I} равны нулю. Фаза Φ_{PM} имеет более высокую симметрию, чем любая антиферромагнитная фаза, в которой $\mathbf{I} \neq 0$. Ее группа симметрии совпадает с группой симметрии парамагнитной фазы при наличии внешнего магнитного поля G_{PM}^H . Параметром порядка, описывающим переход в парамагнитную фазу Φ_{PM} , является вектор \mathbf{I} . Этот переход будет реализовываться только в том случае, если ни одна из компонент вектора \mathbf{I} не является инвариантом относительно элементов группы симметрии G_{PM}^H . Оказалось, что если среди элементов симметрии парамагнитной фазы имеются нечетные трансляции или инверсия, то спин-флип переход будет происходить при произвольной ориентации магнитного поля \mathbf{H} [84]. Если же таких элементов нет, то спин-флип переход либо вообще отсутствует, либо происходит только при ориентации поля \mathbf{H} вдоль выделенных направлений. Этот вывод согласуется с результатом анализа эффективной энергии АФМ со взаимодействием Дзялошинского, см. ниже формулу (38).

Нечетные элементы симметрии типа трансляции или инверсии характерны для ряда кристаллических АФМ, их присутствие запрещает существование взаимодействия Дзялошинского любого типа. Такой дискретный элемент симметрии, как нечетная инверсия, может быть важен не только для кристаллических АФМ (АФМ с таким элементом обладают рядом уникальных свойств, см. монографию Турова с соавторами [9]), но и для конечных спиновых кластеров с антиферромагнитным взаимодействием.

Предыдущее рассмотрение относилось лишь к случаю полностью скомпенсированного АФМ. Интересен вопрос о возможности переориентационных переходов для малых частиц АФМ, в которых спины подрешеток не равны, $S_1 \neq S_2$, и в обменном приближении в системе присутствует ненулевой магнитный момент. Считая для определенности, что $S_1 > S_2$, получим, что этот момент будет стремиться ориентиро-

ваться вдоль поля так, чтобы спин \mathbf{S}_1 был параллелен полю, а \mathbf{S}_2 — антипараллелен. Однако, кроме отмеченного выше линейного по полю «ферромагнитного» эффекта ориентации спинов, существует и другой, квадратичный по полю ориентационный эффект, проявляющийся и при $S_1 = S_2$ и приводящий к СФП. Совместное действие этих двух факторов при достаточно малой раскомпенсации дает некоторый аналог СФП, который для простоты обсудим в обменном приближении.

Пусть намагниченности подрешеток составляют с магнитным полем углы θ_1 и θ_2 . Описанное выше коллинеарное состояние с антипараллельными спинами $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi$ реализуется только при достаточно малых полях, $H \leq H_c$, где

$$H_c = H_{ex} (S_1 - S_2) / (S_1 + S_2). \quad (26)$$

При $H \geq H_{ex}$ спины параллельны, $\theta_1 = \theta_2 = 0$. Ясно, что эти состояния по симметрии эквивалентны парамагнитному состоянию Φ_{PM} и не вырождены. Однако в промежуточной области полей, при $H_c < H < H_{ex}$, спины подрешеток \mathbf{S}_1 и \mathbf{S}_2 неколлинеарны, $\theta_1, \theta_2 \neq 0, \pi$ [85]. При этом суммарный спин параллелен \mathbf{H} , значение его поперечной (перпендикулярной \mathbf{H}) проекции $S_1 \sin \theta_1 + S_2 \sin \theta_2 = 0$, но состояние системы вырождено по отношению к направлению вектора \mathbf{I} (см. рис. 2). Для интересующего нас случая малой раскомпенсации $N_1 - N_2 \ll N$ величина H_c мала, $H_c \ll H_{ex}$, поэтому основное состояние АФМ вырождено в широком диапазоне полей.

Приведенный выше расчет проведен в пренебрежении магнитной анизотропией. Учет анизотропии несколько громоздкий, результат зависит от соотношения характерных полей, H_c (26) и введенного выше поля H_{sf} . Важно, что даже при учете некото-

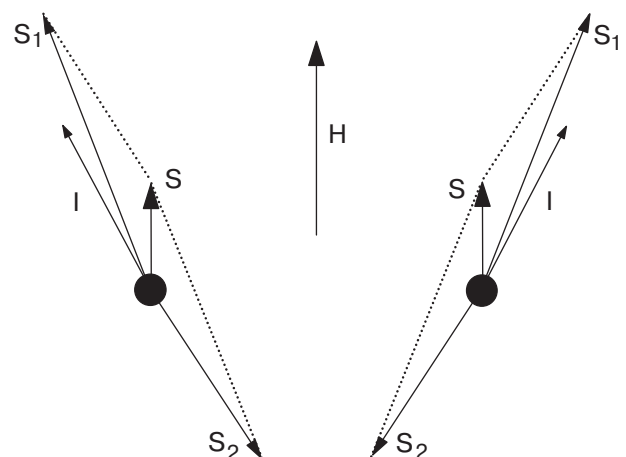


Рис. 2. Две возможности расположения векторов магнитного поля \mathbf{H} , полного спина \mathbf{S} , спинов подрешеток \mathbf{S}_1 и \mathbf{S}_2 , а также вектора антиферромагнетизма \mathbf{I} в неколлинеарном состоянии частицы нескомпенсированного АФМ во внешнем магнитном поле.

рых видов анизотропии вырождение (дискретное) основного состояния сохраняется для нескомпенсированного АФМ в сильном магнитном поле. Между этими состояниями возможны эффекты когерентного квантового туннелирования [85].

4.3. Спин-флоп переход и несоизмерные фазы около поверхности и дефектов

Для достаточно больших образцов магнетиков размагничивающее действие поверхности тела приводит к существованию термодинамически равновесной доменной структуры. Для АФМ такая структура (промежуточное состояние АФМ) состоит из доменов фаз Φ_{\parallel} и Φ_{\perp} [86] (см. также обзоры [12,87]). Для мезоскопических АФМ становится существенным тот факт, что спины на границе имеют меньшее координационное число $\tilde{Z} < Z$. Достаточно давно Миллс [88], а также Кеффер и Чоу [89] отметили, что при этом значение поля спин-флоп перехода (21) на границе меньше, чем в объеме. Расчет в этих работах касался СФП в полубесконечных системах, в которых граница кристалла содержит спины только из одной подрешетки. Эта модель по существу эквивалентна спиновой цепочке, $\tilde{Z} = Z/2$ (см. рис. 3), для нее поле поверхностного СФП $H_c \simeq H_{sf}/\sqrt{2}$ [88–90]. Поверхностный СФП сопровождается появлением мягкой моды поверхностных магнонов [90]. Понятно, что возможность реализации этого интересного явления в значительной степени определяется качеством поверхности и

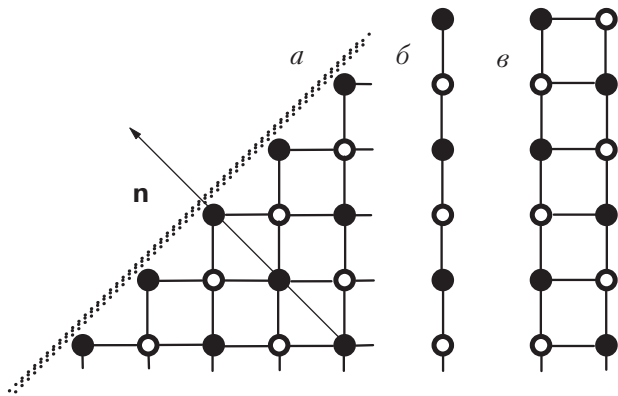


Рис. 3. Коллинеарное АФМ состояние для некоторых систем, обсуждаемых в тексте. Здесь и на последующих рисунках спиновых структур в этом разделе легкая ось АФМ перпендикулярна плоскости рисунка, магнитное поле считается направленным вверх, светлые и темные кружки изображают состояние спина вверх и вниз соответственно, сплошными линиями отмечены обменные связи. На рисунке *a* изображена нескомпенсированная поверхность АФМ, рассмотренная в работах [88–90], стрелка указывает направление нормали к поверхности \mathbf{n} . Другие рисунки — модельные низкоразмерные системы: спиновая цепочка (*b*); спиновая лестница (*c*).

при реальной (не атомарно-гладкой) поверхности кристалла его наблюдение затруднительно. Возможно, поэтому попытки экспериментально обнаружить поверхностный СФП не увенчались успехом [91].

Оказалось, что поверхностный СФП реализуется для одномерных магнитных сверхструктур типа многослойных пленок Fe/Cr с антиферромагнитным взаимодействием слоев, выращенных на анизотропной подложке MgO(110). Эти материалы имеют ростовую анизотропию с легкой осью в плоскости слоя [92]. Меньшее значение обменного поля на граничном слое может быть причиной поверхностной неоднородности [93]. Локализованный поверхностный СФП в таких материалах был обнаружен и исследован различными методами [24–26]. Вначале, в духе работ [88–90], его интерпретировали как зарождение спин-флоп фазы возле поверхности, т.е. как разворот магнитных моментов поверхностных слоев на угол, близкий к 90° [94]. Затем, на основе расчетов в модели полубесконечной спиновой цепочки и анализа экспериментальных данных, было показано, что ситуация более сложная [26,95,96]. Оказалось, что граничный спин, антипараллельный полю в исходном состоянии, под действием поля меняет свое направление на противоположное. В силу этого вблизи границы возникает не спин-флоп состояние, а антиферромагнитное состояние с нулевой намагниченностью, но с противоположными направлениями магнитных моментов по сравнению с объемными. Иными словами, состояние АФМ вблизи границы отличается от объемного направлением вектора \mathbf{l} , и их разделяет 180° -я доменная стенка. Такое состояние уместно назвать несоизмеримой фазой [95].

Работы [24,26,95] вызвали интерес не только к проблеме СФП вблизи поверхности и несоизмеримых фаз в АФМ. Еще Кеффер и Чоу [89] отмечали возможность существования локализованных переходов подобного типа в объемных АФМ с дефектами, типа дислокаций или границ зерен. Для дислокаций ситуация не столь проста (см. ниже разд. 7), но достаточно правдоподобно, что вблизи дефектов «обычных» кристаллических АФМ также должны наблюдаться аналоги поверхностного СФП.

Рассмотрим простой случай, когда магнитные ионы в низкоразмерных магнетиках замещаются на немагнитные, и соответствующие обменные связи оказываются разорванными. Результат наиболее прост для спиновых цепочек, в которых замещение магнитного иона немагнитной примесью внутри цепочки приводит просто к разрыву цепочки и образованию двух «поверхностей» такого типа, как рассматривались в ранних работах [88,89]. В данном

случае каждая цепочка «рвется» независимо, конечная плотность немагнитных примесей замещения создает ансамбль идентичных «поверхностей», на которых возможно наблюдение эффекта локализованного СФП.

Обсудим природу поверхностных состояний и переходов в эти состояния для более сложных систем. Для всех АФМ, исключая простую цепочку, с точки зрения спиновых состояний можно выделить два типа поверхностей. Поверхность может быть *скомпенсированной*, содержащей равное число спинов из различных подрешеток и нулевой поверхностной намагниченностью в неелевском состоянии, и *нескомпенсированной*, с ненулевой поверхностной намагниченностью, как на рис. 3,а. Интуитивно ясно, что в этих случаях возникающие неоднородные состояния сильно отличаются. Как пример рассмотрим слоистые (2D) АФМ типа халидов марганца, которые изучаются уже много лет [97]. Замещение ионов Mn^{2+} со спином $S = 5/2$ немагнитными примесями типа ионов Zn или Cd [98,99], уединенными или объединенными в кластеры, дает богатую возможность реализации различных магнитных дефектов (объемных и поверхностных, скомпенсированных и нескомпенсированных) с локально ослабленным обменным взаимодействием (см. рис. 4).

Основные закономерности этих явлений могут быть поняты на основе анализа модельного объекта — так называемой спиновой лестницы (СЛ) [100,101]. Спиновая лестница содержит две спиновые цепочки, связанные АФМ взаимодействием (см. рис. 3). Такие спиновые системы входят как структурные элементы во многие низкоразмерные магнетики, они обладают интересными квантовыми свойствами [102,103]. Спиновую лестницу можно представить как цепочку спиновых димеров с АФМ связью спинов как внутри одного димера, так и между соседними димерами. Для СЛ естественно ввести векторы \mathbf{m}_n и \mathbf{l}_n для структурных димеров, n — номер димера. Важно, что для ограниченной СЛ возможен аналог компенсированной границы, изображенной на рис. 3,в, и нескомпенсированной границы с неполным димером (нескомпенсированным спином) на конце (см. ниже рис. 7), а также различные объемные дефекты, не сводящиеся к разрыву СЛ.

Представим результаты анализа для СЛ с двумя этими типами границы. Для СЛ с нескомпенсированным спином значение критического поля H_c перехода в неоднородное состояние значительно сильнее отличается от объемного поля $H_1 \simeq H_{sf}$, чем для СЛ с регулярным димером на конце [100,101]. Численная минимизация дискретного гамильтониана (2) показала, что отличаются и структуры фаз, например вид распределения m_z и l_z как функции

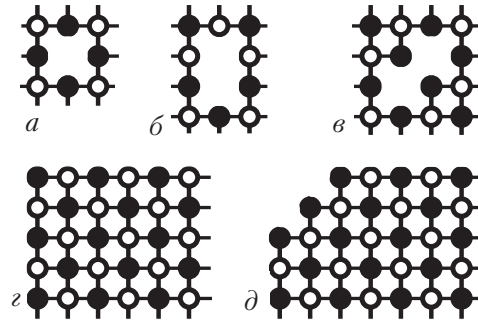


Рис. 4. Коллинеарное (неелевское) состояние двумерных АФМ для некоторых дефектов, объемных и поверхностных: а — одноатомный дефект, образованный немагнитной примесью; б и в — двухатомные дефекты, скомпенсированный и нескомпенсированный соответственно; г — угол образца; на рисунке д показаны два типа границ (см. текст). Легкая ось перпендикулярна плоскости рисунка, магнитное поле направлено вверх. Светлые и темные кружки изображают состояние спина вверх и вниз соответственно. Сплошными линиями отмечены обменные связи.

расстояния от конца лестницы n (см. рис. 5) [101]. Для регулярной СЛ, которую можно рассматривать как модель АФМ со скомпенсированной поверхностью, данные о распределении l_z показывают существование поверхностного СФП. В таких системах вектор \mathbf{l} при движении от поверхности в объем поворачивается приблизительно на 90° ; при этом намагниченность отлична от нуля во всей спин-флуп области около поверхности и падает до нуля в объеме. Для нескомпенсированной СЛ, как видно на рис. 5, появляется несоразмерное состояние, в котором намагниченность близка к нулю как на поверхности, так и в объеме, а неоднородность спинов характеризуется присутствием 180° -й доменной стенки. Зависимости вектора \mathbf{l} от номера димера n для обоих случаев достаточно гладкие и хорошо описываются формулами, полученными для компонент \mathbf{l} в антиферромагнитных доменных стенках: $\text{tg } \theta_n = \exp[-(n - n_0)/\Delta_{\pi/2}]$ для 90° -й стенки или $\text{tg } (\theta_n/2) = \exp[-(n - n_0)/\Delta_\pi]$ для 180° -й. Однако численные данные показали, что в отличие от \mathbf{l} поведение m_z возле границы существенно нерегулярное.

Чтобы объяснить эти особенности, рассмотрим проблему устойчивости коллинеарной фазы, имеющей значения $\theta_n = 0$ и $m_n = 0$ [101]. Устойчивость этого состояния можно исследовать, используя гамильтониан (2), записанный в квадратичном приближении по малым переменным θ_n и m_n , значение индекса $n = 0$ отвечает конечному димеру. Состояния димеров с $n > 0$ описываются такими же уравнениями, что и для безграничной СЛ:

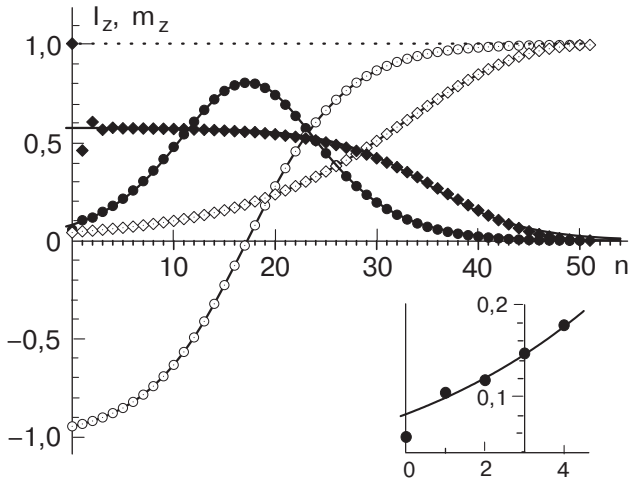


Рис. 5. Распределение l_z (светлые символы) и m_z (темные символы) как функция номера узла для полубесконечной СЛ с одноионной анизотропией и различными границами для значений поля выше критического [101]. Кружки СЛ с регулярным концом, ромбики — СЛ с нескомпенсированным спином на конце. Значения m_z для наглядности увеличены в 4 раза для СЛ с нескомпенсированным спином на конце и в 20 раз для СЛ с регулярной границей. Нерегулярное поведение $m_z(n)$ отчетливо видно для СЛ с нескомпенсированным спином, для регулярной СЛ детали его поведения около границы показаны на вставке.

$$\begin{aligned} J(2\theta_n - \theta_{n+1} - \theta_{n-1}) + K_{\text{eff}}\theta_n - hm_n &= 0, \\ (4J + K_{\text{eff}})m_n + J(m_{n+1} + m_{n-1}) - h\theta_n &= 0, \end{aligned} \quad (27)$$

где $K_{\text{eff}} = 2K + 3\kappa$, $h = g\mu_B H/s$ — безразмерное поле. Решения этих уравнений — комплексный аналог блоховского состояния в идеальной решетке $\theta_n, m_n \propto \exp(-Qn)$. Соответствующее «дисперсионное уравнение» имеет два решения для «квазиимпульса» Q , поэтому в решении возникают две экспоненты:

$$\begin{aligned} \theta_n &= \theta_p e^{-np} + (-1)^n \theta_q e^{-nq}, \\ m_n &= m_p e^{-np} + (-1)^n m_q e^{-nq}, \end{aligned} \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{ch} p &= 3\tilde{J}/J - 1; & 2 \operatorname{ch} q &= 3\tilde{J}/J + 1, \\ 3\tilde{J} &= \sqrt{9J^2 + (h_1^2 - h^2)} \simeq 3J. \end{aligned}$$

Связи между амплитудами $\theta_{p,q}$ и $m_{p,q}$ могут быть записаны в виде $\theta_p = Am_p$, $\theta_q = m_q/A$, где $A \approx h/6J \ll 1$. Поэтому для медленно затухающей экспоненты с $p \ll 1$ получается, что $m_p \ll \theta_p$, а для осциллирующей экспоненты с быстрым затуханием ($q \sim 1$) ситуация противоположная.

Структура уравнений для граничного димера иная, чем (27). Анализ устойчивости может быть

сделан с использованием уравнений для переменных, описывающих спины, которые не входят в регулярные димеры с $n > 0$. К ним относятся как переменные θ_0, m_0 , описывающие конечный димер, так и угловые переменные θ, ϕ для «дополнительных» спинов, присутствующих в нескомпенсированной СЛ. Условия разрешимости линейных однородных уравнений для всех этих переменных выполняются только для некоторого значения магнитного поля, которое и определяет поле неустойчивости H_c , а также связь между переменными θ_p и θ_q . Анализ моделей СЛ с использованием этого приема привел к следующим результатам [101].

Для регулярной СЛ в первом приближении по малым параметрам $(\kappa, K)/J$ критическое поле имеет вид

$$H_c^2 = H_1^2 - 2(s/g\mu_B)^2 (K + \kappa\sqrt{3})^2. \quad (29)$$

Это значение меньше, чем критическое объемное поле H_1 , но разница между H_c и H_1 пропорциональна малому параметру $(\kappa, K)/J$. Расчет показал, что значения $\theta_q \ll \theta_p$ и поведение вектора \mathbf{l} регулярное, в то время как значения m_p и m_q сравнимы, $m_q \approx 2m_p/(1 + \sqrt{3}) \simeq 0,73m_p$. Это объясняет наличие нерегулярного поведения намагниченности непосредственно около границы СЛ (см. рис. 5).

При анализе нескомпенсированной СЛ результат для критического поля оказался качественно иным, $H_c = \sqrt{2/5} H_1 \approx 0,63H_1$. Как в случае спиновой цепочки [88,89], значение H_c существенно ниже, чем H_1 ; разность H_c и H_1 порядка H_c и не содержит малых множителей. В этом случае $\theta_q \ll \theta_p$, но опять появляется нерегулярное поведение намагниченности, отношение m_q и m_p имеет другой знак, чем для СЛ с регулярной границей: $m_q \approx -m_p/(1 + \sqrt{3}) \simeq -0,37m_p$. Это свойство также хорошо отвечает численным данным (см. вставку на рис. 5). Для широкого класса квазиодномерных систем с нескомпенсированным граничным или объемным дефектом критическое поле H_c выражается простой формулой

$$H_c^2 = \frac{2\tilde{Z}^2}{2\tilde{Z}^2 + Z} H_1^2, \quad (30)$$

где \tilde{Z} и Z — координационные числа для граничного спина и регулярной части АФМ соответственно. Для спиновой цепочки ($\tilde{Z} = 1$ и $Z = 2$) это дает известный результат $H_c^2 = H_1^2/2$ [88,89]. Для одного немагнитного дефекта внутри СЛ, который производит разрыв одной из спиновых цепочек, составляющих СЛ, $\tilde{Z} = 2$ и $Z = 3$, получается ответ $H_c = \sqrt{8/11} H_1 \approx 0,853H_1$, который находится в хорошем согласии с численными результатами.

В большинстве исследований поверхностного СФП рассматривались только модели с одноионной анизотропией и обсуждались только переходы первого рода. Численный анализ показывает наличие двух видов поведения зависимости z -компоненты полного спина S_z от магнитного поля. Для системы с одноионной анизотропией для неоднородной фазы есть конечное значение S_z в точке перехода, где энергии коллинеарной и неоднородной фаз совпадают. Однако для случая обменной анизотропии значение S_z стремится к нулю в точке перехода, как показано на рис. 6. Это можно интерпретировать как признаки перехода первого и второго рода соответственно. Как и для объемного СФП, род локализованного СФП в значительной мере определяется микроскопическим происхождением анизотропии. Для всех моделей дефекта для СЛ с чистой одноионной анизотропией имеет место переход первого рода. Для случая обменной анизотропии переход в неоднородную фазу является переходом второго рода, амплитуда неоднородного распределения стремится к нулю в точке перехода. В окрестности этой точки состояние не может быть классифицировано как поверхностная спин-флоп фаза или несоразмерная фаза, скорее оно является слегка искаженным неелевским состоянием с амплитудой искажения, убывающей с осцилляциями при движении в глубь кристалла.

