

## Спин-транспортные эффекты в системе электронов над поверхностью жидкого гелия

А.Н. Калинин, А.И. Копелиович, П.В. Пышкин, А.В. Яновский

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail: kalinenko@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 29 апреля 2014 г., опубликована онлайн 22 сентября 2014 г.

Рассмотрены транспортные явления в системе электронов над поверхностью жидкого гелия в сильном неквадрупольном неоднородном магнитном поле. Показано, что при невысоких частотах приложенного к системе электрического поля, при которых за период поля успевает установиться равновесное распределение спинов вдоль проводящей поверхности, электросопротивление определяется иными процессами рассеяния носителей тока, чем в однородном случае. Спиновая неоднородность делает эффективными в отношении потери импульса электрон-электронные столкновения, и это приводит к существенным отличиям в гальваномагнитных явлениях от теории Друде–Лоренца. Указано на существование нестационарного спин-электрического эффекта в направлении, перпендикулярном приложенному электрическому полю. Обсуждена эволюция транспортных свойств после включения неоднородного магнитного поля.

Розглянуто транспортні явища в системі електронів над поверхнею рідкого гелію в сильному неквадрупольному неоднорідному магнітному полі. Показано, що при невисоких частотах прикладеного до системи електричного поля, при яких за період поля встигає встановитися рівноважний розподіл спінів вздовж провідної поверхні, електроопір визначається іншими процесами розсіювання носіїв струму, ніж в однорідному випадку. Спінова неоднорідність робить ефективними відносно втрати імпульсу електрон-електронні зіткнення, і це в гальваномагнітних явищах призводить до суттєвих відмінностей від теорії Друде–Лоренца. Вказано на існування нестационарного спин-електричного ефекту в напрямку, перпендикулярному прикладеному електричному полю. Обговорено еволюцію транспортних властивостей після включення неоднорідного магнітного поля.

PACS: **73.25.-b** Спин-поляризованный перенос;  
**73.90.+f** Другие темы в электронной структуре и электрических свойствах поверхностей, поверхностей раздела, тонких пленок и низкоразмерных структур.

Ключевые слова: поверхность жидкого гелия, неоднородное магнитное поле, спин-электрический эффект.

Влияние спиновой степени свободы на транспортные явления интенсивно изучается в проводящих микросистемах в основном в связи с возможностями практического использования спинтронных устройств в электронике и информатике [1]. Вместе с тем экспериментальные исследования спинового транспорта часто сталкиваются с серьезными технологическими трудностями из-за разрушения спиновых состояний процессами спиновой релаксации при многообразии механизмов электронного рассеяния в твердых телах. В отличие от твердотельных систем, спиновая релаксация в системе электронов над поверхностью жидкого гелия (ЭПЖГ) очевидно подавлена ввиду отсутствия каких-либо примесей. Поэтому система ЭПЖГ, кроме большого науч-

ного интереса к ее физическим свойствам, интересна и как кандидат на использование в спинтронике и квантовом компьютеринге [2].

В нашей работе [3] было показано, что электропроводность ЭПЖГ в неоднородном магнитном поле качественно иная, чем в однородном, вследствие взаимодействия спиновых компонент электронной жидкости, вырождение которых снято магнитным полем. Чтобы выделить чисто спиновые аспекты проблемы и не связывать их с орбитальными эффектами в сильном магнитном поле, транспортные явления рассматривались в [3] только для случая параллельного поверхности ЭПЖГ магнитного поля. В данной работе это ограничение снято, что позволяет приблизиться к легче дос-

тижимой экспериментальной ситуации перпендикулярного магнитного поля [4], а также проанализировать новые особенности транспортных явлений.

Причина увеличения электросопротивления ЭПЖГ в неоднородном магнитном поле, как показано в [3], состоит в следующем. При относительно малых частотах внешнего электрического поля, когда спиновая диффузия успевает устанавливать равновесное состояние спинов вдоль двумерной проводящей плотности, дрейфовые скорости спиновых токов, обеспечивающих равновесное распределение, оказываются различными для электронов с разными направлениями спинов. Поскольку в невырожденной (характеризуемой классическим бoльцмановским распределением) электронной системе ЭПЖГ частота электрон-электронных столкновений весьма велика ( $v_{ee} \approx 10^{10} - 10^{11}$  [5]), то различие дрейфовых скоростей спиновых компонент приводит к сильному трению между ними, диссипации энергии, набранной электронами от электрического поля. В связи с указанным эффектом важно заметить, что электрон-электронные столкновения сохраняют импульс электронной системы и поэтому обычно не проявляются в электросопротивлении. В неоднородном же магнитном поле эти столкновения приводят к электросопротивлению, поскольку, тормозя спиновую диффузию, обеспечивают передачу импульса от электронов магнитному полю.

Обычно применяемый метод бесконтактного измерения транспортных характеристик ЭПЖГ [4], фактически, заключается в измерении тока, возникающего при перераспределении зарядовой плотности ЭПЖГ под действием переменной разности потенциалов на электродах, расположенных над краями ЭПЖГ (см. схематический рис. 1), причем для ЭПЖГ используется геометрия диска Корбино (рис. 2). В случае приложения к электронной системе неоднородного магнитного поля, напряженность которого изменяется, для определенности, вдоль оси  $x$ , вынужденные колебания плотности и тока будут сопровождаться колебаниями спиновой поляризации, что, в свою очередь, отразится

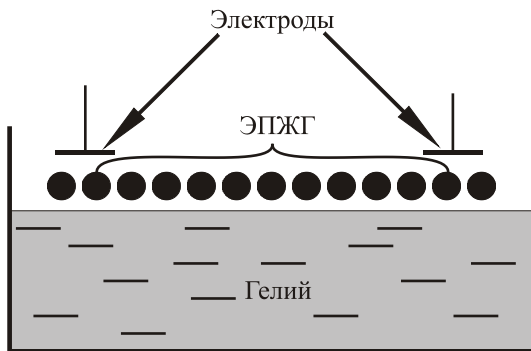


Рис. 1. Схематическое изображение ЭПЖГ (сечение диска Корбино по ширине диска, см. на рис. 2).

