Физика низких температур, 2005, т. 31, № 5, с. 536–541

К теории электромагнитных полей, излучаемых упругой волной в ферромагнетиках

Ю.А. Колесниченко, Д.И. Степаненко

Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: kolesnichenko@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 13 сентября 2004 г.

Исследована генерация электромагнитных колебаний звуковой волной в веществах, обладающих магнитным порядком, в условиях нормального скин-эффекта. Рассчитана амплитуда электрического поля и разность фаз электромагнитной и звуковой волны в зависимости от намагниченности насыщения, энергии анизотропии, констант магнитострикции и других параметров, характеризующих магнитные материалы.

Досліджено генерацію електромагнітних коливань звуковою хвилею в речовинах, що мають магнітний порядок, в умовах нормального скін-ефекту. Розраховано амплітуду електричного поля та різницю фаз електромагнітної і звукової хвилі в залежності від намагніченості насичення, енергії анізотропії, констант магнітострикції та інших параметрів, що характеризують магнітні матеріали.

PACS: **75.80.+q**, **72.55.+s**, 77.84.Bw

Интерес к теоретическому исследованию взаимной трансформации электромагнитных и звуковых волн в ферромагнитных металлах в последнее десятилетие возрос в связи с открытием семейства редкоземельных (R) никелевых борокарбидов (RNi_2B_2C) [1–4], значительное число которых имеет магнитный порядок. При одной и той же кристаллической структуре борокарбиды могут проявлять переход в сверхпроводящее состояние (R = Y, Lu), обладать тяжелофермионными свойствами (R = = Yb), демонстрировать сосуществование сверхпроводимости и магнетизма (R = Tm, Er, Ho, Dy) либо только магнитное упорядочение (R = Tb, Gd). Сверхпроводящие борокарбиды относятся к так называемым необычным сверхпроводникам, параметр порядка в них соответствует $s{+}g$-симметрии [5–7], в отличие от изотропного s-волнового спаривания в обычных металлах. Экспериментальное и теоретическое исследования магнитоакустических процессов в магнитных борокарбидах в нормальном состоянии позволяют выяснить влияние магнитного порядка на их кинетические и термодинамические характеристики. Кроме механизмов взаимной трансформации бозевских ветвей спектра, присущих нормальным металлам [8,9], магнитным материалам свойственны специфические механизмы возбуждения и взаимодействия звуковых, спиновых и электромагнитных волн. Магнитоупругое взаимодействие приводит к тому, что распространение упругих волн в ферромагнетиках и антиферромагнетиках сопровождается колебаниями намагниченности. Магнитоакустические колебания ранее широко исследовали теоретически (см., например, [10,11]), однако в этих исследованиях ограничивались приближением магнитостатики и электрические поля в них не учитывали. В настоящей работе изучена генерация электромагнитных колебаний звуковой волной в веществах, обладающих магнитным порядком. Мы рассмотрим практически реализующийся случай, когда электроны, ответственные за магнитные свойства, локализованы в атомах решетки, а время свободного побега электронов проводимости τ_e значительно меньше частот переменных полей и циклотронной частоты электрона во внешнем магнитном поле.

Будем исходить из следующего выражения для плотности энергии ферромагнетика:

$$w_\Sigma = w_e(\mathbf{M}^2) + w_a(\mathbf{M}) + \frac{1}{2}\alpha_{ik}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_k} +$$

$$+ \frac{\mathbf{H}^{(m)2} + \mathbf{ED}}{8\pi} - \mathbf{MH}^{(\mathrm{ext})} + \frac{1}{2}\rho\dot{\mathbf{u}}^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}\eta_{iklm}u_{ik}u_{lm} + f_{ik}(\mathbf{M})u_{ik} + \mathcal{E}(\mathbf{r},t)\ . \qquad (1)$$