Присутствие переходов первого и второго рода для некоторой системы означает наличие трикритической точки. Корневая зависимость, характерная для три-

критической точки, хорошо видна на рис. 6 для $k = K/K_{\text{eff}} \simeq 0,78$. Численная минимизация энергии системы вблизи переходов второго рода, и особенно трикритической точки, сильно усложняется, но анализ можно упростить, используя феноменологическую теорию фазовых переходов Ландау. Учитывая, что z -проекция спина димера $m_{z,n} = \theta_n m_n$ квадратична по переменным линейной задачи θ_n, m_n и в неелевском состоянии $S_z = 0$, можно прийти к выводу, что величину S_z следует считать квадратом параметра порядка. Для описания фазовой диаграммы с трикритической точкой требуется разложение энергии системы до шестой степени параметра порядка:

$$F = -(H - H_c)S_z + \frac{1}{2}\beta S_z^2 + \frac{1}{3}\gamma S_z^3. \quad (31)$$

Вид первого члена в формуле (31) получен аналитически из выражения для энергии СЛ и уравнений линейного приближения. Определение коэффициентов β и γ требует решения нелинейной задачи, однако при анализе их можно рассматривать как феноменологические параметры и определить их значения из численных данных [101]. Если коэффициенты известны, то дальнейший анализ прост: для $\beta > 0$ переход является переходом второго рода с линейной зависимостью $S_z(H)$, $S_z = (H - H_c)/\beta$. Для $\beta < 0$ и $\gamma > 0$ переход будет переходом первого рода с ненулевым значением полного спина $S_z^{(\text{crit})}$ в точке перехода, $S_z^{(\text{crit})} = 3|\beta|/4\gamma$. Таким образом, обе величины, $(dS_z/dH)^{-1} = \beta$ для $\beta > 0$ и $S_z^{(\text{crit})}$ при $\beta < 0$, пропорциональны значению $|\beta|$. Возле трикритической точки $\beta \rightarrow 0$, и экстраполяция к нулю зависимостей этих двух величин от $2K/K_{\text{eff}}$ при постоянном значении эффективной одноосной анизотропии $K_{\text{eff}} = 2K + 3\kappa$ дает значение параметров трикритической точки. Такой графический анализ модели СЛ с нескомпенсированным спином на конце представлен на рис. 7. Он дает положение трикритической точки для соотношения анизотропий $2K/K_{\text{eff}} \approx 0,97$. Для простой спиновой цепочки трикритической точке соответствует значение $2K/K_{\text{eff}} \approx 0,67$. Для регулярной СЛ трикритическая точка находится в $2K/K_{\text{eff}} \approx 0,78$. Напомним, что объемный СФП происходит как переход первого рода для всех значений $K > 0$. Поэтому можно сказать, что для локализованных переходов случай фазового перехода второго рода более типичен, чем для объемного перехода.

Для 2D АФМ ситуация качественно остается той же, что и для СЛ: одноионная анизотропия дает переход первого рода, а анизотропия взаимодействия — второго. Для всех поверхностных или объемных нескомпенсированных дефектов значение критического поля (30) существенно ниже поля неустойчи-

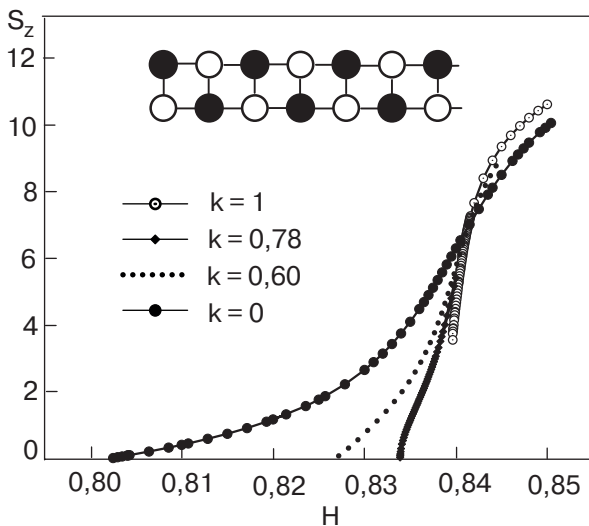


Рис. 6. Зависимость z -проекции полного спина S_z от магнитного поля для СЛ с регулярным димером на границе и эффективной константой анизотропии $K_{\text{eff}} = 0,06J$ [101]. Представлены данные для чистой обменной и одноионной анизотропии, а также двух типов комбинированной анизотропии с разными соотношениями вкладов констант K и κ ($k = K/K_{\text{eff}}$).

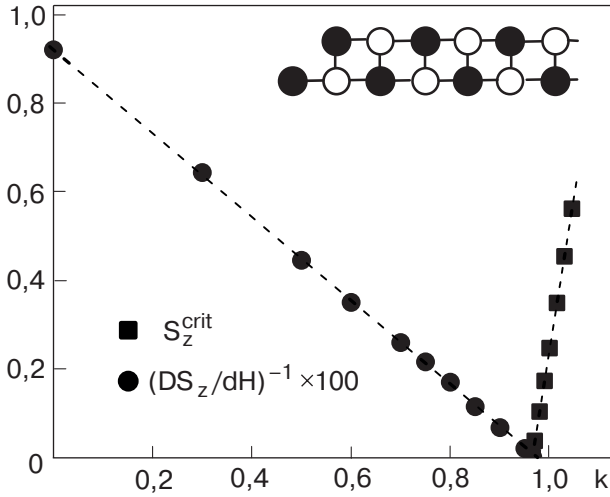


Рис. 7. Зависимости величин, характерных для анализа рода фазового перехода, $S_z^{(crit)}$ и $(dS_z/dH)^{-1}$, от параметра $k = 2K/K_{eff}$, найденные численно в точке перехода $H = H_c$ для СЛ с нескомпенсированным спином на границе при значении эффективной константы анизотропии $K_{eff} = 0,02J$ [101]. Структура СЛ в коллинеарном состоянии представлена на вставке.

востии H_1 , разность $H_c^2 - H_1^2 \sim H_1^2$ не содержит никаких малых параметров типа $(K, k)/J$. В 2D АФМ, как и для СЛ, для всех скомпенсированных дефектов $H_c^2 - H_1^2 \sim (k, \kappa)H_1^2/J \ll H_1^2$. Есть лишь одно отличие количественного характера, состоящее в том, что локализация состояний в 2D случае слабее, а разница полей объемного и локализованного СФП меньше, чем для СЛ. Поскольку СЛ по существу одномерный объект, и эта закономерность соответствует известной тенденции ослабления эффектов локализации при повышении размерности системы [34,35]. Но для таких дефектов, как нескомпенсированная поверхность и особенно угол образца (см. рис. 4,з,д), эффекты локализации СФП в 2D АФМ проявляются не менее сильно, чем для СЛ.

Весьма интересная возможность реализации 2D локализованных переходов связана уже с новыми объектами — массивами магнитных точек различной формы, изготовленных из магнитомягких ФМ, которые могут быть организованы в квадратные, прямоугольные или лестничные структуры. Взаимодействие между точками имеет магнитоэстатическую природу, в слабом поле оно приводит к антиферромагнитному порядку магнитных моментов точек [23]. Важное обстоятельство связано с характером анизотропии в таких искусственных системах. Собственная эффективная анизотропия для одной точки определяется ее формой, в то время как анизотропия энергии взаимодействия точек связана с формой решетки. Это дает возможность независимо управлять параметрами, аналогичными константам одноионной или обменной анизотро-

пии, путем модификации геометрии точки и решетки соответственно.

4.4. Квантовый аналог спин-флор перехода

Мы обсуждали спин-флор переход фактически в модели двух больших спинов. В последние годы появилось много экспериментов, для описания которых эта модель применима непосредственно. Речь идет об изучении процессов намагничивания спиновых пар с антиферромагнитным взаимодействием [104], в том числе пар высокоспиновых молекул Mn_4 с максимальным значением суммарного спина $2S = 9$ [54,55]. Для ансамблей таких пар (а также более сложных кластеров типа спиновых троек, четверок и так далее) наблюдается ступенчатое намагничивание, т.е. макроскопическое проявление эффекта квантования спина [104].

Процесс намагничивания пары спинов при учете только изотропного обмена и внешнего поля можно описать на основе точного решения квантовой задачи (2) с $K = 0, \kappa = 0$. С учетом тождества $2\hat{S}_1\hat{S}_2 = \hat{S}_{tot}^2 - 2S(S + 1)$ этот гамильтониан можно записать только через оператор полного спина системы $\hat{S}_{tot} = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$ и его проекции на направление поля \hat{S}_z . Собственным состояниям отвечает заданное значение полного спина S_{tot} , $S_{tot}^2 = S_{tot}(S_{tot} + 1)$, и S_z , их энергия определяется выражением $E(S, S_z) = JS_{tot}(S_{tot} + 1)/2 - g\mu_B HS_z$. Сравнивая эти значения энергии, легко найти, что величина S_z изменится скачками от $S_z = n - 1$ до $S_z = n$ при поле $H_n = Jn/(g\mu_B)$. Насыщение $S_{tot} = 2S$ достигается при $H_{ex}^{Heis} = 2JS/(g\mu_B)$, значение поля H_{ex} совпадает с тем, что дается классической формулой (22) при $K = 0, \kappa = 0$ и $Z = 1$. Итак, процесс намагничивания спиновой пары напоминает намагничивание макроскопических изотропных АФМ, с той разницей, что для пар квантовых спинов линейная зависимость $S_z(H)$ при $H < H_{ex}$ становится ступенчатой с изменением спина на единицу.

Точное решение квантовых задач о конечных спиновых кластерах с антиферромагнитным взаимодействием при произвольной величине спина S известно только для некоторых простых моделей [105]. Интересна модель замкнутой спиновой цепочки с четырьмя спинами,

$$\hat{H} = J \sum_{i=1}^3 \hat{S}_i \hat{S}_{i+1} + J \hat{S}_4 \hat{S}_1.$$

Гамильтониан этой модели легко переписать через операторы «спинов подрешеток» $\hat{S}_1^{sl} = \hat{S}_1 + \hat{S}_3$, $\hat{S}_2^{sl} = \hat{S}_2 + \hat{S}_4$ и оператор полного спина $\hat{S}_{tot} = \hat{S}_1^{sl} + \hat{S}_2^{sl}$, с точностью до аддитивной постоянной он принимает вид

$$\hat{H} = \frac{J}{2} [\hat{\mathbf{S}}_{\text{tot}}^2 - (\hat{\mathbf{S}}_1^{sl})^2 - (\hat{\mathbf{S}}_2^{sl})^2].$$

Собственные значения гамильтониана выражаются через величину полного спина системы S_{tot} и величины спинов подрешеток, $(\hat{\mathbf{S}}_{1,2}^{sl})^2 = S_{1,2}^{sl}(S_{1,2}^{sl} + 1)$. Как и в классическом неелевском состоянии, в основном состоянии этой системы спины подрешеток имеют максимально возможное значение $S_{1,2}^{sl} = 2S$. Для систем с большим числом спинов такое простое рассмотрение провести не удастся, и вывод о «насыщении» подрешеток, по-видимому, несправедлив. При учете анизотропии точное решение известно только для модели Изинга, которой отвечает $J, K = 0$ в (2). В этом случае, по существу классическом, значение $S_z = 0$ при $H < H_{\text{ex}}$ и состояние насыщено, $S_z = 2S$, при $H > H_{\text{ex}}$. При значениях обменного поля $H_{\text{ex}} = \kappa S / (g\mu_B)$ состояние изинговской системы вырождено, и величина S_z может принимать любое значение от 0 до $2S$.

В классической теории даже слабая анизотропия может изменить чисто линейный ход зависимости $S_z(H)$, приводя к появлению спин-флоп перехода или первого, или второго рода (см. рис. 3). Пусть классическое поле СФП $H_{sf} \simeq S\sqrt{2JK}/(g\mu_B)$ превышает введенное выше поле первого квантового скачка H_n при $n = 1$, $H_{(n=1)} = J/(g\mu_B)$, что возможно при умеренной анизотропии $K > J/S^2$. Тогда в поведении спиновой пары можно ожидать появления квантового аналога спин-флоп перехода [106]. Задача для спиновой пары при наличии магнитной анизотропии общего вида не имеет точного решения даже для наиболее симметричного случая (2). Численный анализ Киреева и автора для пары спинов в простой модели (2) с учетом обоих типов анизотропии показал, что даже для не очень больших спинов типа $S = 3-5$ наблюдается неплохое соответствие квантовых и классических результатов. Поведение квантовой скачкообразной кривой намагничивания определяется, как для классических АФМ, микроскопическим характером магнитной анизотропии. В частности, значение $S_z = 0$ сохраняется до значений поля $H \gg H_{(n=1)}$. Далее, для одноионной анизотропии существует микроскопический аналог спин-флоп перехода первого рода, а именно скачок S_z от нуля до величины $\Delta S_z > 1$. Для случая, когда в макроскопической задаче есть переходы второго рода, для квантовой системы появляется концентрация скачков $\Delta S_z = 1$ в узкой области значений поля, которая примерно соответствует характерным полям H_1, H_2 классической теории.

5. Лагранжиан для описания динамики реальных АФМ

Каганов, Цукерник [107] и Туров, Ирхин [108] впервые предложили описывать динамику АФМ на основе системы двух уравнений Ландау – Лифшица для полевых переменных, намагниченностей подрешеток, которые могут быть записаны через единичные векторы σ_1 и σ_2 (10). Эквивалентное, но более удобное описание базируется на системе уравнений для неприводимых векторов \mathbf{l}, \mathbf{m} (см. подробный анализ этого подхода и дальнейших обобщений подобных уравнений в монографии Турова с соавторами [9]). Впоследствии выяснилось, что при использовании естественных малых параметров теории АФМ $g\mu_B H/S \sim \sqrt{K_{\text{eff}}} J \ll J$, см. (2), поведение АФМ можно удовлетворительно описать при помощи уравнения только для одного вектора антиферромагнетизма \mathbf{l} . При этом вектор \mathbf{m} мал, $|\mathbf{m}| \ll 1$, он является подчиненной переменной и определяется вектором \mathbf{l} и его производной по времени $\partial\mathbf{l}/\partial t$. В этом приближении вектор \mathbf{l} , который при $\mathbf{m} \neq 0$ является трехкомпонентным с переменной длиной (см. (15)), можно считать единичным.

Динамические уравнения для единичного вектора антиферромагнетизма \mathbf{l} можно построить исходя из симметричных соотношений [43] и непосредственно получить из уравнений Ландау – Лифшица для намагниченностей подрешеток [109–112] (см. обзорные работы [12,34,36,38]). В обоих этих подходах получаются одинаковые классические уравнения движения для единичного вектора \mathbf{l} , которые принято называть уравнениями σ -модели. Простейшая версия σ -модели обладает высокой динамической симметрией, и производные \mathbf{l} по времени входят в лагранжиан в тривиальной форме $(\partial\mathbf{l}/\partial t)^2$. Использование таких уравнений позволило описать наблюдающуюся экспериментально для ряда АФМ лоренц-инвариантную динамику доменных стенок с характерной скоростью c , равной скорости магнонов в АФМ [6,15,37,38]. Как магнитное поле, так и некоторые виды взаимодействия Дзялошинского – Мория понижают динамическую симметрию классической σ -модели, в ее лагранжиане появляются члены, линейные по $\partial\mathbf{l}/\partial t$.

Принципиальным моментом в использовании уравнений σ -модели в квантовой физике АФМ стало получение лагранжиана сигма-модели на основе спиновых когерентных состояний [67,113–116]. Начнем с рассмотрения σ -модели для однородной динамики вектора $\mathbf{l} = \mathbf{l}(t)$ с учетом магнитного поля и взаимодействия Дзялошинского, при возможности малой раскомпенсации спинов подрешеток. Неоднородную динамику кратко обсудим в конце этого раздела. В разд. 6 и 7 применим этот лагранжиан для исследования эффектов туннелирования.

Вывод σ -модели проводится в приближении, что магнитный момент мал, $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{l}|$. Используя малость \mathbf{m} , лагранжиан (10) можно представить в виде разложения по степеням этого вектора. Кинетическое слагаемое в лагранжиане для спинов подрешеток (12) можно записать в линейном приближении по \mathbf{m} :

$$\begin{aligned} & sN_1\hbar\mathbf{A}_1(\boldsymbol{\sigma}_1)\dot{\boldsymbol{\sigma}}_1 + sN_2\hbar\mathbf{A}_2(\boldsymbol{\sigma}_2)\dot{\boldsymbol{\sigma}}_2 = \\ & = s\hbar\frac{\partial\mathbf{l}}{\partial t}[N_1\mathbf{A}_1(\mathbf{l}) - N_2\mathbf{A}_2(-\mathbf{l})] + \\ & + s\hbar\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial t}[N_1\mathbf{A}_1(\mathbf{l}) + N_2\mathbf{A}_2(-\mathbf{l})] + \\ & + s\hbar m_i\frac{\partial\mathbf{l}}{\partial t}\left[N_1\frac{\partial\mathbf{A}_1(\mathbf{l})}{\partial l_i} + N_2\frac{\partial\mathbf{A}_2(-\mathbf{l})}{\partial l_i}\right]. \end{aligned} \quad (32)$$

До этого момента мы не конкретизировали выбор осей сингулярностей \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 для потенциалов $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$. Выберем их так, чтобы исключить сингулярное слагаемое хотя бы для скомпенсированного АФМ [117,118]. Такому условию отвечает $\mathbf{A}_1(\mathbf{l}) = \mathbf{A}_2(-\mathbf{l})$, что возможно при $\mathbf{n}_1 = -\mathbf{n}_2$. При $N_{\text{ex}} \neq 0$ от сингулярного слагаемого избавиться не удастся, но оно пропорционально малой величине $N_{\text{ex}} \ll N$.

Динамическое слагаемое в (32) для случая «числота» АФМ начинается с члена, линейного по \mathbf{m} , который может быть представлен в виде [118]

$$\hbar\mathbf{m}\left[\mathbf{B}, \frac{\partial\mathbf{l}}{\partial t}\right], \quad B_i = \varepsilon_{ijk}\left(\frac{\partial A_j}{\partial l_k} - \frac{\partial A_k}{\partial l_j}\right). \quad (33)$$

Таким образом, в отличие от случая ФМ, в лагранжиане скомпенсированного АФМ присутствует только калибровочно-инвариантная величина $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$, имеющая смысл поля магнитного монополя, $\mathbf{B} = \mathbf{l}/|\mathbf{l}|^3$. С учетом условия $\mathbf{m}\mathbf{l} = 0$ для подчиненной переменной \mathbf{m} легко получить

$$\mathbf{m} = \frac{\hbar}{2sJZ}\left\{\gamma(\mathbf{H}^{(\text{eff})} - \mathbf{l}(\mathbf{H}^{(\text{eff})} \cdot \mathbf{l})) + \left[\frac{\partial\mathbf{l}}{\partial t}, \mathbf{l}\right]\right\}, \quad (34)$$

где $\gamma = g\mu_B/\hbar$ — гиромангнитное отношение; $\mathbf{H}^{(\text{eff})}$ — сумма внешнего поля \mathbf{H} и поля Дзялошинского $\mathbf{H}^{(D)}$. Для модели (10), в которой взаимодействие Дзялошинского—Мория имеет вид чисто антисимметричной формы $\mathbf{d}(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2)$, поле Дзялошинского имеет вид $\mathbf{H}^{(D)} = sZ(\mathbf{d} \times \mathbf{l})/g\mu_B$. Для общего вида этого взаимодействия, пропорционального $D_{ik}(\mathbf{l})m_i l_k$ (см. обсуждение после формулы (16)), поле Дзялошинского $H_i^{(D)} = D_{ik}(\mathbf{l})l_k$. Таким образом, для общей модели АФМ выражение для эффективного поля принимает вид

$$H_i^{(\text{eff})} = H_i + D_{ik}(\mathbf{l})l_k. \quad (35)$$

Отметим, что вектор \mathbf{m} определяет величину полного спина системы \mathbf{S}_{tot} только в случае скомпенсированного образца, когда $N_{\text{ex}} = 0$. Если же $N_{\text{ex}} \neq 0$, вектор полного спина содержит как «поперечное» слагаемое, пропорциональное компонентам \mathbf{m} , так и «продольное» слагаемое, связанное с избыточным спином и параллельное \mathbf{l} :

$$\mathbf{S}_{\text{tot}} = sN_{\text{ex}}\mathbf{l} + sN\mathbf{m}. \quad (36)$$

Дальнейший вывод уравнений σ -модели можно провести, не конкретизируя форму $D_{ik}(\mathbf{l})$. Подставив \mathbf{m} в формулу (10), получаем эффективный лагранжиан для вектора \mathbf{l} образца АФМ, содержащего N спинов:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{\hbar^2 N}{2JZ}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\mathbf{l}}{\partial t}\right)^2 - \gamma\left(\mathbf{H}^{(\text{eff})}\left[\mathbf{l}, \frac{\partial\mathbf{l}}{\partial t}\right]\right)\right] + \\ & + s\hbar N_{\text{ex}}\mathbf{A}(\mathbf{l})\left(\frac{\partial\mathbf{l}}{\partial t}\right) - \tilde{W}(\mathbf{l}). \end{aligned} \quad (37)$$

Здесь первое слагаемое определяет динамику, характерную для «чистых» АФМ, второе слагаемое имеет «ферромагнитный» вид и обусловлено раскомпенсацией спинов, последнее слагаемое $\tilde{W}(\mathbf{l})$ имеет смысл эффективной «потенциальной энергии» системы:

$$\begin{aligned} \tilde{W}(\mathbf{l}) = & W_a(\mathbf{l}) - g\mu_B sN_{\text{ex}}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{l}) + \frac{(g\mu_B)^2 N}{4JZ} \times \\ & \times [(\mathbf{H} \cdot \mathbf{l})^2 - \mathbf{H}^2] + \frac{(g\mu_B)^2 N}{2JZ}(\mathbf{H}, [\mathbf{H}^{(D)} \cdot \mathbf{l}] - \mathbf{H}^{(D)}). \end{aligned} \quad (38)$$

При записи величины \tilde{W} мы выделили отдельно все слагаемые, зависящие от магнитного поля. Выражение для $W(\mathbf{l})$ имеет смысл эффективной энергии анизотропии АФМ. Эта энергия складывается из введенной выше затравочной энергии анизотропии (вторые строчки в формулах (13) и (16), взятые при $\boldsymbol{\sigma}_1 = -\boldsymbol{\sigma}_2 = \mathbf{l}$ или $\mathbf{m} = 0$ соответственно), а также добавочного слагаемого $(\mathbf{H}^{(D)} \cdot \mathbf{l})^2 - (\mathbf{H}^{(D)})^2$, которое получается при исключении \mathbf{m} . Ясно, что нет смысла разделять эти вклады, и именно $W(\mathbf{l})$ — реальная энергия анизотропии, определяемая из статических измерений. По существу, при записи $W(\mathbf{l})$ надо просто использовать феноменологическое выражение, вид которого определяется кристаллической симметрией магнетика и, как правило, хорошо известен. Ниже мы часто будем рассматривать модель АФМ ромбической симметрии и использовать выражение

$$W(\theta, \varphi) = s^2 N[K_u(l_x^2 + l_y^2) + K_p l_y^2], \quad (39)$$

где константы K_u и K_p описывают одноосную анизотропию и анизотропию в плоскости базиса (x, y) соответственно.

В энергии системы $\tilde{W}(\mathbf{l})$ присутствуют также слагаемые, линейные и квадратичные по магнитному полю. Смысл первого слагаемого в (38) ясен: оно описывает зеемановскую энергию избыточного спина в магнитном поле. Второе слагаемое, квадратичное по компонентам поля, присутствует для любого АФМ. Смысл этого вклада очень прост, он связан с анизотропией восприимчивости АФМ. Роль этого слагаемого может быть представлена как появление наведенной полем одноосной анизотропии с трудной осью вдоль магнитного поля. Именно конкуренция этой наведенной анизотропии с исходной легкоосной кристаллической анизотропией ответственна за существование спин-флип перехода (см. разд. 4). Наконец, последнее слагаемое, билинейное по компонентам внешнего поля \mathbf{H} и поля Дзялошинского $\mathbf{H}^{(D)}$, описывает энергию слабого ферромагнитного момента, вызванного взаимодействием Дзялошинского с внешним магнитным полем [12]. В нем есть слагаемые, линейные по компонентам вектора \mathbf{l} , что позволяет легко объяснить вывод симметричного анализа о том, что спин-флип переход существует при любой ориентации внешнего магнитного поля только в отсутствие взаимодействия Дзялошинского. Анализ этого члена позволяет легко указать те избранные ориентации поля, при которых спин-флип переход возможен при ненулевом $\mathbf{H}^{(D)}$. Действительно, линейные по \mathbf{l} слагаемые, разрушающие этот переход, обращаются в нуль при выполнении условия $D_{ik}H_i = 0$, что и определяет искомые направления \mathbf{H} .

