

Вынужденное рассеяние второго звука в сверхтекучей жидкости, обусловленное поглощением

Н.И. Пушкина

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский вычислительный центр, Воробьевы Горы, г. Москва, 119992, Россия
E-mail: N.Pushkina@mererand.com

Статья поступила в редакцию 31 января 2006 г.

Рассмотрен новый для гидродинамики тип волнового взаимодействия — стимулированное рассеяние, обусловленное поглощением. Конкретно в данной статье рассмотрено вынужденное рассеяние второго звука в сверхтекучей жидкости. Если в среде распространяются две волны — интенсивная возбуждающая волна и волна сигнала, — то выделяемая в среде за счет поглощения мощность, пропорциональная квадрату модуля суммарного поля, содержит, в частности, интерференционное слагаемое с частотой, равной разности частот возбуждающей волны и волны сигнала. Поскольку свойства среды зависят от температуры, возникшие с разностной частотой температурные неоднородности приводят к рассеянию возбуждающей волны, создающему поле, резонансное для волны сигнала. Это поле пропорционально коэффициенту поглощения и интенсивности возбуждающей волны. При малых интенсивностях возбуждающей волны такое рассеяние приводит к частичной компенсации диссипации волны сигнала, а при возрастании интенсивности возбуждающей волны оно может привести к усилению волны сигнала. Это означает возможность возникновения вынужденного рассеяния. Анализ экспериментальных данных позволяет предположить, что пороговая интенсивность такого вынужденного рассеяния может быть реальной для эксперимента величиной.

Розглянуто новий для гідродинаміки тип хвильової взаємодії — стимульоване розсіювання, обумовлене поглинанням. Конкретно у даній статті розглянуто змушене розсіювання другого звуку у надплинній рідині. Якщо в середовищі поширюються дві хвилі — інтенсивна хвиля, що збуджує, й хвиля сигналу, — то потужність, яка виділяється в середовищі за рахунок поглинання, пропорційна квадрату модуля сумарного поля, містить, зокрема, інтерференційний доданок із частотою, яка дорівнює різниці частот хвилі, що збуджує, й хвилі сигналу. Оскільки властивості середовища залежать від температури, температурні неоднорідності, що виникли з різницевою частотою, приводять до розсіювання хвилі, що збуджує, яке створює поле, резонансне для хвилі сигналу. Це поле пропорційно коефіцієнту поглинання й інтенсивності хвилі, що збуджує. При малих інтенсивностях хвилі, що збуджує, таке розсіювання приводить до часткової компенсації дисипації хвилі сигналу, а при зростанні інтенсивності хвилі, що збуджує, воно може привести до посилення хвилі сигналу. Це означає можливість виникнення змушеного розсіювання. Аналіз експериментальних даних дозволяє припустити, що гранична інтенсивність такого змушеного розсіювання може бути реальною для експерименту величиною.

PACS: 47.37.+q

Ключевые слова: гидродинамика, сверхтекучесть, второй звук.

В статье рассматривается вынужденное рассеяние второго звука, или температурных волн, в сверхтекучем гелии, которое принципиально обусловлено поглощением волн в среде. В волновой гидродина-

мике и, в частности, гидродинамике сверхтекучей жидкости данный тип нелинейного волнового взаимодействия до сих пор не исследовался. Впервые подобный вид нелинейных процессов был рассмот-

рен в рамках нелинейной оптики в работах [1–3]. Физика такого нелинейного процесса состоит в следующем. Пусть в среде распространяются две волны: интенсивная возбуждающая волна (волна накачки) и слабая волна сигнала. В диссипативной среде тепловая энергия, выделяемая вследствие поглощения волн, вызывает изменение температуры, а изменение температуры может менять свойства среды, в частности, скорость распространения волн. Поскольку выделяемая энергия пропорциональна квадрату суммарного поля, в возмущении скорости волны будет присутствовать интерференционное слагаемое с частотой, равной разности частот возбуждающей волны и волны сигнала. При рассеянии волны накачки на этом возмущении возникает поле, резонансное для сигнала. Таким образом, можно сказать, что интенсивная возбуждающая волна создает для волны сигнала некую эффективную скорость, пропорциональную интенсивности накачки и коэффициенту поглощения. Как известно, мнимая часть волнового числа (или скорости волны) определяет ее поглощение. Если мнимая добавка к скорости, полученная за счет рассеяния, обусловленного поглощением, положительна, то нелинейное приращение скорости может привести к частичной компенсации затухания волны, а при возрастании интенсивности возбуждающей волны поглощение может смениться усилением.