Здесь $w_e(\mathbf{M}^2)$ — обменная энергия, $w_a(\mathbf{M})$ — энергия анизотропии, третье слагаемое — обменная энергия, связанная с неоднородностью плотности магнитного момента $\mathbf{M}$. Четвертое и пятое слагаемые представляют собой энергию электромагнитного поля и энергию магнитного момента во внешнем однородном магнитное поле $\mathbf{H}^{(\mathrm{ext})}$; $\mathbf{H}^{(m)}$ — магнитное поле, создаваемое намагниченностью; $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ — электрическое поле и индукция соответственно. Следующие три слагаемых определяют упругую и магнитострикционную энергии, ρ — плотность ферромагнетика, $\mathbf{u}$ — вектор смещения точки решетки с координатой $\mathbf{r}$ в момент времени t, $\dot{\mathbf{u}}$ означает производную по времени, η_{iklm} — тензор модулей упругости, u_{ik} — тензор деформации, f_{ik} — тензор, характеризующий магнитострикцию.

Энергию системы электронов проводимости с законом дисперсии $\varepsilon_0(\mathbf{p})$ можно записать в виде [12]

$$\mathcal{E}(\mathbf{r},t) = \int \frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3}[\varepsilon_0(\mathbf{p}) + \delta\varepsilon(\mathbf{r},\mathbf{p},t)]f(\mathbf{r},\mathbf{p},t)\ , \quad (2)$$

где $\delta\varepsilon(\mathbf{r},\mathbf{p},t) = \lambda_{ik}(\mathbf{p})u_{ik} - (\mathbf{p} - m\partial\varepsilon_0/\partial\mathbf{p})\dot{\mathbf{u}}$ — дополнительная энергия электрона в поле звуковой волны, $\lambda_{ik}(\mathbf{p})$ — деформационный потенциал [13], m — масса свободного электрона. Функцию распределения $f(\mathbf{r},\mathbf{p},t)$ электронной системы, возмущенной переменными полями, удобно представить в виде суммы мгновенно равновесной функции распределения и неравновесной добавки:

$$f(\mathbf{r},\mathbf{p},t) = f_0\big(\varepsilon_0(\mathbf{p}) + \delta\varepsilon(\mathbf{r},\mathbf{p},t) - \delta\mu\big) - \psi(\mathbf{r},\mathbf{p},t)\frac{\partial f_0(\varepsilon_0)}{\partial\varepsilon_0}, \qquad (3)$$

$f_0\big(\varepsilon_0(\mathbf{p})\big)$ — фермиевская функция, $\delta\mu = u_{ik}\langle\lambda_{ik}\rangle/\langle 1\rangle$ — изменение химического потенциала, определяемое из условия сохранения электронной плотности, угловая скобка

$$\langle\ldots\rangle = \int \frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3}\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon_0}\right)\ldots$$

означает усреднение по поверхности Ферми.

Уравнение движения плотности магнитного момента имеет вид [10,14]

$$\frac{d\mathbf{M}(\mathbf{r},t)}{dt} = g[\mathbf{M}(\mathbf{r},t)\times\mathbf{H}^{\mathrm{eff}}] + \mathbf{R}\ , \qquad (4)$$

где $g = -\gamma 2\mu_B/\hbar$, $\mu_B = |e|\hbar/2mc$ — магнетон Бора, γ — гиромагнитный множитель ферромагнетика. Эффективное магнитное поле $\mathbf{H}^{\mathrm{eff}}(\mathbf{r},t)$ представляет собой функциональную производную от энергии ферромагнетика по $\mathbf{M}(\mathbf{r},t)$

$$\mathbf{H}^{\mathrm{eff}}(\mathbf{r},t) = -\frac{\delta W}{\delta\mathbf{M}(\mathbf{r},t)},\ W = \int w_\Sigma d^3r\ . \qquad (5)$$

Релаксационный член $\mathbf{R}$, согласно [10], можно записать в виде

$$\mathbf{R} = \frac{1}{\tau_2}(\mathbf{H}^{\mathrm{eff}} + \frac{1}{2g}\mathrm{rot}\ \dot{\mathbf{u}}) -$$

$$-\frac{1}{\tau_1}\left\{\mathbf{m}\times\left[\mathbf{m}\times(\mathbf{H}^{\mathrm{eff}} + \frac{1}{2g}\mathrm{rot}\ \dot{\mathbf{u}})\right]\right\}, \qquad (6)$$

где $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$; τ_1 и τ_2 — зависящие от температуры времена релаксации направления и величины магнитного момента.

