Физика низких температур, 2006, т. 32, № 8/9, с. 1010–1023

Затухание спиновых волн при спин-ориентационных фазовых переходах

В.Г. Барьяхтар, А.Г. Данилевич

Институт магнетизма НАН Украины, пр. Вернадского, 36,б, г. Киев, 03142, Украина
E-mail: bar@imag.kiev.ua

Статья поступила в редакцию 6 февраля 2006 г., после переработки 21 марта 2006 г.

Исследованы спектры спиновых волн и их затухания в окрестности спин-ориентационных фазовых переходов. Показано, что если основное состояние вырождено и это вырождение характеризуется непрерывным параметром вырождения, то затухание спиновых волн не описывается релаксационным членом Ландау–Лифшица–Гильберта. Построена диссипативная функция для ферромагнитных кристаллов различной симметрии. Рассмотрены случаи как конечной, так и нулевой продольной магнитной восприимчивости. Дан метод нахождения релаксационного члена в уравнении Ландау–Лифшица для кристаллов различной симметрии. Для ферромагнетиков с одноосной и тетрагональной симметрией вычислены спектры и затухания спиновых волн. Показано, что процесс релаксации имеет двухступенчатый характер. На первом этапе релаксации за счет обменного взаимодействия устанавливается равновесное значение величины намагниченности. На втором этапе происходит затухание амплитуд спиновых волн при прецессии переменной намагниченности вокруг равновесного значения. Обсуждена детализация метода квазисредних Н.Н. Боголюбова применительно к случаю ферромагнетиков со спонтанно-вырожденным вакуумом.

Досліджено спектри спінових хвиль та їх згасання поблизу спін-орієнтаційних фазових переходів. Показано, що для виродженого стану, який характеризується неперервним параметром виродження, згасання спінових хвиль не описується релаксаційним членом Ландау–Лівшиця–Гільберта. Побудовано дисипативну функцію для феромагнітних кристалів різної симетрії. Розглянуто випадки як кінцевої, так і нульової поздовжньої магнітної сприйнятливості. Надано метод знаходження релаксаційного члена в рівнянні Ландау–Лівшиця для кристалів різної симетрії. Для феромагнетиків з одноосьовою та тетрагональною симетрією розраховано спектри та згасання спінових хвиль. Показано, що процес релаксації має двоступеневий характер. На першому етапі релаксації за рахунок обмінної взаємодії встановлюється рівноважне значення величини намагніченості. На другому етапі відбувається згасання амплітуд спінових хвиль при прецесії змінної намагніченості навколо рівноважного значення.Обговорено деталізацію методу квазісередніх М.М. Боголюбова відносно до випадку феромагнетиків зі спонтанно-виродженим вакуумом.

PACS: **76.20.+q**, **75.25.+z**

Ключевые слова: ферромагнетик, фазовый переход, затухание спиновых волн, диссипативная функция, закон дисперсии.

1. Введение

Спин-ориентационные фазовые переходы (ФП) интересны тем, что для этих типов ФП число Гинзбурга $G_i \ll 1$, и, соответственно, для них применима теория фазовых переходов II рода Ландау. Как известно, такие ФП происходят при таких значениях параметров H, T, когда обращается в нуль активационная частота спиновых волн $\omega_0(H,T)$. Эти ФП широко исследуются как теоретически, так и экспериментально.

Обращение в нуль активации спиновых волн естественным образом приводит к вопросу о поведении затухания Г спиновых волн в точке фазового перехода. Если в точке ФП затухание спиновых волн $\Gamma \neq 0$, то это означает, что возникают дополнительные условия на применимость теории Ландау к спин-ориентационным ФП. Другими словами, условие $\omega_0 = 0, \Gamma \neq 0$ — условие большой вязкости среды, и должно приводить (как это имеет место в ряде твердых тел) к размытым по (H,T) переходам, которые не являются ни ФП I рода, ни ФП II рода.

Как известно, основным уравнением для описания статических, динамических и релаксационных свойств ферромагнетиков является уравнение Ландау—Лифшица, найденное ими в 1935 году [1]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}_e] + \mathbf{R}\ , \tag{1}$$

где $\mathbf{H}_e = -\delta W / \delta \mathbf{M}$ и $W\{\mathbf{M}, \partial \mathbf{M} / \partial x_i\}$ — квазиравновесный термодинамический потенциал ферромагнетика. Важным элементом общей теории Ландау—Лифшица было построение потенциала $W\{\mathbf{M}, \partial \mathbf{M} / \partial x_i\}$ из инвариантов намагниченности относительно группы симметрии кристалла.

Диссипативная функция в работе [1] не рассматривалась, и релаксационный член

$$\mathbf{R}_L = \frac{\lambda}{M_0^2}[\mathbf{M}, [\mathbf{M}, \mathbf{H}_e]] \tag{2}$$

в уравнении движения для намагниченности был предложен исходя из тех соображений, что он должен описывать приближение вектора намагниченности к эффективному магнитному полю $\mathbf{H}_e$. Много позже Гильберт [2] в своей диссертации (не опубликовано) построил диссипативную функцию ферромагнетика, соответствующую релаксации Ландау—Лифшица, и предложил запись релаксационного слагаемого через производную по времени от намагниченности:

$$\mathbf{R}_G = \frac{\lambda_G}{M_0}[\dot{\mathbf{M}}, \mathbf{M}]\ . \tag{3}$$

В этой формуле $\dot{\mathbf{M}} = \partial \mathbf{M} / \partial t$.

Релаксационные слагаемые R_L и R_G, как известно, совпадают с точностью до постоянного множителя. Точнее, уравнения движения

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M}, \mathbf{H}_e] + \frac{\lambda}{M^2}[\mathbf{M}, [\mathbf{M}, \mathbf{H}_e]] \tag{4}$$

и

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma_G[\mathbf{M}, \mathbf{H}_e] + \frac{\lambda_G}{M}[\mathbf{M}, \dot{\mathbf{M}}]$$

совпадают, если $\gamma_G = \gamma[1 + (\lambda / \gamma M)^2]; \lambda_G = (\lambda / \gamma M)$.

Как в работе Ландау и Лифшица, так и в работе Гильберта использована модель ферромагнетика с постоянной по абсолютной величине намагниченностью. Другими словами, продольная восприимчивость ферромагнетика считалась равной нулю. Несмотря на векторное уравнение движения, релаксационный член Ландау—Лифшица—Гильберта характеризуется одной релаксационной постоянной, что соответствует изотропной среде. Еще в работе Ландау и Лифшица отмечалось, что релаксационный член (2) обусловлен спин-спиновыми и спин-орбитальными взаимодействиями (см. также [3] и раздел 3 настоящей работы).

Первой работой, в которой было предпринято обобщение релаксационного члена Ландау—Лифшица—Гильберта на случай обменного взаимодействия, была работа Камберского [4]. Им было предложено дополнительное слагаемое (см. [4], уравнение (37)):

$$\mathbf{R}_{K,\mathrm{ex}} = \frac{\lambda_K}{M_0}[\Delta\dot{\mathbf{M}}, \mathbf{M}]\ . \tag{5}$$

Так что полный релаксационный член имеет вид

$$\mathbf{R} = \frac{\lambda_G}{M_0}[\dot{\mathbf{M}}, \mathbf{M}] + \frac{\lambda_K}{M_0}[\Delta\dot{\mathbf{M}}, \mathbf{M}]\ . \tag{6}$$

В работе [3] было обращено внимание на то, что релаксационный член Ландау—Лифшица—Гильберта дает качественно неправильные результаты для одной из возможных магнитных фаз, а именно, для фазы легкая плоскость одноосного ферромагнетика. Рассмотрение выражения для релаксационного слагаемого показывает, что в нем никак не учитывается симметрия магнитного материала, что и приводит к противоречию. Вместе с тем после работ Ландау и Лифшица [1,5] и Киттеля [6,7] по доменной структуре ферромагнетиков стала ясна определяющая роль симметрии ферромагнетиков в формировании доменной структуры и других их свойств. Ландау также указал на определяющую роль изменения симметрии при фазовых переходах второго рода [8].

В работе [3] был дан общий метод построения релаксационного члена в уравнении движения магнитного момента и показано, каким образом учитывается симметрия кристалла при построении диссипативной функции. В этой же работе был проведен учет продольной восприимчивости и описана релаксация магнитного момента по величине в простейшем случае кристалла с магнитной анизотропией «легкая ось».

