Физика низких температур, 2006, т. 32, № 3, с. 329–336

К теории магнитоплазменных волн в квантовых проволоках

А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: georgiy.i.rashba@univer.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 20 сентября 2005 г.

В приближении хаотических фаз рассмотрены плазменные волны в толстой проволоке при наличии магнитного поля, перпендикулярного проволоке. Использована стандартная модель проволоки с параболическим потенциалом конфайнмента. Вычислен поляризационный оператор вырожденного и невырожденного электронного газа в проволоках при произвольной ширине этого потенциала. Получены формулы для спектра и затухания внутриподзонных и межподзонных магнитоплазмонов в проволоках с вырожденным и невырожденным электронным газом при произвольном числе заполненных подзон конфайнмента. Рассмотрены анизотропия спектра магнитоплазмонов в толстых проволоках и экранирование кулоновского поля электрического заряда в них.

В наближенні хаотичних фаз розглянуто плазмові хвилі у товстій проволоці при наявності магнітного поля, перпендикулярного проволоці. Використано стандартну модель проволоки з параболічним потенціалом конфайнмента. Розраховано поляризаційний оператор виродженого та невиродженого електронного газу у проволоках при довільній ширині цього потенціалу. Отримано формули для спектра і згасання внутрішньопідзонних та міжпідзонних магнітоплазмонів у проволоках з виродженим та невиродженим електронним газом при довільному числі заповнених підзон конфайнмента. Розглянуто анізотропію спектра магнітоплазмонів у товстих проволоках та екранування кулонівського поля електричного заряду в них.

PACS: 73.20.Mf, 71.45.Gm

Ключевые слова: квантовая проволока, магнитоплазменные волны, приближение хаотических фаз, потенциал конфайнмента, спектр и затухание магнитоплазмонов

1. Введение

Успехи технологии приготовления таких низкоразмерных систем, как квантовые точки, проволоки, ямы, кольца, заманчивые перспективы их использования в технике стимулируют изучение физических свойств этих систем [1,2]. Особый интерес вызывают свойства электронных низкоразмерных систем при низких температурах и в сильных магнитных полях, когда проявляются эффекты гибридизации пространственного и магнитного квантования движения электронов. Интерес к таким коллективным явлениям в низкоразмерных системах, как квантовый эффект Холла, распространение плазменных волн, экранирование кулоновского взаимодействия электронов, не ослабевает. Плазмоны интересны еще и потому, что многие исследователи связывают с ними успехи в объяснении механизма высокотемпературной сверхпроводимости [3,4].

Плазменные волны в тонкой проволоке в отсутствие магнитного поля теоретически изучались в работах [3,4]. Найденное в этих работах выражение для спектра плазмонов справедливо лишь при $aq \ll 1$, где a — радиус проволоки, q — волновое число плазменной волны. Получить из него спектр плазмонов при $aq > 1$, осуществить предельный переход к плазмонам в двумерном или трехмерном образце невозможно. Между тем усовершенствование технологии приготовления толстых проволок (более 10^3 Å) [5] стимулирует получение для спектра плазмонов формул, допускающих такой предельный переход. Здесь мы приводим формулы для спектра плазменных волн в толстой ($aq > 1$) проволоке, позволяющие осуществить такой переход.

Магнитоплазменные волны в тонкой проволоке, образованной на гетероструктуре GaAs/ $Al_xGa_{1-x}As$ с двумерным электронным газом, в приближении хаотических фаз [6] изучались в работе [7]. Дополнительный потенциал, ограничивающий движение двумерных электронов в одном направлении (потенциал конфайнмента), в этой работе был выбран параболическим, а магнитное поле — перпендикулярным плоскости, занятой двумерным электронным газом. Авторы этой работы использовали разложение волновой функции и поляризационного оператора электронов в проволоке по степеням x_0/l , где x_0 — координата центра электронной «орбиты», а l — магнитная длина. Как отмечают сами авторы работы [7], это разложение неприменимо в сильных полях. Мы не пользуемся этим разложением. В работе [7] найден спектр внутриподзонных и межподзонных плазмонов в тонкой проволоке в предположении, что при нулевой температуре заполнена лишь самая нижняя подзона конфайнмента. Случай заполненных одной и двух подзон рассмотрен в работе [8], авторы которой воспользовались разложением волновой функции «сдвинутого» гармонического осциллятора по «несдвинутым» волновым функциям. Мы рассматриваем случай, когда при низких температурах заполнено любое число подзон. Авторы работ [7,8] пренебрегли спиновым расщеплением уровней энергии электронов в магнитном поле, существенным в сильных полях [9]. В настоящей работе учтено это расщепление. Насколько нам известно, магнитоплазменные волны в проволоке с невырожденным электронным газом теоретически не рассматривались. Между тем в толстых проволоках с низкой плотностью электронов, с широким потенциалом конфайнмента возможна ситуация, когда температура превышает расстояние между уровнями конфайнмента, но все еще мала по сравнению с расстоянием между уровнями пространственного квантования. В этих условиях статистику электронов можно считать больцмановской. Здесь мы рассматриваем также магнитоплазменные волны в проволоке с невырожденным электронным газом.