Из выражений (1), (5) следует

$$H_i^{\mathrm{eff}} = H_i^{(\mathrm{in})} - \frac{\partial w_a(\mathbf{M})}{\partial M_i} - 2M_i w'_e(\mathbf{M}^2) +$$

$$+ \alpha_{lk}\frac{\partial^2 M_i}{\partial x_l \partial x_k} - u_{lk}\frac{\partial f_{lk}(\mathbf{M})}{\partial M_i}, \qquad (7)$$

$\mathbf{H}^{(\mathrm{in})} = \mathbf{H}^{(\mathrm{ext})} + \mathbf{H}^{(m)}$ — поле внутри ферромагнетика.

Состояние равновесия соответствует минимуму энергии ферромагнетика, поэтому уравнение $\mathbf{H}^{\mathrm{eff}}(\mathbf{r}) = -\delta W/\delta\mathbf{M}(\mathbf{r}) = 0$ вместе с уравнениями магнитостатики определяет равновесные значения намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ и поля $\mathbf{H}^{(m)}(\mathbf{r})$. В дальнейшем мы не будем рассматривать явления, обусловленные существованием доменной структуры, полагая, что равновесная намагниченность однородна и находится из уравнения

$$H_i^{(\mathrm{in})} - \frac{\partial w_a(\mathbf{M})}{\partial M_i} - 2M_i w'_e(\mathbf{M}^2) = 0\ . \qquad (8)$$

Уравнение (4) нужно дополнить уравнением движения упругой среды [10,12]

$$\rho\ddot{u}_i = \eta_{iklm}\frac{\partial u_{lm}}{\partial x_k} + \frac{\partial f_{ik}(\mathbf{M})}{\partial M_l}\frac{\partial M_l}{\partial x_k} + \mathbf{M}\frac{\partial\mathbf{H}^{\mathrm{eff}}}{\partial x_i} +$$

$$+ \frac{1}{2g}(\mathrm{rot}\ \mathbf{R})_i + \frac{1}{c}[\mathbf{j}\times\mathbf{B}]_i - \frac{m}{e}\frac{\partial j_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}\langle\Lambda_{ik}\psi\rangle \quad (9)$$

и уравнениями Максвелла

$$\mathrm{rot}\ \mathbf{H}^{(\mathrm{in})} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j},\ \ \mathrm{rot}\ \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0,\quad \mathrm{div}\ \mathbf{j} = 0\ . \qquad (10)$$

Здесь

$$\mathbf{j} = e\langle \mathbf{v}\psi \rangle \quad (11)$$

— плотность тока, $\mathbf{B} = \mathbf{H}^{(\mathrm{in})} + 4\pi\mathbf{M}$ — магнитная индукция, $\Lambda_{ik} = \lambda_{ik} - \langle \lambda_{ik} \rangle / \langle 1 \rangle$, $\mathbf{v} = \partial\varepsilon_0/\partial\mathbf{p}$.

Кинетическое уравнение в τ-приближении для неравновесной добавки к функции распределения, которое замыкает полную систему уравнений задачи, имеет вид

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{r}} + \frac{e}{c}[\mathbf{v}\times\mathbf{B}]\frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{p}} + \frac{\psi}{\tau_e} = e\mathbf{v}\tilde{\mathbf{E}} - \Lambda_{ik}\dot{u}_k \ , \quad (12)$$

где $\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{E} + \frac{1}{c}[\dot{\mathbf{u}}\times\mathbf{B}] - \frac{m}{e}\ddot{\mathbf{u}} - \frac{\nabla\delta\mu}{e}$ — эффективное электрическое поле.

В локальном пределе из уравнений (11), (12) нетрудно получить выражение для плотности тока

$$j_l = \tau_e e^2 \langle v_l v_k \rangle \tilde{E}_k - \tau e \langle v_l \Lambda_{ik} \rangle \dot{u}_{ik} \equiv \sigma_{lk}\tilde{E}_k + \gamma_{lik}\dot{u}_{ik}, \quad (13)$$

представляющей собой сумму электронного тока и деформационного тока, обусловленного смещением решетки.