Таким образом, лагранжиан для вектора \mathbf{l} , полученный при учете внешнего магнитного поля и общего вида взаимодействия Дзялошинского, отличается от лагранжиана σ -модели идеального АФМ [67] наличием ряда дополнительных гироскопических слагаемых, линейных по $\partial\mathbf{l}/\partial t$. Они описывают понижение реальной динамической симметрии АФМ за счет магнитного поля и/или взаимодействия Дзялошинского. Заметим, что эти слагаемые различного происхождения в первоначальных работах [43,112,119] оказались выписанными с правильной формой полных производных. Это касается членов, обусловленных магнитным полем (ср. [43] и [51]), взаимодействием Дзялошинского ([119] и [118]), а также вида лагранжиана для АФМ с неполной компенсацией спина (ср. [112] и [120]). В частности, поэтому импульс солитона P , который не инвариантен относительно добавления полных производных, и закон дисперсии солитона типа кинков $E = E(P)$ в работах [119,121,122] были найдены правильно.

Обсудим вид лагранжиана (37) в различных предельных случаях. Стандартной σ -модели чистого АФМ отвечает $S_1 = S_2$, или $N_{\text{ex}} = 0$. Для перехода к лагранжиану «чистого» ферромагнетика следует положить равным нулю слагаемое, пропорциональное $(\partial\mathbf{l}/\partial t)^2$. Его учет является превышением точности уже при достаточно малом $N_{\text{ex}}/N > \sqrt{K/J}$ [111,120]. Однако при этом мы изменяем гамильтонову структуру системы, а именно, число степеней свободы (размерность фазового пространства) уменьшается вдвое, что принципиально важно для анализа инстантонов.

При выводе лагранжиана (37) для простоты не учитывали возможность неоднородных состояний. Такой учет нетрудно провести, допустив зависимость вектора \mathbf{l} от пространственных координат. Учет подобной зависимости для модели АФМ с D -мерной гиперкубической решеткой с постоянной решетки a осуществляется переходом от динамической переменной $\mathbf{l}(t)$ к полевой переменной $\mathbf{l}(\mathbf{x}, t)$ и заменой

$$N(\mathcal{L}/N) \rightarrow \int \frac{dx^D}{a^D} \left[(\mathcal{L}/N) - \frac{1}{2} J a^2 s^2 (\nabla\mathbf{l})^2 \right]. \quad (40)$$

Величина \mathcal{L}/N имеет смысл значения лагранжиана для однородного случая (37) в расчете на один спин, второе слагаемое под интегралом взята с противоположным знаком энергия неоднородности спинов (см., например, [71]). Отметим, что при $\mathbf{H}^{\text{eff}} = 0$ производные по координате и времени входят в лагранжиан в лоренц-инвариантной комбинации:

$$\nabla^2 - c^2(\partial^2/\partial t^2), \quad c = saJ\sqrt{2Z}/\hbar, \quad (41)$$

величина c имеет смысл фазовой скорости магнонов в АФМ.

Особым случаем является одномерный АФМ, например спиновая цепочка, когда вектор \mathbf{l} зависит от одной пространственной координаты, $\mathbf{l} = \mathbf{l}(x, t)$. В случае простой цепочки к действию добавляется так называемый топологический член [67,116]

$$\mathcal{A}^{\text{topol}} = 2\pi\hbar SQ, \quad Q = \frac{1}{4\pi} \int dxdt \left(\mathbf{l} \cdot \left[\frac{\partial\mathbf{l}}{\partial x}, \frac{\partial\mathbf{l}}{\partial t} \right] \right). \quad (42)$$

Величина Q представляет собой топологический инвариант отображения плоскости (x, t) на сферу $\mathbf{l}^2 = 1$. Для непрерывной функции $\mathbf{l} = \mathbf{l}(x, t)$, имеющей одинаковое значение при $x, t \rightarrow \infty$, эта величина принимает только целочисленные значения, $Q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Ясно, что вариация этой величины равна нулю, и ее наличие не проявляется в уравнениях движения для вектора \mathbf{l} . Однако топологический член влияет на поведение немалых квантовых флуктуаций, в частности, приводит к различиям характера основного состояния АФМ цепочки с

целым и полуцелым спином [67,116]. Топологический член определяет также эффекты интерференции неоднородных инстантонов для задачи о туннелировании в дисклинациях и доменных стенках [123,124] (см. ниже разд. 7). Наличие топологического слагаемого принципиально зависит от магнитной симметрии АФМ; в частности, оно присутствует для простой спиновой цепочки, но отсутствует для спиновой лестницы (которую мы обсуждали в связи с проблемой спин-флоп перехода в разд. 4), что приводит к принципиально разному поведению квантовых флуктуаций в этих системах [102]. Вопрос о том, существуют ли топологические инварианты в АФМ более высокой размерности, например инвариант Хопфа, описывающий отображение трехмерного многообразия (x, y, t) на сферу $I^2 = 1$, является открытым.

6. Туннелирование в малых частицах АФМ и антиферромагнитных молекулах

При изучении макроскопических квантовых эффектов особый интерес представляет явление *когерентного* макроскопического квантового туннелирования между энергетически эквивалентными, но физически различными состояниями в системах с дискретным вырождением основного состояния [1,28,29]. Типичный эффект такого типа — смешивание двух эквивалентных классических состояний и туннельное расщепление отвечающих им уровней энергии, вырожденных в классическом случае. Первоначальные работы по теории квантового туннелирования были выполнены для малых частиц ФМ в предположении, что все спины в частице параллельны друг другу (модель большого спина) [125–128]. Затем оказалось, что с экспериментальной точки зрения АФМ представляют собой более удобный класс для исследования квантового туннелирования. Согласно расчетам [129,130], в АФМ расщепление уровней более сильное, чем в ФМ, и эффекты могут наблюдаться при более высокой температуре. Не удивительно, что первое обнаружение эффектов квантового туннелирования было осуществлено на частицах ферритина биологического происхождения, обладающего антиферромагнитной структурой [27] (см. разд. 2).

При туннелировании в магнетиках возникают тонкие и красивые эффекты интерференции инстантонных траекторий. Для ферромагнитных частиц в отсутствие магнитного поля эти эффекты приводят к подавлению туннелирования при полуцелом полном спине системы [32,33], что можно рассматривать как пример действия теоремы Крамерса о вырождении основного состояния. В присутствии магнитного поля \mathbf{H} теоремы Крамерса непримени-

ма, и результат нельзя предсказать заранее. Туннелирование для ферромагнетиков в случае $H \neq 0$ теоретически было изучено Гаргом с использованием инстантонного метода [131]. Анализ привел к весьма нетривиальному результату о возможности частичной (некрамерсовой) интерференции. Если поле параллельно трудной оси частицы с ромбической анизотропией, то появляется осцилляционная зависимость туннельного расщепления уровней от магнитного поля. В чистых АФМ, т.е. при полной компенсации спинов подрешеток, эффекты интерференции могут появляться при наложении магнитного поля [51,132] и при наличии некоторых типов взаимодействия Дзялошинского — Мория [118].

Можно без преувеличения сказать, что синтез и исследование высококачественных монокристаллов высокоспиновых молекул с точной ориентацией осей молекул (их свойства обсуждались в разд. 2) открыли новую эру в исследовании макроскопических квантовых эффектов [1]. Для таких систем наблюдались как эффекты туннелирования между возбужденными уровнями, для которых расщепление больше [133,134], так и туннелирование в основном состоянии [135–139]. Параллельная ориентация осей анизотропии молекул в монокристалле позволила реально ставить вопрос о наблюдении предсказанных Гаргом [131] осцилляций туннельного расщепления при изменении внешнего магнитного поля, что имеет место только для поля, параллельного трудной оси магнитной частицы. Такие осцилляции наблюдались методом измерения времени релаксации при низких температурах [139] для высокоспиновых молекул как с целым спином $S = 10$ [137,138], так и для систем с полуцелым спином $S = 9/2$, для этих случаев фаза осцилляций сдвинута на $\pi/2$. Недавно появилось сообщение о прямом наблюдении туннельного расщепления уровней для антиферромагнитных молекул Fe_8 методом неупругого рассеяния нейтронов [140]. Это привело к новым теоретическим исследованиям проблемы туннелирования для ансамблей ориентированных частиц [141,142].

6.1. Инстантонный подход к описанию туннелирования

Амплитуда вероятности перехода из состояния $|2\rangle$ в другое состояние $|1\rangle$ (пропагатор P_{12}) может быть записана через интеграл по траекториям (7). Если речь идет о туннелировании, т.е. движении в классически запрещенной области, то значение механического действия в обычной механике частиц является чисто мнимым. Тогда в фейнмановской экспоненте $\exp(iA/\hbar)$ возникает чисто вещественное выражение $\exp(-A_{Eu}/\hbar)$, где величина $A_{Eu} = -iA$ есть *евклидо-*

во действие. Для магнетиков, лагранжиан которых содержит слагаемые, линейные по производным, евклидово действие может иметь как вещественную, так и мнимую части. Вещественная фейнмановская экспонента в классически запрещенной области возникает автоматически, но переход от $i\mathcal{A}$ к \mathcal{A}_{Eu} удобно сделать с помощью перехода к мнимому времени, $t \rightarrow i\tau$. Тогда для описания эффектов макроскопического квантового туннелирования мы сразу используем функционал евклидова действия, который может быть записан в виде

$$\mathcal{A}_{\text{Eu}}[\mathbf{I}] \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{L}_{\text{Eu}} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left\{ \frac{\hbar^2 N}{2JZ} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{I}}{\partial \tau} \right)^2 + i\gamma \left(\mathbf{H}^{(\text{eff})} \left[\mathbf{I}, \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial \tau} \right] \right) \right] + i\hbar N_{\text{ex}} \mathbf{A}(\mathbf{I}) \left(\frac{\partial \mathbf{I}}{\partial \tau} \right) + \tilde{W}(\mathbf{I}) \right\}, \quad (43)$$

где энергия $\tilde{W}(\mathbf{I})$, эффективное поле $\mathbf{H}^{(\text{eff})}$ и вектор-потенциал $\mathbf{A}(\mathbf{I})$ определяются теми же формулами, что и в «обычном» действии (37).

Для анализа туннелирования между различными классическими вырожденными основными состояниями АФМ с различными значениями вектора \mathbf{I} , $\mathbf{I}^{(+)}$ и $\mathbf{I}^{(-)}$, и нахождения величины туннельного расщепления энергии этих состояний Δ надо оценить туннельную экспоненту $\text{Re } \mathcal{A}_{\text{Eu}}/\hbar$. В рамках этого формализма основным объектом являются так называемые *инстантоны* [28–30, 68, 143], которые представляют собой решения уравнений Эйлера – Лагранжа для евклидовой версии лагранжиана АФМ $\mathbf{I} = \mathbf{I}(\tau)$. Инстантоны отвечают минимуму $\text{Re } \mathcal{A}_{\text{Eu}}[\mathbf{I}]$ при условии, что при $\tau \rightarrow \pm\infty$ вектор \mathbf{I} стремится к двум разным основным состояниям, $\mathbf{I}(\tau) \rightarrow \mathbf{I}^{(\pm)}$. В квазиклассическом приближении значение $\text{Re}(\mathcal{A}_{\text{Eu}}/\hbar)$ не мало, и вклад в расщепление дают только эквивалентные траектории, обладающие минимальным значением вещественной части евклидова действия $\mathcal{A}_{\text{Eu}}[\mathbf{I}]$. Важная особенность магнетиков – наличие нескольких эквивалентных инстантонных путей. В главном приближении по параметру $\exp(-\mathcal{A}_{\text{Eu}}/\hbar)$ для физически наблюдаемого расщепления вырожденных уровней энергии основного состояния Δ можно записать [143]

$$\Delta = \hbar\omega_0 \left| \sum_{\alpha} D_{\alpha} \exp(-\mathcal{A}_{\text{Eu}}^{(\alpha)}/\hbar) \right|, \quad (44)$$

где для удобства сразу выделен множитель $\hbar\omega_0$, ω_0 – частота малых колебаний вектора \mathbf{I} , индекс α перечисляет эквивалентные инстантонные пути, которым отвечает одинаковое (наименьшее) значение $\text{Re } \mathcal{A}_{\text{Eu}}^{(\alpha)}$. Коэффициент D_{α} – предэкспоненциальный фактор для данного инстантонного пути, который в стандартной квантовой механике определяется первой поправ-

кой к классическому решению [64]. В инстантонном подходе этот множитель (флуктуационный детерминант) обусловлен малыми флуктуациями вокруг инстантона. Его вычисление представляет сложную математическую проблему, которую мы рассмотрим ниже.

Важно, что в магнетиках соответствующие парциальные вклады $D_{\alpha} \exp(-\mathcal{A}_{\text{Eu}}^{(\alpha)}/\hbar)$ могут быть (и часто бывают) комплексными, т.е. они содержат фазовый множитель $\exp(i\Phi^{(\alpha)})$, что приводит к *интерференции инстантонных путей*. Часто такая интерференция возникает из-за различия значений мнимой части $\mathcal{A}_{\text{Eu}}^{(\alpha)}$. Например, в ромбическом ферромагнетике величины $\mathcal{A}_{\text{Eu}}^{(\alpha)}$ для двух инстантонных путей ($\alpha = 1, 2$) содержат слагаемые $i\pi S_{\text{tot}}\hbar$ и $-i\pi S_{\text{tot}}\hbar$. Поэтому в величине расщепления $\Delta = D |\exp(-\mathcal{A}_{\text{Eu}}^{(1)}/\hbar) + \exp(-\mathcal{A}_{\text{Eu}}^{(2)}/\hbar)|$ появляется интерференционный множитель $|\cos \pi S_{\text{tot}}|$ [32, 33], который описывает подавление туннелирования при полуполом спине. Чиолеро и Лосс [120] указали пример туннельной задачи в АФМ, в которой предэкспоненциальный фактор D_{α} комплексный и дает существенный вклад в фазовый множитель. Для учета интерференционных эффектов в явном виде для системы с несколькими инстантонами (для магнетика с легкой осью C_n существует n инстантонных траекторий) удобно записать [118]

$$\Delta = 2\hbar\omega_0 D \sqrt{K} \exp(-\text{Re } \mathcal{A}_{\text{Eu}}^{(\alpha)}/\hbar), \quad (45)$$

где D уже представляет собой модуль флуктуационного детерминанта и явно выделен фазовый (комбинаторный) фактор K :

$$K = \left| \sum_{\alpha, \beta} \cos \left(\frac{\Delta\Phi^{(\alpha, \beta)}}{2} \right) \right|, \quad \Delta\Phi^{(\alpha, \beta)} = \Phi^{(\alpha)} - \Phi^{(\beta)}, \quad (46)$$

где суммирование происходит по всем парам инстантонов, $\Delta\Phi^{(\alpha, \beta)}$ – разность фазовых множителей для α - и β -го инстантонов.

В этой формуле величина $\exp(-\text{Re } \mathcal{A}_{\text{Eu}}/\hbar)$ в точности совпадает с экспоненциальным множителем, появляющимся в коэффициенте прозрачности барьера в квазиклассическом приближении обычной квантовой механики. Для простейшей версии σ -модели лагранжиан вещественный, все $\Phi^{(\alpha)}$ равны нулю, поэтому комбинаторный фактор тривиален, величина $\sqrt{K} = n$, т.е. для n эквивалентных путей величина расщепления уровней равна вкладу одного инстантона, умноженному на число путей.

6.2. Инстантоны как решения динамической задачи

Для анализа инстантонных решений весьма полезна аналогия с проблемой поиска сепаратрис-

ных решений конечномерных динамических систем. Вектор \mathbf{l} удобно параметризовать обычными угловыми переменными:

$$l_1 = \sin \theta \cos \varphi, \quad l_2 = \sin \theta \sin \varphi, \quad l_3 = \cos \theta. \quad (47)$$

В случае общего вида лагранжиана (43) структура инстантона определяется общей системой двух уравнений Эйлера — Лагранжа второго порядка для переменных $\theta(\tau), \varphi(\tau)$, вообще говоря, комплексных. Обсудим принципиальную возможность построения инстантонных решений такой системы. Граничные условия для данной задачи имеют вид $\mathbf{l} \rightarrow \mathbf{l}_{\pm}^{(0)}$, $\partial \mathbf{l} / \partial \tau \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \pm \infty$. Эта задача похожа на задачу о поиске движущейся доменной стенки, которая описывается решениями вида $\mathbf{l} = \mathbf{l}(\xi)$, где $\xi = x - vt$, v — скорость стенки, с такими же граничными условиями при $\xi \rightarrow \pm \infty$. Следовательно, инстантону (как и солитону типа стенки) отвечает гетероклиническая сепаратрисная траектория динамической системы (43), которая соединяет пару эквивалентных минимумов $\mathbf{l}_{\pm}^{(0)}$ потенциала $\tilde{W}(\mathbf{l})$. Для задач с более чем одной степенью свободы построить такое решение удастся далеко не всегда. Ситуация в случае инстантонов еще хуже, чем для солитонов, так как решения, вообще говоря, не являются вещественными, и, по существу, число степеней свободы удваивается.

Произвольное решение уравнений движения данной динамической системы можно построить, если эта система является интегрируемой. Если даже вектор \mathbf{l} вещественный, мы имеем систему с двумя степенями свободы. Для ее интегрируемости должны существовать два независимых интеграла движения. Один из них легко записать, это евклидов аналог полной энергии

$$\mathcal{E}_{\text{Eu}} = \frac{\hbar^2 N}{4JZ} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \right)^2 \right] - W(\theta, \varphi), \quad (48)$$

однако второй интеграл движения существует далеко не всегда. Его можно тривиально построить для случая, когда анизотропия чисто одноосная, т.е. когда \mathcal{L}_{Eu} не зависит от φ . Ниже мы используем этот интеграл движения (68) для построения инстантонных решений для чисто одноосного АФМ в магнитном поле. Но в случае любой ненулевой раскомпенсации подрешеток для чисто одноосной модели движущаяся доменная стенка [12,34,35] и инстантон [144] отсутствуют, для их существования нужна анизотропия в базисной плоскости.

Анализ динамических систем с более чем одной степенью свободы, в частности построение интегрируемых систем, более ста лет является одной из важнейших задач аналитической динамики. Эта

проблема интенсивно исследуется и сейчас [145]. Среди интегрируемых систем известны и модели динамики единичного вектора, например классическая задача Неймана [146] о движении материальной точки по сфере в поле потенциала, который является квадратичной функцией декартовых координат, и ее обобщения для ряда других полиномиальных потенциалов [147]. Особо отметим интегрируемую модель с $W = K_{ik} l_i l_k$ при $\mathbf{H} = 0$, $D_{ik} = 0$ и с гиротропным слагаемым типа поля монополя [147,148]. Интегрируемость такой модели также следует из точной интегрируемости уравнений Ландау — Лифшица для намагниченности одномерного ферромагнетика, установленной Скляниным [149]. Диагонализуя матрицу K_{ik} и учитывая условие $\mathbf{l}^2 = 1$, приходим к энергии анизотропии (39) для ромбического АФМ. Эта модель описывает точные инстантонные решения для модели АФМ (77) при произвольной раскомпенсации [144].

При переходе от АФМ к лагранжиану ферромагнетика, что является нетривиальной операцией, задача существенно упрощается. Формально из (43) можно получить лагранжиан ферромагнетика, если положить равным нулю квадратичное по производным слагаемое $(\partial \mathbf{l} / \partial \tau)^2$. Но при этом мы изменяем гамильтонову структуру системы, размерность фазового пространства уменьшается вдвое. Если для АФМ углы θ и φ , параметризующие \mathbf{l} , можно рассматривать как канонические координаты, а соответствующие им импульсы содержат $\dot{\theta}$ и $\dot{\varphi}$, то для ферромагнетика гамильтоновы переменные выражаются только через \mathbf{l} . В качестве канонической пары можно выбрать импульс $P = \cos \theta$ и координату $Q = \varphi$. Ферромагнетик отвечает интегрируемой гамильтоновой системе с одной степенью свободы, роль функции Гамильтона играет энергия ФМ $W(\theta, \varphi)$. Для инстантонов соответствующее уравнение Гамильтона является комплексным,

$$i \frac{\partial P}{\partial \tau} = - \frac{\partial W}{\partial Q}, \quad i \frac{\partial Q}{\partial \tau} = \frac{\partial W}{\partial P}, \quad (49)$$

решение в ферромагнетике не может быть вещественным, поэтому число степеней свободы фактически равно двум. Однако в недавней работе Кулагина и автора показано, что для любой модели ферромагнетика интегрируемость присутствует и в этом случае [150]. Представим $W = H_1 + iH_2$, где H_1 и H_2 — вещественнозначные функции. Полагая P и Q комплексными, $P = P' + iP''$, $Q = Q' + iQ''$, разделим вещественную и мнимую части уравнений (49). В результате получим систему четырех вещественных уравнений, в правые части которых будут входить производные H_1 и H_2 по переменным P', P'', Q', Q'' . Но если потребовать, чтобы W была

аналитической функцией комплексных переменных P и Q и удовлетворяла условиям Коши—Римана по этим переменным независимо, то правые части можно переписать через производные только от H_1 , или только от H_2 . В результате система уравнений для вещественных переменных становится гамильтоновой. В частности, выбрав пары канонических переменных следующим образом:

$$p_1 = P', q_1 = Q''; p_2 = P'', q_2 = Q', \quad (50)$$

ее можно записать в виде стандартной (вещественной) гамильтоновой системы с двумя степенями свободы, $\dot{p}_i = -\partial H_1/\partial q_i$, $\dot{q}_i = \partial H_1/\partial p_i$, $i = 1, 2$, с функцией Гамильтона $H_1 = H_1(p_1, q_1, p_2, q_2)$ и дополнительным интегралом движения H_2 . Используя только условие Коши—Римана для W , можно показать, что скобка Пуассона функций H_1 и H_2 , рассчитанная через канонические переменные p_i , q_i , равна нулю. Следовательно, любая модель ферромагнетика с энергией $W(\cos\theta, \varphi)$, аналитической относительно $\cos\theta$ и φ в указанном выше смысле, сводится к точно интегрируемой динамической системе. Эффективность этого приема для построения инстантонных траекторий для ряда моделей ферромагнетика продемонстрирована в работе [150]. Такие же рассуждения можно применить и к инстантонам в АФМ, которые с учетом комплексности переменных θ, φ описываются динамической системой с четырьмя степенями свободы, но построение одного дополнительного первого интеграла не решает проблему интегрируемости этой задачи в общем виде.

Для часто используемой модели сильной легкоплоскостной анизотропии уравнения движения дают приближенное соотношение $\cos\theta \simeq \text{const} \cdot (\partial\varphi/\partial t)$, и $\cos\theta$ является подчиненной переменной [36]. В этом приближении лагранжиан приобретает стандартный для механики вид $M_{\text{eff}}(\varphi)(\partial\varphi/\partial t)^2/2 - W(\varphi)$, где $M_{\text{eff}}(\varphi)$ и $W(\varphi)$ — эффективная масса и потенциал, определяемые параметрами системы. В этом случае задача сводится к механической системе с одной степенью свободы. Однако такая редукция фазового пространства гамильтоновой системы с двумя степенями свободы может приводить к потере важных физических эффектов в туннелировании [150].