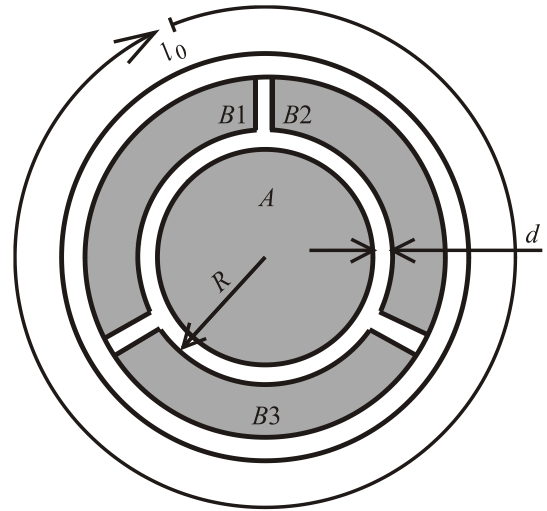


Рис. 2. Схематическое изображение установки геометрии Корбино для изучения ЭПЖГ (рисунок взят из работы [12]). На ЭПЖГ, находящиеся в узком канале ширины  $d$ , подается переменное напряжение (между электродами  $A$  и  $B$ ). Electroды  $B1, B2, B3$  позволяют измерять разность потенциалов вдоль координаты  $l$ .

на транспортных свойствах ЭПЖГ. Как будет показано, изучение такого взаимного влияния зарядовой и спиновой степеней свободы системы позволит определить ее спиновые характеристики, в частности, характерное время процессов спин-флипа, которое по информации работы [2] может оказаться достаточно большим.

### 1. Основные уравнения

В работе [3] была записана система гидродинамических уравнений для двухкомпонентной (два направления спина) жидкости ЭПЖГ. Перепишем эти уравнения с учетом двумерности задачи и с добавлением силы Лоренца, приводящей к орбитальным эффектам, если магнитное поле не параллельно плоскости ЭПЖГ:

$$\frac{\partial \rho_\sigma}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j}_\sigma = I_{sf}(\rho_\sigma), \quad (1)$$

$$I_{sf}(\rho_\sigma) = -\frac{\rho_\sigma e^{-\Delta\sigma/T} - \rho_{-\sigma} e^{\Delta\sigma/T}}{2\tau_{sf} \text{ch}(\Delta/2T)}, \quad (2)$$

$$\rho_\sigma \left( m \frac{\partial \mathbf{u}_\sigma}{\partial t} + e \nabla \varphi - \frac{e}{c} [\mathbf{u}_\sigma \mathbf{H}_\perp] - \sigma \nabla \Delta \right) + \nabla(\rho_\sigma T) = -\rho_\sigma \sum_{\sigma'} \beta_{\sigma\sigma'} \mathbf{j}_{\sigma'}. \quad (3)$$

В этих уравнениях  $\sigma = \pm 1/2$  в зависимости от направления спина, в индексах нумерует спиновые электронные подсистемы (компоненты); энергетическое разделение спиновых компонент  $\Delta = 2\mu H$ ,  $\mathbf{H}$  — напряженность магнитного поля,  $\mathbf{H}_\perp$  — перпендикулярная

проводящей плоскости его составляющая,  $\mu$  — магнетон Бора;  $\rho_\sigma$  — плотность соответствующей спиновой компоненты,  $\mathbf{j}_\sigma$  — связанная с ней плотность потока,  $\mathbf{u}_\sigma = \mathbf{j}_\sigma / \rho_\sigma$  — соответствующая дрейфовая скорость;  $\tau_{sf}$  — характерное время спин-флипа;  $T$  — температура;  $m$  — масса электрона,  $e$  — его заряд,  $c$  — скорость света;  $\phi$  — потенциал электрического поля. Уравнение (3) является аналогом линеаризованного уравнения Эйлера, но, в отличие от обычных уравнений гидродинамики для смеси [6], здесь предполагается возможность разных скоростей компонент. Соответственно, в правую часть добавлены силы, действующие в отдельности на каждую из спиновых компонент со стороны различных рассеивателей импульса (рипланы, несовершенства структуры), а также со стороны электронов другой компоненты. Эти силы, следуя Фленсбергу [7], можно записать с помощью матрицы  $\beta_{\sigma\sigma'}$ :

$$\beta_{\sigma\sigma'} = \beta_{i\sigma} \delta_{\sigma\sigma'} + 4A \frac{\sigma\sigma'}{\rho_\sigma \rho_{\sigma'}}, \quad (4)$$

второе слагаемое в этой формуле описывает столкновения электронов из разных спиновых компонент,

$$A = \frac{m\nu_{ee}}{\sum_{\sigma} \rho_{\sigma}^{-1}}, \quad \beta_{i\sigma} = \frac{m\nu_i}{\rho_{\sigma}},$$

$\nu_{ee}$  — частота электрон-электронных столкновений.

Уравнения (1)–(3) записаны в предположении, что частота процессов спин-флипа значительно меньше частот всех других столкновений электронов ( $\tau_{sf}^{-1} \ll \rho\beta_{\sigma\sigma'}/m$ ), что, в частности, позволяет пользоваться для этих процессов приближением времени релаксации (2). Предполагается также, что частота сохраняющих импульс электрон-электронных столкновений превышает частоты столкновений с потерей импульса ( $\nu_{ee} \gg \rho\beta_{i\sigma}/m$ ) — необходимое для применимости электронной гидродинамики [8] предположение.

Мы не выписали здесь уравнение баланса энергии системы, с помощью которого можно определять колебания температуры ЭПЖГ, поскольку, как показано в [3], колебания температуры определяют некоторый самостоятельный вклад в электросопротивление ЭПЖГ, которым мы в настоящей работе интересоваться не будем. Таким образом, далее мы считаем температуру  $T$  постоянной величиной.