Система уравнений (4), (7), (9)–(12) вместе с граничными условиями определяет электромагнитные и звуковые поля, возникающие в упругодеформированном ферромагнетике.

Рассмотрим ферромагнетик с кристаллической решеткой кубической системы в магнитном поле $\mathbf{H}^{(\mathrm{ext})} = (0,0,H^{(\mathrm{ext})})$, занимающий полупространство $z > 0$. В случае, когда оси x, y, z направлены вдоль ребер куба, энергию анизотропии можно записать в виде

$$w_a(\mathbf{M}) = -\frac{1}{2}\beta(M_x^4 + M_y^4 + M_z^4) \quad (14)$$

(мы пренебрегли влиянием магнитострикционных деформаций на кристаллическую структуру). При $\beta > 0$ кристалл имеет три эквивалентных направления легкого намагничивания вдоль осей x, y, z и равновесная намагниченность $\mathbf{M}_0$ будет параллельна вектору $\mathbf{H}^{(\mathrm{ext})}$. Положим

$$\mathbf{M}(\mathbf{r},t) = \mathbf{M}_0 + \mathbf{M}^{\sim}(\mathbf{r},t), \ \ \mathbf{H}^{(\mathrm{in})}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}(\mathbf{r},t), \quad (15)$$

где $\mathbf{M}^{\sim}(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{h}(\mathbf{r},t)$ — малые отклонения от равновесных значений. Замечая, что для кубического кристалла $\alpha_{ik} = \alpha\delta_{ik}$, из формул (7), (8) нетрудно получить линеаризованное выражение для эффективного магнитного поля

$$H_i^{\mathrm{eff}} = h_i + \alpha\frac{\partial^2 M_i^{\sim}}{\partial x_k^2} - \left(\frac{H_0}{M_0} + 2\beta\mathbf{M}_0^2\right)M_i^{\sim} - \\ - 4M_{0_i} w_e''(\mathbf{M}_0^2)(\mathbf{M}^{\sim}\mathbf{M}_0) - u_{lk}\frac{\partial f_{lk}(\mathbf{M}_0)}{\partial M_{0_i}} . \quad (16)$$

В условиях эксперимента упругая волна обычно распространяется вдоль нормали $\mathbf{n}$ к поверхности, а на границе считается заданным смещение

$$\mathbf{u}(0,t) = \mathbf{u}_0\, \mathrm{e}^{-i\omega t}, \ \ \mathbf{u}_0 \perp \mathbf{n} \ . \quad (17)$$

Характер процессов по истечении достаточного промежутка времени определяется граничным режимом, так как влияние начальных условий ослабевает из-за диссипации, присущей всем реальным системам. Для установившихся колебаний зависимость всех переменных величин от времени имеет вид $\mathrm{e}^{-i\omega t}$.

Предполагая упругие и магнитострикционные свойства ферромагнетика изотропными, воспользуемся следующим выражением для тензоров η_{iklm} и f_{ik} [10,15]:

$$\eta_{iklm} = \rho(s_l^2 - 2s_t^2)\delta_{ik}\delta_{lm} + \rho s_t^2(\delta_{il}\delta_{km} + \delta_{im}\delta_{kl}), \\ f_{ik} = f_1 M_i M_k + f_2 M^2 \delta_{ik}, \quad (18)$$

где s_t и s_l — скорости поперечного и продольного звука, f_1 и f_2 — постоянные магнитострикции. Пренебрегая эффектами, связанными с анизотропией закона дисперсии носителей заряда, тензор проводимости σ_{ik} и перенормированный деформационный потенциал Λ_{ik} можно записать в виде

$$\sigma_{ik} = \tau e^2 \langle v_l v_k \rangle = \sigma\delta_{ik} \ , \\ \Lambda_{ik} = \Lambda(\varepsilon_0)\left(v_i v_k - \frac{1}{3}v^2\delta_{ik}\right), \quad (19)$$