Теоретические соображения, а также экспериментальные исследования спин-ориентационных ФП [9] стимулировали нас рассмотреть вопрос о затухании спиновых волн вблизи этих фазовых переходов. Для устранения возникших противоречий был пересмотрен вопрос о построении диссипативной функции ферромагнетиков и на примере одноосного и тетрагонального ферромагнетиков рассчитаны законы дисперсии с учетом затухания в двух моделях: в форме Ландау—Лифшица и в форме, предложенной в работе [3].

2. Диссипативная функция ферромагнетика

Для построения диссипативной функции ферромагнетика воспользуемся уравнением Ландау—Лифшица (1). Используя это уравнение, найдем изменения со временем энергии:

$$\frac{d}{dt}\int W\,dv = \int \frac{\delta W}{\delta \mathbf{M}}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}\,dv = -\int \mathbf{HR}\,dv = -2\int q\,dv\;, \tag{7}$$

где q — плотность диссипативной функции. Отсюда следует, что q равно

$$q = \frac{1}{2}\mathbf{HR}\;. \tag{8}$$

Прежде чем приступить к построению диссипативной функции, необходимо напомнить следующие положения. Неравновесное состояние ферромагнетика определяется заданием распределения намагниченности:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{r},t)\;. \tag{9}$$

Равновесное состояние определяется из условия

$$\mathbf{H}_e(\mathbf{r}) = -\frac{\delta W}{\delta \mathbf{M}} = 0\;. \tag{10}$$

Очевидно, что в состояниях, близких по энергии к основному состоянию, эффективное поле мало:

$$\left|\mathbf{H}_e(\mathbf{r},t)\right| << M_0\;, \tag{11}$$

где M_0 — равновесное значение намагниченности.

Выберем в качестве параметра, характеризующего квазиравновесное состояние, не $\mathbf{M}(\mathbf{r},t)$, а эффективное магнитное поле $\mathbf{H}_e(\mathbf{r},t)$. Это поле удобнее намагниченности тем, что оно мало для всех актуальных неравновесных состояний. При таком подходе релаксационный член $\mathbf{R}$ следует рассматривать как функционал $\mathbf{H}_e(\mathbf{r},t)$. Для состояний, близких к основному, $\mathbf{R}\{\mathbf{H}_e\}$ можно разложить в ряд по степеням $\mathbf{H}_e(\mathbf{r},t)$ и ограничиться линейными членами разложения:

$$\mathbf{R}\{\mathbf{H}\} = \hat{\lambda}_1\mathbf{H}_e - \lambda_{2,ik}\frac{\partial^2 \mathbf{H}_e}{\partial x_i \partial x_k}\;. \tag{12}$$

При написании этой формулы мы учли, что в основном состоянии ($H_e = 0$) релаксация отсутствует. Первое слагаемое в этой формуле описывает процессы, ответственные за релаксацию однородной в пространстве намагниченности к своему равновесному направлению. Второе слагаемое описывает релаксацию неоднородных распределений $\mathbf{H}_e(\mathbf{r},t)$ (и, естественно, намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r},t)$) к однородному распределению. Этот тип релаксации определяется главным образом обменным взаимодействием. По этой причине $\hat{\lambda}_2$ является тензором только по координатным переменным.

Подставляя выражение (12) в формулу (7), получаем окончательный вид выражения для плотности диссипативной функции q:

$$q = \frac{1}{2}\lambda_{1,ik}H_{e,i}H_{e,k} + \frac{1}{2}\frac{\partial \mathbf{H}_e}{\partial x_k}\lambda_{2,ik}\frac{\partial \mathbf{H}_e}{\partial x_i}\;. \tag{13}$$

Второе слагаемое в этой формуле инвариантно при однородных поворотах в спиновом пространстве.

Приведем для сравнения диссипативную функцию, соответствующую релаксационному члену Ландау—Лифшица:

$$q_{LL} = \frac{\lambda}{2}[(\mathbf{H}_e\mathbf{M})^2 / M^2 - H_e^2]\;. \tag{13a}$$

Сравнивая (12) и (13), находим, что

$$\mathbf{R} = \frac{\delta}{\delta \mathbf{H}}\int q\,dv\;, \tag{14}$$

аналогично

$$\mathbf{R}_L = \frac{dq_{LL}}{d\mathbf{H}_e}\;. \tag{14a}$$

Так как q должна быть инвариантной относительно группы симметрии кристалла, то тензоры $\hat{\lambda}_1$ и $\hat{\lambda}_2$ определяются этой симметрией. Для кристаллов кубической симметрии

$$\hat{\lambda}_1 = \mathrm{diag}\,(\lambda_1,\lambda_1,\lambda_1),\; \hat{\lambda}_2 = \mathrm{diag}\,(\lambda_2,\lambda_2,\lambda_2)\;. \tag{15}$$

Для кристаллов гексагональной симметрии

$$\hat{\lambda}_1 = \mathrm{diag}\,(\lambda_{11},\lambda_{11},\lambda_{13}),\; \hat{\lambda}_2 = \mathrm{diag}\,(\lambda_{21},\lambda_{21},\lambda_{23})\;. \tag{16}$$

Для кристаллов орторомбической симметрии

$$\hat{\lambda}_1 = \mathrm{diag}\,(\lambda_{11},\lambda_{12},\lambda_{13}),\; \hat{\lambda}_2 = \mathrm{diag}\,(\lambda_{21},\lambda_{22},\lambda_{23})\;. \tag{17}$$

Формулы (13) и (15)–(17) дают связь релаксационных констант с симметрией решетки.

Сравнительно недавно в работе Сафонова [10] дано обобщение релаксационного члена Ландау—Лифшица на анизотропный случай:

$$\mathbf{R}_S = \frac{1}{M_0^2}[\mathbf{M},\hat{\lambda}_S[\mathbf{M},\mathbf{H}]]\;, \tag{18}$$

где $\hat{\lambda}_S$ представляет собой тензор второго ранга, который определяется симметрией кристалла и имеет релятивистскую природу.

3. Законы сохранения намагниченности и диссипативная функция ферромагнетика

Следующий шаг по определению тензоров релаксации $\hat{\lambda}_1$ и $\hat{\lambda}_2$ можно сделать, используя закон сохранения намагниченности. В обменном приближении выполняется закон сохранения любой компоненты полного магнитного момента тела:

$$\mathrm{M} = \int \mathbf{M}(r,t)\, dV = \mathrm{const}\ . \qquad (19)$$

Этому закону сохранения соответствует динамическое уравнение [11]:

$$\frac{\partial M_i}{\partial t} + \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} = 0\ . \qquad (20)$$

Тензор Π_{ik} представляет собой плотность потока i-й компоненты намагниченности через единичную площадку, перпендикулярную k-й оси. По этой причине в обменном приближении $\hat{\lambda}_1$ в формуле (14) следует положить равным нулю. После чего диссипативная функция принимает вид

$$q = q_{\mathrm{ex}} = \frac{1}{2}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_k}\lambda_{2,ik}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_i}\ . \qquad (21)$$

Отметим, что релаксационный член Камберского (формула (5)) не может описывать обменную релаксацию, так как $\mathbf{R}_{K,\mathrm{ex}}$ не сводится к дивергенции диссипативного потока. Только в линейном приближении, когда

$$\mathbf{R}_{K,\mathrm{ex}} = \lambda_K[\Delta\dot{\mathbf{M}},\mathbf{M}] \Rightarrow \lambda_K[\Delta\dot{\mathbf{M}},\mathbf{M}_0] = = \frac{\partial}{\partial x_i}\lambda_K\left[\frac{\partial}{\partial x_i}\dot{\mathbf{M}},\mathbf{M}_0\right], \qquad (22)$$

можно говорить о его обменной природе.

Рассмотрим одноосный ферромагнетик, ось симметрии которого направлена вдоль оси z. Будем исходить из следующего выражения для плотности свободной неравновесной энергии W одноосного ферромагнетика:

$$W = W_{\mathrm{ex}} + W_a, \qquad (23)$$

здесь W_{ex} — обменная часть плотности энергии:

$$W_{\mathrm{ex}} = \frac{\alpha_{ik}}{2}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_k} + \frac{1}{8\chi_{||}M_0^2}(M^2 - M_0^2)^2, \qquad (24)$$

а W_a — плотность энергии анизотропии одноосного ферромагнетика:

$$W_a = \frac{1}{2}K_1 M_z^2 + \frac{1}{4}K_2 M_z^4\ . \qquad (25)$$

В формулах (24), (25) введены следующие обозначения: K_1 и K_2 — константы магнитной анизотропии, $\chi_{||}$ — продольная магнитная восприимчивость, $\mathbf{M}$ — вектор намагниченности ферромагнетика, M_0 — величина намагниченности насыщения, α — константа неоднородного обменного взаимодействия. Константы анизотропии зависят от температуры T. Продольная магнитная восприимчивость $\chi_{||}$ описывает однородное обменное взаимодействие, по порядку величины она равна $\mu M_0/J$, где μ — магнетон Бора, J — обменный интеграл.