При дальнейшем рассмотрении будем предполагать, что период прилагаемого переменного электрического поля  $2\pi/\omega$  и ширина ЭПЖГ  $d$  (рис. 2) превышают время распространения плазменной волны в пределах ЭПЖГ и радиус экранирования соответственно. Иными словами, что для наших целей ЭПЖГ можно считать «хорошим проводником» [9]. Оценка времени распространения плазменной волны  $t_p \approx L/\sigma$  (здесь  $\sigma$  — удельная двумерная проводимость) дает:  $t_p \approx$

$\approx \sqrt{mL/(4\pi e^2 \rho)}$  при небольших магнитных полях, когда циклотронная частота  $\Omega < t_p^{-1}$ , что при реальных [5] значениях плотности ЭПЖГ  $\rho \approx 10^8 \text{ см}^{-2}$ ,  $L \approx 1 \text{ см}$  определяет следующее условие хорошего проводника по частоте поля:  $\omega < 10^8$ . При больших полях  $\Omega > \nu_i$ ,  $t_p \approx mL\Omega^2/4\pi e^2 \rho \nu_i$ , что при  $\Omega \approx 10^{11}$  приводит к условию  $\omega < 10^3$ . Условие же на ширину ЭПЖГ [9]:  $d > 10^{-4} \text{ см}$ . Поскольку в таком проводнике зарядовое равновесие во внешних полях достигается быстрее других процессов, удобно разделить полный потенциал и полный заряд системы на две части:

$$\phi = \phi_e + \delta\phi, \quad (5)$$

$$\rho = \sum_{\sigma} \rho_{\sigma} = \rho_e + \delta\rho, \quad (6)$$

где  $\phi_e$  и  $\rho_e$  — равновесные значения потенциала и плотности заряда, малые неравновесные добавки — это поправки в приближении «хорошего проводника». Поле  $\phi_e$  образовано как постоянными электрическими полями, формирующими ЭПЖГ, так и переменным полем электродов и поляризационных зарядов в ЭПЖГ в приближении их полной подстройки к внешнему полю. Равновесные поле и заряды удовлетворяют уравнениям

$$\nabla [e\phi_e - \sigma\Delta + T \ln(\rho_{e\sigma})] = 0, \quad (7)$$

где  $\rho_{e\sigma}$  — равновесная плотность спиновой компоненты,  $\sum_{\sigma} \rho_{e\sigma} = \rho_e$ . Уравнения (7) следуют из уравнений (3) в пренебрежении временной производной и токами. Решение этих уравнений — распределение Больцмана для каждой из спиновых компонент:

$$\rho_{e\sigma} = C_{\sigma} \exp\left(\frac{\sigma\Delta - e\phi_e}{T}\right), \quad (8)$$

где величины  $C_{\sigma}$  — константы (т.е. не зависят от координат). Выделим в поле  $\phi_e$  переменную по времени часть  $\phi_a$ , создаваемую электродами:  $\phi_e = \phi_0 + \phi_a$ , в линейном по  $\phi_a$  приближении (8) можно переписать в виде:

$$\rho_{e\sigma} = \rho_{0\sigma} \left(1 + c_{\sigma} - \frac{e\phi_a}{T}\right), \quad (9)$$

где  $\rho_{0\sigma}$  — плотность компонент в отсутствие переменного поля,  $c_{\sigma}$  — новые константы, линейные по полю  $\phi_a$ , которые определяются из условия сохранения числа электронов каждой компоненты:

$$\int \rho_{0\sigma} \left(c_{\sigma} - \frac{e\phi_a}{T}\right) dS = 0, \quad (10)$$

интегрирование здесь ведется по всей поверхности ЭПЖГ.

Если предположить, что переменное поле прикладывается к электронной системе, в которой спиновые

подсистемы находятся в равновесии друг с другом, что обеспечено процессами спин-флипа при наличии магнитного поля, то плотность  $\rho_{0\sigma}$  имеет вид

$$\rho_{0\sigma} = C \exp\left(\frac{\sigma\Delta - e\phi_0}{T}\right), \quad (11)$$

это выражение соответствует формуле (8) с одинаковыми коэффициентами  $C_\sigma = C$ . Коэффициент  $C$ , очевидно, не зависит от времени, это подтверждается тем, что распределение (11) зануляет оператор процессов спин-флипа в (2).

Как известно [10], хороший проводник, помещенный во внешнее электрическое поле, поляризуется таким образом, чтобы соблюдалось условие постоянства потенциала в проводнике. Для наших целей нет необходимости в решении электростатической задачи с указанным условием на  $\phi_a$ . Достаточно считать заданной избыточную равновесную двумерную плотность заряда в ЭПЖГ, навязанного внешним переменным потенциалом — поляризационного заряда  $\rho_a = \rho_e - \rho_0$ ,  $\rho_0 = \sum_\sigma \rho_{0\sigma}$ . (Если заряды на поверхностях электродов расположены близко к ЭПЖГ, то экранирующие их поляризационные заряды обратного знака с хорошей точностью равны им по величине.) Как следует из (9) и (11), величина равновесного изменения спиновой плотности в поле электродов  $\rho_{a\sigma} = \rho_{e\sigma} - \rho_{0\sigma}$  может быть выражена через  $\rho_a$  следующим образом:

$$\rho_{a\sigma} = \frac{\rho_{0\sigma}}{\rho_0} [\rho_a + (c_\sigma - c_{-\sigma})\rho_{0-\sigma}]. \quad (12)$$

Таким образом, уравнения (1), (3) и условие (10) в линейном приближении по внешнему электрическому полю могут быть записаны в следующем виде:

$$i\omega(\rho_{a\sigma} + \delta\rho_\sigma) + \text{div } \mathbf{j}_\sigma = 0, \quad (13)$$

$$i\omega m \mathbf{u}_\sigma + e\nabla\delta\phi - \frac{e}{c}[\mathbf{u}_\sigma \mathbf{H}_\perp] + T\nabla\left(\frac{\delta\rho_\sigma}{\rho_{0\sigma}}\right) = -\sum_{\sigma'} \beta_{\sigma\sigma'} \mathbf{j}_{\sigma'}, \quad (14)$$