где $\Lambda(\varepsilon_0)$ зависит только от энергии электрона. В этих условиях $\gamma_{lik} = 0$ и деформационный вклад в ток равен нулю, а циркулярные компоненты $u_+ = u_x + iu_y$, $h_+ = h_x + ih_y$ ... векторов $\mathbf{u}, \mathbf{h}, \mathbf{E}, \mathbf{M}^{\sim}$ удовлетворяют уравнениям

$$\left[\bar{\omega}_0\left(\frac{H_0}{M_0} + 2\beta\mathbf{M}_0^2\right) - \omega\right]M_+^{\sim} - \bar{\omega}_0\alpha\frac{\partial^2 M_+^{\sim}}{\partial z^2} = \\ = \bar{\omega}_0 h_+ - \left(f_1\bar{\omega}_0 M_0 + \frac{i\omega}{2g\tau}\right)\frac{\partial u_+}{\partial z} , \quad (20)$$

$$-\omega^2 u_+ - s_t^2\frac{\partial^2 u_+}{\partial z^2} = \frac{f_1 M_0}{\rho}\frac{\partial M_+^{\sim}}{\partial z} + \\ + \frac{B_0}{4\pi\rho}\left(1 + \frac{\omega}{\omega_B}\right)\frac{\partial h_+}{\partial z} + \frac{i}{2\rho g}\frac{\partial R_+}{\partial z} , \quad (21)$$

$$-\frac{\partial^2 h_+}{\partial z^2} = i\,\frac{4\pi\sigma\omega}{c^2}(h_+ + 4\pi M_+^{\sim}) - - i\,\frac{4\pi\sigma\omega}{c^2} B_0\left(1 + \frac{\omega}{\omega_B}\right)\frac{\partial u_+}{\partial z}\,, \qquad (22)$$

$$E_+ = -i\,\frac{\omega}{ck} B_+^{\sim}\,,\quad B_+^{\sim} = h_+ + 4\pi M_+^{\sim}\,. \qquad (23)$$

Здесь $\overline{\omega}_0 = \omega_0 - i\tau^{-1}$, $\omega_0 = gM_0$, $\tau^{-1} = \tau_2^{-1} + \tau_1^{-1}$, $B_0 = H_0 + 4\pi M_0$, $\omega_B = |e|B_0/mc$.

Граничные условия для электрического и магнитного полей, удовлетворяющих системе (20)–(23), сводятся к непрерывности компонент h_+ и E_+ на границе ферромагнетика и свободного пространства. Из непрерывности нормальной составляющей плотности потока энергии на поверхности ферромагнетика и формулы (1) следует граничное условие для намагниченности:

$$\frac{\partial M_+^{\sim}(0)}{\partial z} = 0\,. \qquad (24)$$

В том случае, когда выполнено неравенство $\max\,(B_0^2/8\pi\rho s_t^2,\, f_1 M_0^2/\rho s_t^2) \ll 1$, недиссипативные слагаемые в правой части уравнения (21) представляют собой малую добавку. Их учет приводит к перенормировке скорости звука и вращению плоскости поляризации вектора **u**. Если за время прохождения волны через образец угол поворота амплитуды вектора смещения мал, то в пренебрежении диссипативными эффектами звуковое поле следует считать внешним:

$$u_+(z,t) = u_{0_+}\,\mathrm{e}^{-i\omega t + iqz},\quad q = \frac{\omega}{s_t}\,, \qquad (25)$$

а уравнения (20), (22), (23) можно рассматривать независимо от уравнения (21).

Решение неоднородной системы дифференциальных уравнений (20), (22), (23) следует искать в виде суммы решения соответствующей однородной системы и вынужденного решения, описывающего поля, индуцированные звуковой волной. Вынужденное решение уравнений (20), (22) представляет собой плоскую волну $M_+^{\sim}(z,q) = M_+^{\sim}q\,\mathrm{e}^{iqz}$, $h_+(z,q) = h_+(q)\,\mathrm{e}^{iqz}$ с волновым числом q и амплитудами

$$h_+(q) = \frac{qu_{0_+}}{D}\left[\overline{B}_0 + \frac{4\pi\left(f_1\overline{\omega}_0 M_0 + \dfrac{i\omega}{2g\tau}\right)}{d_1}\right], \qquad (26)$$

$$M_+^{\sim}(q) = \frac{qu_{0_+}}{d_1}\times \times\left[\frac{\overline{\omega}_0}{D}\overline{B}_0 - i\left(f_1\overline{\omega}_0 M_0 + \frac{i\omega}{2g\tau}\right)\left(1 + i\,\frac{4\pi\overline{\omega}_0}{d_1 D}\right)\right], \qquad (27)$$