Магнитоплазменные волны в тонкой проволоке с параболическим конфайнментом недавно изучались в работе [10]. Кроме параболического потенциала, авторы этой работы учли в первом порядке теории возмущений дополнительное модулирующее поле, уширяющее уровни Ландау электронов в зоны. Они рассмотрели магнитные осцилляции спектра внутриподзонных и межподзонных плазмонов, обусловленные модулирующим полем. Анизотропия спектра магнитоплазмонов в толстой проволоке в работах [7,8,10] не рассматривалась. Мы приводим выражения для поляризационного оператора и спектра магнитоплазмонов с учетом упомянутой анизотропии.

Во втором разделе статьи в приближении хаотических фаз вычислен поляризационный оператор электронов в проволоке произвольной толщины при наличии магнитного поля. В третьем и четвертом разделах рассматриваются внутриподзонные и межподзонные магнитоплазмоны в случае вырожденного и невырожденного электронного газа. Пятый раздел посвящен экранированию заряда в квантовой проволоке. В заключении намечены некоторые перспективы развития теории.

2. Поляризационный оператор при произвольной ширине потенциала конфайнмента

Популярной моделью квантовой проволоки является двумерный электронный газ с дополнительным потенциалом $m\omega_0^2 x^2/2$, ограничивающим движение электронов вдоль оси x. Здесь m — эффективная масса электрона, ω_0 — параметр потенциала конфайнмента. Если выбрать векторный потенциал магнитного поля H, перпендикулярного плоскости (x,y), занятой двумерным электронным газом, в виде $\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$, то волновая функция и энергия электрона в проволоке будут иметь вид [11]

$$\psi_{nk_y}(x,y) = (\sqrt{\pi}\, 2^n n!\, l)^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2l^2}(x - x_0)^2\right] \times$$
$$\times \mathrm{H}_n\left(\frac{x - x_0}{l}\right) \exp(ik_y y) , \quad (1)$$

$$\varepsilon_{nk_y\sigma} = \Omega\left(n + \frac{1}{2}\right) + \frac{k_y^2}{2M} + \sigma\mu_B H , \quad (2)$$

где n — осцилляторное квантовое число, k_y — проекция импульса электрона на ось проволоки y, $l = (m\Omega)^{-1/2}$ — перенормированная магнитная длина, $\Omega = (\omega_0^2 + \omega_c^2)^{1/2}$ — гибридная частота (ω_c — циклотронная частота электрона), $x_0 = -\omega_c k_y/(m\Omega^2)$, H_n — полиномы Эрмита, $M = m(\Omega/\omega_0)^2$, $\sigma = \pm 1$ — спиновое квантовое число, μ_B — спиновый магнитный момент электрона. Квантовая постоянная и нормировочная длина приняты равными единице. Плотность состояний электронов со спектром (2) равна

$$\nu(\varepsilon) = \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{2}\pi} \sum_{n\sigma} \frac{\Theta(\varepsilon - \varepsilon_{n\sigma})}{\sqrt{\varepsilon - \varepsilon_{n\sigma}}} . \quad (3)$$

Здесь

$$\varepsilon_{n\sigma} = \Omega\left(n + \frac{1}{2}\right) + \sigma\mu_B H$$

— уровни Ландау электрона в проволоке, Θ — функция Хевисайда.

Дисперсионное уравнение для плазмонов в толстой проволоке в приближении хаотических фаз имеет вид [6]

$$1 - \upsilon(\mathbf{q})P(\mathbf{q},\omega) = 0 \; , \tag{4}$$

где $\upsilon(\mathbf{q})$ — фурье-компонента энергии кулоновского взаимодействия электронов, P — запаздывающий поляризационный оператор, зависящий от волнового вектора $\mathbf{q}$ и частоты ω.