6.3. Флуктуационный детерминант

Обсудим вычисление предэкспоненциального фактора D в формуле (45) для туннельного расщепления уровней. В инстантонном подходе этот множитель обусловлен вкладом малых отклонений траектории в полном фейнмановском интеграле от классических путей θ_0, φ_0 , которые отвечают инстантону. Этот вклад можно оценить в гауссовом

приближении (квазиклассичность подхода!) с помощью разложения евклидова действия до второго порядка по таким малым отклонениям:

$$\theta(\tau) = \theta_0(\tau) + \vartheta(\tau), \quad \varphi(\tau) = \varphi_0(\tau) + \delta\varphi(\tau). \quad (51)$$

Для инстантонов вида $\theta_0 = \theta_0(\tau)$, $\varphi_0 = \text{const}$, которые часто возникают в задачах о туннелировании в АФМ, переменные ϑ и $\delta\varphi$ описывают продольное и поперечное отклонения от инстантонной траектории. Вводя переменную $\mu = \delta\varphi \sin\theta_0$, получаем множитель D в виде

$$D = \int \mathcal{D}[\vartheta]\mathcal{D}[\mu] \exp\left(-\frac{1}{2} \int dx (\Psi, \hat{A}\Psi)\right), \quad (52)$$

где $\Psi = (\vartheta, \mu)$ — двухкомпонентный вектор, \hat{A} — матричный 2×2 дифференциальный оператор, по диагонали которого расположены операторы типа Шредингера по отношению к безразмерной переменной $\xi = \omega_0\tau$. Пример такого оператора, возникающего в конкретной задаче, приведен ниже, см. формулу (71). Недиагональная структура \hat{A} соответствует двум взаимодействующим полевым степеням свободы, что существенно усложняет вычисление D по сравнению со стандартным случаем инстантонов в системе с одной степенью свободы. Иногда, например для инстантонов в простой модели нескомпенсированного АФМ, этот фактор может быть вычислен [144]. Однако в ряде случаев оператор \hat{A} диагонален, тогда флуктуационный детерминант распадается на произведение двух независимых множителей: продольного D_{\parallel} и поперечного D_{\perp} . Ограничимся обсуждением этого более простого примера.

Вычисление продольного детерминанта D_{\parallel} представляет собой достаточно нетривиальную математическую проблему, которая, однако, уже стала стандартным элементом теории инстантонов [68,143]. Его значение можно формально записать через бесконечное произведение *ненулевых* собственных значений соответствующего оператора Шредингера λ_k , $D_{\parallel} \sim [\prod_k (1/\lambda_k)]^{1/2}$. Помимо них, оператор Шредингера для продольных отклонений всегда содержит нулевую моду с $\lambda = 0$. Присутствие нулевой моды связано с инвариантностью евклидова действия по отношению к замене $\mathbf{l}_0(\tau) \rightarrow \mathbf{l}_0(\tau - \tau_0)$, τ_0 — произвольный параметр. Вклад этой моды не может быть описан в гауссовом приближении, ее учет приводит к появлению в D_{\parallel} большого множителя $(\text{Re } \mathcal{A}_{\text{Eu}}/\hbar)^{1/2}$ (см. детали в обзорах [68,143]). В результате продольный флуктуационный детерминант может быть записан в виде

$$D_{\parallel} = C \left(\frac{\text{Re } \mathcal{A}_{\text{Eu}}}{2\pi\hbar} \right)^{1/2}, \quad (53)$$

где C — числовой множитель порядка единицы.

Структура поперечного флуктуационного детерминанта D_{\perp} не столь универсальна. Для чисто одноосной модели АФМ с осью симметрии C_{∞} его вид в точности такой же, как и для D_{\parallel} . Тогда в расщеплении возникает *квадрат* стандартного большого параметра $(\text{Re } A_{Eu}/\hbar)^{1/2}$ [151] (см. ниже формулу (72)). Этот результат — пример реализации общего правила работы с инстантонами в системах с более чем одной нулевой модой, согласно которому *каждая* нулевая мода дает такой множитель в величину расщепления уровней [143]. В случае малой, но конечной анизотропии в базисной плоскости x, y , $K_p \ll K_u$ вместо этого *большого* параметра появляется другой, а именно $\sqrt{K_u/K_p}$.

6.4. Инстантоны в одноосных АФМ

Структура инстантона определяется общей системой уравнений Эйлера—Лагранжа второго порядка для угловых переменных, которые можно схематически представить в виде

$$\begin{aligned} -\ddot{\theta} + \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta + \omega_0^2 \frac{\partial w_a(\theta, \varphi)}{2 \partial \theta} + i\dot{\varphi}\Gamma(\theta, \varphi) &= 0, \\ -(\dot{\varphi} \sin^2 \theta)^2 + \omega_0^2 \frac{\partial w_a(\theta, \varphi)}{2 \partial \varphi} - i\dot{\theta}\Gamma(\theta, \varphi) &= 0, \end{aligned} \quad (54)$$

где точкой обозначена производная по τ , слагаемые с $\Gamma(\theta, \varphi)$ определяются вариацией гироскопических слагаемых в лагранжиане (43). Безразмерная функция $w_a(\theta, \varphi)$ пропорциональна энергии анизотропии $W(\theta, \varphi)$. Коэффициент пропорциональности выбран так, чтобы величина ω_0 совпадала с частотой малых колебаний вектора \mathbf{l} , что отвечает $\omega_0^2 w_a = (4JZ/\hbar^2 N)W$. Вид $w_a(\theta, \varphi)$ и функции $\Gamma(\theta, \varphi)$, которая порождается взаимодействием Дзялошинского или внешним магнитным полем, обсудим ниже для конкретных примеров. В случае АФМ с раскомпенсацией спинов подрешеток $\Gamma = \gamma H_{ex}(N_{ex}/N)\sin \theta$, т.е. ее вид такой же, как для уравнения Ландау—Лифшица.

Общие уравнения (54) содержат большое число независимых параметров различной природы, связанных с внешним полем, взаимодействием Дзялошинского и возможной раскомпенсацией. Как мы увидим, роль этих взаимодействий весьма различна, и даже если можно было бы выписать общую формулу для евклидова действия с учетом всех этих факторов, ее анализ был бы затруднителен. Поэтому рассмотрим роль отдельных взаимодействий, понижаящих динамическую симметрию АФМ, двигаясь от простого к сложному. Присутствие нескомпенсированных спинов значительно усложняет анализ, поэтому начнем со случая полностью скомпенсирован-

ного АФМ, для которого $N_{ex} = 0$. Вначале удобно обсудить туннелирование в самом простейшем случае модели с наивысшей динамической симметрией, которой отвечает $\Gamma = 0$. Дело в том, что для некоторых моделей АФМ со взаимодействием Дзялошинского—Мория и ненулевым $\Gamma(\theta, \varphi) \neq 0$ результаты оказываются в точности такими же, как и при $\Gamma(\theta, \varphi) = 0$ (такого не бывает в случае магнитного поля).

Если $\Gamma(\theta, \varphi) = 0$, то анализ задачи не представляет труда. Ограничимся случаем частицы легкоосного АФМ с осью n -го порядка, в основном состоянии которой вектор \mathbf{l} параллелен главной оси C_n . Для такого магнетика $\omega_0 = \gamma H_{sf}$, энергию анизотропии w_a можно записать в виде:

$$\omega_0^2 w_a(\theta, \varphi) = \omega_0^2 \sin^2 \theta + \omega_p^2 \sin^n \theta \sin^2(n\varphi/2), \quad (55)$$

где второе слагаемое отвечает простейшему выражению для анизотропии в базисной плоскости, обычно при $n > 2$ значение $\omega_p \ll \omega_0$. При таком выборе энергии оси z и x всегда являются легкой и промежуточной осями АФМ соответственно. Легко видеть, что инстантонному решению отвечает решение вида $\varphi = \varphi_0 = \text{const}$, $\theta = \theta(\tau)$. Допустимые значения φ_0 определяются соотношением

$$\left. \frac{\partial w_a(\theta, \varphi)}{\partial \varphi} \right|_{\varphi = \varphi_0} \propto \sin n\varphi_0 = 0. \quad (56)$$

Существует $2n$ решений этого уравнения, $\varphi_k^{(0)} = \pi k/n$, $k = 0, 1, \dots, 2n - 1$, из которых n решений с четным k , $\varphi_{k, \min}^{(0)}$ дают минимум $w_a(\theta, \varphi)$, а остальные n с $\varphi_{k, \max}^{(0)}$ — максимум этой функции при всех $\theta \neq 0, \pi$. Инстантонам с $\varphi_{k, \min}^{(0)}$ отвечает меньшее значение евклидова действия. Функцию $\theta(\tau)$ можно найти из уравнения второго порядка, для которого известен первый интеграл (48). Учитывая граничные условия $\theta \rightarrow 0, \pi$ при $\tau \rightarrow \pm\infty$, получаем

$$\left(\frac{d\theta}{d\tau} \right)^2 = \omega_0^2 w_a(\theta, \varphi_k^{(0)}). \quad (57)$$

Евклидово действие на траекториях вещественно при всех значениях φ и определяется формулой

$$A_{Eu} = \frac{\hbar^2 \omega_0 N}{2JZ} \int_0^\pi d\theta \sqrt{w_a(\theta, \varphi)} \simeq 2\hbar s N \sqrt{\frac{K_u}{JZ}}. \quad (58)$$

Понятно, что если $\Gamma(\theta, \varphi) \neq 0$, но обращается в нуль при некотором значении $\varphi_{k, \min}^{(0)}$, отвечающем минимуму энергии анизотропии, то возможно «плоское» вещественное решение $\theta = \theta(\tau)$, $\varphi = \varphi_k^{(0)} = \text{const}$. Для этих плоских решений может быть чисто мнимый вклад гироскопического слагаемого в евклидово действие A_{Eu} (ниже мы укажем такие

примеры). Оказалось, однако, что если функция $\Gamma(\theta, \varphi)$ обращается в нуль при *всех* тех же значениях φ , что и $\partial w_a(\theta, \varphi)/\partial \varphi$, *минимумах* $\varphi_{k, \min}^{(0)}$ и *максимумах* $\varphi_{k, \max}^{(0)}$, т.е. величина $\Gamma(\theta, \varphi) \propto \sin n\varphi$, то вклад гироскопического слагаемого в \mathcal{A}_{Eu} тождественно равен нулю. В этом случае как инстантонное решение, так и евклидово действие в точности такие же, как в рассмотренной только что простейшей модели с $\Gamma(\theta, \varphi) = 0$. Описанная ситуация не реализуется для АФМ в поле, но для тех АФМ, в которых гироскопические члены определяются только взаимодействием Дзялошинского, она не является чем-то экзотическим. Она возникает для всех АФМ с четной (по Турову) главной осью, что подтверждено симметричным анализом [118].

Анализ различных моделей АФМ с внешним магнитным полем вдоль оси симметрии кристалла или взаимодействием Дзялошинского в легкоосном АФМ приводит к выводу: кроме тривиального случая, описанного выше, могут реализоваться еще два [118,151]. Таким образом, для АФМ с достаточно высокой симметрией установлено три типа поведения инстантонных решений. Тривиальный случай реализуется в АФМ с $\mathbf{H} = 0$ и четной главной осью. Для двух оставшихся нетривиальных случаев поведение существенно различное.

1. Один нетривиальный тип поведения отвечает случаю, когда $\Gamma(\theta, \varphi_{k, \min}^{(0)}) = 0$ и реализуется плоский вещественный инстантон, но $\Gamma(\theta, \varphi_{k, \max}^{(0)}) \neq 0$. Для него значение вещественной части евклидова действия \mathcal{A}_{Eu} не зависит от параметра гиротропии $|\mathbf{H}^{(eff)}|$, но появляется отличная от нуля мнимая часть \mathcal{A}_{Eu} , пропорциональная $|\mathbf{H}^{(eff)}|$.

2. Во втором нетривиальном случае, когда $\Gamma(\theta, \varphi_{k, \min}) \neq 0$, плоское решение $\varphi = \text{const}$ отсутствует. Тогда надо искать общее решение системы (54) вида $\theta = \theta(\tau)$, $\varphi = \varphi(\tau)$. Это решение комплексное и его не всегда удается построить точно. Но можно показать, что для таких комплексных инстантонов мнимая часть евклидова действия не возникает, $\text{Im } \mathcal{A}_{Eu} = 0$, а вещественная часть $\text{Re } \mathcal{A}_{Eu} = 0$ содержит только вклады, квадратичные по $(\mathbf{H}^{(eff)})^2$.

Последний случай рассмотрим подробно ниже на примере АФМ в магнитном поле. Сейчас обсудим первый случай, когда инстантонные траектории плоские и вещественные. В случае вещественных траекторий для вычисления мнимой части евклидова действия можно использовать следующий простой прием [117,118]. Введем вектор $\mathbf{r} = r\mathbf{l}$, не связанный условием $r^2 = 1$, и представим слагаемое с первой производной из (43) в виде

$$-i\gamma \tilde{\mathbf{A}} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \tau}, \quad \text{где } \tilde{\mathbf{A}} = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{H}^{(eff)}}{r^2}. \quad (59)$$

Это выражение имеет такую же структуру, что и слагаемое в нерелятивистском евклидовом лагранжиане, описывающем взаимодействие заряженной частицы с координатой \mathbf{r} и скоростью $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/d\tau$, с формальным магнитным полем $\tilde{\mathbf{B}} = \text{rot } \tilde{\mathbf{A}}$. Магнитное поле входит в лагранжиан заряженной частицы через вектор-потенциал $\tilde{\mathbf{A}}$ (мы ввели обозначение $\tilde{\mathbf{A}}$, чтобы не путать эту величину с введенным выше вектор-потенциалом поля монополя \mathbf{A}) в точке \mathbf{r} , который определен только с точностью до некоторой калибровки, в то время как поле $\tilde{\mathbf{B}}$ калибровочно-инвариантно. В лагранжиане АФМ для любого $\mathbf{H}^{(eff)}$ это формальное магнитное поле $\tilde{\mathbf{B}}$ направлено радиально и может быть представлено как

$$\tilde{\mathbf{B}} = \frac{\mathbf{r}}{r^2} \mathcal{B}(\theta, \varphi), \quad \mathcal{B} = 2(\mathbf{H}^{(eff)}, \mathbf{l}) - \frac{\partial H_k^{(eff)}}{\partial l_k} + \frac{\partial H_i^{(eff)}}{\partial l_j} l_i l_j. \quad (60)$$

При $\mathbf{H} = 0$ формулу для \mathcal{B} удобно записать непосредственно через тензор Дзялошинского D_{ij} :

$$\mathcal{B} = 3D_{ij} l_i l_j - D_{ii} + \frac{\partial D_{ij}}{\partial l_k} l_j l_k - \frac{\partial D_{ij}}{\partial l_i} l_j. \quad (61)$$

Величины $\mathcal{B}(\theta, \varphi)$ для различных АФМ с взаимодействием Дзялошинского приведены в работе [118]. Мнимая часть евклидова действия $\text{Im } \mathcal{A}_{Eu}$ для α -го инстантона записывается в виде контурного интеграла $\int \tilde{\mathbf{A}} d\mathbf{r}$. Для вычисления величины туннельного расщепления нужно знать только разности фаз $\Delta\Phi^{(\alpha, \beta)} = \Phi^{(\alpha)} - \Phi^{(\beta)}$ для всех пар инстантонов (46). $\Delta\Phi^{(\alpha, \beta)}$ выражаются через интеграл $\oint \tilde{\mathbf{A}} d\mathbf{r}$ по замкнутому контуру, составленному из этих двух траекторий. Используя теорему Стокса, можно записать эту величину как поток введенного выше формального магнитного поля $\tilde{\mathbf{B}}$ через часть единичной сферы, которая ограничена таким контуром. Это приводит к простому выражению

$$\Delta\Phi^{(\alpha, \beta)} = \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_{\varphi_\alpha}^{\varphi_\beta} d\varphi \mathcal{B}(\theta, \varphi), \quad (62)$$

где $\varphi_\alpha, \varphi_\beta$ — значения угла φ для данных инстантонов. Важно, что для всех возможных видов взаимодействия Дзялошинского и для всех ориентаций внешнего магнитного поля \mathbf{H} полный поток формального поля $\tilde{\mathbf{B}}$ через сферу равен нулю. Заметим, что здесь ситуация принципиально иная, чем в случае нескомпенсированного полного спина S_{ex} , когда \mathbf{A} описывает поле магнитного монополя, и поток через некоторую область сферы пропорционален ее площади, а полный поток $\Phi_{tot} = 4\pi S$. Конечно, и в

этом случае нескомпенсированного магнетика отдельные фазы определяются \mathbf{A} , т.е. зависят от калибровки, но разность фаз $\Delta\Phi^{(\alpha,\beta)}$ оказывается калибровочно-инвариантной. Однако эта разность фаз не равна нулю ни для каких траекторий. В частности, для двух диаметрально противоположенных траекторий $\Delta\Phi = 2\pi S$, отсюда в задаче о туннелировании спина получается обсуждавшийся выше фазовый фактор $\cos(\pi S)$ и подавление туннелирования при полуцелом нескомпенсированном спине. Отметим, что, повторив рассуждение Дирака об однозначности волновой функции электрона в поле монополя [67,152], из этого условия можно получить $\cos(\Phi_{\text{tot}}/2) = 0$, что приводит к полуцелому квантованию спина.

Возвращаясь к случаю скомпенсированного АФМ, отметим, что формула (62) позволяет легко вычислить фазовый множитель K (46) в формуле (45) для расщепления уровней. Общий вид $\mathcal{B}(\theta, \varphi)$ для АФМ с осью n -го порядка определяется его симметрией [118]. Для АФМ с четной, т.е. не переставляющей подрешетки, главной осью $C_n^{(+)}$ функция $\mathcal{B}(\theta, \varphi) \propto \sin^n \theta \sin n\varphi$, все фазовые факторы равны нулю и интерференции нет.

Если же главная ось нечетная $C_n^{(-)}$, то ситуация разная для различных n . Если $n = 4k$, т.е. $n = 4, 8, \dots$ (для кристаллических АФМ имеет смысл только $n = 4$, но для магнитных кластеров и высокоспиновых молекул возможны и значения, бóльшие чем $n = 6$), функция $\mathcal{B}(\theta, \varphi)$ пропорциональна $\sin^{n/2} \theta \sin(n\varphi/2)$ или $\sin^{n/2} \theta \cos(n\varphi/2)$, в зависимости от деталей расположения осей второго порядка в плоскости базиса. В этом случае интеграл (62) может быть отличным от нуля и возможна деструктивная интерференция [118]. В случае нечетной оси с $n = 2(2k + 1)$, т.е. при $n = 2, 6, 10, \dots$, в частности для ромбических и гексагональных АФМ, функция $\mathcal{B}(\theta, \varphi)$ также пропорциональна $\sin(n\varphi/2)$ или $\cos(n\varphi/2)$. Однако она содержит множитель $\sin^{n/2} \theta \cos \theta$, в силу чего разность фаз (62) тождественно равна нулю за счет интеграла по θ и деструктивная интерференция отсутствует.

Итак, взаимодействие Дзялошинского приводит к деструктивной интерференции при туннелировании только для АФМ с нечетной главной осью $C_n^{(-)}$ при $n = 4k$, т.е. $n = 4, 8, \dots$ Роль внешнего магнитного поля в этом явлении более существенная. Для малого поля можно считать, что траектория плоская и вещественная, тогда фазовый фактор можно представить как

$$\cos \Phi = \cos \left(\frac{\pi s g \mu_B H N}{2JZ} \cos \psi \right), \quad (63)$$

где ψ — угол между плоскостью, в которой лежат инстантонные траектории, и внешним полем \mathbf{H} . Бо-

лее интересный случай не малого поля обсудим в следующем подразделе.

6.5. Туннелирование для АФМ в магнитном поле

Рассмотрим важный случай АФМ при наличии сильного магнитного поля [51,151,153]. Для конкретных вычислений рассмотрим АФМ с ромбической анизотропии вида (39), где константы $K_u > 0$ и $K_p > 0$ описывают одноосную анизотропию и анизотропию в плоскости базиса, оси z и y — легкая и трудная оси соответственно. Для дальнейших применений эту энергию удобно переписать в виде, использованном в уравнениях (54), через характерные значения частоты:

$$\omega_0^2 \omega_a(\theta, \varphi) = \omega_u^2 \sin^2 \theta + \omega_p^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi, \quad (64)$$

где $\omega_u = \gamma H_{sf}$, H_{sf} — поле СФП, $\omega_p = \gamma H_p$, характерное поле $H_p = 2s\sqrt{JZK_p}/g\mu_B$ описывает влияние поля на анизотропию в базисной плоскости (см. ниже). Для такой энергии в отсутствие поля инстантонам, соответствующим условию $\theta(+\infty) = 0$, $\theta(-\infty) = \pi$, отвечают решения с плоским разворотом $\mathbf{l}(\tau)$ в плоскостях симметрии системы, для них $\varphi = (\pi/2)k$, k — целое число,

$$\cos \theta = \text{th } \bar{\omega} \tau, \quad \sin \theta = 1/\text{ch } \bar{\omega} \tau, \quad (65)$$

где $\bar{\omega}$ определяется выражением $\bar{\omega} = \omega_u$ для $\varphi = 0, \pi$ и $\bar{\omega} = \sqrt{\omega_u^2 + \omega_p^2}$ при $\varphi = (\pi/2)(2k + 1)$. Значения евклидова действия для всех этих инстантонов записываются единым образом:

$$A_{Eu} = \hbar N (\hbar \bar{\omega} / ZJ) \quad \text{при } H = 0, \quad (66)$$

и для нулевого поля минимуму евклидова действия отвечает только одна пара инстантонов с $\varphi = 0, \pi$, т.е. с разворотом вектора \mathbf{l} в более легкой плоскости (z, x) .

При учете магнитного поля ограничимся случаем, когда оно направлено вдоль одной из осей симметрии: z, x или y . Функция $\Gamma(\theta, \varphi)$, входящая в уравнения (54) для θ, φ , может быть представлена в компактном виде [118]:

$$\Gamma(\theta, \varphi) = 2\gamma(\mathbf{H}, \mathbf{l}) \sin \theta, \quad (67)$$

она не равна нулю ни при какой ориентации поля.

Напомним, что если магнитное поле направлено вдоль легкой оси АФМ z и $H > H_{sf}$, то происходит СФП из состояния с $\mathbf{l} \parallel \mathbf{e}_z$ в состояние с $\mathbf{l} \parallel \mathbf{e}_y$ (см. разд. 4). В этом случае влияние поля на статические свойства АФМ можно описать перенормировкой константы K_u : $K_u(M) = K_u \rightarrow K_u(1 - H^2/H_{sf}^2)$. Для случая \mathbf{H} , параллельного промежуточной оси \mathbf{e}_x , при увеличении поля константа K_u увеличивается, $K_u(H) = K_u + (g\mu_B H)^2 / (4s^2 JZ)$, а K_p уменьшается, $K_p(H) = K_p - (g\mu_B H)^2 / (4s^2 JZ)$. При введен-

ном в (64) характерном поле H_p величина $K_p(H)$ меняет знак, и при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{e}_x$, $H > H_p$ изменяется характер осей в базисной плоскости, ось становится промежуточной осью, а x — трудной осью. Наконец, если магнитное поле направлено вдоль трудной оси \mathbf{e}_y , то оно эффективно увеличивает как K_u , так и K_p , $K_{u,p}(H) = K_{u,p} + (g_{\mu B} H)^2 / (4s^2 JZ)$, и поле вообще не влияет на характер осей анизотропии.

Если наивно использовать перенормированные константы анизотропии для описания инстантонов в рамках уравнений (65) (что приводит к неправильным результатам!), получается, что при ориентации поля вдоль легкой оси величина \mathcal{A}_{Eu} стремится к нулю при $H \rightarrow H_{sf}$, а при направлении поля вдоль промежуточной оси значения \mathcal{A}_{Eu} на двух классах путей, $\varphi = (\pi/2)(2k+1)$ и $\varphi = \pi k$, становятся равными при $H = H_p$. Однако, как мы покажем ниже, такое описание абсолютно неверно. Кроме отмеченной ниже перенормировки анизотропии, поле изменяет характер динамики вектора \mathbf{I} , что также влияет на структуру инстантонов и значение евклидова действия для них.