Используя соображения симметрии решетки в случае одноосного ферромагнетика (Z_∞), плотность диссипативной функции можно представить в виде

$$q = \frac{1}{2}\lambda_{11}(H_x^2 + H_y^2) + \frac{1}{2}\lambda_{13}H_z^2 + \frac{1}{2}\lambda_{2,ik}\left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_i}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_k}\right). \qquad (26)$$

Закон сохранения в этом случае выполняется только для компоненты вектора намагниченности $\mathrm{M}_z = \int M_z\, dV$, и ему соответствует уравнение движения магнитного момента в виде

$$\frac{\partial M_z}{\partial z} + \frac{\partial \Pi_{zk}}{\partial x_k} = 0\ . \qquad (27)$$

Эффективное магнитное поле $\mathbf{H}$ состоит из двух частей: поля, обусловленного обменным взаимодействием:

$$\mathbf{H}_{\mathrm{ex}} = \alpha\Delta\mathbf{M} - \frac{M^2 - M_0^2}{2\chi_{||}M_0^2}\mathbf{M}\ , \qquad (28)$$

и поля, обусловленного энергией магнитной анизотропии:

$$\mathbf{H}_a = -\mathbf{e}_z(K_1 + K_2 M_z^2)M_z\,. \qquad (29)$$

Эффективное суммарное магнитное поле определяется выражением

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\mathrm{ex}} + \mathbf{H}_a = \alpha\Delta\mathbf{M} - \frac{M^2 - M_0^2}{2\chi_{||}M_0^2}\mathbf{M} - - \mathbf{e}_z(K_1 + K_2 M_z^2)M_z\,. \qquad (30)$$

Этому полю соответствует релаксационный член $\mathbf{R}$:

$$\mathbf{R} = (\lambda_{11} + \lambda_2\Delta)\left(\alpha\Delta - \frac{M^2 - M_0^2}{2\chi_{||}M_0^2}\right)\mathbf{M}_\perp - - (\lambda_{13} + \lambda_2\Delta)\left(\alpha\Delta - \frac{M^2 - M_0^2}{2\chi_{||}M_0^2} - (K_1 + K_2 M_z^2)\right)\mathbf{M}_{||}\,. \qquad (31)$$

В этой формуле $\mathbf{M}_\perp = M_x\mathbf{e}_x + M_y\mathbf{e}_y$; $\mathbf{M}_{||} = M_z\mathbf{e}_z$. Для дальнейшего уточнения вида диссипативной функции привлечем закон сохранения M_z. Рассматривая формулу (31), убеждаемся, что величина R_z может быть сведена к дивергенции только в том случае, когда $\lambda_{13} = 0$. Это означает, что с учетом закона сохранения M_z плотность диссипативной функции одноосного ферромагнетика принимает вид

$$q = \frac{1}{2}\lambda_{11}(H_x^2 + H_y^2) + \frac{1}{2}\lambda_{2,ik}\left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_i}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x_k}\right). \quad (32)$$

Микроскопический расчет в рамках теории спиновых волн приводит к диссипативной функции этой структуры. В книге [12] приведены декременты затухания спиновых волн, по которым легко найти температурные зависимости констант λ_{11} и λ_2 при низких температурах $T << T_C$ где T_C — температура Кюри. Отметим, что релаксационный член Ландау—Лифшица противоречит закону сохранения M_z для одноосного ферромагнетика.

Для ферромагнетика тетрагональной симметрии $(Z_\infty \to \{Z_4; X_2; Y_2\})$ в выражении для плотности свободной энергии W изменится только часть, соответствующая энергии анизотропии (25):

$$W_a = \frac{1}{2}K_1 M_z^2 + \frac{1}{4}K_2 M_z^4 + \frac{1}{2}K_3 M_x^2 M_y^2 . \quad (33)$$

В случае тетрагонального кристалла для компонент вектора намагниченности не выполняется закон сохранения и, следовательно, плотность диссипативной функции тетрагонального ферромагнетика будет иметь вид (26).

4. Затухание спиновых волн

Как хорошо известно [13,14], существуют следующие три основных состояния (фазы) одноосного ферромагнетика для анизотропии вида (26): фаза $\Phi(||)$, в которой намагниченность $\mathbf{M}_0$ параллельна оси симметрии, фаза $\Phi(\angle)$, в которой намагниченность $\mathbf{M}_0$ ориентирована под углом θ к оси симметрии, и фаза $\Phi(\perp)$, в которой намагниченность $\mathbf{M}_0$ лежит в базисной плоскости. Для описания этих трех фаз достаточно выбрать энергию магнитной анизотропии в виде (25).

Зная свободную энергию (24), (25) одноосного ферромагнетика и соответствующее ей эффективное поле (30), диссипативную функцию (32) и соответствующие ей компоненты релаксационного члена (31), а также уравнение движения намагниченности (7), можно найти закон дисперсии спиновых волн, их затухания, а также релаксацию величины намагниченности M^2 в трех фазах $\Phi(||)$, $\Phi(\angle)$ и $\Phi(\perp)$.

Релаксацию M^2 будем определять из уравнения

$$\frac{dM^2}{dt} = 2\mathbf{MR} , \quad (34)$$

которое получается при умножении уравнения Ландау—Лифшица на $\mathbf{M}$.

Ниже представлены результаты расчетов:

1. Фаза $\Phi(\perp)$: $\theta = \frac{\pi}{2}$, $M^2 = M_0^2$. Условия устойчивости: $K_1 > 0$.

Изменение со временем намагниченности по величине определяется следующим временем релаксации и уравнением:

$$\Gamma_M = (1/\tau_\perp(k)) = (\lambda_{11} + \lambda_2 k^2)/\chi_{||} , \quad (35)$$

$$M^2(t) = M_0^2 + 2M_0 m(k,0) \exp\left[-t/\tau_\perp(k)\right] .$$

Здесь m — малое отклонение от основного состояния. Отметим, что время релаксации уменьшено за счет малой продольной восприимчивости (множителя $\chi_{||}$) по сравнению с характерными временами релаксации спиновых волн τ_s, определяемыми релаксационными константами $1/\tau_s \approx \lambda_{11}$; $\lambda_2 k^2$. Отметим, что в фазе $\Phi(\perp)$ происходит релаксация как неоднородных, так и однородных отклонений намагниченности по величине. Это связано с тем, что в основном состоянии имеется отличная от нуля компонента намагниченности в базисной плоскости.

Частота и затухание спиновых волн определяются формулами:

$$\begin{aligned} &\omega = \omega_s(k) - i\Gamma_s(k); \\ &\omega_s(k) = (1/2)\sqrt{4\gamma^2 M_0^2 \alpha k^2(\alpha k^2 + K_1) - k^4[\lambda_2 K_1 - \alpha\lambda_{11}]^2}; \\ &\Gamma_s(k) = (1/2)[(\lambda_{11} + \lambda_2 k^2)\alpha k^2 + \lambda_2 k^2(\alpha k^2 + K_1)]. \end{aligned} \quad (36)$$

Слагаемое под знаком корня, пропорциональное релаксационным константам λ_{11}, λ_2 в выражении для частоты спиновой волны, описывает стандартное уменьшение частоты за счет диссипации. Интересно отметить, что при выполнении условия

$$\alpha\lambda_{11} - \lambda_2 K_1 = 0$$

диссипация не меняет частоты спиновых волн.