где

$$d_1 \equiv d_1(\omega,q) = \overline{\omega}_0\left(\frac{H_0}{M_0} + 2\beta\mathbf{M}_0^2 + \alpha q^2\right) - \omega\,,$$

$$D = (q\delta)^2 - i\left(1 + \frac{4\pi\overline{\omega}_0}{d_1}\right),$$

$\delta = c/\sqrt{4\pi\sigma\omega}$ — глубина скин-слоя, $\overline{B}_0 = B_0(1 + + \omega/\omega_B)$.

Из уравнений (23) нетрудно найти переменное электрическое поле

$$E_+(z,q) = E_+(q)\,\mathrm{e}^{iqz}\,,$$

$$E_+(q) = -i\,\frac{\omega}{c}u_{0_+}\left\{\frac{\overline{B}_0}{D}\left(1 + \frac{4\pi\overline{\omega}_0}{d_1}\right) - - i\,\frac{4\pi\left(f_1\overline{\omega}_0 M_0 + \dfrac{i\omega}{2g\tau}\right)}{d_1}\left[1 + \frac{i}{D}\left(1 + \frac{4\pi\overline{\omega}_0}{d_1}\right)\right]\right\}, \qquad (28)$$

индуцируемое звуковой волной. В пределе $q\delta \to 0$ получим $E_+^{(0)}(q) = u_+\overline{B}_0\omega/c$, а эффективное поле

$$\tilde{E}_+ = E_+ - \frac{\omega}{c}u_+\overline{B}_0 \qquad (30)$$

обращается в нуль. Ток проводимости и поле $\tilde{\mathbf{E}}$ создаются следующим членом в разложении (28) по степеням $(q\delta)^2$:

$$\tilde{E}_+(q) = -i(q\delta)^2\,\frac{\omega}{c}u_{0_+}\,\frac{\overline{B}_0 d_1 + 4\pi\left(f_1\overline{\omega}_0 M_0 + \dfrac{i\omega}{2g\tau}\right)}{d_1 + 4\pi\overline{\omega}_0}\,. \qquad (31)$$

Разделяя в (31) реальную и мнимую части

$$\tilde{E}_+(q) = -\frac{i(q\delta)^2\omega u_{0_+}}{c\,[\Omega^2 + (\varsigma + 4\pi)^2\tau^{-2}]}\Big\{\Omega\,[\overline{B}_0(\omega_0\varsigma - \omega) + 4\pi f_1\omega_0 M_0] +$$

$$+(\varsigma+4\pi)\tau^{-2}\left(\overline{B}_0\varsigma+4\pi f_1 M_0-\frac{2\pi\omega}{g}\right)-i4\pi\omega\tau^{-1}\left[\overline{B}_0-\left(f_1+\frac{1}{2}(\varsigma+4\pi)\right)M_0+\frac{\omega}{2g}\right]\Bigg\}, \qquad (32)$$

найдем разность фаз электромагнитной и звуковой волны:

$$\varphi=-\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{4\pi\omega\tau^{-1}\left[\overline{B}_0-\left(f_1+\frac{1}{2}(\varsigma+4\pi)\right)M_0+\frac{\omega}{2g}\right]}{\Omega\,[\overline{B}_0(\omega_0\varsigma-\omega)+4\pi f_1\omega_0 M_0]+(\varsigma+4\pi)\tau^{-2}\left(\overline{B}_0\varsigma+4\pi f_1 M_0-\frac{2\pi\omega}{g}\right)}. \qquad (33)$$

Здесь

$$\Omega=\omega_0(\varsigma+4\pi)-\omega=\operatorname{Re}\,(d_1+4\pi),$$
$$\varsigma=\frac{H_0}{M_0}+2\beta\mathbf{M}_0^2+\alpha q^2.$$