$$\int (\rho_{a\sigma} + \delta\rho_\sigma) dS = 0. \quad (15)$$

В этих уравнениях мы перешли к фурье-компонентам зависящих от времени величин  $\rho_{a\sigma}$ ,  $\mathbf{j}_\sigma$ ,  $\mathbf{u}_\sigma$ ,  $\delta\phi$ ,  $\delta\rho_\sigma$ ;  $\delta\rho_\sigma$  — неравновесная добавка к плотности спиновой компоненты:  $\rho_\sigma = \rho_0 + \rho_{a\sigma} + \delta\rho_\sigma$ ;  $\beta_{\sigma\sigma'}$  подразумевается здесь в нулевом приближении по переменному полю, т.е. определяется формулой (4) с заменой величин  $\rho_\sigma$  на  $\rho_{0\sigma}$ . Оператор процессов спин-флипа опущен в (13) в силу неравенства  $\omega \gg \tau_{sf}^{-1}$ . Известно (см., например, [11]), что в задачах кинетики хороших проводников в линейном приближении должно выполняться условие электронейтральности:

$$\sum_\sigma \delta\rho_\sigma = 0, \quad (16)$$

которое следует в главном приближении по параметрам высокой проводимости, уже использованным нами выше, из уравнений кинетики совместно с уравнением Пуассона. Здесь не должно привести к заблуждению то обстоятельство, что в равновесной части задачи имеет место отступление от электронейтральности — возникает поляризационный заряд  $\delta\rho_e$ . Для объемных проводников это обычная ситуация: поляризационный заряд на поверхности при отсутствии (в главном приближении) объемных зарядов. В случае ЭПЖГ нет разделения между объемом и поверхностью, но поляризационный заряд так же является единственным в проводнике, обеспечивающим зарядовое равновесие с окружающей средой. Поле  $\delta\phi$  представляет собой эффект следующего порядка по отношению к полю  $\phi_a$  по параметрам хорошей проводимости, но именно его вычисление необходимо для определения разности потенциалов на краях ЭПЖГ и, таким образом, электросопротивления системы.

Уравнения (12)–(14) совместно с условиями (15), (16) (а также условием непротекания потоков через края ЭПЖГ) являются достаточной системой уравнений для анализа транспортных свойств ЭПЖГ в неквадрантном магнитном поле.

## 2. Электропроводность ЭПЖГ в квазиравновесном пределе

В данном разделе рассмотрена электропроводность ЭПЖГ в электрическом поле относительно небольшой частоты, такой что за период поля в системе успевает установиться равновесие внутри каждой в отдельности спиновой компоненты, равновесие по отношению к магнитному полю и мгновенному значению электрического. Иными словами, предполагается выполненным неравенство

$$\delta\rho_\sigma \ll \rho_a, \quad (17)$$

условие на параметры задачи, обеспечивающее выполнение этого неравенства, будет установлено ниже (см. (38)). В данном приближении в уравнении (13) можно пренебречь величиной  $\delta\rho_\sigma$ :

$$i\omega\rho_{a\sigma} + \text{div } \mathbf{j}_\sigma = 0, \quad (18)$$

а условие (15) представить в нулевом и первом порядках по параметру неравновесности:

$$\int \rho_{a\sigma} dS = 0, \quad (19)$$

$$\int \rho_\sigma dS = 0. \quad (20)$$

При низких частотах, соответствующих квазиравновесному пределу, инерционность электрона несущественна, поэтому первым слагаемым в левой части (14) будем ниже пренебрегать.

Решению двумерной в координатах  $r$  и  $l$  задачи (радиальная и тангенциальная координаты на диске Корбино) поможет наличие реально присутствующего в экспериментах геометрического малого параметра  $d/2\pi R \ll 1$  [4,12],  $R$  — радиус диска Корбино,  $d$  — ширина его проводящей поверхности. Естественно предположить, что создаваемая вдоль координаты  $r$  переменным потенциалом электронная неравновесность устраняется в основном по ближайшему для электронного тока пути, иначе говоря, решение уравнения (18) для радиальной компоненты тока имеет «одномерный» вид:

$$j_{\sigma r}(r) = -i\omega \int_0^r \rho_{a\sigma}(r') dr', \quad (21)$$

координата  $r$  отсчитывается от внутренней границы диска. Проинтегрировав уравнение (18) по координате  $r$ , учитывая (21) и непротекание потоков через границы, получаем для среднего по этой координате значения компоненты потоков  $j_{\sigma l}$ :

$$\frac{\partial}{\partial l} \langle j_{\sigma l} \rangle_r = 0, \quad (22)$$

фактически это равенство является следствием квазиравновесности: зависимость потоков вдоль  $l$  от координаты  $l$  приводила бы к накоплению спинов, а это невозможно вследствие достаточно быстрой спиновой диффузии.

Естественно также предположить, что в силу уже упомянутого геометрического фактора можно пренебречь неоднородностью магнитного поля вдоль координаты  $r$  по сравнению с изменением поля с координатой  $l$ . При этом предположении, как нетрудно увидеть, скорости дрейфа спиновых компонент для тока, определяемого формулой (21), одинаковы. Действительно, поскольку функцию  $\rho_a(r)$  можно считать нечетной относительно центральной линии диска  $r = d/2$ , то условие (19) удовлетворяется при  $c_{\sigma} - c_{-\sigma} = 0$  и скорости дрейфа  $u_{\sigma r}(r) = j_{\sigma r}(r)/\rho_{0\sigma}(r)$  одинаковы: отношение  $\delta\rho_{e\sigma}(r')/\rho_{e\sigma}(r)$  (см. (12)) не зависит от  $\sigma$ . Данное предположение приводит также к выводу, что в силу (21) и разных зависимостей величин  $\rho_{0\sigma}$  от  $l$  дрейфовые скорости спиновых компонент  $u_{\sigma l}$  не могут быть одинаковыми в неоднородном магнитном поле, имеет место их трение друг о друга. Этот вывод будет далее подтвержден выражениями (28), (29).