Функция $\upsilon(\mathbf{q})$ зависит от геометрии области, доступной движению электронов. Например, в случае цилиндра радиуса a и высоты h, ось которого параллельна оси z, эта функция равна

$$\upsilon(\mathbf{q}) = \frac{4\pi e^2}{\kappa}\int\limits_0^a d\rho\, \rho J_0(q_\rho \rho)\int\limits_0^{h/2} dz \frac{\cos q_z z}{\sqrt{z^2 + \rho^2}} \, . \tag{5}$$

Здесь e — заряд электрона, κ — диэлектрическая постоянная среды, q_ρ и q_z — цилиндрические координаты вектора $\mathbf{q}$, J_0 — функция Бесселя. Точное значение интеграла (5) при конечных a и h не известно. В пределе $h \to \infty$ он равен

$$\upsilon(\mathbf{q}) = \frac{4\pi e^2}{q^2\kappa} \times$$
$$\times [1 + aq_\rho J_1(aq_\rho)K_0(a|q_z|) - a|q_z| J_0(aq_\rho)K_1(a|q_z|)] \, , \tag{6}$$

где J_n и K_n — функции Бесселя и Макдональда. Если здесь $a \to \infty$, функция $\upsilon(\mathbf{q})$ превращается в компоненту Фурье энергии кулоновского взаимодействия электронов в безграничном трехмерном образце:

$$\upsilon(q) = \frac{4\pi e^2}{q^2\kappa} \, . \tag{7}$$

Если же $q_\rho = 0$, $a|q_z| << 1$, из формулы (6) получаем выражение

$$\frac{\upsilon(q_z)}{\pi a^2} = -\frac{2e^2}{\kappa} \ln \frac{a|q_z|}{2} \, , \tag{8}$$

использованное в работе [4] при изучении плазмонов в тонкой проволоке. В предельном случае $a \to \infty$ из формулы (5) следует

$$\upsilon(\mathbf{q}) = \frac{4\pi e^2}{q_\rho^2 \kappa}\left(1 + \frac{q_z^2}{q_\rho^2}\right)^{-1} \times$$
$$\times \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{2}q_\rho h\right)\left(\cos\frac{q_z h}{2} - \frac{q_z}{q_\rho}\sin\frac{q_z h}{2}\right)\right] . \tag{9}$$

Если в этой формуле положить $q_z = 0$ и считать $q_\rho h << 1$, получим фурье-компоненту энергии кулоновского взаимодействия электронов в двумерном электронном газе:

$$\frac{\upsilon(q_\rho)}{h} = \frac{2\pi e^2}{q_\rho \kappa} \, . \tag{10}$$

Обычно при изучении плазмонов в проволоке используют асимптотику (8). Тем самым ограничиваются одномерным распространением плазмонов вдоль оси проволоки. В полученной таким образом формуле для спектра плазмонов предельный переход к двумерному электронному газу невозможен. В случае толстой проволоки естественно воспользоваться в уравнении (4) асимптотикой (10), допускающей такой предельный переход. Это позволяет избежать расходимости компоненты Фурье кулоновского потенциала $\upsilon(q)$ в одномерной модели и использования матрицы диэлектрической проницаемости [7,8], не позволяющей рассмотреть анизотропию спектра плазмонов в толстой проволоке при большом числе заполненных подзон конфайнмента.

При произвольной ширине потенциала конфайнмента необходимо иметь зависимость поляризационного оператора не только от q_y, но и от q_x. Используя формулы (1) и (2), получаем

$$P(\mathbf{q},\omega) = \exp\left(-\frac{\bar{q}^2}{2}\right)\sum_{nn'k_y\sigma}\frac{[\min(n,n')]!}{[\max(n,n')]!}\left(\frac{\bar{q}^2}{2}\right)^{|n-n'|} \times$$
$$\times\left[L^{|n-n'|}_{\min(n,n')}\left(\frac{\bar{q}^2}{2}\right)\right]^2 \frac{f\left[\varepsilon_{n'(k_y+q_y/2)\sigma}\right] - f\left[\varepsilon_{n(k_y-q_y/2)\sigma}\right]}{\Omega(n'-n) + q_y k_y/M - \omega - i0} \, , \tag{11}$$

где

$$\bar{q}^2 = l^2\left(q_x^2 + \frac{\omega_c^2}{\Omega^2}q_y^2\right) ,$$

f — функция распределения Ферми, $L^n_{n'}$ — многочлены Лагерра, $\min(n,n')$ и $\max(n,n')$ — меньшее и большее из чисел n, n' соответственно. При $\omega_0 = 0$ формула (11) переходит в известное выражение для поляризационного оператора двумерного электронного газа в магнитном поле [12,13]. Анизотропия функций (5) и (11) обусловливает анизотропию спектра магнитоплазмонов.