Условие существования спиновых волн в фазе $\Phi(\perp)$ выполняется, так как в длинноволновом пределе имеем

$$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \xrightarrow[k\to 0]{} \frac{k(\lambda_{11}\alpha + \lambda_2 K_1)}{2\gamma M_0\sqrt{\alpha K_1}} \xrightarrow[k\to 0]{} 0 . \quad (37)$$

Сравнение между собой времен релаксации величины намагниченности и релаксации спиновых волн (см. формулы (35) и (36)) показывает, что $\Gamma_M = (1/\tau(k))$ значительно больше $\Gamma_s(k)$:

$$\Gamma_M / \Gamma_s(k) \approx (1/\chi_{||}) >> 1 . \quad (38)$$

Это неравенство означает, что релаксация в ферромагнетике имеет двухступенчатый характер. На первом быстром этапе за счет обменного взаимодействия устанавливается равновесное распределение намагниченности по величине. Этот процесс описывается формулой (35). На втором, медленном этапе релаксации, происходит прецессия намагниченности вокруг ее равновесного значения с частотой спиновых волн и затухание амплитуды спиновых волн со временем релаксации $\tau_s(k) = (1/\Gamma_s(k))$. Изложенные соображения о двухступенчатом характере процесса релаксации в ферромагнетике справедливы не только для рассматриваемых фаз $\Phi(||)$, $\Phi(\perp)$ и $\Phi(\angle)$, но и для любых других фаз ферромагнетика. Это обстоятельство обусловлено тем, что в выражение (31) для $\mathbf{R}$ входит величина $(M^2 - M_0^2)/2\chi_{||}M_0^2$ с множителями, пропорциональными релаксационным константам λ. Для уравнения релаксации величины намагниченности (34) этот член дает в правой части уравнения множитель $2M_{\text{eq}}^2 m_{||}/2\chi_{||}M_0^2 = m_{||}/2\chi_{||}$. Здесь $m_{||}$ — составляющая отклонения намагниченности вдоль равновесного значения $\mathbf{M}_{\text{eq}}$. В результате структура релаксационного уравнения для величины намагниченности приобретает вид

$$dM^2/dt = -2(\lambda/\chi_{||})m_{||}M_{\text{eq}} = -(\lambda/\chi_{||})M^2$$

вне зависимости от того, какая фаза рассматривается.

2. Угловая фаза $\Phi(\angle)$: $\cos^2\theta = -K_1/K_2M_0^2$, $M^2 = M_0^2$. Условия устойчивости для этой фазы имеют вид: $K_2 > 0$; $-K_2M_0^2 < K_1 < 0$.

В этом и последующем случае ($\Phi(||)$) для простоты не будем выписывать формулы для частоты спиновых волн с учетом ее перенормировки за счет затухания, так как эти формулы не описывают новых эффектов.

При отсутствии затухания дисперсионное уравнение для этой фазы принимает вид

$$\omega(\omega^2 - \omega_S^2) = 0\,. \qquad (39)$$

Нулевой частоте соответствует релаксация магнитного момента, а формула

$$\omega_S^2 = \gamma^2 M_0^2 \alpha k^2(\alpha k^2 - 2K_1\sin^2\theta) \qquad (40)$$

описывает частоты спиновых волн без учета ее перенормировки за счет диссипативных слагаемых. Релаксация величины намагниченности в фазе $\Phi(\angle)$ описывается формулой

$$M^2(t) = M_0^2 + 2M_0 m(k,0)\exp\left[-t/\tau_\angle(k)\right]\,, \quad (41)$$

где $1/\tau_\angle(k) = (\lambda_{11}\sin^2\theta + \lambda_2 k^2)/\chi_{||}$.

Отметим, что при $\theta = \pi/2$ выражение для $\tau_\angle(k)$ переходит в формулу (35), а при $\theta = 0$ — в (47).

В линейном по λ_{11}, λ_2 приближении затухание спиновых волн $\Gamma_s(k)$ проще найти не из дисперсионного уравнения, а используя следующую формулу:

$$\Gamma_s(k) = \frac{q}{W}\,, \qquad (42)$$

где q и W считаются в отсутствие релаксационных членов в уравнении движения магнитного момента. Из формул (24), (25) и (32) получим:

$$\Gamma_s(k) = \frac{1}{2}\left[(\lambda_{11} + \lambda_2 k^2)\frac{\alpha k^2(\alpha k^2(1+\cos^2\theta) - 2K_1\sin^2\theta)}{\alpha k^2 - 2K_1\sin^2\theta} + \lambda_2 k^2\frac{(\alpha k^2 - 2K_1)^2\sin^2\theta}{\alpha k^2 - 2K_1\sin^2\theta}\right]. \qquad (43)$$

Нетрудно убедиться, что в точках фазовых переходов $\Phi(\angle) \Leftrightarrow \Phi(\perp)$ и $\Phi(\angle) \Leftrightarrow \Phi(||)$ эта формула переходит в формулы для затухания спиновых волн соответственно в фазах $\Phi(\perp)$ и $\Phi(||)$.

Условие существования спиновых волн в фазе $\Phi(\angle)$ также выполняется, так как в длинноволновом пределе имеем

$$\frac{\Gamma_s(k)}{\omega_S} \xrightarrow[k\to 0]{} \frac{k(\lambda_{11}\alpha + \lambda_2 2K_1)}{2\gamma M_0\sqrt{2\alpha|K_1\sin^2\theta|}} \xrightarrow[k\to 0]{} 0\,. \qquad (44)$$

Из формул (36), (40) и (43) видно, что в фазах $\Phi(\perp)$ и $\Phi(\angle)$, в которых основное состояние вырождено с непрерывным параметром вырождения φ_0 (φ_0 — угол между намагниченностью и осью x в базисной плоскости), спектр спиновых волн безактивационный, затухание много меньше частоты и стремится к нулю при стремлении к нулю волнового вектора. Этот результат есть проявление общих теорем Голдстоуна и Адлера для нашего конкретного случая [15].

3. Фаза $\Phi(||)$: $\theta = 0$, $M^2 = M_0^2\dfrac{1 - 2\chi_{||}K_1}{1 + 2\chi_{||}M_0^2K_2}$. Условие устойчивости: $K_1 + K_2M_0^2 < 0$.

Закон дисперсии спиновых волн и их затухание определяются формулами

$$\omega = \omega_s(k) - i\Gamma_s(k);$$
$$\omega_s(k) = \gamma M_0[\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)]; \qquad (45)$$
$$\Gamma_s(k) = (\lambda_{11} + \lambda_2 k^2)[\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)].$$

Релаксация величины магнитного момента определяется формулами

$$M^2(t) = M_0^2 \frac{1 - 2\chi_{||} K_1}{1 + 2\chi_{||} K_2 M_0^2} + 2M_0 m(k,0) \exp[-t/\tau(k)], \qquad (46)$$

где

$$1/\tau(k) = i\Gamma_M = \lambda_2 k^2 / \chi_{||}. \qquad (47)$$

Отметим, во-первых, что время релаксации величины магнитного момента $\tau(k) \approx \chi_{||}/\lambda_2 k^2$ уменьшено за счет продольной восприимчивости $\chi_{||} << 1$. Во-вторых, время релаксации $\tau(k) \approx 1/k^2$ обратно пропорционально волновому вектору. Отсутствие релаксации однородных отклонений намагниченности обусловлено законом сохранения компоненты намагниченности M_z. Другими словами, в процессе релаксации прежде всего исчезают мелкомасштабные неоднородности магнитного момента, и в среде устанавливается однородная по величине намагниченность. Чтобы описать более медленную релаксацию однородных отклонений намагниченности от ее равновесных значений, необходимо учесть взаимодействия, разрушающие закон сохранения M_z.

Для того чтобы в данном основном состоянии существовали спиновые волны, необходимо, чтобы мнимая часть частоты спиновых волн $\Gamma_s(k) = \omega_{\rm Im}$, которая отвечает за диссипацию энергии, была намного меньше действительной части $\omega_{\rm Re}$ (частота активации спиновых волн). Как видно из (45), это условие выполняется

$$\frac{\omega_{\rm Im}}{\omega_{\rm Re}} = \frac{\lambda_{11} + \lambda_2 k^2}{\gamma M_0} << 1, \qquad (48)$$

если релаксационные константы среды λ малы по сравнению с характерной частотой ферромагнетика γM_0.

5. Затухания и спектры спиновых волн, рассчитанные с релаксационным членом Ландау–Лифшица

В этом случае, естественно, нет никакой релаксации величины намагниченности, так как M^2 = = const. Точнее, при $\chi \to 0$ время релаксации величины намагниченности стремится к нулю (см. формулы (35), (41), (47)).

Условия устойчивости фаз выписаны выше, и мы их здесь не приводим. Законы дисперсии спиновых волн и их затухания определяются следующими формулами.