Для асимптотического представления магнитного поля и намагниченности при $(q\delta)^2<<1$ достаточно ограничиться нулевым приближением по малому параметру $(q\delta)^2$:

$$h_+^{(0)}(q)=iqu_{0+}\frac{\overline{B}_0 d_1+4\pi\left(f_1\overline{\omega}_0 M_0+\frac{i\omega}{2g\tau}\right)}{d_1+4\pi\overline{\omega}_0}, \qquad (34)$$

$$M_+^{(0)\sim}(q)=iqu_{0+}\frac{\overline{B}_0\overline{\omega}_0-\left(f_1\overline{\omega}_0 M_0+\frac{i\omega}{2g\tau}\right)}{d_1+4\pi\overline{\omega}_0}. \qquad (35)$$

Решения соответствующей (20), (22), (23) однородной системы дифференциальных уравнений описывает моды, затухающие на расстояниях порядка глубины скин-слоя. Полагая пространственную зависимость всех переменных величин в виде e^{ikz}, из (20), (22), (23) получим дисперсионное уравнение, определяющее волновое число как функцию частоты:

$$D(\omega,k)=(\delta k)^2-i\left(1+\frac{4\pi\overline{\omega}_0}{d_1(\omega,k)}\right)=0\,. \qquad (36)$$

В случае $\alpha\delta^2<<\dfrac{H_0}{M_0}+2\beta\mathbf{M}_0^2$ уравнение (36) приобретает вид

$$k^2(\omega)=\frac{i}{\delta^2}\left(1+4\pi\frac{(\omega_0^2+\tau^{-2})\xi-\omega_0\omega+i\omega\tau^{-1}}{(\omega_0\xi-\omega)^2+\xi^2\tau^{-2}}\right), \qquad (37)$$

где $\xi=H_0/M_0+2\beta\mathbf{M}_0^2$. Из двух корней нужно выбрать решение, приводящее к затуханию моды при $z\to\infty$.

Воспользовавшись граничным условием (24) и уравнениями Максвелла, нетрудно выразить амплитуды скиновых решений

$$M_+^s(k,q)=-\frac{q}{k}M_+^\sim(q),$$
$$h_+^s(k,q)=-\frac{q}{k}\frac{d_1(\omega,k)}{\overline{\omega}_0}M_+^\sim(q), \qquad (38)$$
$$E_+^s(k,q)=i\frac{\omega q}{k^2c}\frac{d_1(\omega,k)+4\pi\overline{\omega}_0}{\overline{\omega}_0}M_+^\sim(q)$$

через амплитуду смещения на границе ферромагнетика. Здесь $M_+^\sim(q)$ определяется формулой (27). Как следует из выражений (38), при $q=\omega/s_t<<|k|\sim\delta^{-1}$ амплитуды скиновых мод малы по сравнению с амплитудами вынужденных колебаний.

Электромагнитные поля, излучаемые звуковой волной (25) в ферродиэлектрике, определяются уравнением движения намагниченности (20) и волновым уравнением, которое для ферродиэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε преобразуется к виду

$$-\frac{\partial^2 h_+}{\partial z^2}=\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2}(h_++4\pi M_+^\sim)\,. \qquad (39)$$

Из этого уравнения следует, что магнитное поле, возбуждаемое звуковой волной с волновым числом $q=\omega/s_t$, значительно меньше переменной намагниченности:

$$h_+\approx 4\pi\varepsilon\frac{s_t^2}{c^2}M_+^\sim<<M_+^\sim=-i\frac{q}{d_1}\left(f_1\overline{\omega}_0 M_0+\frac{i\omega}{2g\tau}\right)u_+\,. \qquad (40)$$

Электрическое поле, индуцированное звуковой волной в ферродиэлектрике, и разность фаз электромагнитной и звуковой волны определяются выражениями

$$E_+^\sim=4\pi\frac{\omega}{kc}M_+^\sim=-i\frac{4\pi\omega}{d_1c}\left(f_1\overline{\omega}_0 M_0+\frac{i\omega}{2g\tau}\right)u_+\,, \qquad (41)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2} - \text{arctg}\,\frac{\tau^{-1}\omega\left[-f_1 M_0 + \dfrac{1}{2g}(\omega - \varsigma\omega_0)\right]}{f_1 M_0[\varsigma(\tau^{-2} + \omega_0^2) - \omega\omega_0] - \dfrac{1}{2g}\varsigma\tau^{-2}\omega}. \quad (42)$$