3. Внутриподзонные магнитоплазмоны

3.1. Вырожденный электронный газ

Причина существования плазменных волн в проволоках — свободный дрейф электронов вдоль оси проволоки, резонансные переходы электронов между состояниями (1), обусловленные переменным внешним полем. В соответствии с этим различают внутриподзонные $(n' = n)$ и межподзонные $(n' \neq n)$ плазмоны. В рассматриваемом случае любого числа заполненных подзон конфайнмента вещественная и мнимая части поляризационного оператора (11) при нулевой температуре равны

$$\mathrm{Re}\,P(\mathbf{q},\omega) = -\frac{M}{2\pi q_y}\exp\left(-\frac{\bar{q}^2}{2}\right)\sum_{n\sigma}\left[\mathrm{L}_n\left(\frac{\bar{q}^2}{2}\right)\right]^2 \times$$
$$\times \ln\left|\frac{(q_y \upsilon_{n\sigma} + q_y^2/2M)^2 - \omega^2}{(q_y \upsilon_{n\sigma} - q_y^2/2M)^2 - \omega^2}\right|, \qquad (12)$$

$$\mathrm{Im}\,P(\mathbf{q},\omega) = -\frac{M}{2|q_y|}\exp\left(-\frac{\bar{q}^2}{2}\right)\sum_{n\sigma}\left[\mathrm{L}_n\left(\frac{\bar{q}^2}{2}\right)\right]^2 \times$$
$$\times\Theta\left[\omega - \left|q_y \upsilon_{n\sigma} - \frac{q_y^2}{2M}\right|\right]\Theta\left[\left(q_y \upsilon_{n\sigma} + \frac{q_y^2}{2M}\right) - \omega\right], \qquad (13)$$

где

$$\upsilon_{n\sigma} = \sqrt{\frac{2}{M}}\sqrt{\mu_0 - \varepsilon_{n\sigma}},$$

μ_0 — химический потенциал электронного газа. В статическом пределе из формул (11)–(13) следует

$$P(\mathbf{q},0) = -\frac{M}{\pi q_y}\exp\left(-\frac{\bar{q}^2}{2}\right)\sum_{n\sigma}\left[\mathrm{L}_n\left(\frac{\bar{q}^2}{2}\right)\right]^2 \times$$
$$\times\ln\left|\frac{q_y \upsilon_{n\sigma} + q_y^2/2M}{q_y \upsilon_{n\sigma} - q_y^2/2M}\right|. \qquad (14)$$

Это выражение будет использовано ниже при изучении экранирования заряда в проволоке.

Вещественная часть поляризационного оператора (12) как функция частоты имеет логарифмические особенности на границах бесстолкновительного затухания плазмонов в промежутках

$$\left|q_y \upsilon_{n\sigma} - \frac{q_y^2}{2M}\right| \le \omega \le q_y \upsilon_{n\sigma} + \frac{q_y^2}{2M}. \qquad (15)$$

Границы (15) следуют из законов сохранения энергии, y — компоненты импульса электрона и принципа Паули. Функция $-\mathrm{Im}\,P$ имеет вид столбиков на этих промежутках. Абсциссы точек пересечения графика функции $\mathrm{Re}\,P$ с прямой $\upsilon^{-1}(q)$ вне промежутков (15) дают частоты продольных квантовых волн в проволоке, аналогичных электромагнитным волнам в массивных проводниках [14].

В длинноволновом пределе из формулы (12) получаем главные члены разложения по q_y и $\bar{q}$:

$$\mathrm{Re}\,P(\mathbf{q},\omega) = \frac{n_e q_y^2}{M\omega^2}\times$$
$$\times\left[1 + \frac{q_y^2}{M^2\omega^2}\frac{\sum_{n\sigma}k_{n\sigma}^3}{\sum_{n\sigma}k_{n\sigma}} - \bar{q}^2\frac{\sum_{n\sigma}(n+1/2)k_{n\sigma}}{\sum_{n\sigma}k_{n\sigma}}\right], \qquad (16)$$

где $k_{n\sigma} = M\upsilon_{n\sigma}$, $n_e = \sum_{n\sigma}k_{n\sigma}/\pi$ — плотность электронов, полученная из формулы (3). В квазиклассическом пределе $(\Omega \ll \mu_0)$ разложение (16) принимает вид

$$\mathrm{Re}\,P(\mathbf{q},\omega) = \frac{n_e q_y^2}{M\omega^2}\left(1 + \frac{6\mu_0}{5M\omega^2}q_y^2 - \frac{2\mu_0}{5\Omega}\bar{q}^2\right).$$

Из формул (4) и (16) получаем спектр длинноволновых магнитоплазмонов в проволоке при произвольной ширине параболического конфайнмента:

$$\omega(\mathbf{q}) = \sqrt{\frac{n_e \upsilon(\mathbf{q})}{M}}\,|q_y|. \qquad (17)$$