1. Фаза $\Phi(\perp)$:

$$\omega = \frac{i}{2}\lambda(2\alpha k^2 + K_1) \pm$$
$$\pm \frac{1}{2}\sqrt{4\gamma^2 M_0^2 \alpha k^2(\alpha k^2 + K_1) - \lambda^2 K_1^2}. \qquad (49)$$

Из этой формулы немедленно следует вывод об отсутствии однородных колебаний в одноосном ферромагнетике с магнитной анизотропией типа «легкая плоскость». Действительно, при $k = 0$ частота спиновых волн становится мнимой $\omega = i\lambda K_1 = -i/2\tau_s$. Расчет показывает, что затухание со временем компонент намагниченности m_z и m_y описывается формулами

$$m_z(t) = m_z(0)\exp[-t/\tau_s];$$
$$m_y(t) = -(2\gamma M_0 \tau_s) m_z(0) \exp[-t/\tau_s]. \qquad (50)$$

Если сравнить частоту спиновых волн в фазе $\Phi(\perp)$ с частотой спиновых волн в фазе $\Phi(||)$ (см. формулу (54)), то мы обнаружим следующий парадокс. В фазе $\Phi(||)$ спиновые волны существуют как слабозатухающие волны намагниченности, а в фазе $\Phi(\perp)$ эти волны становятся сильно затухающими. Это противоречие можно представить и следующим образом. Как видно из (49), условие существования слабозатухающих спиновых волн в основном состоянии $\Phi(\perp)$ не выполняется не только при $k \to 0$, но и при волновых векторах k, удовлетворяющих условию

$$(\gamma M_0)^2 \alpha k^2 < \lambda^2 K_1. \qquad (51)$$

Это условие на волновые векторы подразумевает, что частоты спиновых волн являются мнимыми. Итак, налицо парадокс возникновения затухающих волн намагниченности в ферромагнетике со слабой диссипацией $(\gamma M_0) > \lambda$ при переходе от одной фазы к другой.

2. Фаза $\Phi(\angle)$:

$$\omega = i\lambda(\alpha k^2 - K_1 \sin^2\theta) \pm$$
$$\pm\sqrt{\gamma^2 M_0^2 \alpha k^2(\alpha k^2 - 2K_1 \sin^2\theta) - \lambda^2 K_1^2 \sin^4\theta}. \qquad (52)$$

Для фазы $\Phi(\angle)$ имеется целая область малых волновых векторов, в которой спиновые волны являются волнами с мнимыми частотами:

$$(\gamma M_0)^2 \alpha k^2 < \lambda^2 |K_1| (\sin\theta)^2. \qquad (53)$$

Результаты (49) и (52) для затухания спиновых волн, полученные при использовании релаксационного слагаемого в форме Ландау—Лифшица, находятся в *качественном противоречии* с результатами

Таблица 1. Отношение диссипативной части к активационной части частоты спиновых волн на границах фазовых переходов в одноосном ферромагнетике для длинноволнового приближения ($k \to 0$).

Фазовый переход	$\Phi(\|\|) \leftrightarrow \Phi(\angle)$; $K_1 = -M_0^2 K_2$	$\Phi(\perp) \leftrightarrow \Phi(\angle)$; $K_1 = 0$
Затухание по Ландау—Лифшицу	$\frac{\omega_{\rm Im}}{\omega_{\rm Re}} \to \frac{\lambda}{\gamma M_0}$	$\frac{\omega_{\rm Im}}{\omega_{\rm Re}} \to \frac{\lambda}{\gamma M_0}$
Затухание в форме (31)	$\frac{\omega_{\rm Im}}{\omega_{\rm Re}} \to \frac{\lambda_{11}}{\gamma M_0}$	$\frac{\omega_{\rm Im}}{\omega_{\rm Re}} \to \frac{\lambda_{11}}{\sqrt{4\gamma^2 M_0^2 - \lambda_{11}^2}}$

(36), (43), полученными при использовании релаксационного слагаемого, соответствующего диссипативной функции (32). Это противоречие означает только одно: релаксационный член в форме Ландау—Лифшица не описывает релаксацию для состояний с непрерывным параметром вырождения. Именно таковыми являются состояния для фаз $\Phi(\perp)$ и $\Phi(\angle)$.

3. Фаза $\Phi(||)$:

$$\omega = i\lambda(\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)) \pm \pm \gamma M_0[\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)]. \quad (54)$$

В этой фазе выполняется условие существования спиновых волн, если релаксационная константа λ мала. В этом случае имеем:

$$\frac{\omega_{\rm Im}}{\omega_{\rm Re}} = \frac{\lambda}{\gamma M_0} << 1. \quad (55)$$

Ситуация меняется при рассмотрении затухания спиновых волн в точках фазовых переходов. В этих условиях затухания, полученные при использовании релаксационного слагаемого в форме Ландау—Лифшица, находятся только в количественном несоответствии с результатами (36) и (43), полученными при использовании релаксационного слагаемого, соответствующего диссипативной функции (31). Эти результаты приведены в таблице 1.

6. Ферромагнетик с тетрагональной симметрией

Изучение спиновых волн в кристаллах с тетрагональной симметрией позволяет рассмотреть реальную ситуацию, когда в спектре спиновых волн имеется активация, и продемонстрировать, с какой анизотропией связано затухание спиновых волн. Так как результаты по релаксации величины намагниченности качественно совпадают с результатами по релаксации M^2 для фазы $\Phi(\angle)$ одноосного кристалла, то мы их здесь не приводим.

В случае тетрагональной симметрии становится важным направление азимутального угла φ вектора намагниченности $\mathbf{M}$ в плоскости xOy. Угол φ в основном состоянии может принимать значения $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$. Для простоты и краткости приведем результаты только для основных состояний с $\varphi = 0$, так как при $\varphi = \pi/2$ полученные результаты принципиально не отличаются.

Используя формулы для плотности диссипативной функции (26) и плотности свободной энергии (24), (33) тетрагонального ферромагнетика, а также уравнение движения намагниченности (7), найдем закон дисперсии с учетом затухания спиновых волн во всех фазах при $\varphi = 0$.

1. Фаза $\Phi(||)$: $\varphi = 0$, $\theta = 0$, $M^2 = M_0^2 \dfrac{1 - 2\chi_{||}K_1}{1 + 2\chi_{||}M_0^2 K_2}$.

Условия устойчивости: $K_a = -(K_1 + K_2 M_0^2) > 0$.
Закон дисперсии спиновых волн и их затухание определяются формулами

$$\omega = -i(\lambda_{11} + \lambda_2 k^2)(\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)) \pm \pm \gamma M_0[\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)]. \quad (56)$$

Видно, что условие существования спиновых волн в основном состоянии $\Phi(||)$ выполняется:

$$\frac{\omega_{\rm Im}}{\omega_{\rm Re}} = \frac{\lambda_{11} + \lambda_2 k^2}{\gamma M_0} << 1. \quad (57)$$

2. Фаза $\Phi(\perp)$: $\varphi = 0$, $\theta = \pi/2$, $M^2 = M_0^2$. Условия устойчивости: $K_3 > 0; K_1 > 0$.
Закон дисперсии спиновых волн и их затухание определяются формулами

$$\omega = -\frac{i}{2}((\lambda_{11} + \lambda_2 k^2)(\alpha k^2 + K_3 M_0^2) + (\lambda_{13} + \lambda_2 k^2)(\alpha k^2 + K_1)) \pm$$
$$\pm \frac{1}{2}\sqrt{4\gamma^2 M_0^2(\alpha k^2 + K_1)(\alpha k^2 + K_3 M_0^2) - [(\lambda_{11}(\alpha k^2 + K_3 M_0^2) - \lambda_2 k^2(K_1 - K_3 M_0^2) - \lambda_{13}(\alpha k^2 + K_1)]^2}. \quad (58)$$

Приведем формулы для однородного ферромагнитного резонанса для образца сферической формы, когда можно не учитывать размагничивающие факторы. Они имеют вид

$$\Gamma_s(0) = \frac{1}{2}(\lambda_{11} K_3 M_0^2 + \lambda_{13} K_1), \tag{59}$$

$$\omega_s(0) = \frac{1}{2}\sqrt{4\gamma^2 M_0^2 K_1 K_3 M_0^2 - (\lambda_{11} K_3 M_0^2 - \lambda_{13} K_1)^2}. \tag{60}$$

Обсудим эти формулы. Вначале рассмотрим затухание $\Gamma_s(0)$. Если в энергии анизотропии тетрагонального кристалла положить $K_3 = 0$, то придем к модели одноосного кристалла. Для этой модели, как мы видели, $\lambda_{13} = 0$. Это означает, что $\lambda_{13} = \lambda_{13}(K_3^2) = bK_3^2$. Поясним, какие соображения позволяют утверждать, что λ_{13} зависит от квадрата K_3. Можно привести два следующих аргумента: релаксационная константа λ_{13} не должна зависеть от знака константы анизотропии K_3; релаксационная константа λ_{13} определяется вероятностью процессов рассеяния спиновых волн друг на друге, обусловленных энергией анизотропии $W_a = K_3 M_x^2 M_y^2/2$, когда от операторов магнитных моментов мы переходим к операторам рождения и уничтожения спиновых волн (см. книгу [12]). Поскольку вероятность процессов рассеяния спиновых волн пропорциональна квадрату матричного элемента энергии взаимодействия, то релаксационная константа $\lambda_{13} \approx K_3^2$. Аналогичные соображения можно привести при анализе релаксационной константы λ_{11}. Эта константа равна нулю в обменном приближении, когда константы анизотропии K_1, K_2 и K_3 равны нулю. По этой причине $\lambda_{11} = cK_1^2$. Проведенные оценки позволяют представить затухание спиновых волн для тетрагонального ферромагнетика в виде

$$\Gamma_s(0) = \frac{1}{2}(cK_1^2 K_3 M_0^2 + bK_3^2 K_1) \approx \frac{1}{2} cK_1^2 K_3 M_0^2 = \frac{1}{2}\lambda_{11} K_3 M_0^2, \tag{61}$$

мы учли, что $K_1^2 >> K_3^2$.