С учетом сказанного радиальная и тангенциальная компоненты уравнения, проинтегрированные по  $r$ , имеют вид

$$\frac{1}{d} \left[ T \left( \frac{\langle \delta\rho_{\sigma} \rangle_r}{\rho_{0\sigma}} \right) + e\delta\varphi \right]_0^d + \frac{e}{c} H_{\perp} \langle u_{\sigma l} \rangle_r = -\beta_{i\sigma} \rho_{0\sigma} \langle u_r \rangle_r, \quad (23)$$

$$T \frac{\partial}{\partial l} \left( \frac{\langle \delta\rho_{\sigma} \rangle_r}{\rho_{0\sigma}} \right) - \frac{e}{c} H_{\perp} \langle u_r \rangle_r - e \langle E_l \rangle_r = -\sum_{\sigma'} \beta_{\sigma\sigma'} \langle j_{\sigma' l} \rangle_r, \quad (24)$$

$E = -\nabla\delta\varphi$ . Отметим, что из правой части уравнения (23) выпала сила трения электронных компонент друг о друга, поскольку их радиальные дрейфовые скорости одинаковы. Заметим, что уравнения (23), (24) представляют собой замкнутую систему уравнений для средних по ширине ЭПЖГ от искомым величин. В дальнейшем усреднение по координате  $r$  выписывать явно не будем.

Исключим из уравнения (23) силу, связанную с градиентом давления электронного газа. Для этого умножим (23) на  $\rho_{0\sigma}$  и просуммируем по  $\sigma$ , учитывая условие электронейтральности (16), получим:

$$eE_r \rho_0 - \frac{e}{c} H_{\perp} \sum_{\sigma} \rho_{0\sigma} u_{\sigma l} = \left( \sum_{\sigma} \beta_{i\sigma} \rho_{0\sigma}^2 \right) u_r. \quad (25)$$

Вычитая почленно уравнения (23) с противоположными значениями индекса  $\sigma$ , определим величину изменения неравновесной добавки к спиновой плотности вдоль координаты  $r$ :

$$\delta\rho_{\sigma}|_0^d = -\frac{e}{c} \frac{d}{T(\rho_{0\sigma}^{-1} + \rho_{0-\sigma}^{-1})} H_{\perp} (u_{\sigma l} - u_{-\sigma l}), \quad (26)$$

здесь учтено, что в пренебрежении спин-орбитальными эффектами при рассеянии на несовершенствах структуры величина  $\beta_{i\sigma} \rho_{0\sigma}$  не зависит от  $\sigma$ . Оценка показывает, что относительная поправка к «одномерному» приближению (21), связанная со спиновой диффузией неравновесной добавки  $\delta\rho_{\sigma}$ , порядка  $(eH_{\perp}/mcv_{ee})^2 (d/L)^2$ , т.е. становится порядка единицы только при предельно сильных магнитных полях, на границе применимости нашего некваптового рассмотрения.

Проинтегрировав (24) по  $l$ , получаем замкнутое уравнение для  $j_{\sigma l}$ :

$$\frac{e}{c} \langle H_{\perp} \rangle u_r = \sum_{\sigma'} \langle \beta_{\sigma\sigma'} \rangle j_{\sigma' l}. \quad (27)$$

Здесь угловые скобки означают усреднение соответствующих величин по окружности диска. Учтено, что дрейфовая скорость  $u_r$  не зависит от координаты  $l$ , как это следует из (12) ( $c_{\sigma} = 0$ ) и (21), принимая во внимание обоснованное в работе [9] утверждение о независимости плотности  $\rho_0$  хорошего проводника от магнитного поля, а также независимость от  $l$  поляризованного заряда  $\rho_a$ .

Уравнение (27) для  $j_{\sigma l}$  эквивалентно задаче о проводимости в электрическом поле  $(1/c)H_{\perp}u_r$ . Ее решение имеет вид

$$j_{\sigma l} = \frac{e}{c} \langle H_{\perp} \rangle u_r \sum_{\sigma'} \langle \beta_{\sigma\sigma'} \rangle^{-1}, \quad (28)$$

где  $\langle \beta_{\sigma\sigma'} \rangle^{-1}$  — обратная  $\langle \beta_{\sigma\sigma'} \rangle$  матрица. Выпишем эту матрицу в пренебрежении всеми столкновениями кроме электрон-электронных:

$$\langle \beta_{\sigma\sigma'} \rangle^{-1} = \frac{\langle b_{-\sigma} b_{-\sigma'} \rangle}{\langle b_{\sigma}^2 \rangle \langle b_{-\sigma}^2 \rangle - \langle b_{\sigma} b_{-\sigma} \rangle^2}, \quad b_{\sigma} = \frac{\sqrt{A}}{\rho_{0\sigma}}. \quad (29)$$

Если магнитное поле однородно, то знаменатель этого выражения равен нулю. Это согласуется с тем известным фактом, что электрон-электронные столкновения сами по себе не приводят к сопротивлению, поскольку сохраняют импульс электронной системы. В неоднородном поле величины  $b_{\sigma}$  зависят от координаты  $l$ , поэтому в силу неравенства Буняковского–Коши имеем:  $\langle b_{\sigma} b_{-\sigma} \rangle^2 < \langle b_{\sigma}^2 \rangle \langle b_{-\sigma}^2 \rangle$ . Таким образом, при преобладающем электрон-электронном рассеянии ток  $j_{\sigma l}$  обратно пропорционален частоте электрон-электронных столкновений.

Подставляя (28) в (25) и интегрируя это уравнение по всей окружности, находим  $\langle E_r \rangle$  — среднюю радиальную компоненту поля, возникшего вследствие неравновесных процессов в ЭПЖГ (именно эта величина определяется в эксперименте):

$$\langle E_r \rangle = \frac{1}{e\rho_0} \left[ \sum_{\sigma} \langle \beta_{i\sigma} \rho_{0\sigma}^2 \rangle + \left( \frac{e \langle H_{\perp} \rangle}{c} \right)^2 \sum_{\sigma\sigma'} \langle \beta_{\sigma\sigma'} \rangle^{-1} \right] u_r, \quad (30)$$

$$u_r(r) = -\frac{i\omega}{\rho_0(r)} \int_0^r \frac{\rho_a(r')}{\rho_0(r')} dr'.$$