Начнем с рассмотрения случая поля, параллельного легкой оси z , которое не нарушает симметрии в плоскости (x, y) . Как следствие, гироскопическое слагаемое в уравнениях (54) не зависит от угла φ , $\Gamma \propto \sin \theta \cos \theta$. В этом случае при условии $K_p = 0$ реализуется чисто одноосная модель АФМ. Анализ такой модели приводит к поучительным физическим результатам [151], поэтому обсудим его. В чисто одноосном случае лагранжиан (43) не зависит от φ и есть нетеровский интеграл движения $\Omega = \partial \mathcal{L}_{Eu} / \partial \dot{\varphi}$, выражение для которого можно записать в виде

$$\Omega = (\dot{\varphi} - i\gamma H) \sin^2 \theta = \text{const}, \quad (68)$$

и задача является интегрируемой. Инстантонным решениям типа $\theta \rightarrow 0, \pi$ при $\tau \rightarrow \pm \infty$ отвечает $\Omega = 0$, т.е. $\varphi = i\gamma H(\tau - \tau_1)$, где τ_1 — произвольная постоянная. С учетом этой формулы уравнение для $\theta(\tau)$ принимает вид $\dot{\theta}^2 = \omega_u^2 \sin^2 \theta$. Отсюда легко получить решение вида (65) с $\bar{\omega} = \omega_u$. Для компонент вектора \mathbf{I} в инстантоне получаются формулы

$$l_z = \text{th}[\omega_u(\tau - \tau_0)],$$

$$l_x = \frac{\text{ch}[\gamma H(\tau - \tau_1)]}{\text{ch}[\omega_u(\tau - \tau_0)]}, \quad l_y = i \frac{\text{sh}[\gamma H(\tau - \tau_1)]}{\text{ch}[\omega_u(\tau - \tau_0)]}. \quad (69)$$

Это решение имеет правильные асимптотики ($l_{x,y} \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \pm \infty$) при $\gamma H < \omega_u$, т.е. при всех значениях поля, меньших чем поле СФП H_{sf} . Следовательно, найденное инстантонное решение справедливо во всей области устойчивости состояния с $\mathbf{I} = \pm \hat{z}$. Несмотря на то что в этой области эффектив-

ная константа анизотропии $K_u(H)$ меняется от K_u до нуля при $H \rightarrow H_{sf}$, евклидово действие для решения (69) не зависит от H . Его мнимая часть равна нулю, а реальная такая же, как и при $H = 0$:

$$\mathcal{A}_{Eu}^{(0)} = 2s\hbar N \sqrt{K_u/JZ} \quad \text{при} \quad K_p = 0, \quad H < H_{sf}. \quad (70)$$

Указанный простой пример показал, что гироскопическое слагаемое может существенно подавлять статическую перенормировку энергии анизотропии.

В этой простой модели возможно точное вычисление предэкспоненциального фактора D в виде (52) [151]. Вклад обоих типов отклонений, продольных и поперечных, в данном случае определяется одинаковыми операторами \hat{M} . Эти операторы возникают для многих туннельных задач в магнетиках, поэтому приведем их вид и полный набор их собственных функций:

$$\hat{M} = -\frac{d^2}{d\xi^2} - \frac{2}{\text{ch}^2 \xi}; \quad Mf_0 = 0, \quad f_0 = \frac{1}{\sqrt{2} \text{ch} \xi};$$

$$\hat{M}f_k = (1 + k^2)f_k, \quad f_k = \frac{(\text{th} \xi - ik)e^{-ik\xi}}{\sqrt{L(1 + k^2)}}. \quad (71)$$

Полный флуктуационный множитель в этой проблеме есть квадрат продольного флуктуационного детерминанта D_{\parallel} (см. (53)), в результате туннельное расщепление уровней принимает вид

$$\Delta = C\hbar\omega_u \left(\frac{\mathcal{A}_{Eu}^{(0)}}{2\pi\hbar} \right) \exp(-\mathcal{A}_{Eu}^{(0)}/\hbar), \quad (72)$$

где C — численный множитель порядка единицы. Дополнительный большой параметр $\sqrt{\mathcal{A}_{Eu}^{(0)}/\hbar}$ появляется в этой задаче в связи с тем, что инстантонное решение (69) в модели с $\omega_p = 0$ содержит два непрерывных параметра, τ_1 и τ_0 (см. разд. 6.3). Отметим также, что расщепление уровней Δ не зависит от магнитного поля, даже при учете флуктуационного детерминанта. Этот факт можно обосновать на основе точного квантовомеханического рассмотрения. Действительно, при $\omega_p = 0$ гамильтониан системы коммутирует с z -проекцией полного спина S_z^{tot} . Следовательно, состояния системы характеризуются определенным значением $S_z^{\text{tot}} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Туннельно расщепленному дублету отвечает $S_z^{\text{tot}} = 0$, и магнитное поле никак не влияет на энергии этих состояний. Отметим, что в этих терминах спин-флор переход связан с тем, что при $H > H_{sf}$ нижним уровнем становится уровень $S_z^{\text{tot}} > 0$. Это, по существу, и определяет квантовый аналог спин-флор перехода, который обсуждался в разд. 4.

Рассмотрим другой простой случай, когда магнитное поле направлено вдоль трудной оси АФМ

(оси y). В этом случае $\Gamma(\theta, \varphi) = 2\gamma H \sin^2 \theta \sin \varphi$ и для пары инстантонов с $\varphi = 0, \pi$ значение $\Gamma = 0$. Следовательно, в этом случае есть два плоских инстантонных решения вида $\varphi = 0, \pi, \theta = \theta(\tau)$. Эти решения как раз определяют инстантоны с разворотом вектора в более легкой плоскости (z, x) и имеют минимальное значение вещественной части \mathcal{A}_{Eu} . Евклидово действие для них не зависит от поля и определяется формулой (66):

$$\mathcal{A}_{Eu}^{(HA)}(H) = 2s\hbar N \sqrt{\frac{K_u}{JZ}} \pm i \frac{\pi \hbar g \mu_B H N}{2JZ}. \quad (73)$$

Итак, для магнитного поля, направленного вдоль трудной оси АФМ, вещественная часть евклидова действия $\mathcal{A}_{Eu}^{(HA)}(H)$ не зависит от величины поля (см. рис. 8), а знаки его мнимой части различаются для двух инстантонов [51,132]. Однако в данном случае эффекты интерференции и осциллирующая зависимость расщепления от поля обусловлены не только мнимой частью евклидова действия. В этой геометрии наиболее интересные эффекты возникают за счет флуктуационного детерминанта. В этом случае уравнения для малых отклонений ϑ и μ от инстантонного решения являются несвязанными и $D = D_{\parallel} D_{\perp}$. Поперечный детерминант содержит оператор Шредингера с комплексным потенциалом. Значение D_{\perp} комплексное, с различными фазами для двух различных эквивалентных инстантонов, что модифицирует фазовый сдвиг. Уже при умеренных значениях поля присутствие D_{\perp} приводит к сдвигу фазы осцилляций функции $\Delta(H)$ на $\pi/2$ по сравнению с тем, что вызывается мнимой частью самого евклидова действия [51,153].

При наличии поля плоское решение отвечает развороту вектора \mathbf{l} в плоскости, перпендикулярной направлению поля \mathbf{H} . При ориентации \mathbf{H} вдоль трудной оси плоский инстантон заведомо имеет наименьшее значение евклидова действия при всех значениях поля. Плоский разворот в других плоскостях симметрии (тем более разворот в плоскости, не являющейся плоскостью симметрии АФМ) соответствовал бы ненулевой функции $\Gamma(\theta, \varphi)$, поэтому он невозможен. Исследование распределения \mathbf{l} требует анализа системы с двумя степенями свободы, оно не может быть проведено точно, но возможно с использованием различных приближенных методов [151]. Анализ показал большое разнообразие в поведении неплоских инстантонов для различных ориентаций поля. Обсудим кратко результаты.

Как было показано выше на основе точного решения, для поля вдоль легкой оси при $K_p = 0$ туннельное расщепление уровней не зависит от поля вплоть до поля спин-флоп перехода. В присутствии

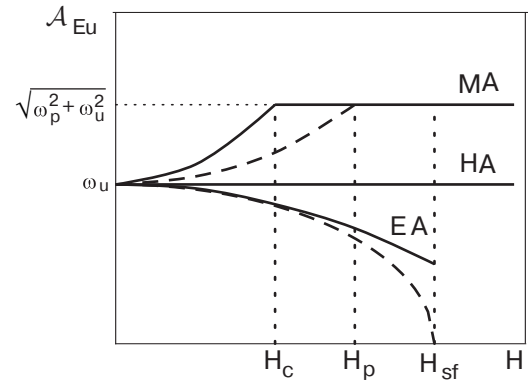


Рис. 8. Вещественная часть евклидова действия в единицах $\hbar^2 N / 2JZ$ как функция магнитного поля (схематически). Зависимости для поля вдоль легкой, промежуточной и трудной осей отмечены на рисунке буквами EA, MA и HA соответственно. Сплошные линии представляют последовательный расчет значения \mathcal{A}_{Eu} [151], пунктир — результат применения «наивного» подхода, который учитывает только статическую перенормировку констант анизотропии, см. текст.

анизотропии в базисной плоскости $K_p \neq 0$ при увеличении поля величина $\mathcal{A}_{Eu}(H)$ убывает,

$$\mathcal{A}_{Eu}^{(EA)}(H) = 2s\hbar N \sqrt{\frac{K_u}{JZ}} \sqrt{1 - \eta \frac{H^2}{H_{sf}^2}}, \quad (74)$$

где коэффициент η при малых K_p/K_u мал, $\eta \approx \pi(K_p/K_u)$; значение $\eta = 1$, характерное для «наивного» учета влияния поля, достигается лишь в пределе $K_p/K_u \rightarrow \infty$ (см. рис. 8). Таким образом, в ромбическом АФМ для поля, параллельного легкой оси, туннельное расщепление уровней $\Delta(H)$ растет с ростом поля, причем этот эффект выражен сильнее при больших значениях K_p .

Для поля, направленного вдоль промежуточной оси, ситуация несколько более сложная: возможна конкуренция различных инстантонов. Здесь существует плоское решение с разворотом \mathbf{l} в плоскости (z, y), содержащей трудную ось y . Для этого решения значение вещественной части \mathcal{A}_{Eu} больше, чем в случае поля вдоль трудной оси (73), где \mathbf{l} разворачивается в более легкой плоскости (z, x), содержащей промежуточную ось x :

$$\mathcal{A}_{Eu}^{(MA, planar)}(H) = 2s\hbar N \sqrt{\frac{K_u + K_p}{JZ}} \pm i \frac{\pi \hbar g \mu_B H N}{2JZ}. \quad (75)$$

Это значение также больше, чем для плоского инстантона в случае $H = 0$. Плоского решения с разворотом \mathbf{l} в плоскости (z, x) для поля $H \neq 0$, параллельного промежуточной оси, не существует, при ненулевом поле оно трансформируется в неплоское. Для этого неплоского решения евклидово действие

вещественно, и его величина $\mathcal{A}_{Eu}^{(MA,nonplanar)}(H)$ растет с ростом поля, причем существенно быстрее, чем при «наивном» учете поля (см. рис. 8). В результате при некотором критическом значении H_c значение действия для неплоского решения становится равным величине вещественной части действия для плоского решения (75), которая не зависит от поля. При малой анизотропии в базисной плоскости значение H_c существенно меньше, чем величина H_p (64):

$$H_c = H_p (2/\pi)^2 (K_p/K_u) \ll H_p. \quad (76)$$

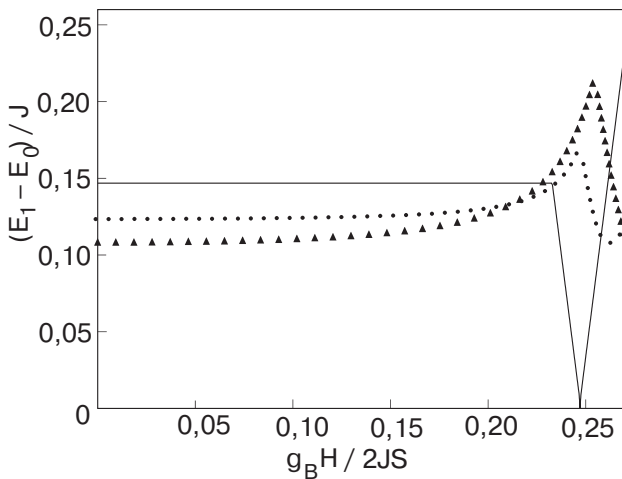
Величина H_c остается меньшей, чем H_p , даже в предельном случае $K_p/K_u \rightarrow \infty$, при этом $H_c \rightarrow 0,616 H_p$. Таким образом, неплоские инстантоны определяют туннелирование только при достаточно слабом поле $H < H_c$. При $H > H_c$ туннелирование обусловлено плоскими инстантонами и идет по сценарию, характерному для описанного выше случая поля, параллельного трудной оси, с осцилляционной зависимостью расщепления уровней от поля при почти постоянной амплитуде осцилляций.

Расчеты в рамках инстантонного подхода хорошо согласуются с результатами численного анализа, проведенного путем прямой диагонализации гамильтониана спиновой пары (см. рис. 9) [151]. Для поля вдоль легкой оси в чисто одноосном случае $K_p = 0$ разность энергий двух нижних уровней $\Delta = E_1 - E_0$ не зависит от поля до самого поля спин-флоп перехода. При $K_p \neq 0$ расщепление растет с ростом поля, и этот эф-

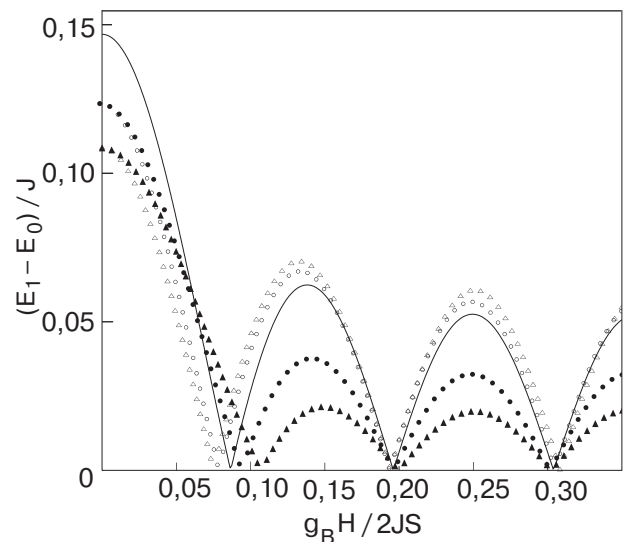
фект более выражен при больших значениях K_p/K_u . В случае магнитного поля, параллельного трудной оси, а также достаточно сильного поля $H > H_c$, направленного вдоль промежуточной оси, наблюдаются осцилляции расщепления с изменением поля, амплитуда которых слабо зависит от K_p [51,153]. Если же поле параллельно промежуточной оси, то при малых полях наблюдается убывание расщепления, которое затем сменяется осциллирующим поведением, причем характерное значение поля перехода растет, а амплитуда осцилляций убывает с ростом K_p/K_u . Есть, правда, и некоторые количественные несоответствия. Например, численный анализ демонстрирует зависимость характерного поля, которое можно интерпретировать как поле спин-флоп перехода, от значения K_p/K_u . Наблюдается также незначительное убывание амплитуды осцилляций с ростом поля для туннелирования через плоские инстантоны при немалом значении поля H , когда предэкспоненциальный фактор не должен зависеть от поля [51,153]. Эти эффекты отсутствуют при квазиклассическом описании и могут быть связаны с квантовыми флуктуациями в системе с конечным спином. Более детальное сопоставление численных данных для разных значений спина $S \leq 20$ с расчетами на основе инстантонного подхода можно найти в работе [151].

6.6. Влияние раскомпенсации подрешеток на туннелирование

Перейдем к случаю нескомпенсированного АФМ, считая, что внешнее поле и взаимодействие Дзялошинского отсутствуют. В общем случае эта



а — Поле параллельно легкой оси, изломы соответствуют спин-флоп переходу.



б — Поле параллельно трудной оси (○, △) и промежуточной оси (●, ▲).

Рис. 9. Туннельное расщепление нижнего уровня АФМ, описываемого гамильтонианом (39) со значением спина $S = 5$, одноосной анизотропией $K_u/J = 0,1$ для трех различных значений плоскостной анизотропии: $K_p/K_u = 0$ (—), $0,2$ (●, ○) и $0,4$ (▲, △).

задача гораздо сложнее для анализа, чем точно интегрируемый случай чистого ферромагнетика или обсуждаемые выше симметричные модели скомпенсированного АФМ при учете внешнего поля или взаимодействия Дзялошинского. Однако есть пример, когда система является интегрируемой, ему отвечает анизотропия вида (39), квадратичная по компонентам вектора \mathbf{l} . Евклидову версию лагранжиана такой модели удобно записать в виде

$$\mathcal{L}_{Eu} = \frac{\hbar^2 N}{2JZ} \left[\frac{1}{2} (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) - i \omega_n \dot{\phi} (1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} \sin^2 \theta (\omega_u^2 + \omega_p^2 \sin^2 \phi) \right], \quad (77)$$

введя три параметра с размерностью частоты. Параметр $\omega_n = \gamma H_{ex} (S_{ex}/S_{tot})$, $S_{ex} = |S_1 - S_2|$ — избыточный спин, а величины ω_p , ω_u определяют вид энергии магнитной анизотропии с легкой осью z и трудной y (см. (64)). Для построения инстантонного решения полезно вспомнить вид решения Уокера в реальном времени, которое описывает движущуюся доменную стенку (см., например, [12,34,35]). В этом решении намагниченность разворачивается в плоскости $\phi = \phi_0 = \text{const}$, проходящей через легкую ось, значение ϕ_0 не отвечает плоскости симметрии и определяется скоростью стенки. Такое свойство имеет место и для инстантонов лагранжиана (77) [144]. В этом случае угол ϕ_0 комплексный, $\phi_0 = \pi k/2 + 2i\alpha$, k — целое число,

$$\text{ch } \alpha = \frac{\sqrt{4\omega_n^2 \bar{\omega}^2 + \omega_n^4 + \omega_p^4 - \omega_n^2}}{\omega_p^2}, \quad \bar{\omega}^2 = \omega_u^2 + \frac{\omega_p^2}{2}. \quad (78)$$

Для $\theta(\tau)$ возникает стандартная формула типа (65), $\cos \theta = \text{th} [\bar{\omega}(\phi_0)\tau]$ с вещественным параметром $\bar{\omega}^2(\phi_0) = \omega_u^2 + \omega_p^2 \sin^2 \phi_0$. Здесь надо рассматривать только одну пару эквивалентных инстантонов, у которой четное $k = 0, 2$ и меньшее значение вещественной части евклидова действия \mathcal{A}_{Eu} . Мнимые части \mathcal{A}_{Eu} для инстантонов из этой пары имеют разные знаки, что дает эффект интерференции с обычным для ФМ фазовым множителем $|\cos \pi S_{ex}|$.

Принципиальная особенность нескомпенсированного АФМ — наличие неаналитичности по параметру $\omega_n \sim S_{ex}$. Для скомпенсированного АФМ с $\omega_n = 0$ уравнение (78) дает вещественное значение $\phi_0 = \pi k/2$ и туннелирование возможно даже в чисто одноосной модели (см. точное решение (65)). При $\omega_n \neq 0$ и $\omega_p = 0$ решения с конечным \mathcal{A}_{Eu} не существует, и для сколь угодно малой раскомпенсации необходимо наличие анизотропии в базисной плоскости. Эта закономерность ярко проявляется в неаналитической зависимости евклидова действия

от параметра ω_n/ω_p . В наиболее характерном случае $\omega_p, \omega_n \ll \bar{\omega}$ эта зависимость имеет вид

$$\text{Re } \mathcal{A}_{Eu} = \frac{\hbar^2 N}{2JZ} \left(2\bar{\omega} + \omega_n \ln \frac{\omega_n}{\omega_p} \right). \quad (79)$$

При $\omega_n \rightarrow 0$ это дает конечное значение (70), а при $\omega_p/\omega_n \rightarrow 0$ возникает расходимость $\text{Re } \mathcal{A}_{Eu}$ и туннелирование подавлено.

Анализ предэкспоненциального фактора D в этой задаче сводится к связанной системе уравнений для ϑ и $\delta\phi$, т.е. дифференциальный оператор \hat{A} в (52) не диагональный. Расчет показал, что флуктуационный детерминант вещественный и не влияет на интерференцию, его величина неаналитически зависит от ω_n , $D \propto 1/\sqrt{\omega_n}$ [144].

Вопрос о влиянии внешнего магнитного поля на когерентное туннелирование неоднократно обсуждался в связи с проблемой туннелирования в частицах ферритина [154]. Для АФМ с раскомпенсированными спинами слабое поле полностью снимает вырождение системы, и тем самым исключает эти эффекты. Однако в разд. 4.2 при обсуждении состояний АФМ с нескомпенсированными спинами было отмечено, что для достаточно большого значения поля возможно вырождение основного состояния, связанное с неколлинеарностью подрешеток. Это приводит к новому типу эффектов макроскопического туннелирования для свободно ориентирующейся частицы АФМ с неполной компенсацией спинов, находящейся в сильном внешнем поле [85]. В этом случае высота туннельного барьера и фазовый фактор существенно зависят от величины поля, что дает возможность управлять вероятностью туннелирования путем изменения поля.

7. Неоднородные состояния в АФМ: структура, топологический анализ и эффекты квантового туннелирования

Может показаться, что мезоскопические магнетики должны представлять собой типичные однодоменные частицы. Однако в последнее время показано, что даже для предельно малых частиц ФМ распределение спинов в основном состоянии может быть неоднородным. Для субмикронных частиц неэллипсоидальной формы с размером меньше критического, $R < R_c$ (для пермаллоя $R_c \lesssim 100$ нм), реализуются специфические слабонеоднородные магнитные состояния, так называемые состояния «цветок» или «лист» [155]. Для $R > R_c$ возникают топологически нетривиальные [156,157] состояния с магнитным вихрем [158], в последнее время они интенсивно исследуются экспериментально [159]. Сейчас наблюдается пик интереса к вихревым состояниям в магнит-

ных точках [1,2] и магнитных кольцах [160] (см. недавние работы [161–164], посвященные анализу динамики вихрей в таких системах).

Дипольное взаимодействие важно для ФМ и пренебрежимо мало для АФМ, но оно не единственный источник неоднородностей. Димитров и Вайсин показали [165], что поверхностная одноионная анизотропия с локальной легкой осью, перпендикулярной поверхности образца в каждой точке поверхности, также приводит к неоднородным нетопологическим состояниям «цветок» или «лист». Происхождение этой неоднородности ясно, в данном случае условия минимума энергии в объеме (однородное состояние) и на поверхности (спин должен быть ей перпендикулярен) находятся в противоречии, т.е. имеет место фрустрация. Случай предельно сильной поверхностной анизотропии приводит к геометрической задаче о распределении единичного вектора, перпендикулярного поверхности тела в каждой ее точке. Решение такой задачи для любого односвязного тела имеет сингулярность, такие сингулярности реально возникают для жидких кристаллов [166] и А-фазы сверхтекучего ^3He [167]. Поэтому сильная поверхностная анизотропия может приводить к появлению вихрей намагниченности, как для ФМ, так и для АФМ [168].

Для АФМ специфические неоднородные состояния могут быть вызваны фрустрацией обменного взаимодействия. Понятие фрустрации обычно связывают со спиновыми стеклами, но она встречается для кристаллических АФМ, если разбиение решетки на конечное число магнитных подрешеток не может удовлетворить условию антипараллельной ориентации соседних спинов, примером является АФМ с треугольной решеткой [169]. Разбиение АФМ на магнитные подрешетки чувствительно к наличию атомных дислокаций кристаллической решетки, которые разрушают топологию атомных плоскостей. Как показал Дзялошинский [170], а также Ковалев и Косевич [171], это приводит к появлению макроскопических магнитных дефектов — доменных стенок и дисклинаций, такие дефекты наблюдались в тонких пленках хрома [172]. Для магнитных слоистых систем источником образования таких дефектов являются также атомные ступеньки границы раздела ФМ/АФМ [173,174].