При $H = 0$ с учетом асимптотики (8) (после замены q_z в (8) на q_y) получаем отсюда спектр плазмонов в тонкой проволоке [4]. Асимптотика (10) дает

$$\omega(q,\varphi) = \sqrt{\frac{2\pi e^2 n_e q}{M\kappa}}\,|\cos\varphi|, \qquad (18)$$

где φ — угол между осью проволоки и вектором $\mathbf{q}$, $q = (q_x^2 + q_y^2)^{1/2}$. Формула (18) описывает анизотропию спектра магнитоплазмонов в толстой проволоке. Из нее видно, что при отклонении вектора $\mathbf{q}$ от оси проволоки частота плазменной волны уменьшается. Плазмоны со спектром (18) при нулевой температуре не затухают, поскольку их дисперсионная кривая лежит вне области бесстолкновительного затухания Ландау.

3.2. Невырожденный электронный газ

В случае больцмановской статистики электронного газа поляризационный оператор для внутризонных плазмонов вычисляется точно. Для этого необходимо использовать билинейную производящую функцию для полиномов Лагерра [15]. Тогда

$$\mathrm{Re}\ P(\mathbf{q},\omega) = -\frac{M}{2\sqrt{\pi}q_y}\,\mathrm{e}^{\beta\mu}\,\exp\left(-\frac{\bar{q}^2}{2}\,\mathrm{cth}\,\frac{\beta\Omega}{2}\right)\frac{\mathrm{ch}\,\beta\mu_B H}{\mathrm{sh}\,\frac{\beta\Omega}{2}}\,\mathrm{I}_0\left(\frac{\bar{q}^2}{2\,\mathrm{sh}\,\frac{\beta\Omega}{2}}\right)\times$$
$$\times\left\{\Phi\left[\sqrt{\frac{\beta}{2M}}\left(\frac{M\omega}{q_y}+\frac{q_y}{2}\right)\right]-\Phi\left[\sqrt{\frac{\beta}{2M}}\left(\frac{M\omega}{q_y}-\frac{q_y}{2}\right)\right]\right\}, \tag{19}$$

$$\mathrm{Im}\ P(\mathbf{q},\omega) = -\frac{M}{|q_y|}\,\mathrm{e}^{\beta\mu}\,\exp\left(-\frac{\bar{q}^2}{2}\,\mathrm{cth}\,\frac{\beta\Omega}{2}\right)\mathrm{sh}\,\frac{\beta\omega}{2}\,\frac{\mathrm{ch}\,\beta\mu_B H}{\mathrm{sh}\,\frac{\beta\Omega}{2}}\,\exp\left[-\beta\left(\frac{M\omega^2}{2q_y^2}+\frac{q_y^2}{8M}\right)\right]\mathrm{I}_0\left(\frac{\bar{q}^2}{2\,\mathrm{sh}\,\frac{\beta\Omega}{2}}\right), \tag{20}$$

где β — обратная температура, μ — химический потенциал электронов, I_0 — модифицированная функция Бесселя,

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\,\mathrm{V.\,p.}\int_{-\infty}^{\infty} dy\,\frac{\mathrm{e}^{-y^2}}{x-y}\,.$$

В длинноволновом пределе из формул (19) и (20) получаем

$$\mathrm{Re}\ P(\mathbf{q},\omega) = \frac{n_e q_y^2}{M\omega^2}\left[1+\frac{3q_y^2}{\beta M\omega^2}-\frac{\bar{q}^2}{2}\,\mathrm{cth}\,\frac{\beta\Omega}{2}\right], \tag{21}$$

$$\mathrm{Im}\ P(\mathbf{q},\omega) = -\frac{\sqrt{2\pi M\beta}\,n_e}{|q_y|}\,\mathrm{sh}\,\frac{\beta\omega}{2}\,\exp\left(-\frac{\beta M\omega^2}{2q_y^2}\right)\times$$
$$\times\left[1-\frac{\beta q_y^2}{8M}-\frac{\bar{q}^2}{2}\,\mathrm{cth}\,\frac{\beta\Omega}{2}\right], \tag{22}$$

где

$$n_e = \sqrt{\frac{M}{2\pi\beta}}\,\mathrm{e}^{\beta\mu}\,\frac{\mathrm{ch}\,\beta\mu_B H}{\mathrm{sh}\,\frac{\beta\Omega}{2}} \tag{23}$$

— плотность электронов.