Перейдем теперь к обсуждению формулы для частоты спиновых волн $\omega_s(0)$. Отрицательное слагаемое под знаком корня в формуле (58) представляет, как это хорошо известно, уменьшение частоты колебаний за счет релаксации. Условие вещественности $\omega_s(0)$, естественно, совпадает с условием существования спиновых волн. Если

$$\gamma^2 M_0^2 K_1 K_3 M_0^2 >> (\lambda_{11} K_3 M_0^2 - \lambda_{13} K_1)^2, \tag{62}$$

то спиновые волны являются хорошо определенными квазичастицами.

3. Фаза $\Phi(\angle)$: $\varphi = 0$, $\cos^2\theta = -\dfrac{K_1}{K_2 M_0^2}$, $M^2 = M_0^2$,

Условия устойчивости: $-K_2 M_0^2 < K_1 < 0$; $K_3 > 0$; $K_2 > 0$.

Проведем оценку условия существования спиновых волн аналогично тому, как это сделано для одноосного ферромагнетика. Частоты спиновых волн при отсутствии затухания выражаются формулой

$$\omega_S^2 = \gamma^2 M_0^2 (\alpha k^2 + K_3 M_0^2 \sin^2\theta)(\alpha k^2 - 2K_1 \sin^2\theta). \tag{63}$$

Исходя из формулы (42), получим затухание спиновых волн $\Gamma_s(k)$ в линейном по λ_{11}, λ_{13}, λ_2 приближении:

$$\Gamma_s(k) = \frac{1}{2}(\lambda_{11} + \lambda_2 k^2)\frac{\alpha k^2 \alpha k^2 \cos^2\theta + (\alpha k^2 + K_3 M_0^2 \sin^2\theta)(\alpha k^2 - 2K_1 \sin^2\theta)}{\alpha k^2 - 2K_1 \sin^2\theta} + \frac{1}{2}(\lambda_{13} + \lambda_2 k^2)\frac{(\alpha k^2 - 2K_1)^2 \sin^2\theta}{\alpha k^2 - 2K_1 \sin^2\theta}. \tag{64}$$

Условие существования спиновых волн в фазе $\Phi(\angle)$ имеет следующий вид:

$$\frac{\Gamma_s(k)}{\omega_S} \xrightarrow[k\to 0]{} \frac{\lambda_{11} K_3 M_0^2 \sin^2\theta - \lambda_{13} 2K_1}{2\gamma M_0 \sqrt{2|K_1| K_3 M_0^2 \sin^4\theta}} << 1 . \tag{65}$$

Приведем также законы дисперсии спиновых волн в основных состояниях тетрагонального ферромагнетика при использовании релаксационного слагаемого в форме Ландау—Лифшица (2):

1. Фаза $\Phi(||)$:

$$\omega = i\lambda[\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)] \pm \gamma M_0 [\alpha k^2 - (K_1 + K_2 M_0^2)] . \tag{66}$$

Условие существования спиновых волн:

$$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} = \frac{\lambda}{\gamma M_0} << 1 \ .$$

2. Фаза $\Phi(\perp)$:

$$\omega = \frac{i}{2}\lambda(2\alpha k^2 + K_1 + K_3 M_0^2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{4\gamma^2 M_0^2(\alpha k^2 + K_3 M_0^2)(\alpha k^2 + K_1) - \lambda^2 (K_1 - K_3 M_0^2)^2} \ . \qquad (67)$$

Условие существования спиновых волн:

$$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \xrightarrow[k\to 0]{} \frac{\lambda(K_1 + K_3 M_0^2)}{\sqrt{4\gamma^2 M_0^2 K_1 K_3 M_0^2 - \lambda^2 (K_1 - K_3 M_0^2)^2}} << 1 \ .$$

3. Фаза $\Phi(\angle)$:

$$\begin{aligned}\omega = {} & \frac{i}{2}\lambda(2\alpha k^2 - 2K_1 \sin^2\theta + K_3 M_0^2 \sin^2\theta) \pm \\ & \pm \frac{1}{2}\sqrt{4\gamma^2 M_0^2(\alpha k^2 + K_3 M_0^2 \sin^2\theta)(\alpha k^2 - 2K_1 \sin^2\theta) - \lambda^2 (2K_1 + K_3 M_0^2)\sin^4\theta} \ .\end{aligned} \qquad (68)$$

Условие существования спиновых волн:

$$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \xrightarrow[k\to 0]{} \frac{\lambda(K_3 M_0^2 - 2K_1)}{\sqrt{4\gamma^2 M_0^2 2|K_1| K_3 M_0^2 - \lambda^2 (2K_1 + K_3 M_0^2)^2}} << 1 \ .$$

Аналогично тому, как это сделано выше, представим анализ полученных результатов в виде таблиц 2 и 3.

Мы видим, что использование изотропного релаксационного слагаемого Ландау—Лифшица и нашего анизотропного релаксационного слагаемого в форме (23) в случае тетрагонального ферромагнетика приводит к результатам, которые отличаются только количественно. В этом случае противоречий не возникает, если $\lambda << \gamma M_0$. Это связано с тем, что

Таблица 2. Отношение диссипативной части к активационной части частоты спиновых волн в основных состояниях тетрагонального ферромагнетика для длинноволнового приближения ($k \to 0$).

Фаза	$\Phi(\|\|)$	$\Phi(\perp)$	$\Phi(\angle)$
Затухание по Ландау—Лифшицу	$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \to \frac{\lambda}{\gamma M_0}$	$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \to \frac{\lambda(K_1 + K_3 M_0^2)}{\sqrt{4\gamma^2 M_0^4 K_1 K_3}}$	$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \xrightarrow[k\to 0]{} \frac{\lambda(K_3 M_0^2 - 2K_1)}{\sqrt{4\gamma^2 M_0^2 2\|K_1\| K_3 M_0^2}}$
Затухание в форме (26)	$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \to \frac{\lambda_{11}}{\gamma M_0}$	$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \to 0$	$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \to \frac{\lambda_{11} K_3 M_0^2 \sin^2\theta - \lambda_{13} 2K_1}{4\gamma M_0 \sqrt{2\|K_1\| K_3 M_0^2 \sin^4\theta}}$

Таблица 3. Отношение диссипативной части к активационной части частоты спиновых волн на границах фазовых переходов в тетрагональном ферромагнетике для длинноволнового приближения ($k \to 0$).

Фазовый переход	$\Phi(\|\|) \leftrightarrow \Phi(\angle)$ $K_1 = -M_0^2 K_2,\ K_3 = 0$	$\Phi(\perp) \leftrightarrow \Phi(\angle)$ $K_1 = 0,\ K_3 = 0$
Затухание по Ландау—Лифшицу	$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \to \frac{\lambda}{\gamma M_0}$	$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \to \frac{\lambda}{\gamma M_0}$
Затухание в форме (26)	$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \to \frac{\lambda_{11}}{\gamma M_0}$	$\frac{\omega_{\mathrm{Im}}}{\omega_{\mathrm{Re}}} \to \frac{\lambda_{11} + \lambda_{13}}{\sqrt{4\gamma^2 M_0^2 - (\lambda_{11} - \lambda_{13})^2}}$

в тетрагональном ферромагнетике нет основных состояний с непрерывным параметром вырождения.

Фазовые спин-ориентационные переходы в «вязких» ферромагнетиках

Обсудим возможность спин-ориентационных фазовых переходов в ферромагнетиках с большими релаксационными параметрами $\lambda >> \gamma M_0$. В этом случае спиновые волны в фазе $\Phi(||)$ являются сильно затухающими волнами (см. (48)). Квантовая неопределенность в энергии этих волн $\Delta\omega \approx \lambda$ становится больше частоты активации спиновых волн $\omega_0(T) = \gamma M_0 K_a(T)$. По этой причине говорить об условии фазового перехода $\Phi(||) \leftrightarrow \Phi(\angle)$ в виде условия $\omega_0(T) = 0$ не имеет смысла. Аналогичные соображения относятся и к фазовому переходу $\Phi(\perp) \leftrightarrow \Phi(\angle)$ в вязких средах, для которых $\lambda >> \gamma M_0$. Случай фазовых переходов в вязких средах будет нами рассмотрен отдельно.