Появление дисклинации в кристалле с дислокацией можно объяснить тем, что любой контур, проведенный вдоль обменных связей и охватывающий ось дислокации, содержит нечетное число узлов. Поэтому проблемы основного состояния АФМ с дислокацией и замкнутой спиновой цепочки с антиферромагнитным взаимодействием и нечетным числом узлов имеют ряд общих черт. Последняя модель в обменном приближении имеет точное

решение [175], и ее полезно обсудить перед тем, как рассматривать дисклинацию. Для такой нечетной цепочки все спины лежат в одной плоскости, $\theta_k = \pi/2$, в которой направление k -го спина σ_k определяется углом φ_k :

$$\varphi_k = \frac{\pi}{2} [1 - (-1)^k] + m \frac{\pi k}{N}, \quad (80)$$

где $m = \pm 1, \pm 3, \dots$ — нечетное целое число, минимуму энергии соответствует $m = \pm 1$ (см. рис. 10). Для нечетной цепочки, как и для кристалла с дислокацией, невозможно согласованное для всей системы разбиение на подрешетки. Однако можно ввести подрешетки и определить вектор \mathbf{l} локально, в любой области, которая не содержит центра дислокации. Это напоминает процедуру, используемую в теории упругости при введении поля деформаций для описания кристалла с дислокацией [176,177]. Характер поведения около особой линии можно пояснить на примере винтовой дислокации в слоистых АФМ типа CoCl_2 , в которых обменное взаимодействие спинов в плоскостях ферромагнитное и более сильное, чем антиферромагнитное взаимодействие соседних плоскостей [178]. Малость последнего дает возможность последовательно описать дисклинацию для векторов \mathbf{m}, \mathbf{l} в рамках континуальной теории [179]. Вблизи линии дислокации приближение σ -модели нарушается и $|\mathbf{m}| \sim |\mathbf{l}|$, в самом центре дисклинации $\mathbf{m} = 1$ и $\mathbf{l} = 0$. Недавно был предложен общий макроскопический подход для описания топологических дефектов в слоистых АФМ [180,181].

Итак, дисклинация в АФМ с дислокацией в рамках σ -модели может рассматриваться как сингулярная линия поля вектора \mathbf{l} (направление \mathbf{l} на линии не определено) со скачком \mathbf{l} на поверхности, которая опирается на линию дислокации и простирается до границы кристалла. Распределение вектора \mathbf{l} в прямолинейной дисклинации достаточно далеко от ее центральной части (кора) при $r \gg a$ описывается формулой

$$\theta \simeq \pi/2, \quad \varphi = (m/2)\chi + \varphi_0, \quad (81)$$

где r, χ — полярные координаты на плоскости, перпендикулярной линии дисклинации. В этой формуле, как и для спиновой цепочки (80), возникает нечетное целое число $m = \pm 1, \pm 3 \dots$. Распределение (81) характерно и для вектора-директора \mathbf{n} нематического жидкого кристалла (нематика) с дисклинацией [166], число m принято называть *индексом Франка*. Такое же распределение возникает для дисклинации в состоянии спинового нематика, которое реализуется для магнетиков с сильным биквадратичным обменным взаимодействием [75].

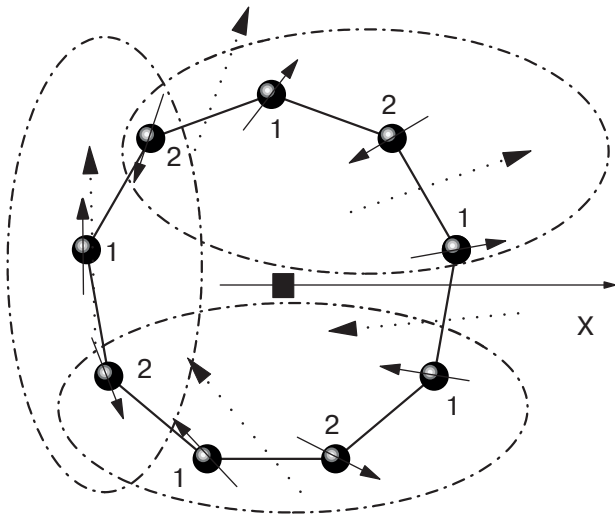


Рис. 10. Спиновая цепочка с 9 спинами, тонкие сплошные линии — обменные связи. Сплошными стрелками показано направление спинов для решения (80) с $m = 1$, прерывистыми стрелками — направление вектора \mathbf{I} для димеров. Области согласования нумерации подрешеток (цифры 1 и 2 около спинов) ограничены штрих-пунктирными линиями, на полярной оси (оси x) согласование нарушается и вектор \mathbf{I} имеет скачок.

Простое распределение (81) характерно как для чисто изотропной среды, так и в присутствии планарной анизотропии, скажем, для АФМ с изотропной легкой плоскостью (x, y) . В последнем случае полярную ось для вектора \mathbf{I} надо выбрать вдоль трудной оси АФМ z . Формула (81) при больших $r \gg r_0$ (см. ниже (83)), справедлива и для антиферромагнитного вихря, но значение индекса Франка для него *четное*, $m = \pm 2, \pm 4, \dots$ [6,34,157].

Для описания неоднородных состояний в АФМ и туннельных эффектов для них удобен метод гомотопической топологии [156]. Возможность существования особых линий типа дисклинаций с неоднородностью вдали от линии обусловлена непрерывным вырождением энергии системы относительно изменения параметра порядка в *пространстве вырождения* \mathcal{M}_D системы. Рассмотрим поведение параметра порядка (вектора \mathbf{I} для АФМ или \mathbf{n} для нематика) при обходе вокруг особой линии в координатном пространстве по замкнутому контуру γ . При этом параметр порядка опишет замкнутый контур Γ в пространстве вырождения \mathcal{M}_D . Этот контур является образом особой линии с точки зрения поведения параметра порядка вдали от линии. Два контура Γ_1 и Γ_2 называются *гомотопными*, если их можно перевести друг в друга непрерывной деформацией. Классы всех гомотопных контуров для данного пространства \mathcal{M}_D образуют группу, которая называется *фундаментальной гомотопической группой* этого пространства и обозна-

чается $\pi_1(\mathcal{M}_D)$. Произведению Γ_2 и Γ_1 соответствует такой контур $\Gamma_2 \cdot \Gamma_1$, который получается при обходе сначала Γ_1 , а потом Γ_2 . Контур, который можно непрерывно деформировать в бесконечно малый (как говорят, стянуть в точку) соответствует единичному элементу группы. Элементу $\pi_1(\mathcal{M}_D)$, обратному Γ , отвечает контур Γ^{-1} с противоположным направлением обхода.

Итак, с точки зрения поведения на бесконечности особые линии параметра порядка классифицируются элементами группы фундаментальной гомотопической группы пространства вырождения \mathcal{M}_D системы, $\pi_1(\mathcal{M}_D)$, которые принято называть *топологическими зарядами*. Устранимым особенностям соответствует единичный элемент группы. При слиянии особых линий выполняется своеобразный закон сохранения топологического заряда. Линии, которым отвечают контуры Γ и Γ^{-1} , сливаясь, дают устранимую особенность. Слияние особых линий с зарядами Γ_1 и Γ_2 дает линию с зарядом, который равен произведению элементов $\Gamma_1 \cdot \Gamma_2$. Заметим, что фундаментальная гомотопическая группа может быть неабелевой, но мы такие примеры не рассматриваем.

Важно отметить, что классификация особых линий по элементам группы $\pi_1(\mathcal{M}_D)$ может быть неполной; эквивалентные в смысле $\pi_1(\mathcal{M}_D)$ особые линии *не всегда* могут быть переведены друг в друга непрерывной деформацией поля вектора $\mathbf{I}^2 = 1$. Для полного описания особых линий в магнетиках надо учитывать и другие топологические заряды. Обсудим этот вопрос ниже, а сейчас перейдем к классификации вихрей или дисклинаций по топологическим зарядам группы $\pi_1(\mathcal{M}_D)$.

При описании спиновых дисклинаций в АФМ обычно подчеркивается их сходство с дисклинациями в нематиках. Это сходство, безусловно, продуктивно для топологической классификации дисклинаций. Однако имеются и существенные различия в свойствах дисклинаций для этих упорядоченных сред. Дело в том, что для того же самого образца нематика индекс Франка m в распределении (81) принимает любые, четные и нечетные, целые значения, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $m = 0$ соответствует однородному распределению. Для АФМ четность индекса Франка m целиком определяется атомной структурой образца, которую в процессе любого изменения спиновой структуры следует считать неизменной. Для АФМ с дислокацией допустимы только нечетные значения m в формуле (81), в то время как для АФМ с идеальной топологией атомных плоскостей возможно или однородное распределение с $m = 0$, или вихри с четными $m = 2q$.

В чисто изотропном магнетике или нематике состояние вырождено относительно изменения еди-

нического вектора на сфере $\mathbb{S}^2\{\mathbf{l}^2 = 1\}$. Любой геометрически замкнутый контур на сфере можно стянуть в точку, и фундаментальная гомотопическая группа сферы $\pi_1(\mathbb{S}^2)$ состоит из одного (единичного) элемента. Поэтому топологически нетривиальных особых линий для параметра порядка типа спина σ в изотропном ферромагнетике нет.

Однако для описания нематика важно, что состояния с \mathbf{n} и $-\mathbf{n}$ неотличимы физически, \mathbf{n} — не физический единичный вектор типа спина σ , а вектор-директор с неопределенным знаком, что и подчеркнуто в его названии. Поэтому для нематика пространство вырождения дополнительно факторизовано по знаку \mathbf{n} , что записывается так: $\circ\mathcal{M}_D = \mathbb{S}^2/\mathbb{Z}_2$. Здесь \mathbb{Z}_2 — группа из двух элементов, 0 и 1, $1 \oplus 1 = 0$. Это условие означает, что любой контур на сфере, соединяющий точки \mathbf{n} и $-\mathbf{n}$, можно считать замкнутым физически. Все такие контуры можно перевести друг в друга, но нельзя стянуть в точку, они отвечают нетривиальному элементу группы π_1 , в то время как все геометрически замкнутые контуры — единичному элементу этой группы. Следовательно, гомотопическая группа $\pi_1(\mathbb{S}^2/\mathbb{Z}_2)$ состоит из двух элементов и эквивалентна описанной выше группе \mathbb{Z}_2 . Для изотропного нематика все дисклинации с нечетными индексами Франка m могут быть трансформированы в наиболее энергетически выгодные с $m = \pm 1$, причем последние топологически эквивалентны, а все дисклинации с четными индексами Франка топологически устранимы. В изотропном нематике дисклинации с $m = 2k$ могут быть переведены в основное состояние (формально, состояние с $m = 0$) непланарной деформацией, которая образно называется «вытеканием в третье измерение» [156].

Состояние планарного нематика, в котором \mathbf{n} лежит в плоскости образца, вырождено относительно изменения \mathbf{n} вдоль окружности, или одномерной сферы $\mathbb{S}^1\{l_x^2 + l_y^2 = 1, l_z = 0\}$, с учетом факторизации пространство вырождения $\circ\mathcal{M}_D = \mathbb{S}^1/\mathbb{Z}_2$. В этом случае все разные значения m соответствуют топологически различным состояниям дисклинации нематика, m играет роль π_1 -топологического заряда, принадлежащего группе целых чисел по отношению к сложению \mathbb{Z} .

Теперь понятно, что будет в случае АФМ. Для АФМ с дислокацией допустимы только такие особые линии, при обходе вокруг которых вектор \mathbf{l} меняет знак. Значит, в этом случае есть только дисклинации с нечетными значениями m . Минимуму энергии изотропного АФМ отвечают две дисклинации с $m = +1$ и $m = -1$, изображенные на рис. 11,а. Они могут быть переведены друг в друга поворотом в спиновом пространстве вокруг оси x , что отвечает

выходу \mathbf{l} из плоскости и является типичным «вытеканием в третье измерение». Таким образом, для изотропного АФМ с дислокацией имеется неоднородное основное состояние, которое нельзя охарактеризовать каким-либо дискретным вырождением. Для изотропного АФМ без дислокации допустимы только четные m , и основному состоянию отвечает однородное распределение \mathbf{l} с $m = 0$.

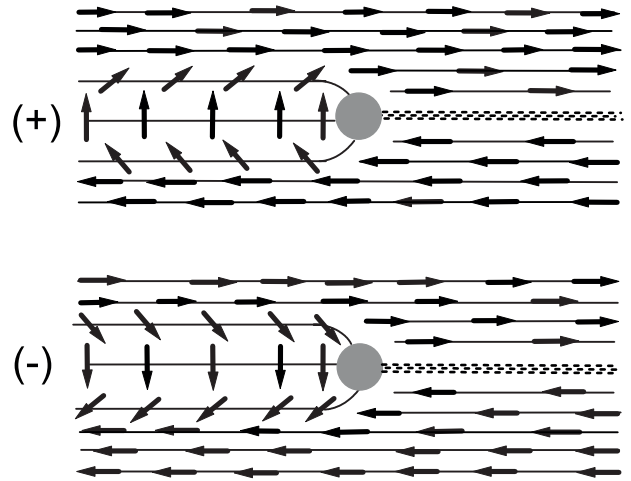
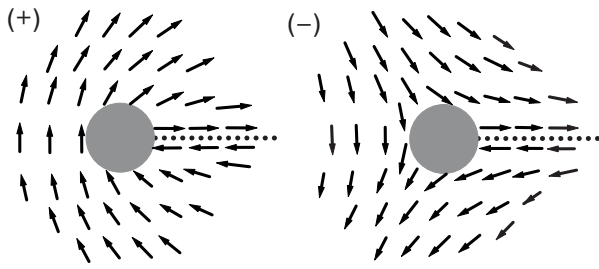
Для легкоплоскостного АФМ с изотропной легкой плоскостью (x, y) при наличии дислокации минимуму энергии тоже соответствуют две дисклинации с $m = \pm 1$, которые, в отличие от изотропного случая, топологически различны. В этом случае основное состояние двукратно вырождено и возможны эффекты макроскопического квантового туннелирования (см. ниже). В легкоплоскостном АФМ без дислокации допустимы только распределения вида (81) с четным значением индекса Франка $m = 2q$, которые отвечают антиферромагнитному вихрю. Целое число $q = m/2$, $q = \pm 1, \pm 2, \dots$ называют *завихренностью*. Иными словами, завихренность — это π_1 -топологический заряд вихря, который принадлежит группе целых чисел \mathbb{Z} . Для него можно записать выражение через интеграл по замкнутому контуру γ :

$$q = \frac{1}{2\pi} \oint_{\gamma} (\mathbf{e}_z [\mathbf{l}, \nabla_{\alpha} \mathbf{l}]) dx_{\alpha} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial \chi} d\chi. \quad (82)$$

Вдали от вихря $\theta = \pi/2$, но в центре вихря, в отличие от дисклинации, сингулярности нет. Это возможно, когда \mathbf{l} коллинеарно орту вдоль трудной оси \mathbf{e}_z , т.е. $\theta = 0, \pi$. Таким образом, при данной завихренности q мы имеем два различных состояния вихря, структуры которых описываются решениями

$$\varphi = q\chi + \varphi_0, \quad \theta = \theta_0^{(\pm)}(r), \quad \cos \theta_0^{\pm}(0) = p = \pm 1. \quad (83)$$

Функции $\theta^{(\pm)}(r)$ отличаются от $\pi/2$ в области кора вихря диаметром r_0 , для слабоанизотропных АФМ значение $r_0 = a(J/K_u)^{1/2} \gg a$. Два распределения \mathbf{l} с одинаковыми значениями π_1 -топологического заряда q могут различаться значениями другого топологического инварианта, так называемого π_2 -топологического заряда, который отвечает отображениям не контуров, а двумерных многообразий. В случае 2D магнетика речь идет об отображении плоскости (x, y) на сферу $\mathbb{S}^2\{\mathbf{l}^2 = 1\}$. Этот заряд определяется введенным выше (42) интегральным топологическим инвариантом Q с заменой $t \rightarrow y$. Для вихря значение Q полуцелое, $Q = -qp/2$, где $p = \pm 1$ определяет знак l_z в коре вихря (83). Состояния вихря с $Q = \pm 1/2$ различаются топологически и не могут быть переведены друг в друга непрерывной деформацией. Следовательно,



a — Обменное приближение, малые расстояния; линия из точек показывает линию формального разрыва вектора \mathbf{l} , затенена центральная часть размером порядка атомных, где нельзя однозначно ввести вектор \mathbf{l} .

b — Влияние анизотропии на расстояниях, больших ширины стенки; затенена центральная часть, примерно отвечающая «обменной» области, где распределение \mathbf{l} определяется рисунком *a*.

Рис. 11. Распределение вектора \mathbf{l} в АФМ дисклинации, связанной с атомной дислокацией, и порожденная дисклинацией доменная стенка; дисклинации со значениями индекса Франка $m = 1$ и -1 и связанные с ними стенки с разными киральностями отмечены на рис. 11, *a* и *b* индексами (+) и (-) соответственно.

вихрь характеризуется двумя топологическими зарядами: π_1 -зарядом, завихренностью q , и π_2 -зарядом, поляризацией $p = \pm 1$. Это проявляется при анализе слияния двух вихрей с завихренностями с q и $-q$: для различных поляризаций вихрей получается локализованный (тривиальный с точки зрения π_1) солитон с целым значением π_2 -топологического заряда $Q = \pm q$, а при одинаковых знаках p — топологически тривиальное состояние.

Исследуем трансформацию структуры вихрей и дисклинаций при наличии слабой анизотропии в легкой плоскости (x, y) . Рассмотрим ромбический АФМ с энергией анизотропии вида (39), считая, что $K_u < 0$ и $K_p > 0$, т.е. z — трудная ось, а x — легчайшая ось в легкой плоскости. При учете анизотропии в базисной плоскости распределение вектора \mathbf{l} уже не будет иметь простой вид (81) или (83). Для областей, находящихся достаточно далеко от кора дисклинации, формируется доменная стенка (ДС), см. рис. 11, *b*. Статической одномерной ДС соответствует решение $\mathbf{l} = \mathbf{l}_0(x)$ с разворотом вектора \mathbf{l} в легкой плоскости (x, y) :

$$l_x = \zeta_0 \operatorname{th}(x/x_0), \quad l_y = \frac{\zeta}{\operatorname{ch}(x/x_0)}, \quad l_z = 0, \quad (84)$$

где $x_0 \simeq (J/K_p)^{1/2} a \gg a$ — толщина ДС, числа $\zeta_0, \zeta = \pm 1$. Величина ζ_0 определяет значения l_x в двух точках, далеких от центра ДС. Эти две точки можно назвать нуль-мерной сферой, в силу чего величина ζ_0 имеет смысл π_0 -топологического за-

ряда ДС. Изменение ζ_0 связано с преодолением потенциального барьера, пропорционального размеру системы (формально, бесконечного барьера) и не может происходить туннельно. Второй топологический заряд типа π_1 обусловлен отображением линии, перпендикулярной ДС, на окружность $\{l_x^2 + l_y^2 = 1, l_z = 0\}$. Этот заряд q определяется интегралом (82), с заменой $\oint_{\gamma} dx_\alpha$ на $\int_{-\infty}^{\infty} dx$, для ДС он

равен $q = -\zeta_0 \zeta / 2$. Следовательно, киральность ДС $\zeta = \pm 1$, которая при заданном ζ_0 определяет направление разворота \mathbf{l} при движении вдоль цепочки, есть π_1 -топологический заряд ДС. С разных сторон от вихря с $q = \pm 1$ возникают две такие стенки с разными знаками киральности. Подобные ДС с вихрем наблюдаются в тонких пленках ферромагнетиков и называются стенками с вертикальной блоховской линией [6, 182].

Эффекты туннелирования предполагают наличие нескольких различных, но энергетически эквивалентных состояний системы, которые разделены конечным потенциальным барьером. Для топологических неоднородностей возникает вопрос о туннельном изменении знаков топологических зарядов. Изменение «основного» заряда типа завихренности q для вихря в бесконечной системе связано с преодолением бесконечного барьера. В этом случае возможны эффекты туннельного изменения «дополнительных» топологических зарядов, киральности

для ДС или поляризации для вихря. В малых частицах может туннелировать и «основной» заряд типа индекса Франка для дисклинации. Проблемы туннельного изменения киральности ДС и туннелирования топологического заряда дисклинации в легкоплоскостном АФМ весьма похожи и их удобно рассмотреть совместно.

Начнем с анализа туннелирования киральности для ДС вида (84) в квазиодномерных АФМ типа спиновой цепочки или системы таких связанных цепочек, образующих мезоскопическую проволоку или ленту [124]. Для описания туннельной динамики используем лагранжиан (40) для неоднородного распределения вектора \mathbf{l} (точнее, его евклидова версию для $\mathbf{l} = \mathbf{l}(x, \tau)$) с учетом топологического члена (42) и анизотропии (39). Состояние стенки (84) вырождено по значению киральности ДС и возможен туннельный переход между двумя состояниями ДС с $\zeta = \pm 1$. Для его описания надо построить двумерное инстантонное решение уравнений для $\mathbf{l} = \mathbf{l}(x, \tau)$. Это решение должно давать $\mathbf{l} \rightarrow \pm \mathbf{e}_x$ при $x \rightarrow \pm \infty$ и переходить в две ДС с различными киральностями при $\tau \rightarrow \pm \infty$. Эти условия приводят к тому, что при движении вдоль границы достаточно большого участка евклидовой плоскости (x, τ) (см. рис. 12), вектор \mathbf{l} поворачивается на угол $2\pi q = \pm 2\pi$ в более легкой плоскости АФМ (x, y) . В этом случае для непрерывности решения необходимо, чтобы вектор \mathbf{l} в некоторой точке был перпендикулярен легкой плоскости. Эту точку естественно назвать центром инстантона и поместить в начало координат евклидовой плоскости $x = 0, \tau = 0$, в ней $l_z(0,0) = \pm 1$. Таким образом, инстантонная конфигурация имеет свойства внеплоскостного магнитного вихря, для которого завихренность $q = 1$, а поляризация $p = \pm 1$ (см. рис. 12). Итак, для туннелирования киральности ДС есть два эквивалентных инстантонных пути, которые имеют различные знаки поляризации $l_z(0,0) \equiv \cos \theta(0,0) = p = \pm 1$.

Инстантону соответствует сепаратрисное решение уравнения в частных производных с конечным значением евклидова действия (43). Даже одномерные инстантонные решения удается построить далеко не всегда (см. разд. 6), а здесь задача выглядит совсем безнадежной. Однако достаточно полный анализ проблемы можно провести на основе формального сходства между интересующим нас двумерным инстантоном с $\mathbf{l} = \mathbf{l}(x, \tau)$ и солитоном типа вихря, точнее, его анизотропным аналогом — вертикальной блоховской линией в двумерной ДС, для которой $\mathbf{l} = \mathbf{l}(x, y)$ [6,182]. Часто сходство инстантонов и статических неоднородностей весьма конструктивно и позволяет предсказать характер поведения \mathbf{l} в неоднородных инстантонах и оценить амплитуду туннелирования.

Примером служит простой случай неоднородных инстантонов в АФМ с $\mathbf{H}^{\text{eff}} = 0$. В этом случае вектор \mathbf{l} в решении будет вещественным. Для $D + 1$ -мерного инстантона, описывающего туннелирование для D -мерного неоднородного распределения $\mathbf{l}(\mathbf{x})$, поиск вещественной части евклидова действия $\text{Re } \mathcal{A}_{\text{Eu}} = \hbar \mathcal{W}[\mathbf{l}]$ сводится к минимизации вещественного безразмерного функционала $\mathcal{W}[\mathbf{l}]$:

$$\mathcal{W}[\mathbf{l}] = \int \frac{dx^{D+1}}{a^D \hbar} \left[\frac{1}{2} J a^2 s^2 (\nabla \mathbf{l})^2 + W(\mathbf{l}) \right], \quad (85)$$

где $dx^{D+1} = dx^D d\tau$, ∇ обозначает оператор градиента в $D + 1$ -мерном евклидовом пространстве (\mathbf{x}, x_0) , $x_0 = c\tau$, функция $\mathcal{W}[\mathbf{l}]$ определяется тем же выражением, что и обычная статическая энергия для магнетика (37) в расчете на один спин. Мнимая часть евклидова действия для вещественного \mathbf{l} может быть связана только с топологическим членом и проявляется только при $D = 1$.