Теоретическое описание процесса

Рассмотрим более детально подобное температурное рассеяние. Пусть в среде распространяются две волны второго звука: возбуждающая волна $T_0 \exp[i(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t)]$ и волна сигнала $T_s \times \exp[i(\mathbf{k} \mathbf{r} - \omega t)]$. Обозначим $\omega_0 - \omega = \Omega$, $\mathbf{k}_0 - \mathbf{k} = \mathbf{q}$. Количество тепла Q , выделяемое в среде в единицу времени в единице объема, равно

$$Q = 2\alpha I,$$

где α — амплитудный коэффициент поглощения волн, I — интенсивность волн второго звука, пропорциональная квадрату модуля суммарного поля $|T(\mathbf{r}, t)|^2$:

$$I = \frac{1}{2} \frac{\rho \rho_s}{\rho_n} \frac{\sigma^2}{c} |T|^2,$$

здесь ρ — плотность сверхтекучей жидкости, ρ_s, ρ_n — сверхтекучая и нормальная плотности, σ — энтропия единицы массы, c — скорость второго звука. Известно, что скорость второго звука, например, в растворах ^3He в ^4He существенно зависит

от температуры в среде (см. [4]). Изменение температуры определяется уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \chi \Delta T = \frac{1}{\rho c_p} Q(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

где χ — коэффициент температуропроводности, c_p — теплоемкость среды.

Изменение скорости второго звука δc , обусловленное изменением температуры в веществе, запишем в общем виде с помощью линейного оператора $L(\partial/\partial t, \partial/\partial \mathbf{r})$, который определяется свойствами среды:

$$\delta c(\mathbf{r}, t) = L\left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\right) Q(\mathbf{r}, t) = L(i\Omega, -i\mathbf{q}) \alpha \frac{\rho \rho_s}{\rho_n} \frac{\sigma^2}{c} \times T_0^*(\mathbf{r}) T_s(\mathbf{r}) \exp(i\Omega t), \quad (2)$$

где в выражении для Q оставлен только интерференционный член. Учитывая уравнение (1) и зависимость скорости c от температуры $\delta c = (\partial c / \partial T)_p \delta T$, для $L(i\Omega, -i\mathbf{q})$ можно получить выражение вида

$$L(i\Omega, -i\mathbf{q}) = \frac{1}{\rho c_p} \left(\frac{\partial c}{\partial T} \right)_p \frac{-i\Omega + \Gamma}{\Omega^2 + \Gamma^2}, \quad (3)$$

где $\Gamma(\mathbf{q}) = \chi q^2$.

В результате рассеяния возбуждающей волны на неоднородности, связанной с изменением скорости δc , появляется температурное поле, резонансное для волны сигнала. Это эквивалентно появлению в волновом уравнении для сигнала дополнительного интерференционного слагаемого вида $2c\delta c\Delta T_0$:

$$\frac{\partial^2 T_s}{\partial t^2} - c^2 \Delta T_s - 2c\delta c\Delta T_0 + \eta \frac{\partial T_s}{\partial t} = 0. \quad (4)$$

Здесь η — временной коэффициент поглощения волны ($\eta = \alpha c$).

Изменение амплитуды волны сигнала за счет поглощения и обсуждаемого рассеяния можно получить из уравнения (4):

$$-2i\mathbf{k}c^2 \left(\frac{dT_s}{d\mathbf{r}} \right) + 2c\delta c k_0^2 T_0 - i\omega \eta T_s = 0. \quad (5)$$

Из уравнения (2) можно видеть, что мнимая часть приращения скорости δc , или мнимая часть оператора L , приводит либо к увеличению поглощения волны, либо к его частичной или, возможно, полной компенсации. Учитывая выражения для приращения скорости δc (2) и для $L(i\Omega, -i\mathbf{q})$ (3), уравнение (5) приводим к виду

$$-2ikc \left(\frac{dT_s}{dr} \right) + \left[2k_0^2 \frac{1}{\rho c_p} \left(\frac{\partial c}{\partial T} \right)_p \frac{-i\Omega + \chi q^2}{\Omega^2 + (\chi q^2)^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{\rho p_s}{\rho_n} \frac{\sigma^2}{c} |T_0|^2 - ikc \right] \alpha T_s = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) видно, что в зависимости от знака производной $(\partial c / \partial T)_p$ и разности частот $\omega_0 - \omega = \Omega$ мнимая часть первого слагаемого в квадратной скобке уравнения (6) может быть как положительной, так и отрицательной. Если она положительна, то происходит компенсация поглощения. При этом если первое слагаемое станет больше второго, то диссипация волны сменится ее усилением, что означает появление вынужденного нелинейного рассеяния, обусловленного поглощением.

Мнимую часть первого слагаемого в квадратных скобках уравнения (6) можно представить в виде

$$4k_0^2 \frac{1}{\rho c_p} \left(\frac{\partial c}{\partial T} \right)_p \frac{-i\Omega}{\Omega^2 + \Gamma^2} I_0,$$

где I_0 — интенсивность возбуждающей волны.