В неоднородном магнитном поле возникает также тангенциальное электрическое поле и зависящая от  $l$  неравновесная добавка к спиновой плотности. Для их определения вычтем из уравнения (24) его усредненную форму, уравнение (27) и проинтегрируем по  $l'$ :

$$T \frac{\delta\rho_{\sigma}}{\rho_{0\sigma}} + e\delta\varphi(l) = \int_0^l \left[ \frac{e}{c} (H_{\perp} - \langle H_{\perp} \rangle) u_r - \sum_{\sigma'} (\beta_{\sigma\sigma'} - \langle \beta_{\sigma\sigma'} \rangle) j_{\sigma' l'} \right] dl'. \quad (31)$$

Здесь  $\delta\varphi(l) = \langle \delta\varphi(r, l) \rangle_r$ , в качестве начала отсчета по оси  $l$  выбрана точка, в которой магнитное поле максимально. При этом выборе подынтегральное выражение в (31) симметрично, как функция  $l'$ , а величина  $\rho_{0\sigma}$  симметрична, как функция  $l$ , поэтому условие (20) выполняется при  $\delta\rho_{\sigma}(0) = 0$  — это равенство обеспечивает антисимметрию функции  $\delta\rho_{\sigma}(l)$ . Учитывая условие (16), нетрудно из (31) получить выражения

отдельно для усредненных по координате  $r$  величин  $\delta\rho_{\sigma}$  и  $\delta\varphi$ :

$$\begin{aligned} \delta\rho_{\sigma} &= -\frac{1}{T(\rho_{0\sigma}^{-1} + \rho_{0-\sigma}^{-1})} \times \\ &\times \sum_{\sigma'} j_{\sigma' l} \int_0^l (\beta_{\sigma\sigma'} - \langle \beta_{\sigma\sigma'} \rangle - \beta_{-\sigma\sigma'} + \langle \beta_{-\sigma\sigma'} \rangle) dl', \quad (32) \\ \delta\varphi &= \delta\varphi_t + \delta\varphi_s, \\ \delta\varphi_t(l) &= \frac{1}{c} u_r \int_0^l [H_{\perp} - \langle H_{\perp} \rangle] dl', \\ \delta\varphi_s(l) &= -\frac{1}{e\rho_0} \sum_{\sigma\sigma'} j_{\sigma' l} \rho_{0\sigma} \int_0^l [\beta_{\sigma\sigma'} - \langle \beta_{\sigma\sigma'} \rangle] dl'. \end{aligned} \quad (33)$$

Сравнивая выражение (30) с результатом работы [3], нетрудно увидеть, что используемое низшее приближение по геометрическому малому параметру  $d/2\pi R$  недостаточно, по крайней мере, в случае параллельного проводящей поверхности магнитного поля. Действительно, при  $H_{\perp} = 0$  из величины  $\langle E_r \rangle$  и, следовательно, электросопротивления выпадает частота электрон-электронных столкновений, что является следствием неучета изменения магнитного поля вдоль координаты  $r$ . Дополнительное поле  $\langle E_r \rangle_{ad}$ , связанное с неоднородностью магнитного поля в данном направлении и дающее дополнительный вклад в электросопротивление, как следует из [3], имеет следующий порядок величины:

$$\langle E_r \rangle_{ad} \approx \left( \frac{\Delta'}{T} \right)^2 \frac{d^2 m}{e\rho_0 \tau_{ee}} j_r, \quad (34)$$

здесь  $\Delta'$  — производная от энергетической щели между компонентами по координате в направлении изменения магнитного поля.

### 3. Обсуждение результатов. Выводы

Для сравнения результата (30) с формулой Друде–Лоренца для продольного удельного электросопротивления системы  $E/j = m[1 + (\Omega\tau)^2]/\rho e\tau$ , ( $\tau$  — время свободного пробега), запишем (30) с учетом добавки (32) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{E_r}{j_r} &= \frac{m}{e\rho_0} (\tau_1^{-1} + |\Omega|^2 \tau_2), \\ \tau_1^{-1} &= \frac{1}{m\rho_0} \sum_{\sigma} \langle \beta_{i\sigma} \rho_{0\sigma}^2 \rangle + \frac{d^2}{\tau_{ee}} \left( \frac{\Delta'}{T} \right)^2, \quad (35) \\ \tau_2 &= \frac{m}{\rho_0} \sum_{\sigma\sigma'} \langle \beta_{\sigma\sigma'} \rangle^{-1}. \quad (36) \end{aligned}$$

Эти выражения демонстрируют различие величин  $\tau_1$  и  $\tau_2$  и их зависимость от неоднородного магнитного поля. Известна зависимость времени релаксации от магнитного поля для ЭПЖГ [12] в квантовом пределе  $\hbar\Omega > T$

( $\Omega$  — циклотронная частота), тогда как результат (30) не связан с квантовыми эффектами. Времена  $\tau_1$  и  $\tau_2$  оказываются одинаковыми и не зависящими от магнитного поля, если оно однородно:  $\tau_1 = \tau_2 = \nu_i^{-1}$ , поскольку в пренебрежении спин-орбитальными эффектами при рассеянии на несовершенствах структуры частота столкновений электронов с ними  $\nu_i$  не зависит от  $\sigma$ .

Если же магнитное поле неоднородно, то времена  $\tau_1$  и  $\tau_2$  определяются также и электрон-электронным рассеянием, причем время  $\tau_2$  в гораздо большей степени, чем  $\tau_1$ . Причина, как уже указывалось выше, состоит в различии скоростей дрейфа спиновых компонент и, таким образом, трении их друг о друга. На рис. 3 показана зависимость времен  $\tau_1$  и  $\tau_2$  от неоднородного магнитного поля. Величина  $\tau_1$  зависит от магнитного поля за счет второго слагаемого в (35), в котором вклад электрон-электронных столкновений занижен по сравнению с тем же вкладом в  $\tau_2$  в силу неравенства  $d/L \ll 1$ . Рисунок 4 демонстрирует отклонение зависимости электросопротивления от магнитного поля от формулы Друде–Лоренца.