Важно отметить, что в случае ФМ такие закономерности не проявляются, инстантонные решения *никогда* не являются вещественными и анализ неоднородных инстантонов в ФМ значительно более сложный. Проблема туннелирования киральности ДС в ФМ обсуждалась многими авторами [63,183–187]. Ее отличие от АФМ состоит не только в том, что соответствующее инстантонное решение $\sigma = \sigma(x, \tau)$ комплексное. Важно также, что кираль-

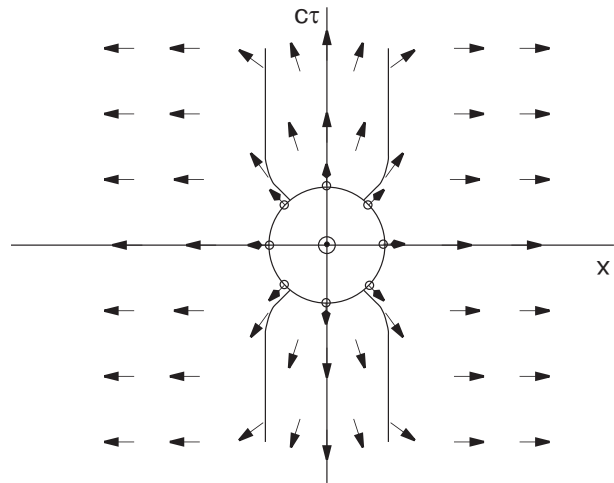


Рис. 12. Структура инстантона, описывающего туннельный переход между состояниями доменной стенки с противоположными киральностями (сверху и снизу рисунка). Жирные стрелки означают проекции вектора \mathbf{l} на легкую плоскость; силовыми линиями обозначены кривые, на которых \mathbf{l} образует угол 45° с трудной осью (она перпендикулярна плоскости рисунка). Эти линии показывают границы ДС, а также расположенную в центре вихря область кора, характерную для внеплоскостного магнитного вихря. Изображен вихрь с поляризацией $p = 1$, т.е. направлением $\mathbf{l}(0,0)$ «вверх».

ность ДС в ФМ напрямую связана с импульсом ДС. Например, неподвижные ДС с разными значениями киральности имеют разные значения импульса (см. обсуждение этого необычного свойства в работе [69]). Поэтому для свободной (без учета пиннинга) ДС в ФМ, импульс которой сохраняется, туннелирование киральности вообще невозможно [186].

Вернемся к интересующему нас случаю АФМ. Построение двумерного вихревого инстантонного решения, описывающего туннелирование киральности в ДС, может быть выполнено минимизацией функционала (85), который при замене $x \rightarrow x$, $st \rightarrow y$ формально соответствует хорошо изученной энергии вертикальной блоховской линии в двумерной ДС на плоскости (x, y) для ФМ с ромбической анизотропией [6, 182]. Величина инстантонного действия может быть легко найдена по аналогии с энергией этого состояния. В предельных случаях слабой и сильной анизотропии в плоскости базиса $\mathcal{W}[\mathbf{I}]$ оценка на инстантонном решении $\mathcal{W}[\mathbf{I}_0] \equiv \mathcal{W}_0$ дается формулой [124, 188]

$$\mathcal{W}_0 = s \cdot \begin{cases} 2\pi \ln(2,2\sqrt{\rho}), & \rho \gg 1, \\ 8\rho^{1/2}, & \rho \ll 1, \end{cases} \quad (86)$$

где введен параметр ромбичности $\rho = K_p/K_u$. Предельный случай малой ромбичности $\rho \ll 1$ можно исследовать в приближении эффективного одномерного инстантона [188]. Подчеркнем, что, хотя в процессе туннелирования участвует макроскопически большое число спинов, $N_0 = x_0/a \gg 1$, это число не входит в туннельную экспоненту. В случае $\rho \ll 1$ величина туннельной экспоненты для одной спиновой цепочки $s \sim 1$ мала и динамика внутренней степени свободы ДС не квазиклассическая, а существенно квантовая [123, 189]. О макроскопическом туннелировании, что требует выполнения условия $\mathcal{W}_0 \geq 1$, при $\rho \ll 1$ можно говорить только для мезоскопического образца, содержащего большое число цепочек. В случае сильной ромбической анизотропии туннелирование киральности квазиклассическое и для ДС в квазиодномерных АФМ [124].

Для двумерного инстантона вихревого типа присутствует и мнимая часть евклидова действия, которая определяется топологическим слагаемым (42) в евклидовом действии. Для двух инстантонных путей $\text{Im } \mathcal{A}_{Eu} = 2\pi s Q = \pi q p$, что при $p = \pm 1$ дает $\text{Im } \mathcal{A}_{Eu} = \pm \pi s$. При полуцелом спине атома цепочки интерференция этих двух инстантонных путей приводит к подавлению туннелирования. Это можно объяснить тем фактом, что ДС в антиферромагнитной спиновой цепочке имеет спин, равный значению атомного спина s [123, 189, 190]. Для образца, который состоит из нескольких связанных цепочек с по-

луцелым спином, запрет имеет место для нечетного числа таких цепочек n .

Поведение мнимой части инстантонного действия и общая картина туннелирования в АФМ принципиально изменяются при наличии даже слабого внешнего магнитного поля \mathbf{H} . Магнитное поле дает дополнительный вклад в мнимую часть евклидова действия, и величина туннельного расщепления есть осциллирующая функция магнитного поля [124].

Рассмотрим туннельное изменение индекса Франка для дисклинации в малой частице $2D$ АФМ с радиусом R (островке квазимоноатомной пленки) [30, 191]. Будем считать для простоты, что $\rho = K_p/K_u \sim 1$ и $x_0 \sim r_0$. Для малой частицы $R \ll x_0$ ДС не формируется и имеется плавное распределение спинов типа $\phi = \pm \chi/2$. В этом случае также есть два инстантонных пути, их структура представлена на рис. 13. Оценка экспоненциального фактора дает

$$W_0^{(\text{part})} = \pi s (R^2/a x_0). \quad (87)$$

Эта величина много меньше, чем полное число спинов в частице $N^{(\text{part})} = \pi(R/a)^2$. Для дисклинации в частице размером R фактор $W_0^{(\text{part})}$ растет с увеличением R до значения $R \sim x_0 \sim r_0$, при котором формируется ДС. При $R \gg x_0$ происходит туннелирование уже внутри ДС, и фактор в экспоненте $\mathcal{W}^{(DW)} = (R/a)W_0$, где W_0 определяется формулой (86), линейно зависит от длины ДС R . Для двух различных путей мнимая часть евклидова действия определяется топологическим членом (42), она равна $\pm \pi s N^{(\text{chain})}$, где $N^{(\text{chain})}$ — число атомных цепочек, охватывающих центр дисклинации. Для образцов АФМ с полуцелым спином s и нечетным числом цепочек в отсутствие магнитного поля

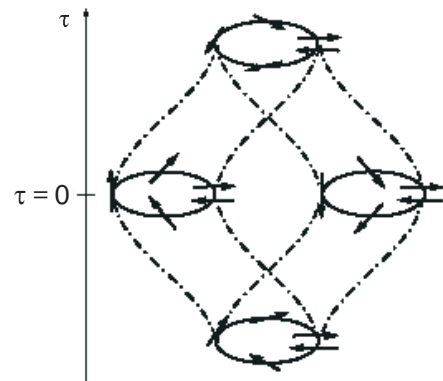


Рис. 13. Структура двух инстантонных путей, определяющих туннельный переход между состояниями дисклинации с противоположными значениями индекса Франка. Эти два пути имеют противоположные знаки топологического инварианта Q и мнимой части евклидова действия.

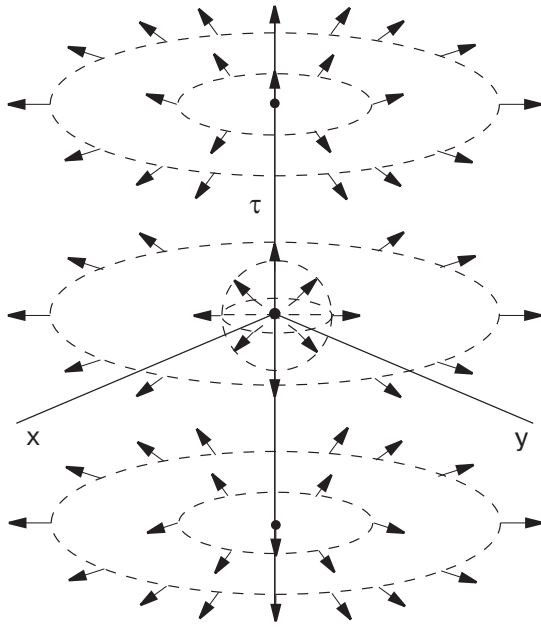


Рис. 14. Структура инстантона, определяющего туннельный переход между состояниями магнитного вихря с противоположными поляризациями. Сфера около начала координат, на которой изображена сингулярная структура типа «ежа», показывает область, где неприменимо описание АФМ в терминах единичного вектора \mathbf{l} .

туннелирование подавляется. Этот результат можно объяснить исходя из теоремы Крамерса, заметив, что полное число спинов в образце с нечетным числом цепочек и нечетным числом атомов в цепочке обязательно нечетное.

Для вихрей в двумерных АФМ возникает вопрос о туннельном изменении π_2 -топологического заряда вихря, поляризации p [192]. В области кора вихря диаметром $r_0 \gg a$ (a — межатомное расстояние) находится большое число (порядка $(r_0/a)^2 \sim J/K_u$) спинов, направление которых изменяется при квантовом переходе между состояниями вихря с $p = +1$ и -1 . Соответствующее трехмерное инстантонное решение $\mathbf{l} = \mathbf{l}(x, y, \tau)$ вещественное; в нем неизбежно присутствует сингулярная точка типа ежа в центре инстантона (см. рис. 14). Анализ поведения АФМ вблизи этой сингулярности должен проводиться с выходом за рамки стандартной σ -модели. Он может быть проведен качественно, так же как и для блоховской точки в ФМ [182]. Оценки показывают, что основной вклад в евклидово действие дается не сингулярностью, а периферийной областью порядка размера кора вихря r_0 . Величина фактора в туннельной экспоненте получается в виде $\mathcal{W}_0^{(\text{vort})} \sim (r_0/a)$ [192]. Как и для туннелирования в ДГ, эта величина меньше, чем число спинов, участвующих в процессе, $N^{(\text{vort})} \sim s(r_0/a)^2 \sim J/K_u$, однако она все же содержит большой множитель

$r_0/a \sim (J/K_u)^{1/2}$. Поэтому процессы туннелирования поляризации вихря возможны в квазидвумерных АФМ с достаточно большой анизотропией. Важно подчеркнуть, что структура вихря и, следовательно, величина $\mathcal{W}_0^{(\text{vort})}$ определяются только параметрами АФМ, и для ансамбля вихрей (как и для высокоспиновых молекул) отсутствует разброс параметров, характеризующих туннелирование.

8. Заключение

Когда работа закончена, лучше видно, какие вопросы в силу как объективных, так и субъективных обстоятельств обсуждены недостаточно подробно или вообще выпали из рамок обзора.

Здесь уместно перечислить вопросы, которые не вошли в данную работу, но краткое обсуждение которых позволит лучше очертить круг проблем, изложенных в данном обзоре. В обзоре рассматривались как чисто классические аспекты физики АФМ, так и проблемы квантового туннелирования для малых частиц или кластеров АФМ. В последнем случае оказалось, что эффекты квантового туннелирования, по сути, разрушают исходные посыпки «классической» части обзора. Действительно, классическое описание базируется на нееевской картине АФМ, включающей представления о магнитных подрешетках и, следовательно, существовании вектора антиферромагнетизма \mathbf{l} . С другой стороны, туннелирование в АФМ — это не что иное как туннельное изменение знака \mathbf{l} , т.е. разрушение нееевского порядка. Для малых частиц АФМ интенсивность этих эффектов пропорциональна числу спинов в системе, эффекты туннелирования возможны только для предельно малых образцов.

Один из важнейших результатов в физике АФМ 20-го столетия — установление того факта, что немалые квантовые флуктуации могут разрушать нееевский порядок и в бесконечных системах, в частности квазиодномерных АФМ. Примером могут служить как спиновые цепочки, так и спиновые лестницы с двумя или большим числом «ног». Эту яркую и значительную область физики АФМ часто называют «квантовым магнетизмом». Автор заведомо не планировал сколько-нибудь подробное ее обсуждение в данной работе. Однако представляется полезным хотя бы очертить круг вопросов и дать ссылки на основные публикации. Кроме того, в данном обзоре использовались модели типа спиновых лестниц, поэтому необходимо хотя бы кратко обсудить, в какой мере классический подход применим для описания этих материалов, повсеместно ассоциируемых с квантовой теорией АФМ.

Эффекты не малых квантовых флуктуаций, заключающиеся в разрушении нееевского порядка, были

впервые обнаружены при анализе точного решения квантовой задачи о состояниях изотропной спиновой цепочки со спином $S = 1/2$, построенном Бете в 1931 году [193] и затем обобщенном Бакстером для цепочки с тем же спином $S = 1/2$, но с анизотропным взаимодействием ближайших соседей [194]. Для цепочек с $S = 1/2$ даже при нулевой температуре неелевский порядок отсутствует, корреляторы $\mathcal{F}(x) \equiv \langle \mathbf{I}(0) \mathbf{I}(x) \rangle$ убывают с ростом расстояния между спинами x степенным образом. Такое состояние принято называть критическим, или состоянием с квазидальним порядком. (Его нельзя назвать чисто разупорядоченным, так как для последнего поведение корреляторов экспоненциальное, $\mathcal{F}(x) \propto \exp(-x/\lambda)$, где λ — длина корреляции.) Квазидальный порядок характерен также и для фазы Березинского, существующей в двумерных легкоплоскостных магнетиках при ненулевой температуре $T < T_{BKT}$, где T_{BKT} — температура перехода Березинского — Костерлица — Таулесса [195,196]. Метод Бете не допускает обобщения на системы большего спина, и длительное время было не ясно, насколько этот результат применим для АФМ с $S = 1/2$. На первый взгляд может показаться, что для больших спинов или систем типа спиновых лестниц квантовые эффекты должны быть слабее, но реальность оказалась гораздо более интересной. Холдейн показал, что для $S = 1$ и всех целых спинов дальний порядок полностью разрушен, корреляторы убывают экспоненциально и спектр возбуждений содержит конечную щель (так называемую холдейновскую щель $\Delta \sim \hbar c/\lambda$) [114,115]. Звягин получил подобный результат для точно решаемой модели связанных спиновых цепочек (спиновой лестницы, по современной терминологии) со спином $S = 1/2$ — дальний порядок разрушен для четного числа цепочек [197]. При этом в случае полуцелого спина для цепочки или нечетного числа связанных цепочек со спином $S = 1/2$ имеется квазидальный порядок с бесщелевым законом дисперсии. Эти результаты для спиновых лестниц были подтверждены другими методами [102,199–201], в том числе прямым численным моделированием [198]. Для данного обзора важно, что такие результаты могут быть получены на основе σ -модели как для спиновой цепочки [113,202,203], так и для спиновой лестницы [200,201]. По существу, схема анализа здесь такая же, как принята для описания квантового туннелирования в частицах АФМ (см. разд. 6). Неелевское состояние и σ -модель для 1D АФМ рассматриваются в качестве отправных точек анализа, а затем исследуются квантовые флуктуации в этом состоянии. Последовательный учет флуктуаций, в том числе немалых, «подправляет» тот факт, что когерентные состояния не являются точными квантовыми состояниями гамильтониана АФМ. Разрушение дальнего порядка в этом подходе может быть описано на

основе инстантонного формализма. Соответствующие инстантоны определяются двумерными решениями такого типа, как обсуждалось в разд. 7 для задач неоднородного туннелирования. Замечательным свойством этих эффектов является то, что различие целых и полуцелых спинов входит в задачу через явление интерференции инстантонных путей, при том что мнимая часть евклидова действия определяется топологическим членом (42) (см. детальное обзор Аффлека [116]).

Это краткое обсуждение показывает, что возможность использования классической σ -модели не только не противоречит наличию немалых квантовых флуктуаций, но и является наиболее универсальным и удобным аппаратом их исследования. Простые интуитивные соображения о возможных инстантонных путях и оценки евклидова действия для них непосредственно дают возможность понять роль квантового разрушения неелевского дальнего порядка. В частности, достаточно сложно представить себе трехмерные $\mathbf{I} = \mathbf{I}(x, y, \tau)$ инстантоны такого типа и реализацию подобных эффектов в 2D случае. Инстантонный подход позволяет также сделать вывод об экспоненциальном подавлении эффектов туннелирования при немалых спинах, холдейновская щель $\Delta \propto \exp(-2\pi S)$. В недавних численных экспериментах было установлено, что даже для спина $S = 2$, следующего за минимальным холдейновским $S = 1$, неупорядоченная фаза с конечной щелью существует лишь при весьма малой анизотропии и подавляется слабым магнитным полем [204]. Поэтому можно ожидать, что применение классической версии σ -модели для двумерных магнетиков типа халидов марганца ($S = 5/2$) или даже спиновых лестниц с ионами такого типа в разд. 4 спин-флоп перехода вполне адекватно.

Спиновый порядок в материалах с антиферромагнитными взаимодействиями не ограничивается простейшей неелевской структурой. Автору остается только сожалеть о невозможности обсудить немагнитические фазы негейзенберговских магнетиков, фрустрированные АФМ или АФМ с неколлинеарным спиновым порядком, тем более что подобные спиновые структуры известны не только для кристаллических АФМ, но и для уникальных магнитных молекул $\{\text{Mo}_{70}\text{Fe}_{30}\}$ [57]. Однако автор надеется, что представленное здесь обсуждение с единых позиций широкого класса проблем, статических и динамических, классических и квантовых, для простейших двухподрешеточных АФМ также может быть полезно читателям.

Без совместной работы с многими моими коллегами и обсуждений с ними представленных здесь вопросов настоящий обзор никогда не был бы напи-

- сан. В заключение мне приятно выразить свою глубокую благодарность В.Г. Барьяхтару, К.Е. Заспелю, В.Е. Кирееву, А.С. Ковалеву, А.К. Колежуку, А.М. Косевичу и Н.Е. Кулагину за плодотворное сотрудничество и полезные обсуждения. Я признателен также Е.Г. Галкиной за долгое сотрудничество и неоценимую помощь в работе над этим обзором.
1. W. Wernsdorfer, *Adv. Chem. Phys.* **118**, 99 (2001).
 2. R. Skomski, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, R841 (2003).
 3. А.С. Боровик-Романов, *Антиферромагнетизм*, Итоги науки, Изд-во АН СССР (1962).
 4. Е.А. Туров, *Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов*, Изд-во АН СССР, Москва (1963).
 5. К.П. Белов, А.К. Звездин, А.М. Кадомцева, Р.З. Левитин, *Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках*, Наука, Москва (1979).
 6. V.G. Bar'yakhtar, M.V. Chetkin, B.A. Ivanov, and S.N. Gadetskii, *Dynamics of Topological Magnetic Solitons. Experiment and Theory*, Springer Tract in Modern Physics, v. 139, Springer-Verlag, Berlin (1994).
 7. А.Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1973); А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков, *Магнитные колебания и волны*, Наука, Москва (1994).
 8. В.В. Еременко, Н.Ф. Харченко, Ю.Г. Литвиненко, В.М. Науменко, *Магнитооптика и спектроскопия антиферромагнетиков*, Наукова думка, Киев (1989).
 9. Е.А. Туров, А.В. Колчанов, В.В. Меньшенин, И.Ф. Мирсаев, В.В. Николаев, *Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков*, Физматлит, Москва (2001).
 10. С.В. Вонсовский, *Магнетизм*, Наука, Москва (1971).
 11. *Magnetism*, G. Rado and H. Suhl (eds.), in four volumes, Academic Press, New York (1963).
 12. V.G. Bar'yakhtar and B.A. Ivanov, *Intermediate State and the Dynamic and Static Properties of Domain Walls in Two-Sublattice Magnets*, Vol. 6 of *Sov. Sci. Rev. Sec. A-Phys.*, I.M. Khalatnikov (ed.), Harwood, Amsterdam (1985), p. 404.
 13. Е.А. Туров, *Кинетические, оптические и акустические свойства антиферромагнетиков*, Изд-во УрО РАН, Свердловск (1990).
 14. Е.А. Туров, В.Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
 15. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, М.В. Четкин, *УФН* **146**, 417 (1985).
 16. V. Novosad, Y. Otani, A. Ohsawa, S.G. Kim, K. Fukamichi, J. Koike, K. Maruyama, O. Kitakami, and Y. Shimada, *J. Appl. Phys.* **87**, 6400 (2000).
 17. S.O. Demokritov, B. Hillebrands, and A.N. Slavin, *Phys. Rep.* **348**, 441 (2001).
 18. S.O. Demokritov, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, 2575 (2003).
 19. M.N. Baibich, J.M. Broto, A. Fert, F. Nguyen Van Dau, F. Petroff, P. Eitenne, G. Greuzet, A. Friederich, and J. Chazeles, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2472 (1988).
 20. R.P. Cowburn, D.K. Koltsov, A.O. Adeyeye, and M.E. Welland, *J. Appl. Phys.* **87**, 7082 (2000).
 21. R.P. Cowburn and M.E. Welland, *Science* **287**, 1466 (2000).
 22. S.O. Demokritov, *J. Phys.* **D31**, 925 (1998).
 23. K.Yu. Guslienko, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 394 (1999); K.Yu. Guslienko, S. Choe, and S. Shin, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 3609 (2000).
 24. R.W. Wang, D.L. Mills, E.E. Fullerton, J.E. Mattson, and S.D. Bader, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 920 (1994).
 25. R.W. Wang, D.L. Mills, E.E. Fullerton, S. Kumar, and M. Grimsditch, *Phys. Rev.* **B53**, 2627 (1996).
 26. S. Rakhmanova, D.L. Mills, and E.E. Fullerton, *Phys. Rev.* **B57**, 476 (1998).
 27. D.D. Awschalom, J.F. Smyth, G. Grinstein, D.P. DiVincenzo, and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3092 (1992).
 28. E.M. Chudnovsky and J. Tejada, *Macroscopic Quantum Tunneling of the Magnetic Moment*, Cambridge University Press (1998).
 29. *Quantum Tunneling of Magnetization*, L. Gunter and B. Barbara (eds.), vol. 301 of NATO ASI Series E, Kluwert, Dordrecht (1995).
 30. B.A. Ivanov and A.K. Kolezhuk, in *Frontiers in Magnetism of Reduced Dimension Systems*, V.G. Bar'yakhtar, P.E. Wigen, and N.A. Lesnik (eds.), vol. 49 of *NATO ASI Series 3. High Technology*, Kluwert, Dordrecht (1998).
 31. L.N. Leuenberger and D. Loss, *Nature* **410**, 789 (2001); W. Wernsdorfer, N. Aliaga-Alcalde, D.N. Hendrickson, and G. Christou, *Nature* **416**, 406 (2002).
 32. D. Loss, D.P. DiVincenzo, and G. Grinstein, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3232 (1992).
 33. J. von Delft and C.L. Henley, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3236 (1992).
 34. А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
 35. А.М. Косевич, В.А. Иванов, and А.С. Ковалев, *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
 36. H.J. Mikeska and M. Steiner, *Adv. Phys.* **40**, 191 (1991).
 37. V.G. Bar'yakhtar and B.A. Ivanov, *Solitons and Thermodynamics of Low-Dimensional Magnets in Soviet Scientific Reviews, Section A. Physics*, I.M. Khalatnikov (ed.), **16** (1992).
 38. Б.А. Иванов, А.К. Колежук, *ФНТ* **21**, 355 (1995).
 39. L. Néel, *Ann. Phys. (Paris)* **17**, 61 (1932).
 40. L. Néel, *Ann. Phys. (Paris)* **5**, 232 (1936).
 41. L.D. Landau, *Phys. Zs. Sowjetunion* **4**, 675 (1933).
 42. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Гостехиздат, Москва (1957).
 43. А.Ф. Андреев, В.И. Марченко, *УФН* **130**, 39 (1980).
 44. И.Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **32**, 1547 (1957).
 45. Т. Мориya, *Phys. Rev.* **120**, 91 (1960).
 46. Jurgen Schnack, *Quantum Theory of Molecular Magnetism*, in: *Quantum Magnetism, Lecture Notes in Physics* **645**, Springer-Verlag, Heidelberg (2004).