Из однородной системы уравнений задачи нетрудно получить дисперсионное уравнение, определяющее спектр свободных колебаний электромагнитного поля:

$$k^2 = \varepsilon\frac{\omega^2}{c^2}\left(1 + \frac{4\pi\overline{\omega}_0}{d_1(\omega, k)}\right). \quad (43)$$

Как следует из граничного условия (24), амплитуды свободных колебаний электрического поля и намагниченности M_+^f в ферродиэлектрике существенно превышают амплитуды вынужденных колебаний $M_+^f \sim -(c/\varepsilon s_t)M_+^{\sim}$.

Электрические поля, создаваемые звуковой волной в веществах, обладающих магнитным порядком, существенно зависят от постоянных магнитострикции и времен релаксации намагниченности. В случае, когда времена релаксации величины и направления намагниченности велики, $\tau^{-1} \equiv \tau_1^{-1} + \tau_2^{-1} < \omega, |\omega_0|$, разность фаз $\Delta\varphi$ электромагнитной и звуковой волны стремится к $-\pi/2$. Отклонение $\Delta\varphi$ от $-\pi/2$ максимально для частот порядка $\omega \sim |\omega_0| \sim \tau^{-1}$.

Авторы выражают благодарность В.Д. Филю, обратившему их внимание на важность данной проблемы. Работа поддержана программой CRDF (Grant No UP1–2566-KH-03).

1. C. Mazumdar, R. Nagarajan, C. Godart, L.C. Gupta, M. Latroche, S.K. Dhar, C.L. Clement, B.D. Padalia, and R. Vijayaraghavan, *Solid State Commun.* **87**, 413 (1993).
2. R. Nagarajan, C. Mazumdar, Z. Hossain, S.K. Dhar, K.V. Gopalakrishnan, L.C. Gupta, C. Godart, B.D. Padalia, and R. Vijayaraghavan, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 274 (1994).
3. R.J. Cava, H. Takagi, B. Batlogg, H.W. Zandbergen, J.J. Krajewski, W.F. Peck, Jr., R.B. van Dover, R.J. Felder, T. Siegrist, K. Mizahashi, J.O. Lee, H. Eisaki, S.A. Carter, and S. Uchida, *Nature (London)* **367**, 146 (1994).
4. R.J. Cava, H. Takagi, H.W. Zandbergen, J.J. Krajewski, W.F. Peck, Jr., T. Siegrist, B. Batlogg, R.B. van Dover, R.J. Felder, K. Mizuhashi, J.O. Lee, H. Eisaki, and S. Uchida, *Nature (London)* **367**, 252 (1994).
5. P. Pairor and M.B. Walker, *Phys. Rev.* **B65**, 064507 (2002).
6. K. Maki, P. Thalmeier, and H. Won, *Phys. Rev.* **B65**, 140502R (2002).
7. Hyun C. Lee and Han-Yong Choi, *Phys. Rev.* **B65**, 174530 (2002).
8. А.Н. Васильев, Ю.П. Гайдуков, *УФН* **141**, 431 (1984).
9. В.Д. Филь, *ФНТ* **27**, 1347 (2001).
10. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
11. Е.А. Туров, В.Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
12. В.М. Конторович, *ЖЭТФ* **45**, 1639 (1963).
13. А.И. Ахиезер, *ЖЭТФ* **8**, 1318 (1938).
14. Е.С. Боровик, А.С. Мильнер, В.В. Еременко, *Лекции по магнетизму*, Издательство Харьковского университета, Харьков (1972).
15. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *ЖЭТФ* **35**, 228 (1957).

To the theory of electromagnetic fields, generated by an elastic wave in ferromagnetics

Yu.A. Kolesnichenko and D.I. Stepanenko

The generation of electromagnetic waves by a sound wave in compounds possessing the magnetic ordering under conditions of normal skin-effect has been investigated. The amplitude of an electrical field and a phase difference between electromagnetic and sound waves is calculated as functions on the saturation magnetization, the energy of saturation, constants of magnetostriction and other parameters, which characterized magnetic compounds.