Выражение (33) демонстрирует своеобразный «неоднородный эффект Холла», который возникает в геометрии диска Корбино исключительно за счет неоднородности магнитного поля. Слагаемое  $\delta\varphi_i$  соответствующего поля — это тривиальный эффект уравнивания электрическим полем неоднородности силы Лоренца, действующей на движущийся со скоростью  $u_r$  электрон. Специфику сил, связанных со снятием спинового вырождения и действующих на спиновые компоненты при протекании тока  $j_{\sigma l}$ , отражает потенциал  $\delta\varphi_s$ . При  $\Delta = \Delta_0 + \Delta_1 \cos \alpha \ll T$  ( $\alpha = l/R$ ) из (33) следует:

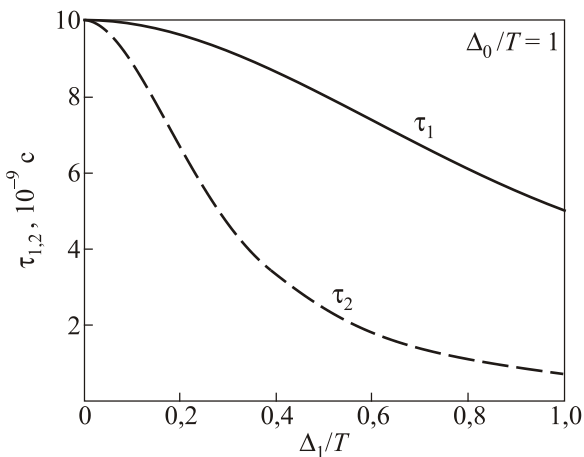


Рис. 3. Зависимость характерных времен релаксации  $\tau_1$  и  $\tau_2$  (выражения (35), (36)) от степени неоднородности магнитного поля. Магнитное расщепление задается формулой:  $\Delta = \Delta_0 + \Delta_1 \cos \alpha$ ,  $T = 1$  К,  $\nu_i = 10^8$  с<sup>-1</sup>,  $\nu_{ee} = 10^{10}$  с<sup>-1</sup>,  $\alpha = l/R$  ( $\rho_{0\sigma} = \rho_0 \exp(\sigma\Delta/T)/2 \operatorname{ch}(\Delta/2T)$  [9]).

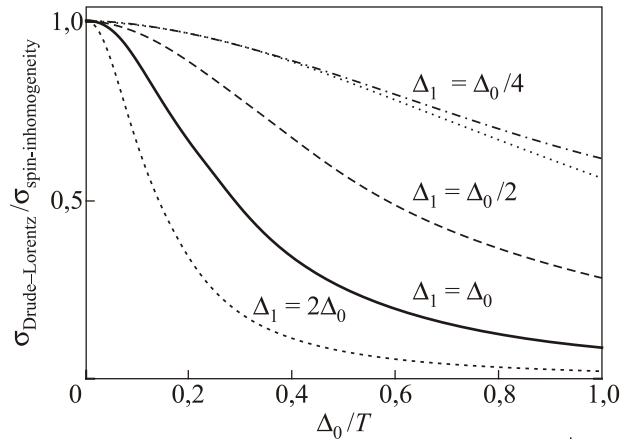


Рис. 4. Отклонение зависимости электрической проводимости от магнитного поля от формулы Друде–Лоренца. Магнитное расщепление задается формулой:  $\Delta = \Delta_0 + \Delta_1 \cos \alpha$ ,  $T = 1$  К,  $\nu_i = 10^8$  с<sup>-1</sup>,  $\nu_{ee} = 10^{10}$  с<sup>-1</sup>. Точечная линия соответствует промежутку времени после включения магнитного поля и до завершения спиновой релаксации, штрихпунктирная линия соответствует ситуации после спиновой релаксации.

$$\delta\varphi_s(\alpha) = \frac{1}{2c} \langle H_{\perp} \rangle u_r R \Delta_1^2 \frac{\sin 2\alpha}{\Delta_1^2 + 4aT^2}, \quad (37)$$

здесь при вычислении использовано также, что  $a = \nu_i / \nu_{ee} \ll 1$ . На рис. 5 показана зависимость разности потенциалов  $\delta\varphi(\pi/4) - \delta\varphi(-\pi/4)$  от величины неоднородности магнитного поля согласно формуле (33).

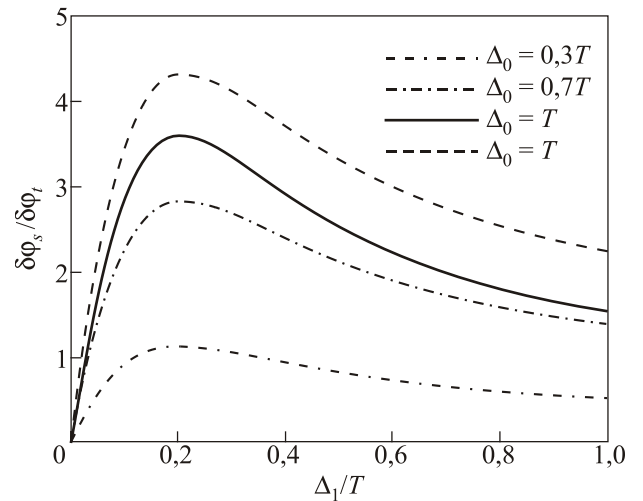


Рис. 5. Неоднородный эффект Холла (выражение (33)) в зависимости от степени неоднородности магнитного поля. Магнитное расщепление задается формулой:  $\Delta = \Delta_0 + \Delta_1 \cos \alpha$ ,  $T = 1$  К,  $\nu_i = 10^8$  с<sup>-1</sup>,  $\nu_{ee} = 10^{10}$  с<sup>-1</sup>. Сплошная линия соответствует промежутку времени после включения магнитного поля и до завершения спиновой релаксации, пунктирная линия соответствует ситуации после спиновой релаксации.

Максимум на этой кривой соответствует тому значению  $\Delta_1$ , при котором различие дрейфовых скоростей спиновых компонент приводит уже к значительной силе их трения, причем сами эти скорости достаточно велики, поскольку поперечное электросопротивление определяется еще в основном рассеянием электронов на неоднородностях структуры.