Таким образом, необходимым условием возникновения вынужденного рассеяния, определяющим порог рассеяния, является неравенство

$$I_0 > \frac{\rho c_p k c}{4k_0^2 \left(\frac{\partial c}{\partial T} \right)_p} \frac{\Omega^2 + (\chi q^2)^2}{\Omega}. \quad (7)$$

Из (7) следует, что минимальное значение порога достигается при $|\Omega| = \chi q^2$. В зависимости от знака $(\partial c / \partial T)_p$ вынужденное рассеяние реализуется либо в стоксовой области ($\Omega > 0$), либо в антистоксовой ($\Omega < 0$). Из уравнения (6) видно, что для усиления знак Ω должен быть противоположен знаку $(\partial c / \partial T)_p$.

Оценим численно величину пороговой интенсивности. Используем, например, экспериментальные данные, приведенные в книге [4] для сверхтекучих растворов ^3He в ^4He . Эти данные показывают, что в значительном диапазоне температур (при $T \gtrsim 1$ К) и для различных концентраций растворов скорость второго звука уменьшается с увеличением температуры. При более низких температурах в зависимости от концентрации раствора скорость может увеличиваться с увеличением температуры, и в этом случае, по крайней мере теоретически, возможно усиление волны сигнала в антистоксовой области. Этот факт принципиально отличает рассматриваемый тип вынужденного рассеяния, обусловленного поглощением, от «обычных» типов вынужденных рассеяний, где усиление возможно лишь в стоксо-

вой области. В случае рассеяния, обусловленного поглощением, волна второго звука может преобразоваться в волну с большей энергией. При этом дополнительная энергия обеспечивается тепловыми флуктуациями в среде, которые, в свою очередь, возникают за счет предварительного поглощения энергии возбуждающей волны.

Рассмотрим возможность экспериментального наблюдения обсуждаемого нелинейного рассеяния в слабых сверхтекучих растворах ^3He в ^4He . С учетом того, что минимальное значение порога реализуется при $|\Omega| = \chi q^2$, выражение (7) представим в виде

$$I_{\text{threshold}} \approx \frac{\rho c_p k c}{2k_0^2 \left(\frac{\partial c}{\partial T} \right)_p} \chi q^2. \quad (8)$$

Для численной оценки величины порога воспользуемся следующими экспериментальными данными, представленными в книге [4]: при температуре $T = 1,5$ К и концентрации раствора $x = 4,3\%$ величина $(\partial c / \partial T)_p \approx 2 \cdot 10^3$ см/(с·град); температуропроводность χ (равная $\kappa / \rho c_p$, где κ — теплопроводность) имеет величину, приблизительно равную $0,6 \cdot 10^{-2}$ см²/с. Если частота возбуждающей волны $\omega_0 \approx 2\pi \cdot 10^4$ с⁻¹, то это означает, что $\Omega \ll \omega_0$, поэтому абсолютные значения волновых чисел k и k_0 приблизительно равны друг другу и величине q . Таким образом, порог по порядку величины равен

$$I_{\text{threshold}} \approx \frac{ck_0\kappa}{2(\partial c / \partial T)_p}.$$

Для приведенных выше экспериментальных данных при частоте возбуждающего звука $\omega_0 \approx 2\pi \cdot 10^4$ с⁻¹ пороговая интенсивность волны порядка сотых долей Вт/см².

Итак, в работе дан теоретический анализ стимулированного рассеяния в сверхтекучей жидкости, обусловленного поглощением. Получено выражение для пороговой интенсивности возбуждающей волны второго звука, начиная с которой рассмотренное вынужденное рассеяние становится возможным. Проведена численная оценка пороговой интенсивности, которая позволяет сделать вывод о возможности экспериментального наблюдения исследованного нелинейного процесса в слабых сверхтекучих растворах ^3He в ^4He .

1. R.M. Herman and M.A. Gray, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 824 (1967).
2. M.A. Gray and R.M. Herman, *Phys. Rev.* **181**, 374 (1969).
3. Б.Я. Зельдович, И.И. Собельман, *УФН* **101**, 1 (1970).

4. Б.Н. Есельсон, В.Н. Григорьев, В.Г. Иванцов, Э.Я. Рудавский, Д.Г. Саникидзе, И.Я. Сербин, *Растворы квантовых жидкостей ^3He - ^4He* , Наука, Москва (1973).

Absorption-induced stimulated second-sound scattering in superfluids liquids

N.I. Pushkina

Absorption-induced stimulated scattering is discussed which is a new class of wave interactions in hydrodynamics. Specifically, stimulated second-sound scattering in superfluids is studied. In case of two waves propagating in a medium (an intense pumping wave and a weak signal wave), the thermal energy produced through absorptive heating contains, in particular, a resonant source term oscillating at a difference

frequency. Since the physical parameters of a medium depend on temperature, the temperature inhomogeneities produced at difference frequency cause the incident wave to scatter, resulting in a field resonant for the signal wave. This field is proportional both to the wave damping coefficient and the pumping wave intensity. At a low incident intensity the scattering reduces partially the signal wave damping, while increase in the pumping wave intensity can enhance the signal wave which just means the stimulated wave scattering. Analysis of the experimental data suggests that the threshold intensity of the stimulated scattering under discussion could be low enough for the scattering to be observable.

Keywords: hydrodynamics, superfluids, second sound.