Обсуждение полученных результатов и выводы

Обычно принято рассматривать спиновые волны в условиях их малого затухания. Этот случай описывается малыми релаксационными константами при феноменологическом рассмотрении спиновых волн: считается выполненным условие $\lambda << \gamma M_0$. В этом приближении, как показано в настоящей работе, можно предъявить вариант последовательного описания высокочастотных и релаксационных свойств ферромагнетика, а также описать спин-ориентационные переходы в рамках теории Ландау.

Случай систем с вырожденным основным состоянием, как это показано в разд. 4, требует особого рассмотрения. Общепринятый метод описания релаксационных процессов, восходящий к работе Ландау—Лифшица [1], приводит к выводу об исчезновении однородных колебаний намагниченности после перехода из фазы типа «легкая ось» в фазу типа «легкая плоскость» в одноосном ферромагнетике даже при выполнении условия $\lambda << \gamma M_0$. Точнее, после такого перехода спиновые волны в фазе типа «легкая плоскость» становятся сильно затухающими волнами. Тот же результат получается и для состояния «угловая фаза». Другими словами, имеется следующий парадокс. В данном кристалле спиновые волны существуют в фазе «легкая ось» и исчезают (становятся релаксационными модами) в фазах «легкая плоскость» и «угловая фаза». Это означает, что использование для описания затухания спиновых волн релаксационного слагаемого в форме Ландау—Лифшица или Гильберта в отдельных случаях оказывается неправильным. Противоречия возникают при рассмотрении ферромагнетиков с высокой симметрией (обменное приближение, одноосный ферромагнетик), для которых имеются вырожденные основные состояния. Это связано с тем обстоятельством, что релаксационные слагаемые в форме Ландау—Лифшица или Гильберта построены без достаточно полного учета симметрии кристалла. Прямое использование соображений симметрии при построении диссипативной функции не объясняет отмеченного парадокса. Только привлечение законов сохранения полных компонент намагниченности позволило сформулировать те требования к диссипативной функции, которые объяснили отмеченный парадокс (см. разд. 3).

Поскольку законы сохранения полных компонент намагниченности обусловлены симметрией ферромагнетика в спиновом и координатном пространствах, то особая, нестандартная, структура диссипативной функции обусловлена, по нашему мнению, последовательным и полным учетом соображений симметрии.

Построение диссипативной функции в форме, предложенной в данной работе с учетом соображений Ландау о важности симметрии, дает верные результаты и приводит нас к выводу, что затухание спиновых волн не накладывает никакого ограничения на теорию Ландау для описания спин-ориентационных переходов.

Использование предложенной авторами диссипативной функции позволяет описывать затухание величины магнитного момента, что было невозможно при использовании релаксационных слагаемых в форме Ландау—Лифшица или Гильберта.

Рассмотрение ферромагнетика с тетрагональной симметрией имеет большой методический интерес. На этом примере показано, что число констант, описывающих релаксацию однородных компонент намагниченности, равно двум, а не одной, как в теории Ландау—Лифшица—Гильберта. В общем случае кристалла с орторомбической симметрией число релаксационных констант, соответствующих однородным колебаниям, равно трем.

Общепринятая градация констант магнитной анизотропии $K_2 M_0^2, K_3 M_0^2 << K_1$ и понимание зависимости релаксационных констант λ от констант магнитной анизотропии (см. разд. 6) позволяют конкретизировать общие идеи Н.Н. Боголюбова о квазисредних применительно к описанию спектров и затуханий спиновых волн в системах с непрерывным параметром, описывающим вырожденный вакуум. Рецепт расчета этих величин таков. Выбираем магнитную анизотропию так, чтобы полностью снять вырождение основного состояния, характерного для обменного взаимодействия. Строим диссипативную функцию, соответствующую симметрии спинового гамильтониана и решетки материала.

Рассчитываем спектры и затухания спиновых волн для возможных фаз ферромагнетика. В полученных формулах при фиксированном волновом векторе k переходим к модели одноосного кристалла ($K_3 \to 0$). При этом вместе с K_3 обращается в нуль релаксационная константа λ_{13}. Переход к обменной модели получаем, когда $K_1 \to 0$. При этом λ_{11} также обращается в нуль. Полученные при такой процедуре спектры и затухания спиновых волн удовлетворяют условию существования слабозатухающих спиновых волн во всех возможных фазах ферромагнетика, включая фазы с вырожденным основным состоянием. Условием слабого затухания спиновых волн для всех фаз является условие $\lambda << \gamma M_0$. Отметим, как соотносится поворот в базисной плоскости со спиновыми волнами. Для простоты рассмотрим фазу $\Phi(\perp)$. Пусть в основном состоянии равновесное значение магнитного момента направлено вдоль оси x. Поворот на достаточно малый угол φ_1 вокруг оси симметрии z означает появление в новом основном состоянии отличной от нуля компоненты

$$\langle M_y \rangle \approx \varphi_1 \langle (a_0^+ + a_0) \rangle \ .$$

Усреднение в этой формуле проводится по когерентным состояниям спиновых волн с волновым вектором $k = 0$, для которых число возбужденных спиновых волн распределено по Пуассону [16]. Среднее число спиновых волн в распределении Пуассона пропорционально $\langle M_y \rangle$ или φ_1. Таким образом, однородный поворот на угол φ_1 в системах с вырожденным вакуумом, как и в любой спиновой системе, эквивалентен возбуждению спиновых волн. Отличие систем с вырожденным вакуумом от обычных систем состоит в том, что для них спиновые волны с $k = 0$ имеют нулевую частоту $\omega_0 = 0$, и по этой причине поворот является статическим. В невырожденных системах отклонение намагниченности от основного состояния вызывает затухающие спиновые волны и релаксацию к фиксированному основному состоянию. Именно это явление и происходит в любой реальной системе, так как реальные системы — невырожденные системы.

С.М. Рябченко посоветовал нам детализировать принцип квазисредних Боголюбова применительно к спиновым системам с вырожденным основным состоянием и сделал ряд ценных замечаний. Авторы благодарят его за внимание к нашей работе. Мы благодарим Б.А. Иванова за ценные обсуждения.

Приложение 1

Диссипативная функция и затухание спиновых волн в приближении нулевой продольной восприимчивости

Приближение $\chi_{||} = 0$ использовано в оригинальной работе Ландау и Лифшица [1]. В этом приближении ими была предложена как динамическая часть уравнения, так и диссипативная. Приближение $\chi_{||} = 0$ означает, что из трех компонент магнитного момента независимыми являются только две. В качестве двух независимых переменных выбирают полярный θ и азимутальный φ углы наклона вектора намагниченности **M**:

$$M = \{M_0 \sin\theta \cos\varphi;\ M_0 \sin\theta \sin\varphi;\ M_0 \sin\theta \sin\varphi;\}.$$

Энергия ФМ в этом приближении принимает следующий вид:

$$W = \frac{1}{2}\alpha M_0^2 ((\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\varphi)^2) + + \frac{1}{2}K_1 M_0^2 \cos^2\theta + \frac{1}{4}K_2 M_0^4 \cos^4\theta \ . \qquad (\text{П.1.1})$$

Уравнение движения магнитного момента имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial\varphi}{\partial t} &= \frac{\delta W}{\delta(\cos\theta)} + R_\varphi = -f_\theta + R_\varphi \ , \\ \frac{\partial(\cos\theta)}{\partial t} &= -\frac{\delta W}{\delta\varphi} + R_\theta = f_\varphi + R_\theta \ , \end{aligned} \qquad (\text{П.1.2})$$

где R_φ и R_θ — релаксационные слагаемые, соответствующие переменным φ и $\cos\theta$.

Для того чтобы определить вид R_φ и R_θ, найдем изменение свободной энергии со временем:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \int \left\{ \frac{\delta W}{\delta(\cos\theta)} \frac{\partial(\cos\theta)}{\partial t} + \frac{\delta W}{\delta\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial t} \right\} dV \ . \qquad (\text{П.1.3})$$

Подставляя вместо производных по времени их значения, получаем:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\int \left\{ R_\theta f_\theta + R_\varphi f_\varphi \right\} dV. \qquad (\text{П.1.4})$$

Из этой формулы следует, что релаксационные слагаемые можно выбрать в виде

$$\begin{aligned} R_\theta &= \lambda_{\theta\theta} f_\theta + \lambda_{\theta\varphi} f_\varphi, \\ R_\varphi &= \lambda_{\varphi\theta} f_\theta + \lambda_{\varphi\varphi} f_\varphi \ . \end{aligned} \qquad (\text{П.1.5})$$

Для простоты мы не учитываем членов с производными от «обобщенных» сил f_θ, f_φ по координатам.