Из формул (4), (10) и (21) следует спектр длинноволновых плазмонов в толстой проволоке с невырожденным электронным газом:

$$\omega(q,\varphi) = \sqrt{\frac{2\pi e^2 n_e q}{M\kappa}}\,|\cos\varphi|\,. \tag{24}$$

Он отличается от спектра (18) лишь плотностью электронов. Для получения спектра плазмонов в тонкой проволоке необходимо воспользоваться асимптотикой (8).

Экспоненциальная малость мнимой части поляризационного оператора (22) в длинноволновом пределе свидетельствует о слабом затухании плазмонов. Декремент затухания может быть найден из формулы [6]

$$\gamma(\mathbf{q}) = \mathrm{Im}\ P(\mathbf{q},\omega(\mathbf{q}))\left[\frac{\partial}{\partial\omega}\,\mathrm{Re}\ P(\mathbf{q},\omega)\right]^{-1}_{\omega=\omega(\mathbf{q})},$$

где $\gamma \ll \omega$. В длинноволновом пределе он равен

$$\gamma(q,\varphi) = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{2\pi}{M\beta}}\,\frac{q_0^2}{q}\,\exp\left(-\frac{q_0}{2q}\right)|\cos\varphi|\,, \tag{25}$$

где $q_0 = 2\pi e^2 n_e\beta/\kappa$ — дебаевское волновое число в проволоке. Формула (25) представляет собой затухание Ландау плазменных волн в проволоке с больцмановским электронным газом.

4. Межподзонные магнитоплазмоны

4.1. Вырожденный электронный газ

Причиной существования межподзонных магнитоплазмонов являются резонансные переходы электронов между уровнями Ландау, индуцированные переменным внешним полем. Здесь мы ограничимся переходами $n' = n \pm 1, n \pm 2$.

Из формулы (11) следует, что слагаемые с резонансными знаменателями $(\omega \pm \Omega)^{-1}$ в поляризационном операторе в длинноволновом пределе появляются в членах $\sim \bar{q}^2$:

$$P_1(\mathbf{q},\omega) = \frac{\bar{q}^2 n_e}{2}\left\{\frac{2\Omega}{\omega^2-\Omega^2} - \mathrm{i}\pi[\delta(\omega-\Omega)-\delta(\omega+\Omega)]\right\}. \tag{26}$$

Соответствующий спектр магнитоплазмонов в окрестности частоты Ω имеет вид

$$\omega^2(q,\varphi) = \Omega^2 + \frac{2\pi e^2 n_e q}{m\kappa}\left(\sin^2\varphi + \frac{\omega_c^2}{\Omega^2}\cos^2\varphi\right). \tag{27}$$

Если $\omega_0 = 0$, формула (27) переходит в известное выражение для изотропного спектра магнитоплазмонов в двумерном электронном газе [13]. Мнимая часть поляризационного оператора (26) в рассматриваемом приближении имеет δ-образные всплески на частоте переходов электронов. Плазмоны со спектром (27) при нулевой температуре не затухают, так как их частота превышает Ω.

Вблизи частоты переходов $n' = n \pm 2$ электронов вклад в поляризационный оператор при нулевой температуре в длинноволновом пределе равен

$$\operatorname{Re} P_2(\mathbf{q},\omega) = \frac{n_e\Omega\bar{q}^4}{\omega^2 - 4\Omega^2}\,\frac{\sum\limits_{n\sigma}(n+1/2)\,k_{n\sigma}}{\sum\limits_{n\sigma}k_{n\sigma}}\,. \tag{28}$$

Из формул (4), (10) и (28) получаем спектр плазмонов вблизи частоты 2Ω:

$$\omega^2(q,\varphi) = 4\Omega^2 + \frac{2\pi e^2 n_e q^3}{m^2\Omega\kappa}\,\frac{\sum\limits_{n\sigma}(n+1/2)\,k_{n\sigma}}{\sum\limits_{n\sigma}k_{n\sigma}}\times$$

$$\times\left(\sin^2\varphi + \frac{\omega_c^2}{\Omega^2}\cos^2\varphi\right)^2. \tag{29}$$

В квазиклассическом пределе отсюда следует

$$\omega^2(q,\varphi) = 4\Omega^2 + \frac{4\pi e^2 n_e \mu_0 q^3}{5m^2\Omega^2\kappa}\left(\sin^2\varphi + \frac{\omega_c^2}{\Omega^2}\cos^2\varphi\right)^2.$$

Эта формула — аналог спектра моды Бернштейна в плазме.