Область применимости результатов разд. 2, полученных в приближении близкого к равновесному пространственного распределения спинов, определяется сравнением величины неравновесной спиновой концентрации  $\delta\rho_\sigma$ , изменение которой вдоль направления  $r$  определяется уравнением (26), а вдоль направления  $l$  — уравнением (32), с величиной ее равновесного изменения  $\rho_{a\sigma}$  из уравнения (12). Если магнитное поле параллельно проводящей поверхности, то имеем следующее условие:

$$\omega \ll T \left[ m v_{ee} \left( \frac{\Delta'd}{T} \right)^2 d^2 \right]^{-1},$$

которое при  $T = 1$  К,  $v_{ee} = 10^{10}$ ,  $d = 0,1$  см и при существенной неоднородности магнитного поля  $\Delta'd/T = 0,1$  дает  $\omega < 10^5$ . Для случая перпендикулярного магнитного поля имеем (при  $\tau_1 > \tau_2$ ):

$$\omega \ll T v_{ee} \left[ m |\Omega|^2 d^2 \left( \frac{\Delta'L}{T} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (38)$$

$$\omega \ll T \left[ m |\Omega| d L \left( \frac{\Delta'L}{\Delta} \right)^2 \right]^{-1}.$$

Данные неравенства означают, что за период поля спиновая диффузия успевает ликвидировать спиновую неравновесность, создаваемую в неоднородном магнитном поле. В случае перпендикулярного поля частоты наблюдения оказываются достаточно низкими: при  $\hbar|\Omega| = T$ ,  $L = 1$  см,  $(\Delta'L/\Delta) = 1$  из второго неравенства (37) следует  $\omega < 10$ . В экспериментах, в которых транспортные характеристики ЭПЖГ измеряются по изменению емкости конденсатора электроды–ЭПЖГ [4], низкочастотные измерения представляются проблематичными. На наш взгляд, возможно независимое от тянущих электродов измерение разности потенциалов над ЭПЖГ. По-видимому, именно таким способом может измеряться изменение потенциала вдоль координаты  $l$  диска Корбино (см. рис. 2).

В работе [3] указана возможность непосредственного наблюдения процесса спиновой релаксации по изменению транспортных характеристик ЭПЖГ, связанных со спиновой степенью свободы: после включения неоднородного магнитного поля электросопротивление системы изменяется в течение времени спиновой релакса-

ции  $\tau_{sf}$ . Результаты настоящей работы и работы [9] позволяют уточнить это утверждение. Поскольку, как показано в [9], после включения магнитного поля за время спиновой диффузии  $\approx (L/l_{ee})^2 \tau_{ee} (1 + \Omega^2 \tau_{ee}^2)$  устанавливается равновесное распределение электронов по отношению к неоднородной части магнитного поля (которому соответствует энергия электрона  $\Delta_1 \cos \alpha$ ), а за время  $\tau_{sf}$  — относительно полного поля (энергия  $\Delta = \Delta_0 + \Delta_1 \cos \alpha$ ), то в промежутке между этими временами значения времен релаксации  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , величина неоднородного эффекта Холла отличаются от результатов (33), (35), (36) тем, что для величины  $\rho_{0\sigma}$  в указанных формулах следует положить  $\Delta_0 = 0$ . Соответствующие изменения показаны на графиках рис. 4 и 5. Изменение проводимости оказывается небольшим, но наблюдаемым, более существенно изменение величины неоднородного эффекта Холла.

Таким образом, в работе показано, что в сильном не-квантующем неоднородном магнитном поле транспортные свойства электронной системы над жидким гелием качественно отличаются от известных в модели Друде–Лоренца. Проанализирован «неоднородный эффект Холла» — возникновение связанного с магнитной неоднородностью электрического поля, поперечного по отношению к приложенному электрическому.

1. I. Zutic, J. Fabian, and S. Das Sarma, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 323 (2004); M.W. Wu, J.H. Jiang, and M.Q. Weng, *Phys. Rep.* **493**, 63 (2010).
2. S.A. Lyon, *Phys. Rev. A* **74**, 052338 (2006).
3. А.И. Копелиович, П.В. Пышкин, *ФНТ* **35**, 540 (2009) [*Low Temp. Phys.* **35**, 426 (2009)].
4. В.А. Бунтарь, Ю.З. Ковдря, В.Н. Григорьев, Ю.П. Монарха, С.С. Соколов, *ФНТ* **13**, 759 (1987) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **13**, 759 (1987)].
5. Yu.P. Monarkha and K. Kono, *Two-Dimensional Coulomb Liquids and Solids*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2004).
6. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, Наука, Москва (1967), т. 6.
7. K. Flensberg, T.S. Jensen, and N.A. Mortensen, *Phys. Rev. B* **64**, 245308 (2001).
8. Р.Н. Гуржи, *УФН* **94**, 689 (1968).
9. Р.Н. Гуржи, А.Н. Калинин, А.И. Копелиович, А.В. Яновский, *ФНТ* **37**, 889 (2011) [*Low Temp. Phys.* **37**, 707 (2011)].
10. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, Наука, Москва (1982), т. 8.
11. И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, М.И. Каганов, *Электронная теория металлов*, Наука, Москва (1971).
12. M.I. Dykman and A. Blackburn, *Phys. Rev. B* **55**, 16280 (1997).



Spin-transport effects in the electron system above  
the surface of liquid helium

A.N. Kalinenko, A.I. Kopeliovich,  
P.V. Pyshkin, and A.V. Yanovsky

The transport phenomena in the electron system above liquid helium in strong nonquantising nonuniform magnetic field have been considered. When the frequencies of the applied electric field are not high and the equilibrium spin distribution has time to be established along the conducting surface during the period of field, the electric resistance is determined by scattering processes other than in the uniform case.

Spin nonuniformity makes electron-electron collisions effective for momentum relaxation and this causes to essential dissimilarity from Drude–Lorentz theory. A spin-electrical nonstationary effect has been found in the direction transverse to the applied electric field. The evolution of the transport properties after switching on a nonuniform magnetic field is discussed.

PACS: **73.25.-b** Spin-polarized transport;  
**73.90.+f** Other topics in electronic structure and electrical properties of surfaces, interfaces, thin films, and low-dimensional structures.

Keywords: surface of liquid helium, nonuniform magnetic field, the spin-electric effect.