47. H. De Raedt, S. Miyashita, K. Michielsen, and M. Mashida, *Phys. Rev.* **B70**, 064401 (2004).
48. D. Gatteschi, A. Caneschi, L. Pardi, and R. Sessoli, *Science* **265**, 1054 (1994).
49. A. Cornia, A.G.M. Jansen, and M. Affronte, *Phys. Rev.* **B60**, 12177 (1999).
50. O. Waldmann, R. Koch, S. Schromm, P. Müller, I. Bernt, and R.W. Saalfrank, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 246401 (2002).
51. A. Chiolero and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 169 (1998).
52. F. Meier and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5373 (2001); *Phys. Rev.* **B64**, 224411 (2001).
53. G. Christou, D. Gatteschi, D.N. Hendrickson, and R. Sessoli, *MRS Bull.* **25**, 66 (2000).
54. W. Wernsdorfer, S. Bhaduri, C. Boskovic, G. Christou, and D.N. Hendrickson, *Phys. Rev.* **B65**, 180403 (2002).
55. R.S. Edwards, S. Hill, S. Bhaduri, N. Aliaga-Alcalde, E. Bolin, S. Maccagnano, G. Christou, and D.N. Hendrickson, *Polihedron* **22**, 1911 (2003).
56. D. Caneschi, L. Pardi, A.L. Barra, A. Müller, and J. Döring, *Nature* **354**, 463 (1991).
57. A. Müller, S. Sarkar, S.Q.N. Shah, H. Bögge, M. Schmidtman, Sh. Sarkar, P. Kógerler, V. Hauptfleisch, A.X. Trautwein, and V. Schünemann, *Angew. Chem. Int. Ed. Engl.* **38**, 3238 (1999).
58. J.M. Luttinger and L. Tisza, *Phys. Rev.* **70**, 954 (1946); P.I. Beloborodov, R.C. Gekht, and V.A. Ignatchenko, *Sov. Phys. JETP* **57**, 636 (1983); J.G. Brankov and D.M. Danchev, *Physica A144*, 128 (1987); S. Prakash and C.L. Henley, *Phys. Rev.* **B42**, 6574 (1990).
59. Т. Мория, *Спиновые флуктуации в магнетиках с коллективизированными электронами*, Мир, Москва (1988).
60. J.M. Radcliffe, *J. Phys.* **A4**, 313 (1971).
61. А.М. Переломов, *УФН* **123**, 23 (1977); A. Perelomov, *Generalized Coherent States and Their Applications*, Springer-Verlag, Berlin (1986).
62. H. Kuratsuji and T. Suzuki, *J. Math. Phys.* **21**, 472 (1980).
63. S. Takagi and G. Tataru, *Phys. Rev.* **B54**, 9920 (1996).
64. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика, Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1989).
65. R.J. Glauber, *Phys. Rev.* **130**, 2529; *ibid.* **131**, 2766 (1963).
66. А.М. Переломов, *Comm. Math. Phys.* **26**, 222 (1972).
67. E. Fradkin, *Field Theories of Condensed Matter Systems, in Frontiers in Physics*, **82**, Addison-Wesley (1991).
68. R. Rajaraman, *Solitons and Instantons: An Introduction to Solitons and Instantons in Quantum Field Theory*, North-Holland, Amsterdam (1982).
69. Е.Г. Галкина, Б.А. Иванов, *Письма в ЖЭТФ* **71**, 372 (2000).
70. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *К теории магнитной проницаемости ферромагнитных тел*, см. Л.Д. Ландау, Собр. тр., Наука, Москва (1969), Т. 1, с. 128.
71. А.И. Ахизер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
72. Э.Л. Нагаев, *Магнетики со сложными обменными взаимодействиями*, Наука, Москва (1988).
73. В.С. Островский, *ЖЭТФ* **91**, 1690 (1986).
74. В.М. Локтев, В.С. Островский, *ФНТ* **20**, 983 (1994).
75. В.А. Ivanov and A.K. Kolezhuk, *Phys. Rev.* **B68**, 052401 (2003).
76. Б.А. Иванов, А.Н. Кичижиев, Ю.Н. Мицай, *ЖЭТФ* **102**, 618 (1992).
77. Л.Н. Булаевский, В.Л. Гинзбург, *ЖЭТФ* **45**, 772 (1963).
78. M.R. Mathews, B.P. Anderson, P.C. Halljan et al., *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2498 (1999).
79. K.W. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 806 (2000).
80. Zhou Fei, *Quantum Spin Nematic States in Bose-Einstein Condensates, Electronic preprint ArXiv:cond-mat/0108473* (2002).
81. N.J. Poulis and G.E.G. Hardeman, *Physica (Utrecht)* **18**, 201 (1952); *ibid.* 315 (1952).
82. S. Foner, in *Magnetism*, G. Rado and H. Suhl (eds.), Academic, New York (1963), Vol. 1.
83. В.А. Попов, В.И. Скиданенко, *Физика конденсированного состояния*, Тр. ФТИНТ АН УССР, Харьков, вып. 7, 49 (1970); Г.К. Чепурных, *ФТТ* **3**, 1917 (1968).
84. В.А. Львов, Д.А. Яблонский, *ФНТ* **8**, 951 (1982).
85. Б.А. Иванов, В.Е. Киреев, *Письма ЖЭТФ* **69**, 369 (1999).
86. В.Г. Барьяхтар, А.Е. Боровик, В.А. Попов, *Письма ЖЭТФ* **9**, 634 (1969); В.Г. Барьяхтар, А.А. Галкин, С.М. Ковнер, В.А. Попов, *ЖЭТФ* **58**, 494 (1970); К.Л. Дудко, В.В. Еременко, В.И. Фридман, *ЖЭТФ* **61**, 1553 (1971); A. King and D. Paquette, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 662 (1972).
87. В.Г. Барьяхтар, А.Н. Богданов, Д.А. Яблонский, *УФН* **156**, 47 (1988).
88. D.L. Mills, *Phys. Rev. Lett.* **20**, 18 (1968).
89. F. Keffer and H. Chow, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 1061 (1973).
90. D.L. Mills and W. Saslow, *Phys. Rev.* **B171**, 488 (1968).
91. W.E. Tennant, R.B. Bailey, and P.L. Richards, in: *Proc. Conf. on Magnetism and Magnetic Materials, San Francisco, 1974*, C.D. Graham, G.H. Lander, and J.J. Rhyne (eds.), AIP Conf. Proc. Number 24 American Institute of Physics, New York (1975).
92. E.E. Fullerton, M.J. Conover, J.E. Matson, C.H. Sowers, and S.D. Bader, *Phys. Rev.* **B48**, 15755 (1993).
93. F.C. Nortemann, R.L. Stamps, A.S. Carrico, and R.E. Camley, *Phys. Rev.* **B46**, 10847 (1992).
94. L. Trallori, P. Politi, A. Rettoti, M.G. Pini, and J. Willain, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1925 (1994); *J. Phys.: Condens. Matter* **7**, L451 (1995).
95. C. Micheletti, R.B. Griffiths, and J.M. Yeomans, *J. Phys.* **A30**, L233 (1997).

96. N. Papanicolaou, *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, L131 (1998).
97. J. de Jongh and A.R. Miedema, *Adv. Phys.* **23**, 1 (1974).
98. K. Subbaraman, C.E. Zaspel, and J.E. Drumheller, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2201 (1998).
99. C.E. Zaspel and J.E. Drumheller, *Int. J. Modern Phys.* **10**, 3649 (1996).
100. B.A. Ivanov, C.E. Zaspel, and A.Yu. Merkulov, *J. Appl. Phys.* **89**, 7198 (2001).
101. B.A. Ivanov, C.E. Zaspel, and A.Yu. Merkulov, *Phys. Rev.* **B68**, 212403 (2003).
102. A.K. Kolezhuk and H.J. Mikeska, *Phys. Rev.* **B53**, R8848 (1996).
103. A.K. Kolezhuk and H.J. Mikeska, *Int. J. Modern Phys.* **B12**, 2325 (1998).
104. Y. Shapira and V. Bindilatti, *J. Appl. Phys.* **92**, 4155 (2002).
105. O. Waldmann, *Phys. Rev.* **B61**, 6138 (2000).
106. Б.А. Иванов, В.Е. Киреев, *Письма ЖЭТФ* **81**, 414 (2005).
107. М.И. Каганов, В.М. Цукерник, *ЖЭТФ* **34**, 106 (1958).
108. Е.А. Туров, Ю.П. Ирхин, *Изв. АН СССР, сер. физ.* **22**, 1168 (1958).
109. И.В. Барьяхтар, Б.А. Иванов, *ФНТ* **5**, 759 (1979).
110. Н.-J. Mikeska, *J. Physics* **C13**, 2913 (1980).
111. Б.А. Иванов, А.Л. Сукстанский, *ЖЭТФ* **84**, 370 (1983).
112. B.A. Ivanov and A.L. Sukstanskii, *Solid State Commun.* **50**, 523 (1984).
113. I. Affleck and I. Affleck, *Nucl. Phys.* **B257**, 397 (1985); *ibid.* **265**, 409 (1986); *Phys. Rev. Lett.* **57** 1048 (1986).
114. F.D.M. Haldane, *Phys. Lett.* **A93**, 464 (1983).
115. F.D.M. Haldane, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1153 (1983).
116. I. Affleck, *J. Phys.: Condens. Matter* **1**, 3047 (1989); I. Affleck, in: *Fields, Strings and Critical Phenomena*, E. Brézin and J. Zinn-Justin (eds.), North-Holland, Amsterdam (1990), p. 567.
117. B.A. Ivanov, in: *Path Integrals from peV to TeV: 50 Years after Feynman's Paper*, R. Casalbuoni, R. Giachetti, V. Tognetti, R. Vaia, and P. Verrucchi (eds.), World Scientific, Dordrecht (1999), p. 410.
118. Б.А. Иванов, В.Е. Киреев, *ЖЭТФ* **121**, 320 (2002).
119. Е.В. Гомонай, Б.А. Иванов, В.А. Львов, Г.К. Оксюк, *ЖЭТФ* **97**, 307 (1990).
120. A. Chiolerio and D. Loss, *Phys. Rev.* **B56**, 738 (1997).
121. B.A. Ivanov, A.K. Kolezhuk, and G.K. Oksyuk, *Europhys. Lett.* **14**, 151 (1991).
122. И.В. Барьяхтар, Б.А. Иванов, *ЖЭТФ* **85**, 328 (1983).
123. Б.А. Иванов, А.К. Колежук, *ФНТ* **21**, 986 (1995).
124. B.A. Ivanov, A.K. Kolezhuk, and V.E. Kireev, *Phys. Rev.* **B58**, 11514 (1998).
125. Е.М. Чудновский, *ЖЭТФ* **50**, 1035 (1979).
126. E.M. Chudnovsky and L. Gunter, *Phys. Rev.* **B37**, 9455 (1988).
127. M. Enz and R. Schilling, *J. Phys.* **C19**, L711 (1986).
128. J.L. van Hemmen and A. Sütö, *Physica* **B141**, 37 (1986).
129. B. Barbara and E.M. Chudnovsky, *Phys. Lett.* **A145**, 205 (1990).
130. I.V. Krive and O.B. Zaslavskii, *J. Phys.: Condens. Matter* **2**, 9457 (1990).
131. A. Garg, *Europhys. Lett.* **22**, 205 (1993).
132. V.Y. Golyshev and A.F. Popkov, *Europhys. Lett.* **29**, 327 (1995); *ЖЭТФ* **108**, 1755 (1995).
133. J.R. Friedman, M.P. Sarachik, J. Tejada, and R. Ziolo, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3830 (1996).
134. L. Thomas, F. Lioni, R. Ballou, D. Gatteschi, R. Sessoli, and B. Barbara, *Nature* **383**, 145 (1996).
135. C. Sangregorio, T. Ohm, C. Paulsen, R. Sessoli, and D. Gatteschi, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4645 (1997).
136. S.M.J. Aubin, N.R. Dilley, M.W. Wemple, M.B. Maple, G. Christou, and D.N. Hendrickson, *J. Am. Chem. Soc.* **120**, 839 (1998).
137. W. Wernsdorfer and R. Sessoli, *Science* **284**, 133 (1999).
138. W. Wernsdorfer, M. Soler, G. Christou, and D.N. Hendrickson, *J. Appl. Phys.* **91**, 7164 (2002).
139. W. Wernsdorfer, S. Bhaduri, C. Boskovic, G. Christou, and D.N. Hendrickson, *Phys. Rev.* **B65**, 180403R (2002).
140. O. Waldmann, C. Dobe, H. Mutka, A. Furrer, and H.U. Güdel, *Mesoscopic Quantum Coherence in Antiferromagnetic Molecular Clusters, Electronic Preprint cond-mat*, unpublished.
141. E. Kececioglu and A. Garg, *Phys. Rev. Lett.* **88** 237205 (2002); *Phys. Rev.* **B67**, 054406 (2003).
142. E.M. Chudnovsky and X.M. Hidalgo, *Europhys. Lett.* **50**, 395 (2000).
143. А.И. Вайнштейн, В.И. Захаров, В.А. Новиков, М.А. Шифман, *УФН* **136**, 553 (1979).
144. Б.А. Иванов, В.Е. Киреев, *ФНТ* **25**, 1287 (1999).
145. А.И. Переломов, *Интегрируемые системы классической механики и алгебры Ли*, Наука, Москва (1990).
146. C. Neumann, *J. Reine Angew. Math.* **56**, 46 (1859).
147. В.М. Елеонский, Н.Е. Кулагин, *ЖЭТФ* **84**, 616 (1983).
148. В.М. Елеонский, Н.Н. Кирова, Н.Е. Кулагин, *ЖЭТФ* **77**, 409 (1979).
149. Е.К. Sklyanin, *On Complete Integrability of the Landau-Lifshitz Equation*, Preprint LOMI E-3-79 (1979).
150. Б.А. Иванов, Н.Е. Кулагин, *ЖЭТФ* **126**, 1479 (2004).
151. B.A. Ivanov and V.E. Kireev, *Phys. Rev.* **B70**, 214430 (2004).
152. Р. Джэкив, *УФН* **149**, 137 (1986).
153. H. Hu, R. Lü, J.-L. Zhu, and J.-J. Xiong, *Commun. Theor. Phys.* **36**, 245 (2001); *Electronic Preprint cond-mat/0006292* (2000).
154. A. Garg, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 4249 (1993); *ibid.* **74**, 1458 (1995).
155. N.A. Usov and S.E. Peschany, *J. Magn. Magn. Mater.* **130**, 275 (1994); M. Grimsditch, Y. Jaccard, and I.K. Shuller, *Phys. Rev.* **B58**, 11539 (1998); R.P. Cowburn and M.E. Welland, *Phys. Rev.* **B58**, 9217 (1998); R.P. Cowburn, A.O. Adeyeye, and M.E. Welland, *Phys. Rev.*

- Lett.* **81**, 5415 (1998), E.V. Tartakovskaya, J.W. Tucker, and B.A. Ivanov, *J. Appl. Phys.* **89**, 8348 (2001); Б.А. Иванов, Е.В. Тартаковская, *ЖЭТФ* **125**, 1159 (2004).
156. Г.Е. Воловик, В.П. Минеев, *ЖЭТФ* **72**, 2256 (1977).
157. B.A. Ivanov, H.J. Schnitzer, F.G. Mertens, and G.M. Wysin, *Phys. Rev.* **B58**, 8464 (1998).
158. N.A. Usov and S.E. Peschany, *J. Magn. Magn. Mater.* **118**, L290 (1993).
159. K. Runge, T. Nozaki, U. Okami et al., *J. Appl. Phys.* **79**, 5075 (1996); R.P. Cowburn, D.K. Koltsov, A.O. Adeyeye et al., *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1042 (1999); A. Fernandez and C.J. Cerjan, *J. Appl. Phys.* **87**, 1395 (2000); Jing Shi, S. Tehrani, and M.R. Scheinfein, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 2588 (2000); T. Pokhil, D. Song, and J. Nowak, *J. Appl. Phys.* **87**, 6319 (2000).
160. M. Kläui, C.A.F. Vaz, L. Lopez-Diaz, and J.A.C. Bland, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, R985 (2003).
161. P. Park, P. Eames, D.M. Engebretson, J. Berezovsky, and P.A. Crowell, *Phys. Rev.* **B67**, 020403R (2003).
162. M. Buess, R. Höllinger, T. Haug, K. Perzlmaier, U. Krey, D. Pescia, M.R. Scheinfein, D. Weiss, and C.H. Back, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 077207 (2004).
163. S.B. Choe, Y. Acremann, A. Scholl, A. Bauer, A. Doran, J. Stöhr, and H.A. Padmore, *Science* **304**, 420 (2004).
164. B.A. Ivanov and C.E. Zaspel, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 027205 (2005).
165. D.A. Dimitrov and G.M. Wysin, *Phys. Rev.* **B50**, 3077 (1994); *ibid.* **B51**, 11947 (1995).
166. П. де Жен, *Физика жидких кристаллов*, Мир, Москва (1974).
167. N.D. Mermin, in: *Quantum Fluids and Solids*, S.B. Trickey, E.D. Adams, and J.W. Duffey (eds.), Plenum Press, NY (1977), p. 3; P.W. Anderson and R.G. Palmer, *ibid.*, p. 23.
168. V.E. Kireev and B.A. Ivanov, *Phys. Rev.* **B68**, 104428 (2003).
169. P.C. Гехт, *УФН* **59**, 261 (1989).
170. И.Е. Дзялошинский, *Письма ЖЭТФ* **25**, 110 (1977).
171. А.С. Ковалев, А.М. Косевич, *ФНТ* **3**, 259 (1977).
172. M. Kleiber, M. Bode, R. Ravlicr, and R. Wiesendanger, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4606 (2000).
173. R.L. Stamps and R.E. Camley, *Phys. Rev.* **B54**, 15200 (1996); R.L. Stamps, R.E. Camley, and R.J. Hicken, *ibid.*, 4159 (1996).
174. P. Bodeker, A. Hucht, J. Borchers, F. Guthoff, A. Schreyer, and H. Zabel, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 914 (1998); H. Zabel, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 9303 (1999).
175. Б.А. Иванов, В.Е. Киреев, В.П. Воронов, *ФНТ* **23**, 845 (1997).
176. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теория упругости*, Наука, Москва (1965).
177. А.М. Косевич, *Дислокации в теории упругости*, Наукова Думка, Киев (1978).
178. D.C. Wiesler, H. Zabel, and S.M. Shapiro, *Z. Phys.* **B93**, 277 (1994).
179. Б.А. Иванов, В.Е. Киреев, *Письма ЖЭТФ* **73**, 210 (2001).
180. А.С. Ковалев, *ФНТ* **20**, 1034 (1994).
181. О.К. Дудко, А.С. Ковалев, *ФНТ* **24**, 559 (1998); *ibid.* **25**, 25 (1999); *ibid.* **26**, 821 (2000).
182. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
183. H.V. Braun and D. Loss, *Phys. Rev.* **B53**, 3237 (1996).
184. H.V. Braun and D. Loss, *Int. J. Mod. Phys.* **B10**, 219 (1996).
185. H.V. Braun, J. Kyriakidis, and D. Loss, *Phys. Rev.* **B56**, 8129 (1997).
186. J. Shibata and S. Takagi, *Phys. Rev.* **B62**, 9920 (2000).
187. J.A. Freire, *Phys. Rev.* **B65**, 104436 (2002).
188. Б.А. Иванов, А.К. Колежук, *Письма ЖЭТФ* **60**, 792 (1994).
189. B.A. Ivanov and A.K. Kolezhuk, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1859 (1995).
190. N. Papanicolaou, *Phys. Rev.* **B51**, 15062 (1995).
191. B.A. Ivanov, V.E. Kireev, and A.Yu. Merkulov, *Mater. Sci. Forum* **373-376**, 807 (2001).
192. Е.Г. Галкина, Б.А. Иванов, *Письма ЖЭТФ* **61**, 495 (1995).
193. H.J. Bethe, *Z. Phys.* **71**, 205 (1931).
194. R.J. Baxter, *Ann. Phys.* **70**, 323 (1972).
195. V.L. Berezinskii, *Sov. Phys. JETP* **34**, 610 (1972).
196. J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless, *J. Phys.* **C6**, 1181 (1973).
197. A.A. Zvyagin, *Sov. Phys. Solid State* **32**, 181 (1990); *Sov. J. Low Temp. Phys.* **18**, 558 (1992).
198. E. Dagotto, J. Riera, and D.J. Scalapino, *Phys. Rev.* **B45**, 5744 (1992).
199. D.V. Khveshchenko, *Phys. Rev.* **B50**, 380 (1994).
200. D. Senechal, *Phys. Rev.* **B52**, 15319 (1995).
201. G. Sierra, *J. Phys.* **A29**, 3299 (1996).
202. H.J. Schulz, *Phys. Rev.* **B34**, 6372 (1986).
203. M. den Nijs and K. Rommelse, *Phys. Rev.* **B40**, 4709 (1989).
204. U. Schollwock and T. Jolicoeur, *Europhys. Lett.* **30**, 493 (1995); U. Schollwock, O. Golinelli, and T. Jolicoeur, *Phys. Rev.* **B54**, 4038 (1996).

Mesoscopic antiferromagnets: statics,
dynamics, quantum tunneling
(Review Article)

B.A. Ivanov

The static and dynamic, classic and quantum properties of antiferromagnets (AFM) are discussed basing on a unified approach. Special attention is concentrated on mesoscopic magnets, i.e., materials with characteristic scales of inhomogeneities of the order of atomic scales. Production of such materials, their study and application in many aspects specify contemporary physics. Among these materials are magnetic dots

and their arrays, magnetic superlattices and clusters, high-spin molecules. The classical problems of antiferromagnet physics are also discussed (symmetrical analysis of AFM, orientational transitions, equations for spin dynamics), but they are introduced as far as they are useful for consideration of quantum and classical properties of mesoscopic AFM. To describe the spin dynamics of AFM, a spin Lagrangian is constructed, the form of which is consistent with the quantum-mechanical Hamiltonian. The effects of AFM dynamical symmetry reduction are taken into account, due to both classical reasons, for example, an external magnetic field, and partial decompensation of lattice spins. The latter effect is most important for mesoscopic AFM samples like ferritine particles. The influences of defects and surface effects on reorientational transitions in

AFM are discussed in details. Such effects are essentially important for description of small particles of AFM and observed for magnetic superlattices with antiferromagnetic interaction between superlattice elements. Particular attention is paid to description of macroscopical quantum effects in mesoscopic AFM. On the basis of the spin Lagrangian obtained, new tunnel effects are described, for example, an oscillating dependence of tunneling probability on magnetic field. The quantum effects in magnetic systems with a nonuniform ground state are studied. These effects can be described as the tunneling process-induced changes of topological charges of various origin, characterising this state.