4.2. Невырожденный электронный газ

Если $\bar{q} \ll 1$, а проекция q_y любая, то вклад переходов $n' = n \pm 1$ в вещественную и мнимую части поляризационного оператора невырожденного электронного газа в проволоке равен

$$\operatorname{Re} P_1(\mathbf{q},\omega) = -\frac{\sqrt{2M\beta}\,n_e\bar{q}^2}{8q_y\,\operatorname{sh}\frac{\beta\Omega}{2}}\times$$

$$\times\left\{e^{-\frac{\beta\Omega}{2}}\Phi\left[\sqrt{\frac{\beta}{2M}}\left(\frac{q_y}{2}+\frac{M}{q_y}(\omega-\Omega)\right)\right]-\right.$$

$$\left.-\,e^{\frac{\beta\Omega}{2}}\Phi\left[\sqrt{\frac{\beta}{2M}}\left(-\frac{q_y}{2}+\frac{M}{q_y}(\omega-\Omega)\right)\right]\right\}-(\Omega\to-\Omega), \tag{30}$$

$$\operatorname{Im} P_1(\mathbf{q},\omega) = -\sqrt{\frac{\pi M\beta}{2}}\,\frac{n_e\bar{q}^2}{|q_y|}\exp\left(-\frac{\beta q_y^2}{8M}\right)\frac{\operatorname{sh}\frac{\beta\omega}{2}}{\operatorname{sh}\frac{\beta\Omega}{2}}\times$$

$$\times\exp\left[-\frac{\beta M}{2q_y^2}(\omega^2+\Omega^2)\right]\operatorname{ch}\frac{\beta M\omega\Omega}{q_y^2}, \tag{31}$$

где $(\Omega\to-\Omega)$ — слагаемое, которое отличается от предыдущего знаком Ω. Предельный переход $q_y \to 0$ в выражениях (30) и (31) осуществляется при помощи формулы

$$\lim_{\eta\to 0}\frac{1}{\sqrt{\pi\eta}}\exp\left(-\frac{x^2}{\eta}\right) = \delta(x).$$

В результате выражения (30) и (31) переходят в (26). Формула (27) для спектра справедлива и в невырожденном электронном газе, если только плотность электронов равна (23).

Межподзонные связанные плазмон-фононные моды в проволоке с невырожденным электронным газом на основе полярного полупроводника при высоких температурах (вплоть до 300 К) недавно обнаружены в работе [16]. К сожалению, автор этой работы ограничился лишь численными расчетами и не привел формулы для спектра плазмонов.

5. Экранирование заряда в квантовой проволоке

Выражение (14) для поляризационного оператора в статическом пределе позволяет рассмотреть еще один коллективный эффект в квантовой проволоке — экранирование электрического поля стороннего заряда Q. Компонента Фурье энергии $U(r) = eQ/r\kappa$ взаимодействия этого заряда с электроном равна

$$U(q,\omega) = \frac{4\pi^2 eQ}{q\kappa}\delta(\omega). \tag{32}$$

Это взаимодействие обусловливает отклонение плотности электронов в проволоке от среднего значения, равное [6]

$$n_1(\mathbf{q},\omega) = \frac{P(\mathbf{q},\omega)}{1-\upsilon(\mathbf{q})P(\mathbf{q},\omega)}U(\mathbf{q},\omega).$$

В результате индуцированная зарядом Q плотность электронов в точке **r** равна

$$n_1(\mathbf{r}) = \frac{eQ}{\kappa} \int \frac{d^2q}{2\pi} \frac{P(\mathbf{q},0)\, e^{i\mathbf{qr}}}{q[1-\upsilon(\mathbf{q})P(\mathbf{q},0)]} . \qquad (33)$$

Асимптотика этого интеграла при больших r определяется длинноволновым пределом поляризационного оператора (14). Из формул (14) и (19) следует, что при нулевой температуре этот предел равен $P = -\nu_0$, а в случае статистики Больцмана $P = -\beta n_e$, где ν_0 — плотность состояний (3) на границе Ферми. Тогда выражение (33) после интегрирования по угловой переменной становится равным

$$n_1(r) = -\frac{eQc}{\kappa} \int_0^\infty dq \frac{qJ_0(qr)}{q + 2\pi\bar{e}^2 c} , \qquad (34)$$

где постоянная c равна ν_0 или βn_e в зависимости от статистики электронного газа, $\bar{e}^2 = e^2/\kappa$. Интеграл (34) равен [15]

$$n_1(r) = -\frac{eQc}{\kappa} \times$$
$$\times \left\{ \frac{1}{r} - \pi^2 \bar{e}^2 c \left[H_0(2\pi\bar{e}^2 cr) - Y_0(2\pi\bar{e}^2 cr) \right] \right\}, \quad (35)$$

где H_0 и Y_0 — функции Струве и Неймана соответственно. При $\bar{e}^2 cr >> 1$ асимптотика выражения (35) имеет вид

$$n_1(r) = -\frac{Q/e}{4\pi^2 \bar{e}^2 c r^3} .$$

Это выражение лишь плотностью состояний отличается от полученного ранее закона экранирования заряда в двумерном электронном газе [1,17].