Этим релаксационным членам соответствует диссипативная функция:

$$Q = \frac{1}{2}\int (\lambda_{\theta\theta} f_\theta^2 + \lambda_{\varphi\varphi} f_\varphi^2 + 2\lambda_{\theta\varphi} f_\theta f_\varphi)\, dV \;. \quad (\text{П.1.6})$$

Из формул (П.1.5) и (П.1.6) легко видеть, что

$$R_\theta = \delta Q/\delta f_\theta ,\; R_\varphi = \delta Q/\delta f_\varphi \;. \qquad (\text{П.1.7})$$

Зная диссипативную функцию, свободную энергию и уравнение движения, легко рассчитать спектр и затухание спиновых волн. Свободной энергии (П.1.1) соответствует три основных состояния:

$$\theta = 0 \;\; (\Phi(||)),\;\; \theta = \frac{\pi}{2} \;\; (\Phi(\perp)),$$

$$\cos^2\theta = -\frac{K_1}{M_0^2 K_2} \;\; (\Phi(\angle)).$$

Величина магнитного момента в приближении $\chi_{||} = 0$ остается неизменной: $M^2 = M_0^2$.

Рассмотрим спектр и затухание спиновых волн для фазы $\Phi(\angle)$. В линейном приближении $(\cos\theta = \cos\theta_0 + \cos\theta_1,\; \varphi = \varphi_1)$ уравнение движения (П.1.2) принимает вид

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -\lambda_\varphi \alpha \frac{K_1 + K_2 M_0^2}{K_2 M_0^2}\nabla^2\varphi - $$
$$-\left[2K_1 M_0^2 \cos\theta_1 - \alpha\frac{K_2 M_0^4}{K_1 + K_2 M_0^2}\nabla^2(\cos\theta_1)\right],$$
$$\frac{\partial(\cos\theta_1)}{\partial t} = -\alpha\frac{K_1 + K_2 M_0^2}{K_2 M_0^2}\nabla^2(\cos\theta_1)\;. \qquad (\text{П.1.8})$$

Переходя к компонентам Фурье по времени и координатам, находим дисперсионное уравнение для этой системы. Решение этого уравнения имеет следующий вид

$$\omega = -i\lambda_\varphi \frac{K_1 + K_2 M_0^2}{2K_2}\alpha k^2 \pm$$
$$\pm\sqrt{\alpha k^2\left[\alpha k^2 + 2\frac{(K_1 + K_2 M_0^2)K_1}{K_2}\right]}\,. \qquad (\text{П.1.9})$$

Из формулы (П.1.9) видно, что мнимая часть частоты спиновых волн намного меньше действительной.

В точке ФП $\Phi(\angle) \to \Phi(||)$ выполняется условие $K_1 + K_2 M_0^2 = 0$, при этом затухание отсутствует и необходимо учитывать следующее приближение при построении диссипативной функции, например, релаксационные слагаемые, зависящие от производных сил f_θ, f_φ по координатам.

При ФП $\Phi(\angle) \to \Phi(\perp)$ выполняется условие $K_1 = 0$, в этом случае мнимая часть частоты спиновых волн намного меньше действительной.

При написании диссипативной функции нами не использованы ограничения, связанные с симметрией кристалла. Формула (П.1.6) применима, в принципе, для кристаллов низкой симметрии. В случае кристаллов высокой симметрии (изотропное, изотропно-обменное приближение, приближение одноосного ферромагнетика) возникают ограничения на вид диссипативной функции, обусловленные законами сохранения намагниченности.

Например, в случае одноосного кристалла сохраняется компонента $M_z(\cos\theta)$, и уравнение этой компоненты должно иметь вид

$$\frac{\partial(\cos\theta)}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{P} = 0\;, \qquad (\text{П.1.10})$$

где P_i — i-я компонента потока M_z. Нетрудно убедиться, что уравнение для $\cos\theta$ с учетом релаксационных слагаемых принимает вид закона сохранения только в том случае, когда $\lambda_\theta = \lambda_{\theta\varphi} = 0$. Именно этот случай рассмотрен нами при расчете спектра спиновых волн в фазе $\Phi(\angle)$.

Мы привели это приложение для того, чтобы показать связь с основным потоком работ при расчете спектров и затухания спиновых волн. Отметим, что расчет спектров и затухания спиновых волн в приближении $\chi_{||} = 0$ намного проще, чем при учете $\chi_{||}$. В приближении $\chi_{||} = 0$ теряется диссипативная частота спиновых волн, соответствующая релаксации намагниченности по величине.

Приложение 2

Диссипативная функция в форме Гильберта

Приведем выражение для диссипативной функции Гильберта Q_G. Эту диссипативную функцию можно получить, рассматривая (как и сделано нами) изменение энергии ферромагнетика со временем.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \int\frac{\partial W}{\partial\mathbf{M}}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial t}\,dV = -\int\mathbf{H}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial t}\,dV. \quad (\text{П.2.1})$$

Подставляя вместо $\partial\mathbf{M}/\partial t$ его значение из уравнения Ландау–Лифшица с релаксационным членом в форме Гильберта:

$$\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma[\mathbf{M},\mathbf{H}] + \frac{a}{M_0}\left[\mathbf{M},\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial t}\right], \qquad (\text{П.2.2})$$

получаем:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{a}{M_0}\int\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial t}[\mathbf{M},\mathbf{H}]\,dV,$$

еще раз используя уравнение (56), получаем:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{a}{\gamma M_0} \int \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right)^2 dV = Q_G . \qquad (\Pi.2.3)$$

Эта диссипативная функция была найдена Гильбертом в его диссертации.

В переменных θ и φ диссипативная функция Гильберта имеет вид:

$$Q_G = \frac{a}{\gamma M_0} \int \left\{ \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \right\} dV . \quad (\Pi.2.4)$$

Преимуществом этой диссипативной функции является то, что она выражается через производные по времени, в отличие от диссипативной функции (15). Недостаток — она не учитывает ограничений, связанных с симметрией кристалла.

1. L.D. Landau and E.M. Lifshits, *Sow Phys.* **8**, 153 (1935).
2. T.L. Gilbert, *Phys. Rev.* **100**, 1243 (1955).
3. В.Г. Барьяхтар, *ФТТ* **29**, 1317 (1987).
4. V. Kamberskii, *Czech. J. Phys.* **B 22**, 572, (1972).
5. E.M. Lifshits, *J. Phys. USSR* **8**, 337 (1944).
6. C. Kittel, *Phys. Rev.* **70**, 965 (1946).
7. C. Kittel, *Rev. Mod. Phys.* **21**, 541 (1949).
8. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика,* Наука, Москва (1982).
9. L.T. Tsymbasl, Ya.B. Bazaliy, G.N. Kakazei, and P.E. Wigen, *Ukr. J. Phys.* **50**, 883 (2005).
10. V.L. Safonov, *J. Appl. Phys.* **91**, 8653 (2002).
11. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред,* Наука, Москва (1982).
12. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
13. Е.А. Туров, *Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов*, Изд-во АН СССР, Москва (1963).
14. А.Г. Данилевич, *УФЖ* **51**, 668 (2006).
15. В.Г. Барьяхтар, В.Н. Криворучко, Д.А. Яблонский, *Функции Грина в теории магнетизма*, Наукова Думка, Киев (1984).
16. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика,* Физматлит, Москва (2004), с. 100, задача 3.

Spin wave damping under spin orientation phase transitions

V.G. Baryakhtar and A.G. Danilevich

The spin wave spectra and damping in the vicinity of spin orientation phase transitions were investigated. It is shown that the Landau–Lifshits relaxation term cannot describe the spin wave damping in the case of degenerate basic state with a continuous degeneracy parameter. A dissipative function for ferromagnetic crystals of different symmetry was constructed. The cases of finite and zero longitudinal magnetic susceptibility were considered. Method of calculating the relaxation term in the Landau–Lifshits equation for crystals of different symmetry was given. The spin wave spectra and damping were calculated for ferromagnets with uniaxial and tetragonal symmetry. It is shown, that relaxation is a two-stage process. At the first stage of relaxation an equilibrium magnitude of magnetization intensity is established due to the exchange interaction. At the second stage of relaxation there occurs a damping of the spin wave amplitude as the magnetization variable precesses round its equilibrium value. The detailed elaboration of N.N. Bogolubov method of quasi-middle is debated with reference to ferromagnets with spontaneously degenerated vacuum.

Keywords: ferromagnetic, phase transition, spin wave damping, dissipative function, dispersion law.