6. Заключение

В приближении хаотических фаз спектр и затухание плазмонов в низкоразмерной системе определяются потенциалом межэлектронного взаимодействия и поляризационным оператором электронного газа. Фурье-компонента кулоновского потенциала зависит от геометрии области, доступной движению электронов. Она различна в системах различной размерности. Поляризационный оператор определяется динамикой электронов, чувствительной к условиям на границах системы, и статистикой. Сложный вид функции (5) в ограниченной системе вынуждает обращаться к ее асимптотикам (6)–(10) и рассматривать плазмоны в системах различной размерности отдельно. Для решения проблемы перехода от плазмонов в тонкой проволоке к плазмонам в двумерном электронном газе [18] необходимо воспользоваться формулой (5) и соответствующим образом модифицированным поляризационным оператором, учитывающим состояния и уровни энергии электрона в ограниченном образце. Тогда упомянутую проблему кроссовера можно решить соответствующим предельным переходом в формулах для спектра и затухания магнитоплазмонов.

В данной статье мы ограничились расчетом поляризационного оператора для квантовой проволоки с произвольной шириной параболического потенциала конфайнмента и асимптотикой (10). Это позволило рассмотреть анизотропию спектра внутриподзонных и межподзонных магнитоплазмонов в толстых проволоках и выполнить предельный переход к двумерному электронному газу. Сходство формулы (2) со спектром замагниченных электронов в трехмерном образце делает такую постановку задачи естественной. Рассмотренная здесь анизотропия спектра магнитоплазмонов может быть обнаружена в опытах по изучению рассеяния света в квантовых проволоках [19].

Работа частично поддержана программой INTAS (грант INTAS-01-0791).

1. Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн, *Электронные свойства двумерных систем*, Мир, Москва (1985).
2. Й. Имри, *Введение в мезоскопическую физику*, Физматлит, Москва (2004).
3. R.A. Ferrell, *Phys. Rev. Lett*. **13**, 330 (1964).
4. Е.А. Андрюшин, А.П. Силин, *ФТТ* **35**, 324 (1993).
5. E.G. Cwinn, R.M. Westervelt, P.F. Hopkins, and A.J. Rimberg, *Phys. Rev*. **B39**, 6260 (1989).
6. Д. Пайнс, *Элементарные возбуждения в твердых телах*, Мир, Москва (1965).
7. Q.P. Li and S. Das Sarma, *Phys. Rev.* **B44**, 6277 (1991).
8. L. Wendler and V.G. Grigoryan, *Phys. Rev.* **B54**, 8652 (1996).
9. В.М. Гохфельд, *ФНТ* **29**, 1256 (2003).
10. K. Sabeeh and M. Tahir, *Phys. Rev.* **B71**, 035325 (2005).
11. D. Childers and P. Pincus, *Phys. Rev.* **177**, 1036 (1969).
12. K.W. Chiu and J.J. Quinn, *Phys. Rev.* **B9**, 4724 (1974).
13. N.J.M. Horing and M.M. Yildiz, *Ann. Phys.* **97**, 216 (1976).
14. Э.А. Канер, В.Г. Скобов, *УФН* **89**, 367 (1966).
15. И.С. Градштейн, И.М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Наука, Москва (1971).
16. M.R.S. Tavares, *Phys. Rev.* **B71**, 155332 (2005).
17. F. Stern, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 546 (1967).
18. U. Wulf, E. Zeeb, P. Gies, R.R. Gerhardts, and W. Hanke, *Phys. Rev.* **B42**, 7637 (1990).
19. T. Demel, D. Heitmann, P. Grambow, and K. Ploog, *Phys. Rev.* **B38**, 12732 (1988).

Toward the theory of magnetoplasma waves in quantum wires

A.M. Ermolaev and G.I. Rashba

Within the framework of the random phases approximation the plasmons in a thick wire at a magnetic field perpendicular to the wire are considered. A standard model of the wire with a parabolic potential of confinement is used. The polarization operator of the degenerate and nondegenerate electron gas in wires at an arbitrary width of this potential is calculated. The formulas for spectrum and damping of intra- and intersubband magnetoplasmons in wires with the degenerate and nondegenerate electron gas at an arbitrary number of filled subbands of confinement are obtained. The anisotropy of the spectrum of magnetoplasmons in thick wires and the screening of electric charge the Coulomb field in the wires are considered.

Keywords: quantum wires, magnetoplasma waves, random phases approximation, potential of confinement, spectrum and damping of magnetoplasmons.